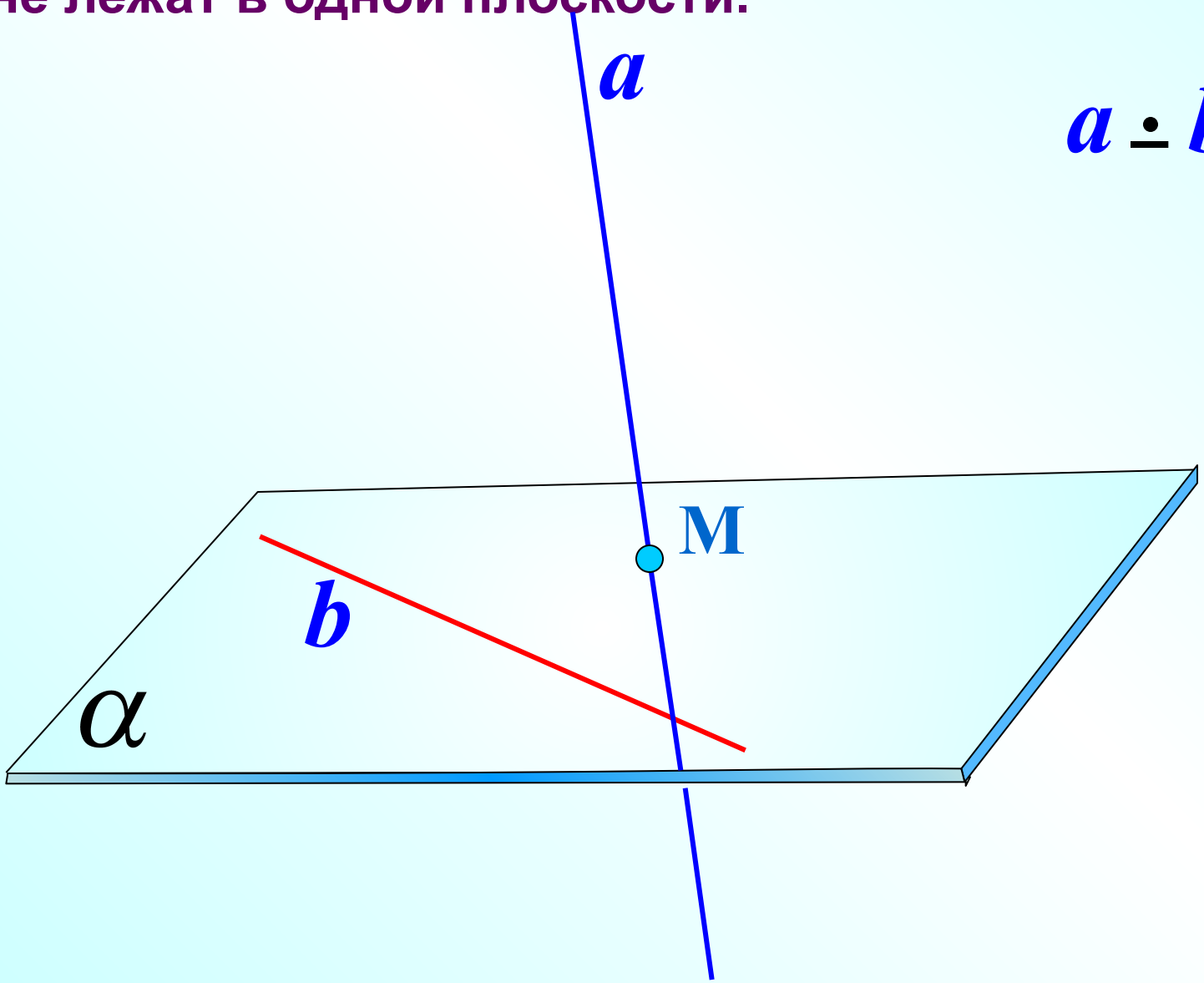
Скрещивающиеся прямые

Л.С. Атанасян Геометрия 10 класс

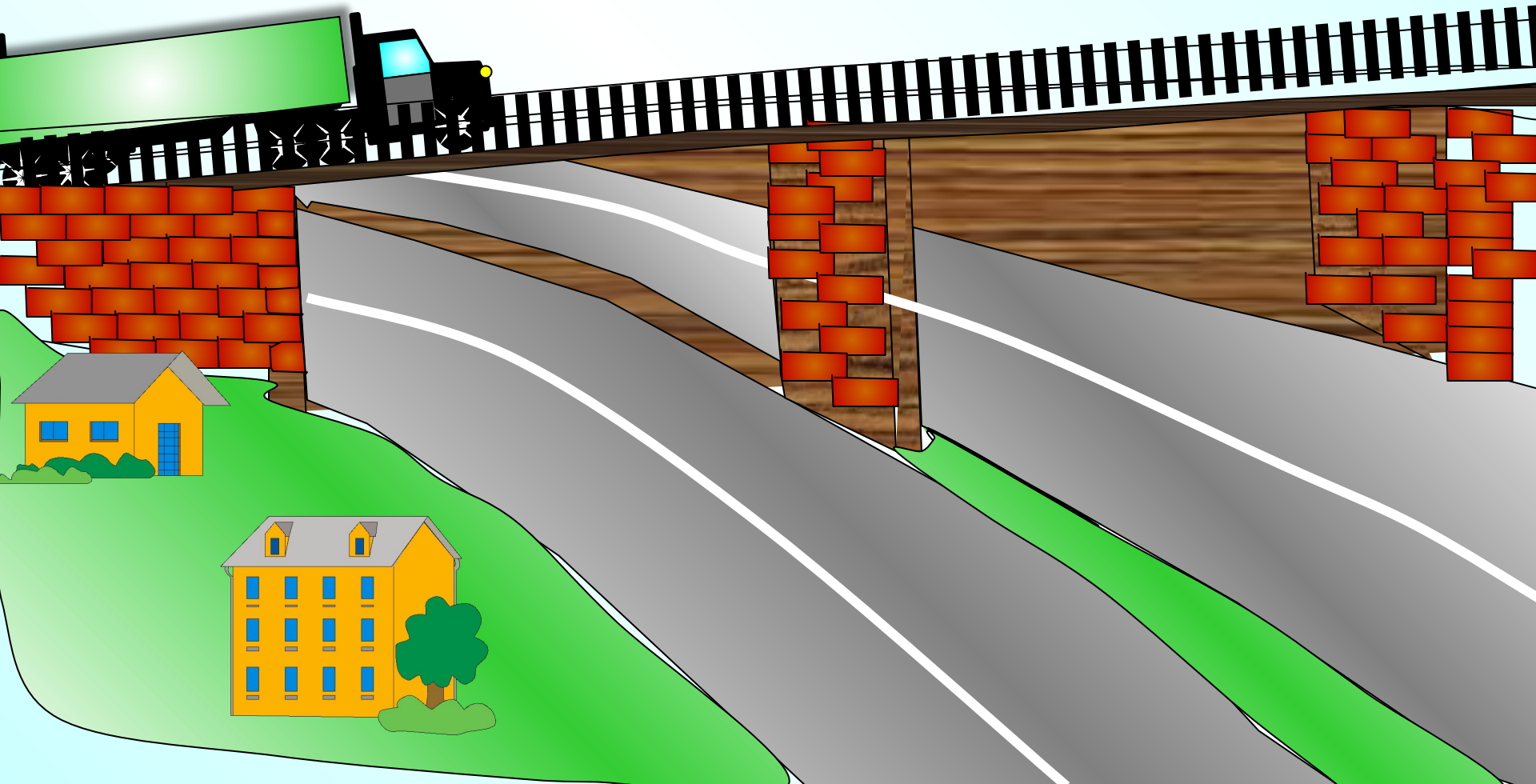
Определение

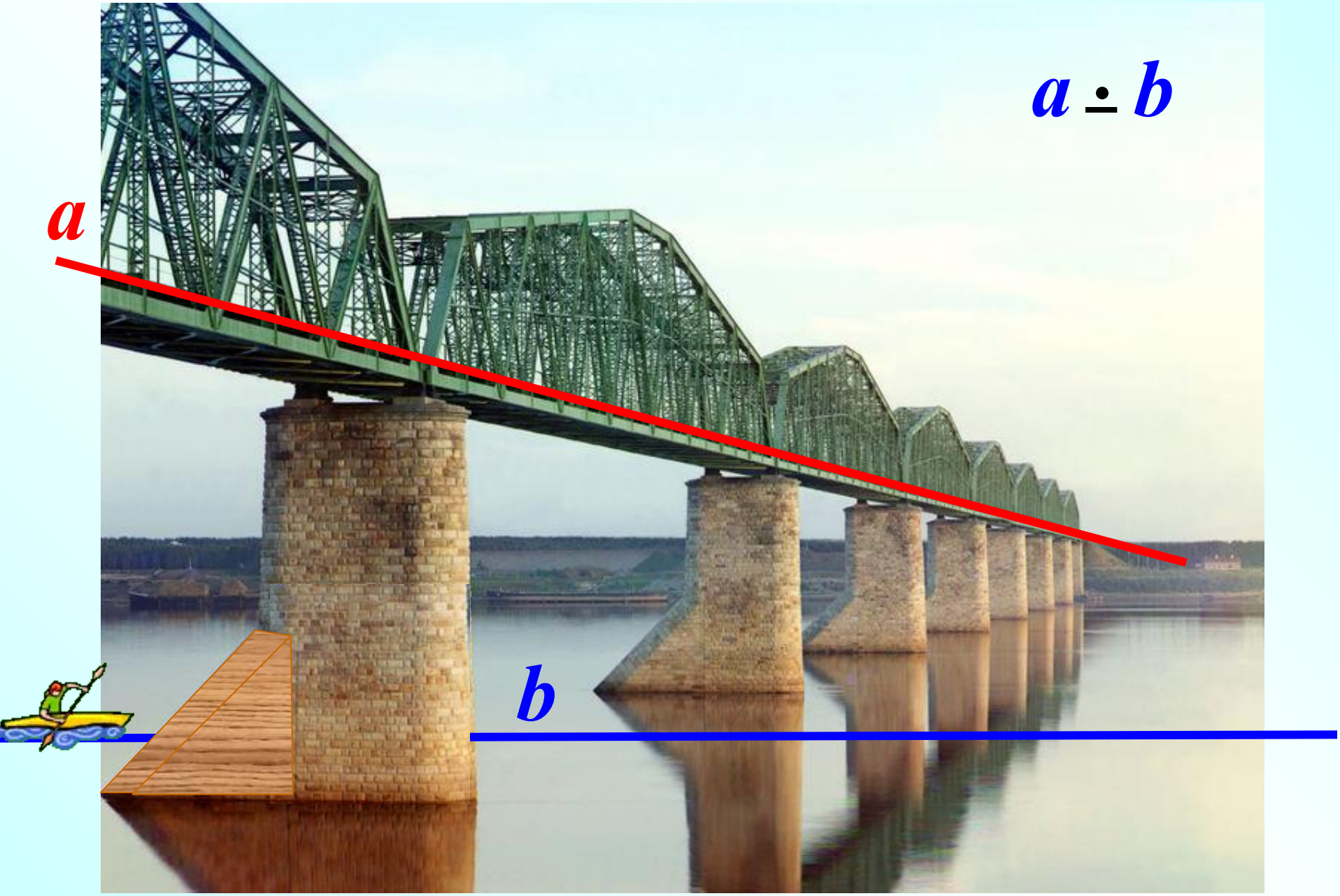
Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.



$a \doteq b$

Наглядное представление о скрещивающихся прямых дают две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая под эстакадой.

