.

Конспекты системы уроков

по теме *:*

"Логарифмические уравнения."

.

г.

Для чего были придуманы логарифмы?
Для ускорение вычислений.
Для упрощений вычислений.
Для решение астрономических задач.

- В современной школе основной формой обучения математике ,главным связующем звеном в интеграции различных организационных форм обучения по-прежнему остается урок. В процессе обучения математический материал осознается и усваивается преимущественно в процессе решения задач, потому на уроках математики теория не изучается в отрыве от практики.   Для того чтобы успешно решать логарифмические уравнения , на которые в учебном плане отведено всего 3 часа, необходимо уверенное владение формулами для логарифмов и свойствами логарифмической функции.   Тема « Логарифмические уравнения» в учебном плане идет за логарифмическими функциями и свойствами логарифмов.
- Ситуация несколько осложняется по сравнению с показательными уравнениями наличием ограничений на область определения логарифмических функций . Использования формул логарифма произведения, частного и других без дополнительных оговорок может привести как к приобретению посторонних корней, так и к потери корней . Поэтому необходимо внимательно следить за равносильностью совершаемых преобразований.

“Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь»

- ***Тема: « Логарифмические уравнения.»***

Цели:

Образовательные:

1.Ознакомить и закрепить основные методы решения логарифмических уравнений, предупредить появления типичных ошибок.

2.Предоставить каждому обучающему возможность проверить свои знания и повысить их уровень.

3.Активизировать работу класса через разные формы работы.

Развивающие:

1.Развивать навыки самоконтроля.

Воспитательные:

1.Воспитывать ответственное отношение к труду.

2.Воспитывать волю и настойчивость , для достижение конечных результатов.

Урок №1.
Тема урока: «Методы решения логарифмических уравнений»
Тип урока: Урок ознакомления с новым материалом
Оборудование : Мультимедиа.

Ход урока.

1Организационный момент:

2.Актуализация опорных знаний;

Упростите:

$\log_{25} 54 - \log_5 \sqrt{6}$	$\sqrt{32}^{\frac{2}{5}}$	$\log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{2}$	$\lg 18 - 2\lg \sqrt{6}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$
$\lg_2 5 + \frac{1}{\lg 2}$	$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$	$\log_2 3 \cdot \log_3 2$	$\log_3 27$	$\frac{\log_3 8 + \log_3 2}{\log_2 36 - \log_2 9}$
$\log_8 128$	$\log_{25} 14 - \log_{25} 2$	$\frac{\lg 54}{\lg 5} - \frac{\lg 6}{\lg 5}$	$\log_5 6 + \log_5 7$	$\log_{\sqrt{8}} 32$
$\frac{1}{2}\ln 9 + \ln 2$	$\log_2 5 + \frac{1}{\lg 2}$	$\frac{\lg 30}{\lg 3} + \frac{\lg 2}{\lg 3}$	$\log_5 5$	$2\ln\sqrt{14} - \ln 7$

Определение: Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Простейшим примером логарифмического уравнения служит уравнение

$\log_a x = б$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $б>0$)

Способы решения

1. Решение уравнений на основании определения логарифма, например, уравнение $\log_a x = б$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $б>0$) имеет решение $x = a^b$.
2. Метод потенцирования. Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их: если , $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, то $f(x) = g(x)$, $f(x)>0$, $g(x)>0$, $a > 0$, $a \neq 1$.
3. Метод введение новой переменной.
4. Метод логарифмирования обеих частей уравнения.
5. Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию.
6. Функционально – графический метод.

1метод:

На основе определения логарифма решаются уравнения, в которых по данным основаниям и числу определяется логарифм, по данному логарифму и основанию определяется число и по данному числу и логарифму определяется основание.

$\mathrm{Log}_2 4\sqrt{2} = x,$	$\log_{3\sqrt{3}} x = -2,$	$\log_x 64 = 3,$
$2^x = 4\sqrt{2},$	$x = 3\sqrt{3}^{\,-2},$	$x^3 = 64,$
$2^x = 2^{5/2},$	$x = 3^{-3},$	$x^3 = 4^3,$
$x = 5/2.$	$x = 1/27.$	$x = 4.$

Решите уравнения:

$\lg(x^2-6x+9) - 2\lg(x - 7) = \lg 9$.

<u>Условие для проверки всегда составляем по исходному уравнению.</u>

$(x^2-6x+9) > 0$, $x \neq 3$,

$X-7 > 0$; $x > 7$; $x > 7$.

С начало нужно преобразовать уравнение привести к виду

$\log ((x-3)/(x-7))^2 = \lg 9$ применяя формулу логарифм частного.

