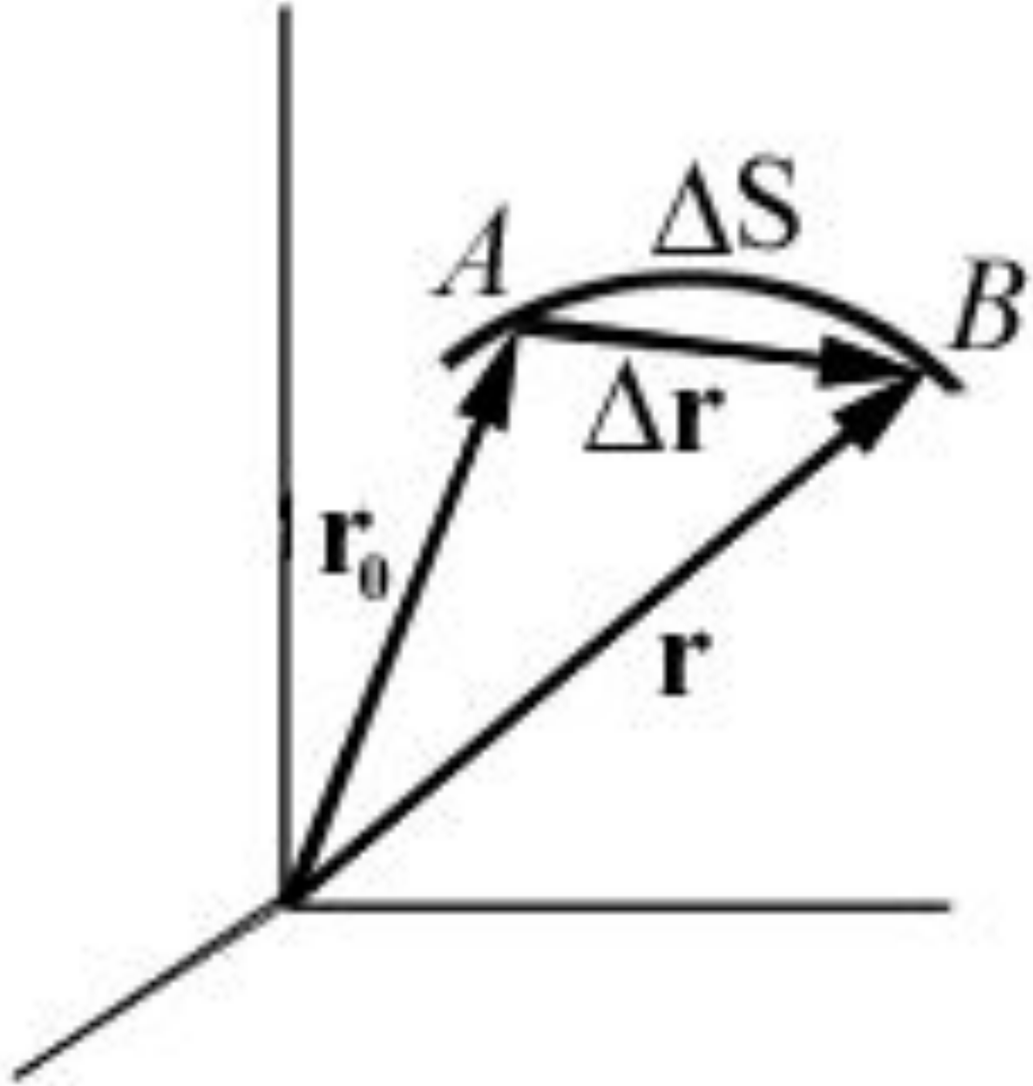
Сегодня: *

Лекция 1

Кинематика поступательного движения

Траектория *движения материальной точки – линия, описываемая этой точкой в пространстве.*

В зависимости от формы траектории движение может быть *прямолинейным* (поступательным), *криволинейным* и *вращательным*.


A
ΔS
B
Δr
r0
r

Длина участка траектории *AB*, пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется ***<u>длиной пути</u>*** ΔS и является скалярной функцией времени: $\Delta S=\Delta S(t)$.