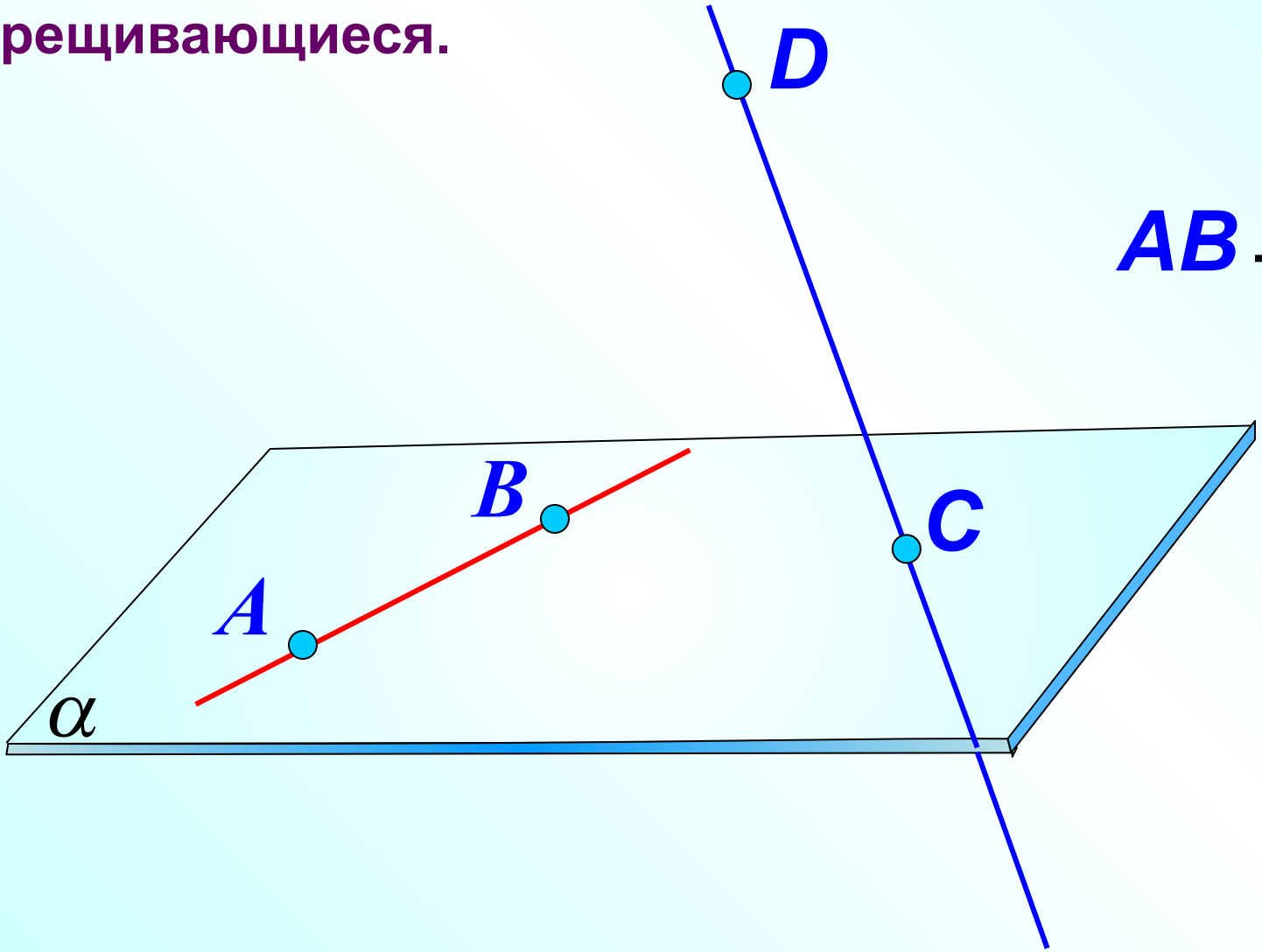



a ∸ b
a
b

Найдите на рисунке параллельные прямые.
Назовите параллельные прямые и плоскости.
Найдите скрещивающиеся прямые.

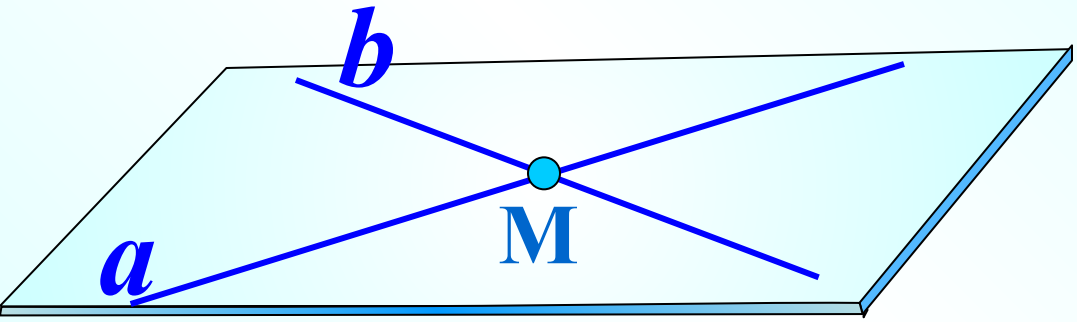
Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.



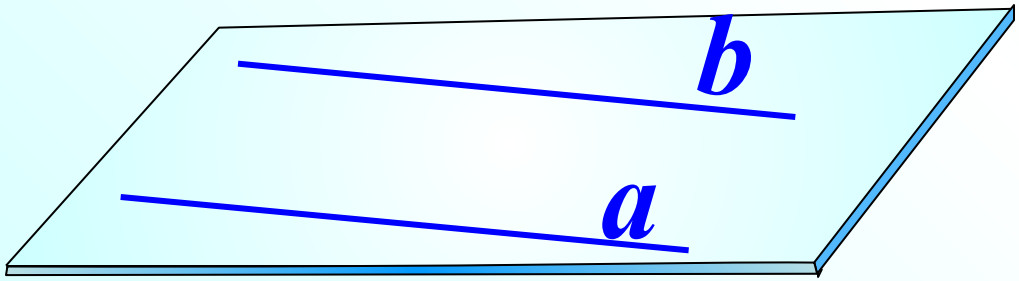
$AB \dot{-} CD$?

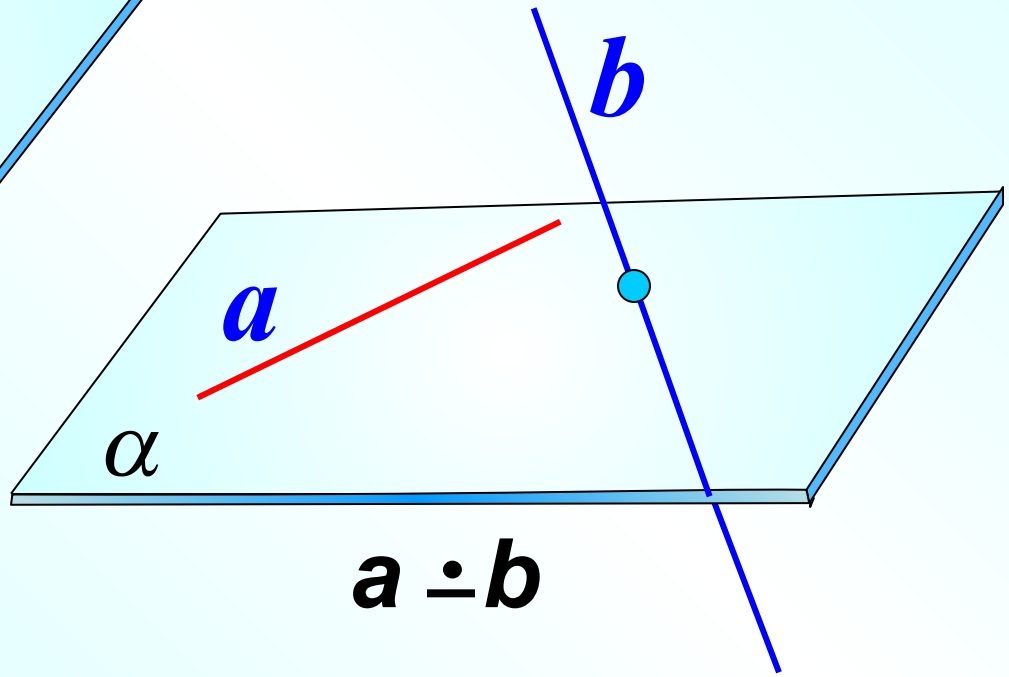
Три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве



$a \cap b$

$a \parallel b$

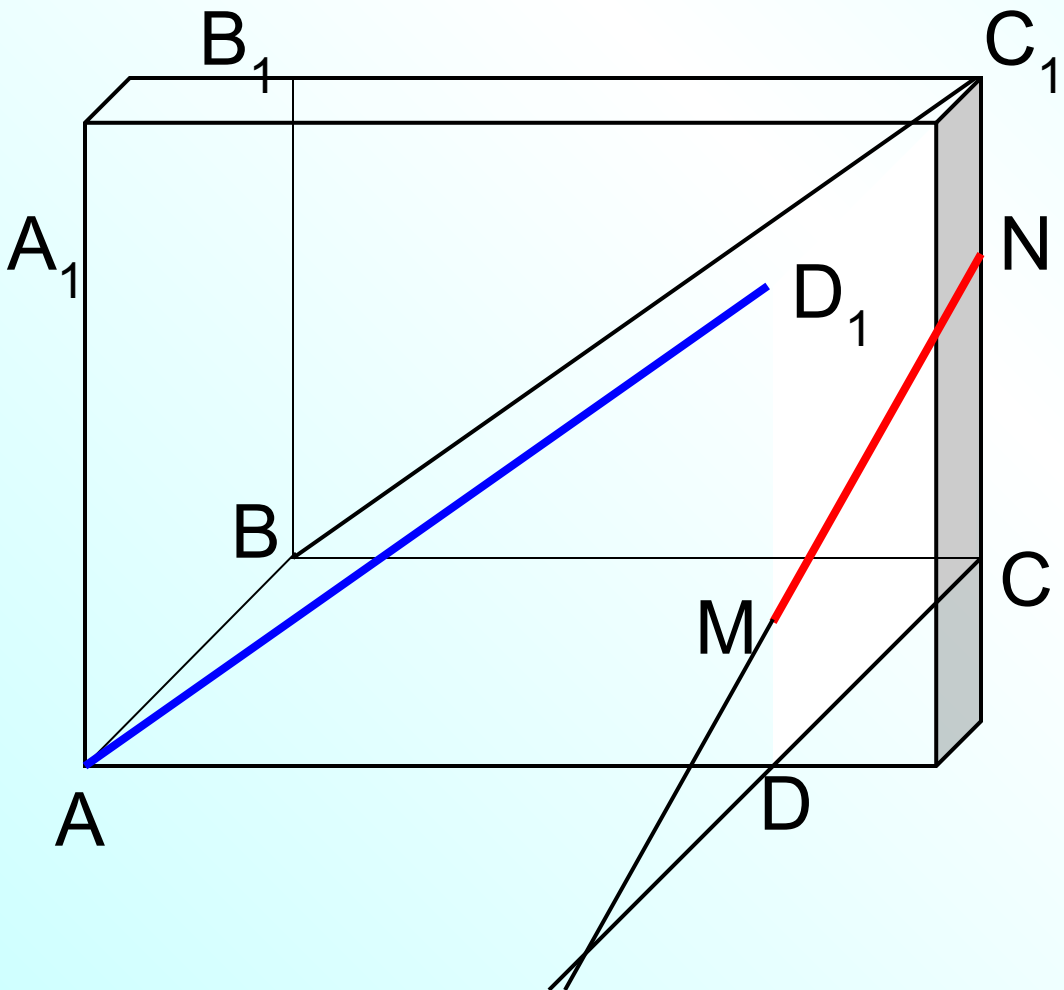




$a \doteq b$

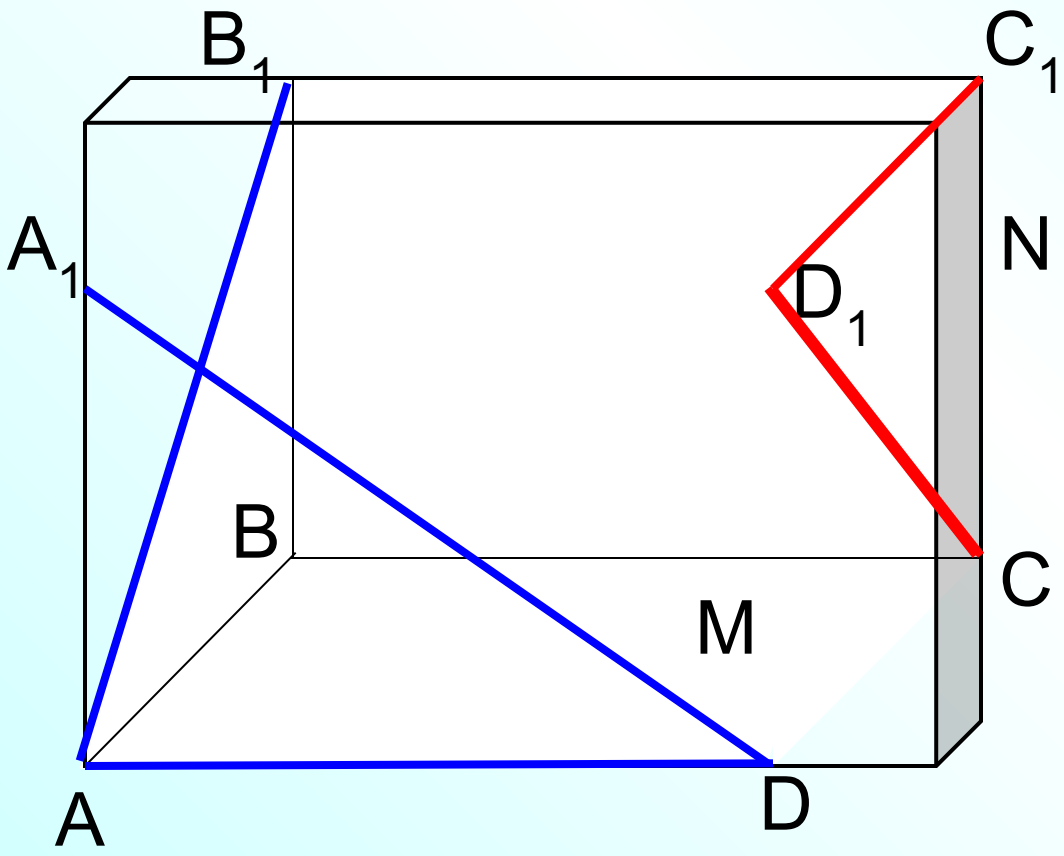
Каково взаимное положение прямых

1) AD_1 и MN; 2) AD_1 и BC_1; 3) MN и DC?



Докажите, что прямые

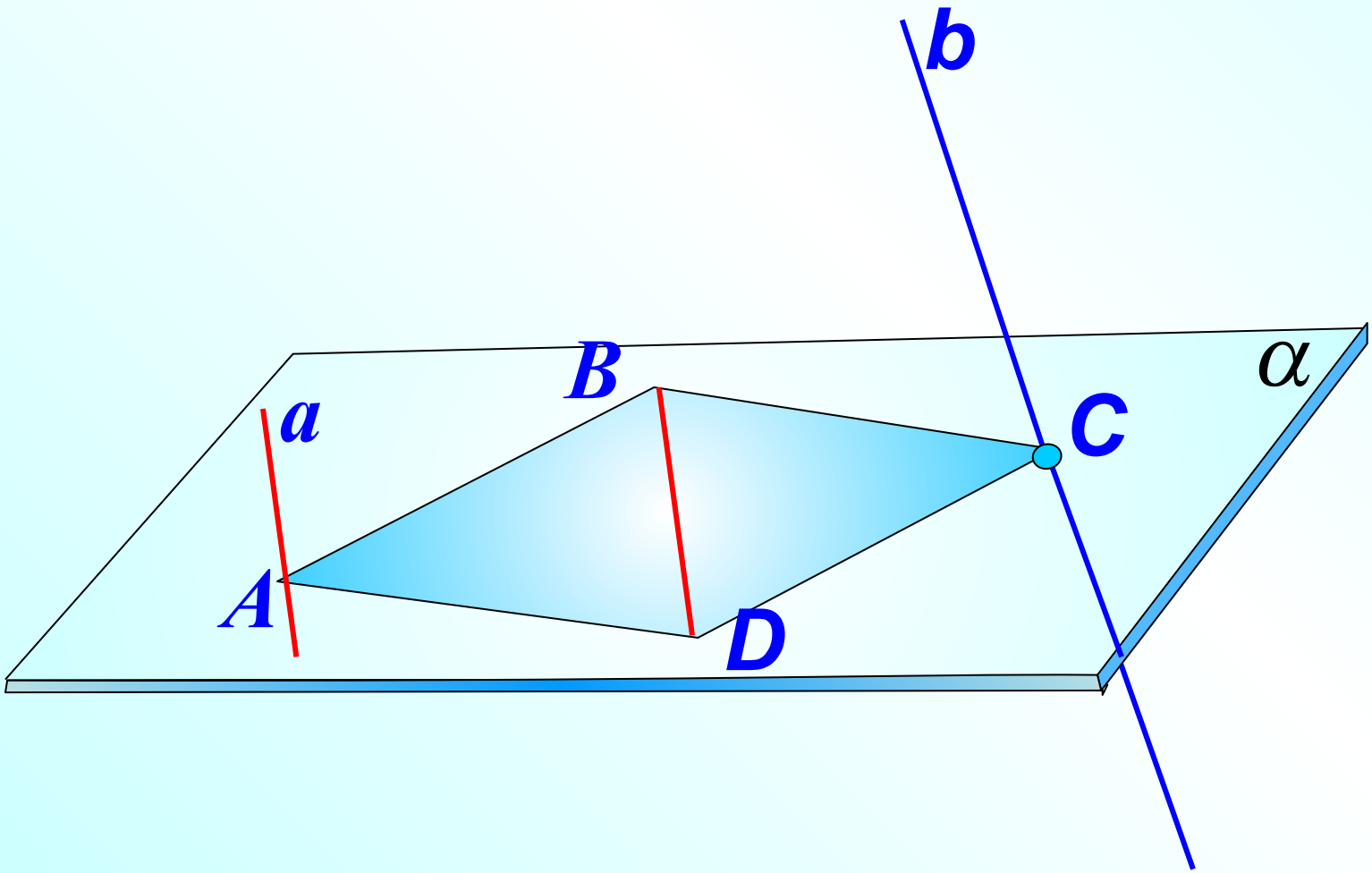
1) AD и C_1D_1; 2) A_1D и D_1C; 3) AB_1 и D_1C скрещивающиеся.