$((x-3)/(x-7))^2 = 9$,

$(x-3)/(x-7) = 3$, $(x-3)/(x-7)= - 3$,

$x- 3 = 3x -21$, $x -3 =- 3x +21$,

$x =9$. $x=6$. посторонний корень.

Проверка показывает 9 корень уравнения. Ответ : 9

Решите уравнения:

$\log_6^2 x + \log_6 x + 14 = (\sqrt{16 - x^2})^2 + x^2$,

$16 - x^2 \geq 0$; $- 4 \leq x \leq 4$;

$x > 0$, $x > 0$, О.Д.З. $[0,4)$.

$\log_6^2 x + \log_6 x + 14 = 16 - x^2 + x^2$,

$\log_6^2 x + \log_6 x - 2 = 0$

заменим $\log_6 x = t$

$t^2 + t - 2 = 0$; Д $= 9$; $t_1 = 1$, $t_2 = -2$.

$\log_6 x = 1$, $x = 6$ посторонний корень .

$\log_6 x = -2$, $x = 1/36$, проверка показывает 1/36 является корнем .

Ответ : 1/36.

Решите уравнения

$x^{\log_3 x^2}$ = **3X** , возьмем от обеих частей уравнения логарифм по основанию 3

Вопрос :
1.Это – равносильное преобразования ?
2.Если да то почему ?

Получим

$\log_3 x^{\log_3 x^2} = \log_3 (3x)$

Учитывая теорему 3 , получаем : $\log_3 x^2 \log_3 x = \log_3 3x$,

$2\log_3 x \log_3 x = \log_3 3 + \log_3 x$,

$2\log_3^2 x = \log_3 x + 1$,

$2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0$,

заменим $\log_3 x = t$, $x > 0$ $2t^2 + t - 2 = 0$; Д = 9 ; $t_1 = 1$, $t_2 = -1/2$

- $\log_3 x = 1$, $x = 3$,
- $\log_3 x = -1/2$, $x = 1/\sqrt{3}$. Ответ: {3 ; $1/\sqrt{3}$. }.

5 метод :

Решить уравнения: $\log_9(37-12x)\log_{7-2x}3 = 1$,

$37-12x > 0$, $x < 37/12$,

$7-2x > 0$, $x < 7/2$, $x < 7/2$,

$7-2x \neq 1$; $x \neq 3$; $x \neq 3$;

$\log_9(37-12x) / \log_3(7-2x) = 1$,

$\frac{1}{2}\log_3(37-12x) = \log_3(7-2x)$,

$\log_3(37-12x) = \log_3(7-2x)^2$,

$37-12x = 49 - 28x + 4x^2$,

$4x^2 - 16x + 12 = 0$,

$x^2 - 4x + 3 = 0$, Д=19, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, 3 –посторонний корень .

Проверкой убеждаемся , что $x=1$ корень уравнения.

6 метод

Решите уравнения: $\log_3 x = 12\text{-}x$.

Так как функция y= $\log_3 x$ возрастающая , а функция y =12-x убывающая на (0; + ∞) то заданное уравнение на этом интервале имеет один корень. Который легко можно найти. При x=10 заданное уравнение обращается в верное числовое равенство 1=1. Ответ x=10.

Итог урока.
С какими методами решения логарифмических уравнений мы познакомились на уроке?
Домашние задание:
Определите метод решения и решите № 1547(а,б) , №1549(а,б), №1554(а,б) .
Проработать весь теоретический материал и разобрать примеры §52.

2 урок.

Тема урока: «Применение различных методов при решение логарифмических уравнений.»

Тип урока: Урок закрепления изученного

Ход урока.

1.Организационный момент:

2.«Проверь себя»

1) $\log_{-3}((x-1)/5)=?$

2) $\log_5(121 - x^2)$, $(121 - x^2) \geq 0$, $x < -11$, $x \geq 11$.

3) $3^{2x} = 5$, $\log_5 3 = 2x$, $x = (\log_5 3)/2$.

4) $9^{2\log_3 5} = 3^{4\log_3 5} = 4^5$

5) $\lg x^2 = 2\lg x$.

3.Выполнение упражнений:
№1563 (б)

Каким способом можно решить данное уравнение ? (метод введение новой переменной)

$\log_3{}^2 x + 3\log_3 x + 9 = 37/\log_3(x/27)$; $x>0$

Обозначим $\log_3 x = t$; $t^2 - 3t + 9 = 37/(t-3)$; $t \neq 3$,

$(t-3)(t^2 - 3t + 9) = 37$,

$t^3 - 27 = 37$; $t^3 = 64$; $t=4$.

$\log_3 x = 4$; $x = 81$.