Вектор $\Delta\vec{r}=\vec{r}-\vec{r}_0$, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса – вектора за рассматриваемый промежуток времени) *называется* ***<u>перемещением</u>***

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}-\vec{r}_0=(x-x_0)\vec{i}+(y-y_0)\vec{j}+(z-z_0)\vec{k}.$$

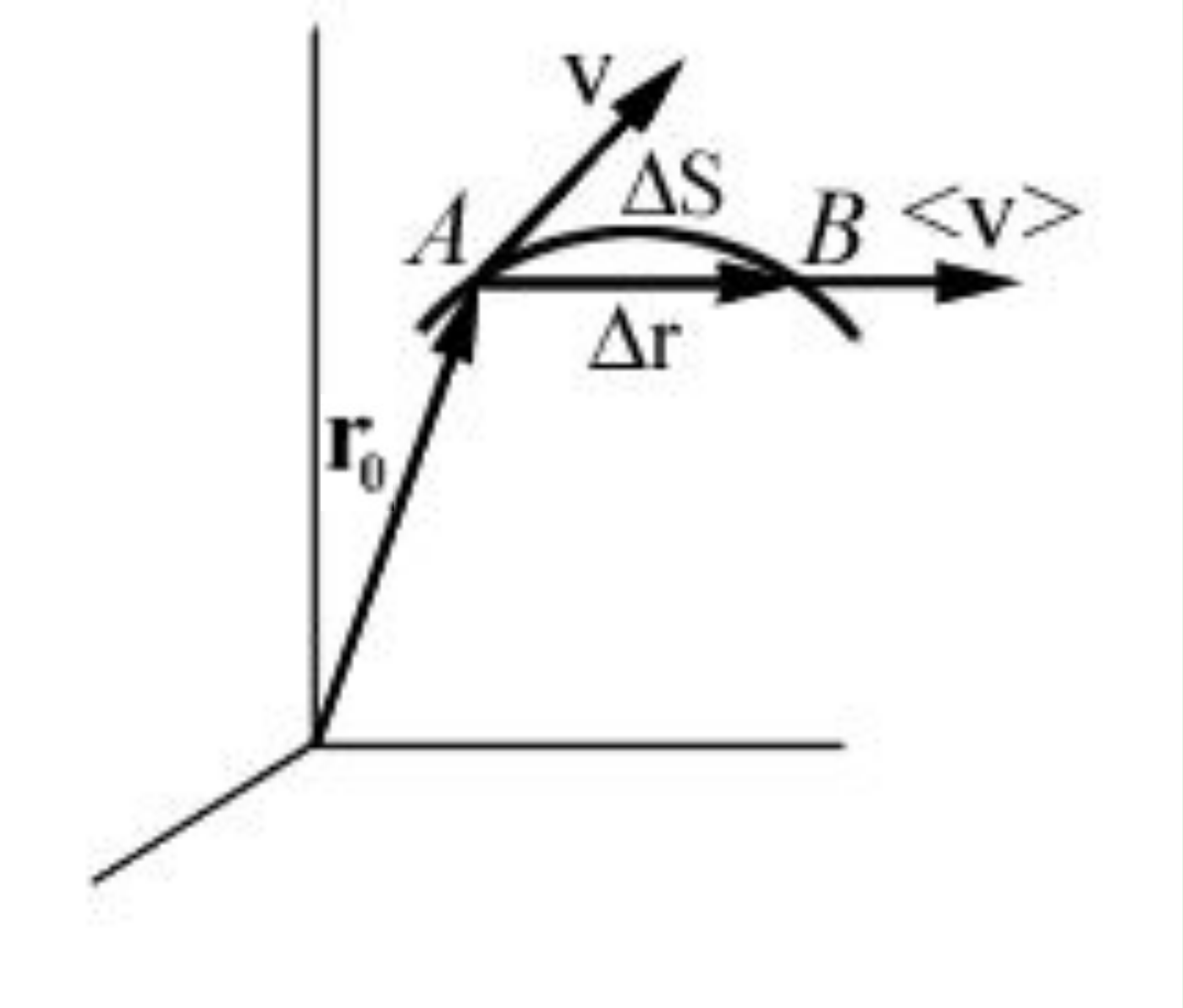
При *прямолинейном* движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения | $\Delta\vec{r}$ | равен пройденному пути ΔS.

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина - ***скорость***, которой определяется как *быстрота движения*, так и его *направление* в данный момент времени. Пусть материальная точка движется по какой–либо криволинейной траектории так, что в момент времени *t* ей соответствует радиус–вектор $\vec{r}_0$

Скорость

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина - ***скорость***, которой определяется как *быстрота движения*, так и его *направление* в данный момент времени.