№ 38. Через вершину A ромба ABCD проведена прямая a, параллельная диагонали BD, а через вершину C – прямая b, не лежащая в плоскости ромба.

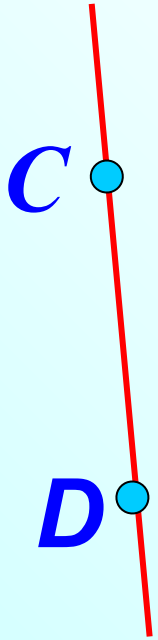
Докажите, что: а) a и CD пересекаются;

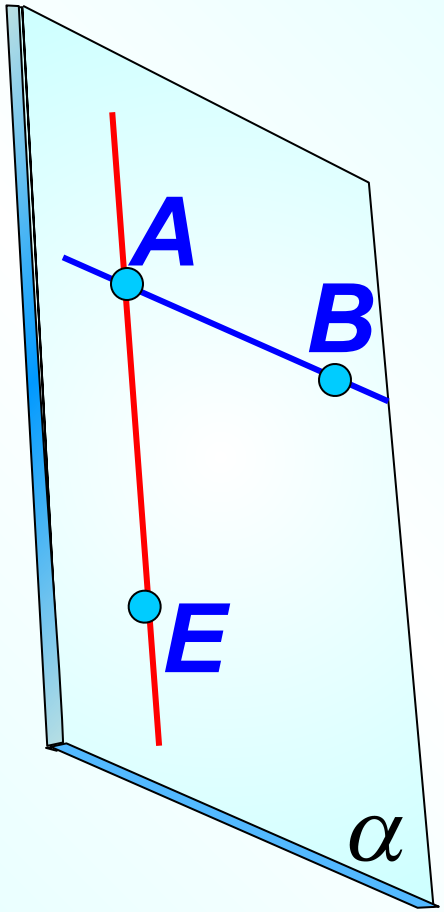
б) a и b скрещивающиеся прямые. $b \doteq a$?



Теорема о скрещивающихся прямых

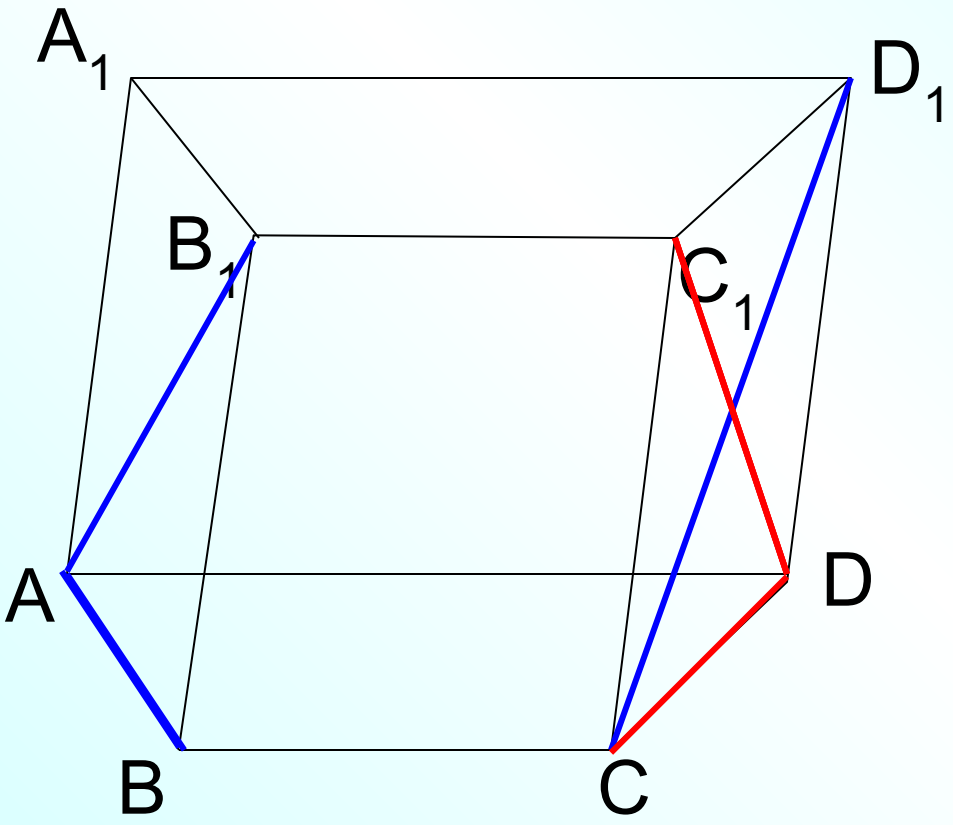
Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