Проверкой убеждаемся , что x=81 корень уравнения.

№1564 (а);(метод логарифмирования)

- $X^{\log_3 x} = 81$, **возьмем от обеих частей уравнения логарифм по основанию 3;**

$\log_3 X^{\log_3 x} = \log_3 81$; $\log_3 x \log_3 x = \log_3 81$; $\log_3{}^2 x = 4$;

$\log_3 x = 2$, $x=9$;

$\log_3 x = -2$, $x=1/9$.

Проверкой убеждаемся , что $x=9$ и $x=1/9$ корни уравнения.

4.Физкультминутка(за партами , сидя).

1 Областью определения логарифмической функции у= $\log_3$ Х является множество положительных чисел .

2Функция у= $\log_3$ Х монотонно возрастает .

3.Область значений логарифмической функции от 0 до бесконечности.

4 $\log_a$с/в = $\log_a$ с - $\log_a$ в.

5 Верно ,что $\log_8 8^{-3} = 1$.

№1704.(а)

$1-\sqrt{x} = \ln x$

Так как функция $y = \ln x$ возрастающая , а функция

$y = 1-\sqrt{x}$ убывающая на $(0; +\infty)$ то заданное уравнение на этом интервале имеет один корень. Который легко можно найти. При $x=1$ заданное уравнение обращается в верное числовое равенство $1=1$.

Ответ : $x=1$.

№ 1574(б)

$\log_3 (x+2y) - 2\log_3 4 = 1 - \log_3 (x - 2y)$, $\log_3 (x^2 - 4y^2) = \log_3 48$,

$\log_{1/4} (x - 2y) = -1$; $\log_{1/4} (x - 2y) = -1$;

$x^2 - 4y^2 - 48 = 0$, $x = 4 + 2y$, $x = 8$,

$x - 2y = 4$; $16y = 32$; $y = 2$.

Проверкой убеждаемся, что найденное значения является решениями системы.

5. *Что за прелесть Логарифмическая “комедия 2 > 3”*

$1/4 > 1/8$,

бесспорно правильно.

$(1/2)^2 > (1/2)^3$, тоже не внушающее сомнение. Большему числу соответствует больший логарифм,

значит,

$\lg(1/2)^2 > \lg(1/2)^3$; $2\lg(1/2) > 3\lg(1/2)$. После сокращения на $\lg(1/2)$ имеем

$2 > 3$.

- Где ошибка?

6.Выполните тест:

1Найдите областью определения: $y = \log_{0,3} (6x - x^2)$.

1(-∞ ;0) Ư’(6 ; + ∞); 2. (-∞ ; -6) Ư’(0 ; + ∞); 3.(-6; 0). 4.(0; 6).

2.Найдите область значений : $y = 2,5 + \log_{1,7} x$.

1(2,5 ; + ∞); 2. (-∞ ; 2,5); 3 (- ∞ ; + ∞); 4. (0 ; + ∞).

3.Сравните : $\log_{0,5} 7$ и $\log_{0,5} 5$.

1.>. 2.<. 3.=.

4. Решите уравнение : $7 * 5^{\log_5 X} = x + 21$.

1.(3,5). 2. нет решения. 3.(– 3,5) . 4.(7).

5. Найти значение выражения : $\log_4 (64c)$ если $\log_4 c = -3,5$.

1. (-6,5) . 2. (- 0, 5) 3. (- 10, 5) 4.(-67,5).

Ответ: 4; 3;2;1;2.

Итог урока: Чтобы хорошо решать логарифмические уравнения , нужно совершенствовать навыки решения практических заданий ,так как они являются основным содержанием экзамена и жизни.

Домашние задания : № 1563(а,б), №1464(б,в) , № 1567 (б).

Урок 3.
Тема урока: «Решение логарифмических уравнений »
Тип урока: урок обобщения, систематизация знаний.
Ход урока.
1.Актуализация опорных знаний:

№1 Какие из чисел -1; 0; 1; 2; 4; 8 являются корнями уравнения $\log_2 x = x-2$?

№2 Решить уравнения: а) $\log_{16} x = 2$; в) $\log_2 (2x - x^2) -=0$;
г) $\log_3 (x-1) = \log_3 (2x+1)$

№3 Решить неравенства: а) $\log_3 x > \log_3 5$; б) $\log_{0,4} x < 1$;
в) $\log_2 (x-4) > 0$.

№4 Найдите область определения функции: $y = \log_2 (x+4)$

№5 Сравните числа: $\log_3 6/5$ и $\log_3 5/6$; $\log_{0,2} 5$ и . $\mathrm{Log}_{0,2} 17$.

№6 Определить число корней уравнения: $\log_3 X = =-2x+4$.