Пусть материальная точка движется по какой–либо криволинейной траектории так, что в момент времени *t* ей соответствует радиус–вектор $\vec{r}_0$


v
ΔS
A
B
<v>
Δr
r0

Вектором средней скорости $\langle \vec{\upsilon} \rangle$ называется отношение приращения радиуса–вектора точки к промежутку времени :

$$\langle \vec{\upsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta \vec{r}$. При неограниченном уменьшении интервала времени средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется *мгновенной скоростью* $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Мгновенная скорость *– векторная величина, равная скорости материальной точки в фиксированный момент времени*.

Мгновенная скорость *– векторная величина, равная первой производной радиуса – вектора движущейся точки по времени*.

Вектор скорости $\vec{\upsilon}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения, поэтому модуль мгновенной скорости равен:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \left| \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

Таким образом, *модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени*:

$$\upsilon = dS / dt$$

При неравномерном движении модуль мгновенной скорости с течением времени изменяется. В данном случае пользуются скалярной величиной $<\upsilon>$ – средней скоростью неравномерного движения $<\upsilon>=\Delta S/\Delta t$.

Если выражение $dS = \upsilon\, dt$ проинтегрировать по времени в пределах от t до $t+\Delta t$, то найдем длину пути, пройденного точкой за время Δt:

$$S = \int_{t}^{t+\Delta t} \upsilon\, dt.$$

В случае *равномерного движения*:

$$S = \upsilon \int_{t}^{t+\Delta t} dt = \upsilon \Delta t.$$

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 дается интегралом:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\,dt.$$

Ускорение и его составляющие

Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению является ***ускорение***.

Рассмотрим *плоское движение*.

Пусть вектор $\vec{\upsilon}$ задает скорость точки *A* в момент времени *t*. За время Δt движущаяся точка перешла в положение *B* и приобрела скорость, равную

$$\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + d\vec{\upsilon}$$

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от *t* до *t*+Δ*t* называется векторная величина, равная отношению изменения скорости к интервалу времени:

$$<\vec{a}>=\Delta\vec{\upsilon}/\Delta t.$$

Мгновенным ускорением *(ускорением) материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:*

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}<\vec{a}>=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{d\upsilon}{dt},$$

т.е. равна первой производной по времени от модуля скорости, определяя тем самым быстроту изменения скорости по модулю.

Вторая составляющая ускорения, равная

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon_n}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{r},$$

называется ***нормальной составляющей ускорения*** и направлена по нормали к траектории к центру ее кривизны (поэтому ее называют также центростремительным ускорением).

Полное ускорение тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n}.$$

Итак, тангенциальная составляющая ускорения характеризует быстроту изменения скорости по модулю (направлена по касательной к траектории), а нормальная составляющая ускорения – быстроту изменения скорости по направлению (направлена к центру кривизны траектории).

В зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

1. a_τ =0, a_n =0 – прямолинейное равномерное движение;

2. a_τ = a =const, a_n =0 – прямолинейное равнопеременное движение.

При таком виде движения

$$a_\tau = a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1}.$$

Если начальный момент времени $t_1=0$, а начальная скорость $\upsilon_1 = \upsilon_0$, то, обозначив $t_2=t$ и $\upsilon_2 = \upsilon$, получим $a = (\upsilon - \upsilon_0)/t$, откуда

$$\upsilon = \upsilon_0 + at.$$

Проинтегрировав эту формулу в пределах от нуля до произвольного момента t, найдем, что длина пути пройденного точкой, в случае равнопеременного движения

$$S = \int_0^t \upsilon dt = \int_0^t (\upsilon_0 + at) dt = \upsilon_0 t + at^2/2;$$

3$a_\tau = f(t), a_n = 0$ – прямолинейное движение с переменным ускорением.

4. $a_\tau = 0, a_n = const$. При $a_\tau = 0$ скорость по модулю не меняется, а изменяется по направлению. Из формулы $a_n = \upsilon^2 / r$ следует, что радиус кривизны должен быть постоянным. Следовательно, движение по окружности является равномерным.

5. $a_\tau = 0, a_n \neq 0$ – равномерное криволинейное движение.

6. $a_\tau = const, a_n \neq 0$ – криволинейное равнопеременное движение.