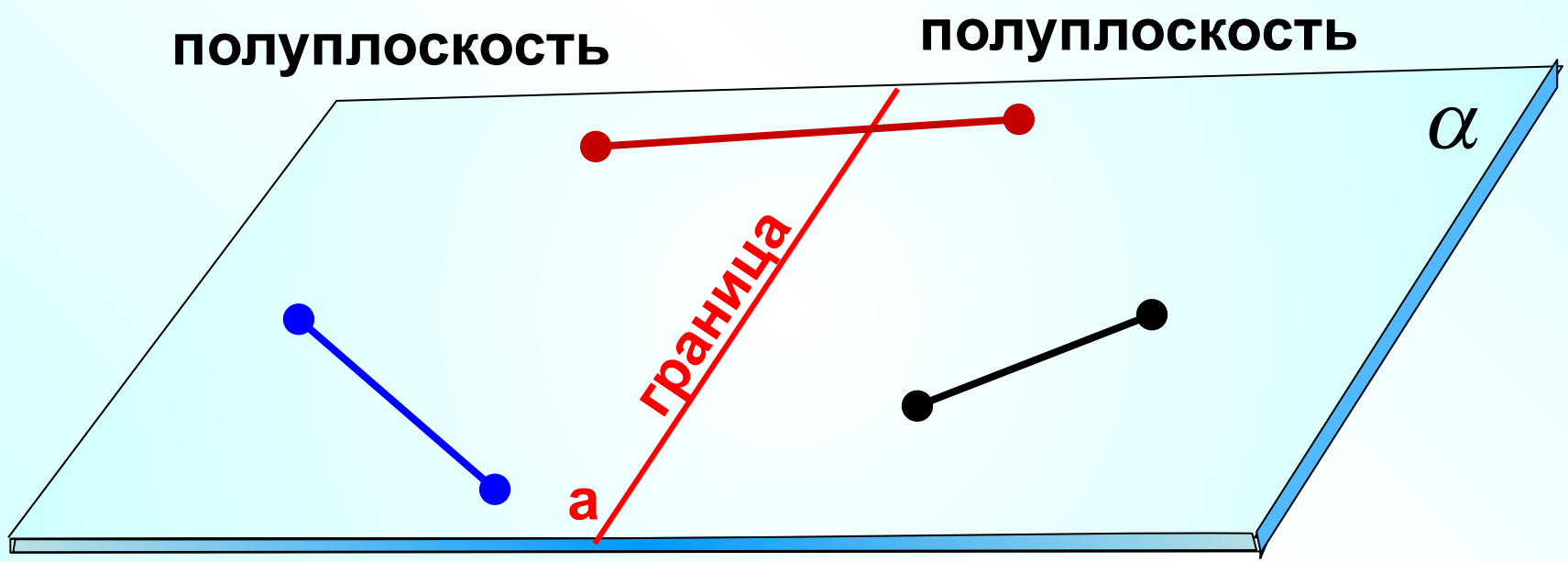


Основание призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – трапеция. Какие из следующих пар прямых являются скрещивающимися?

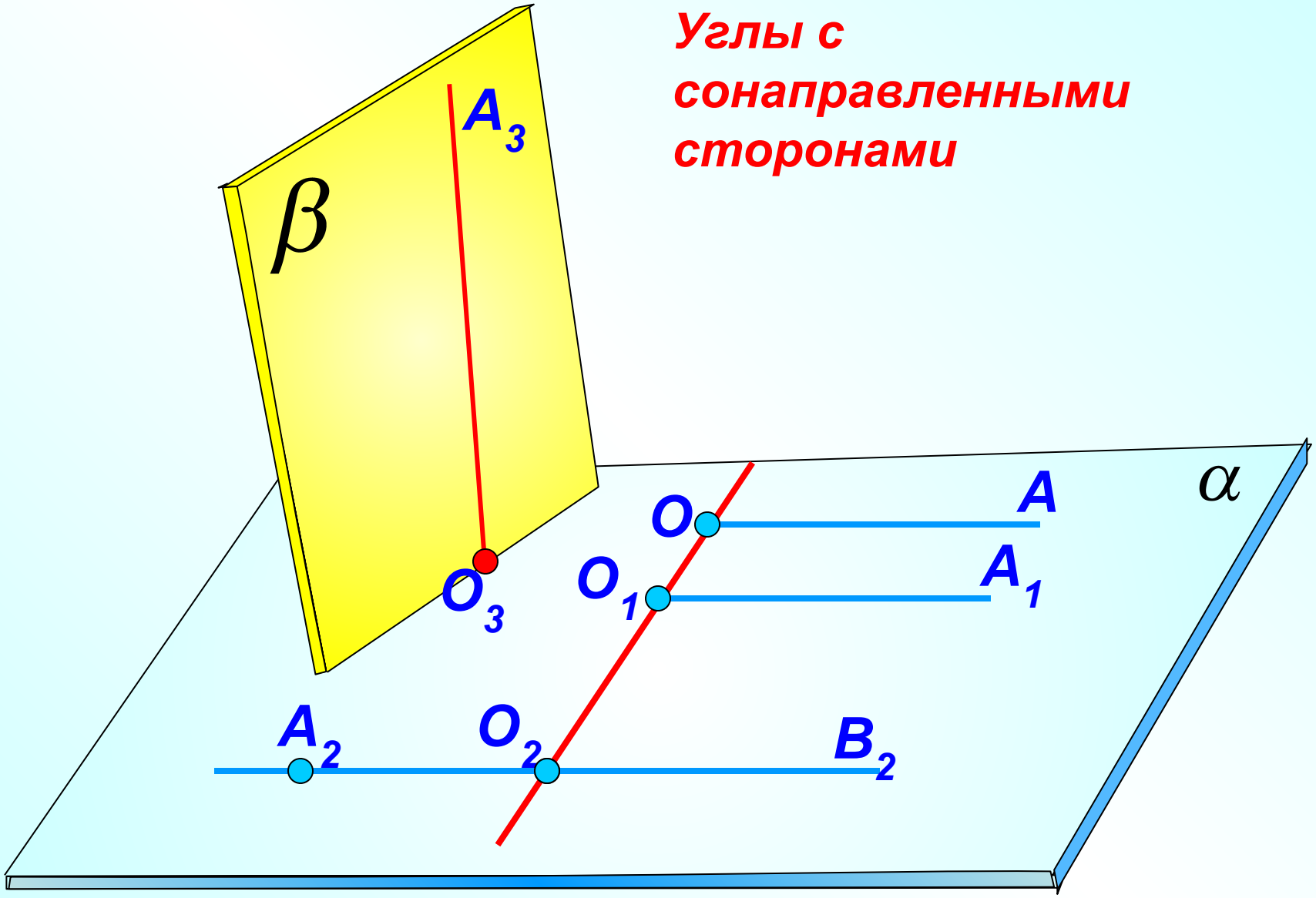
1) D_1C и C_1D; 2) C_1D и AB_1; 3) C_1D и AB; 4) AB и CD.



Любая прямая а, лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая а называется границей каждой из этих полуплоскостей.