2. Решение уравнений:

1. решите уравнения: $\log_5{}^2 (x-3)^2 + 3 \log_5 (15 - 5x) - 10 = 0.$
ОДЗ: $15 - 5x > 0$, $x < 3$.

$\mathrm{Log}_5{}^2 (x-3)^2 + 3 \log_5 (5 (3 - x)) - 10 = 0,$

$(2 \log_5 (x-3))^2 + 3 \log_2 (3 - x) + 3 - 10 = 0$, $4 \log_5{}^2 (3-x)^2 + 3 \log_2 (3 - x) - 7 = 0,$

Пусть $\log_5(3-x) = t$; $4 t^2 - 3 t - 7 = 0,$

$t = -7/4$; $t = 1$.

$\log_5(3-x) = -7/4,$ и $\log_5(3-x) = 1,$

$3 - x = 5^{-7/4}$, $3 - x = 5,$

$x = 3 - 1/5^{7/4}$. $x = -2.$

Ответ: $\{ 3 - 1/5^{7/4} ; -2\}$.

Решите уравнения: $3\log_4 (2+ 30/(2x-11)) = 2\log_4 (2 – 15/(x+2)) + 8$.

$2+ 30/(2x-11)= (4x-22+30)/(2x-11)=(4x+8)/(2x-11)=4(x+2)/(2x-11)$

$2 – 15/(x+2)=(2x+4-15)/(2+x)=(2x-11)/(x+2)=((x+2)/(2x-11))^{-1}$,

$3 \log_4 (4(x+2)/(2x-11)) = 2\log_4 ((x+2)/(2x-11))^{-1}+8$,

$3+3 \log_4 ((x+2)/(2x-11)) = - 2\log_4 ((x+2)/(2x-11))+8$,

Пусть $\log_4 ((x+2)/(2x-11)) = t$, $3+3t = -2 t +8$, $t = 1$.

$\log_4 ((x+2)/(2x-11)) =1$, $(x+2)/(2x-11) =4$,

$x+2=8x-44$, $x=46/7$. Проверкой убеждаемся , что $x=46/7$ корень уравнения.

3.Физкультминутка:

- 1. $3^{\log_3 8} = 8$.
- 2. $\lg x = -2$, решением данного уравнения является 100.
- 3 Функция $y = \log_{4/3} X$ монотонно возрастает .
- 4. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$.
- 5. $\log_a (x+y) == \log_a x - \log_a y$.
- 6. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

4. Учимся на чужих ошибках :

Воспользуемся формулой преобразования суммы логарифмов логарифм произведения. Получим уравнения $\log_3 (x - 1)(x - 3) = 1$, отсюда следует

$x^2 - 4x + 3 = 3$.

Корнями последнего уравнения являются $x_1 = 0$ и $x_2 = 4$,

Ответ : $\{0, 4\}$.

Решите уравнения: $\log_3 (x - 1) + \log_3 (x - 3) = 1$.

- Решите уравнения $\log_2 (x+1) - \log_2 (x-2) = 2$.
- Воспользуемся формулой преобразования разности логарифмов логарифм частного, получаем $\log_2 (x+1)/(x-2) = 2$, откуда следует $(x+1)/(x-2) = \mathbf{2}$.
- Решив последнее уравнения ,находим $x = 5$.
- Ответ: $x = 5$.

5.Программированный контроль

	Задание				Ответы	
Вариант 1 l	Вариант 2	Вариант 3	1	2	3	4
g(3x-8)= lg(x - 2)	$\log_3 (5-2x) = 1$	$Log_2 (4x-5) = \log_2 (x-14)$	-3	1	3	Кор. нет.
$Lg\,^2x + \lg x = 8$	$\log_3{}^2 x + 3\log_3 x + 9 = 37/ \log_3$	$Lg^2 x - 6\lg x + 5 = 0$	Кор. нет.	100; 0,0001	10000 0; 10	25; 0,2
$Log_2 (x-2) + \log_2 (x+1) = 2$	$Log_2 (x+14) + \log_2 (x+2) = 6$	$Log_5 (x+1) + \log_5 (x+5) = 1$ 2;	2; -18	0	2	3

Ответ : 1вариант (3;2;4.) 2.вариант – (2;4;3.) 3.вариант – (4;3;2.)

Итог урока:

Пренебрегать теорией нельзя ,в этом мы с вами убедились на уроке :

- Без знания теоретического материала невозможно уверенно решать практические задания.
- Определенная часть вопросов направлена на проверку именно теоретических знаний , используемых правил , определений и теорем.

Домашние задания : №1568 (а.б) ,№ 1562 (а,б) №1573 (г).