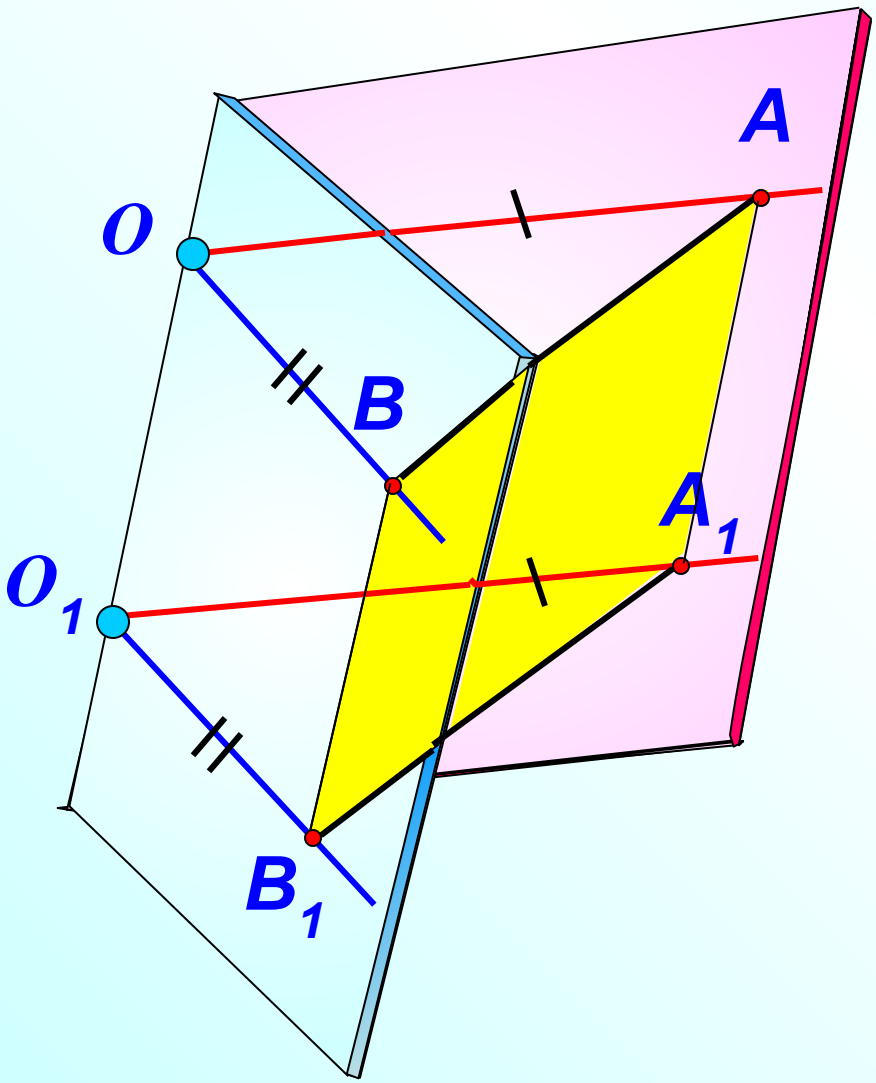


Углы с сонаправленными сторонами

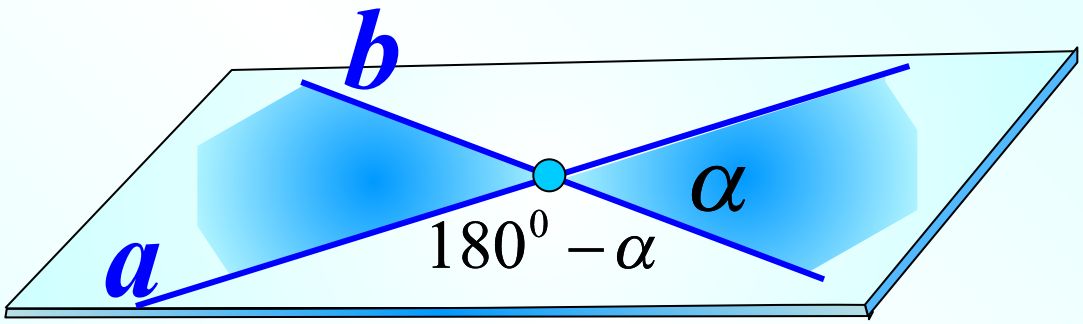


Теорема об углах с сонаправленными сторонами

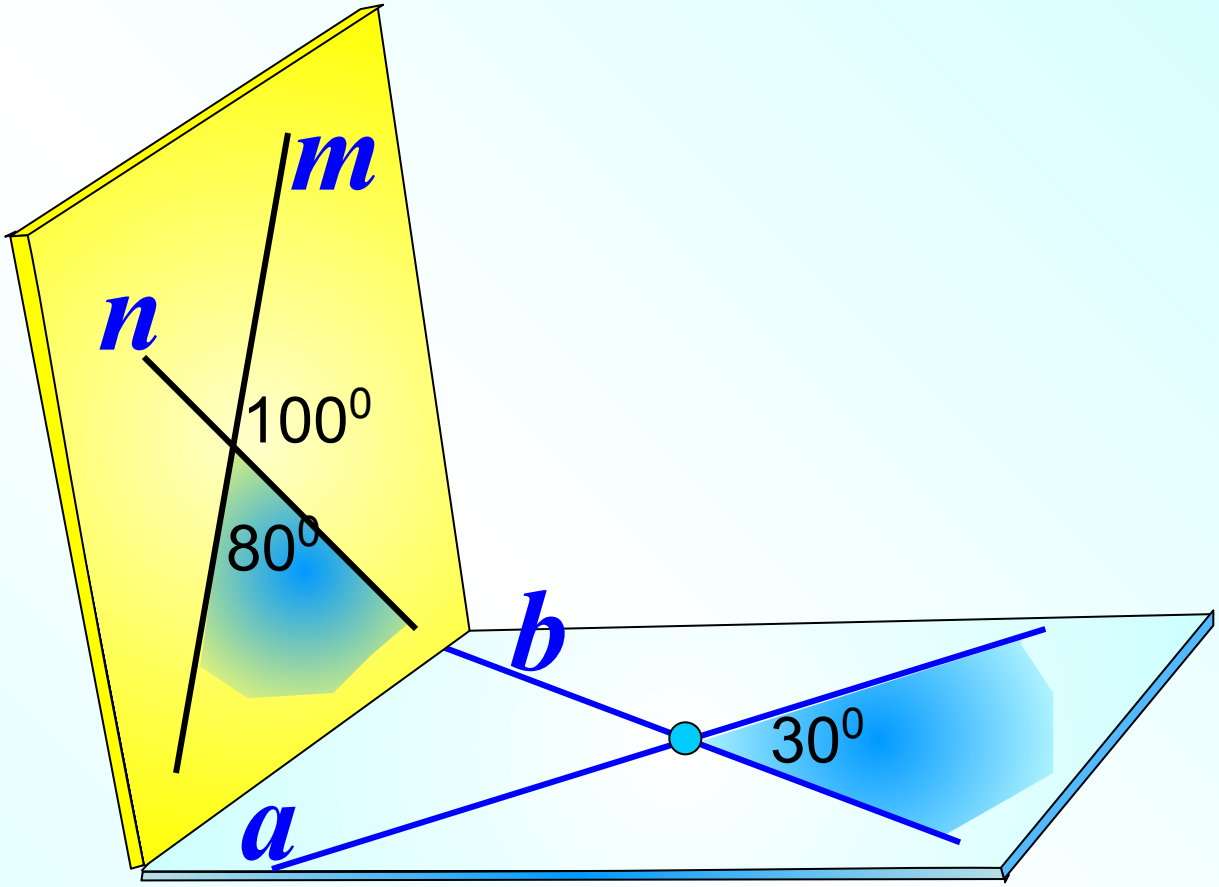
Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Угол между прямыми



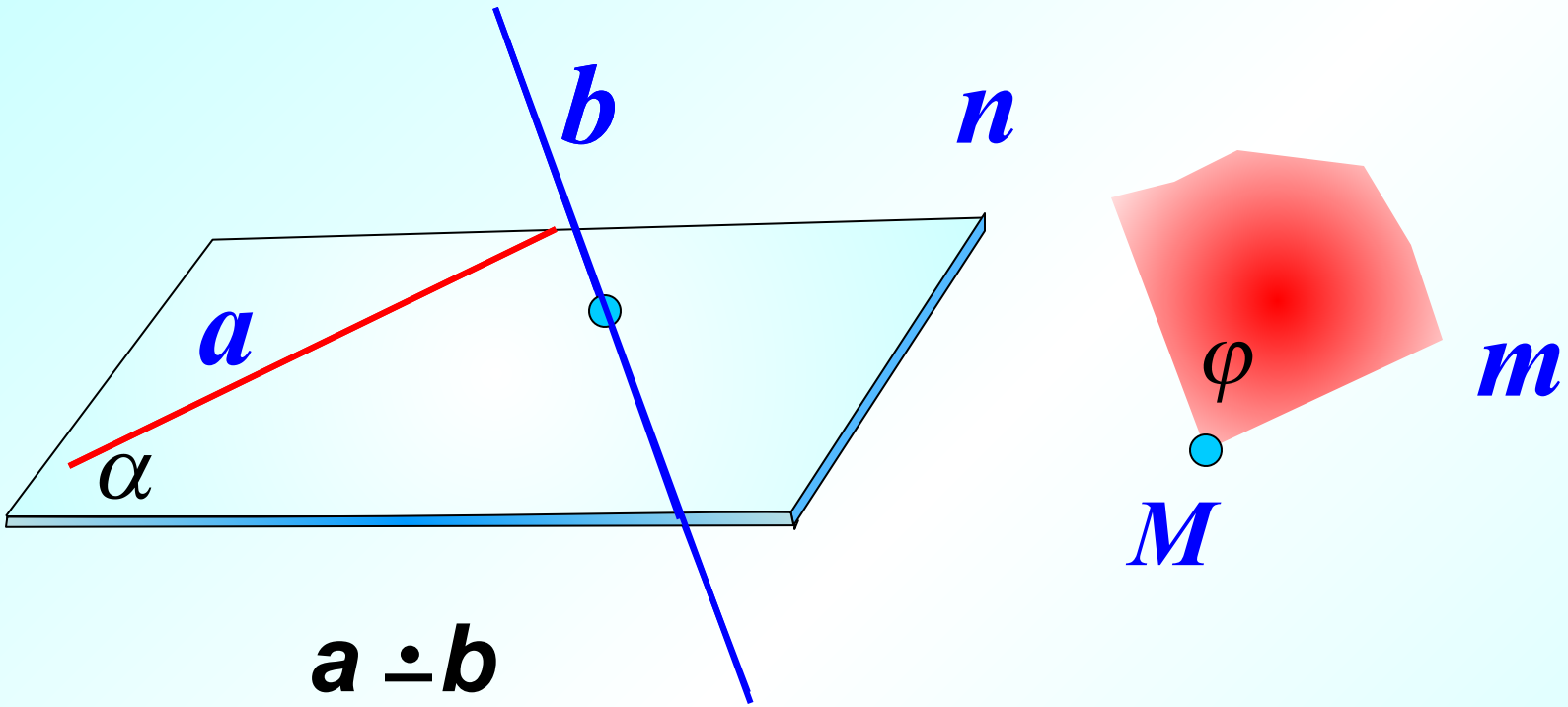
Пусть α - тот из углов, который не превосходит любой из трех остальных углов. Тогда говорят, что угол между пересекающимися прямыми равен α.



Угол между прямыми a и b 30^0.

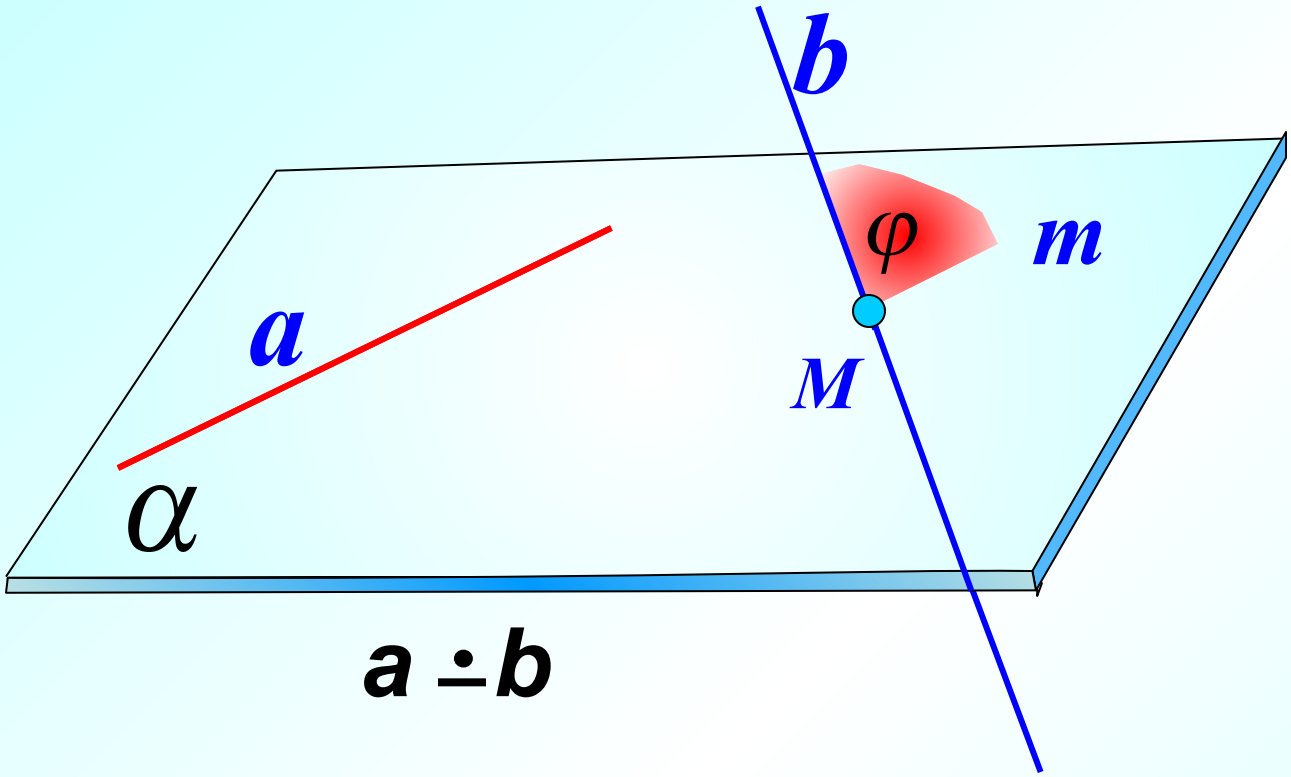
Угол между прямыми m и n 80^0.

Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку M_1 проведем прямые m и n, соответственно параллельные прямым a и b.
Угол между скрещивающимися прямыми a и b равен φ

Угол между скрещивающимися прямыми

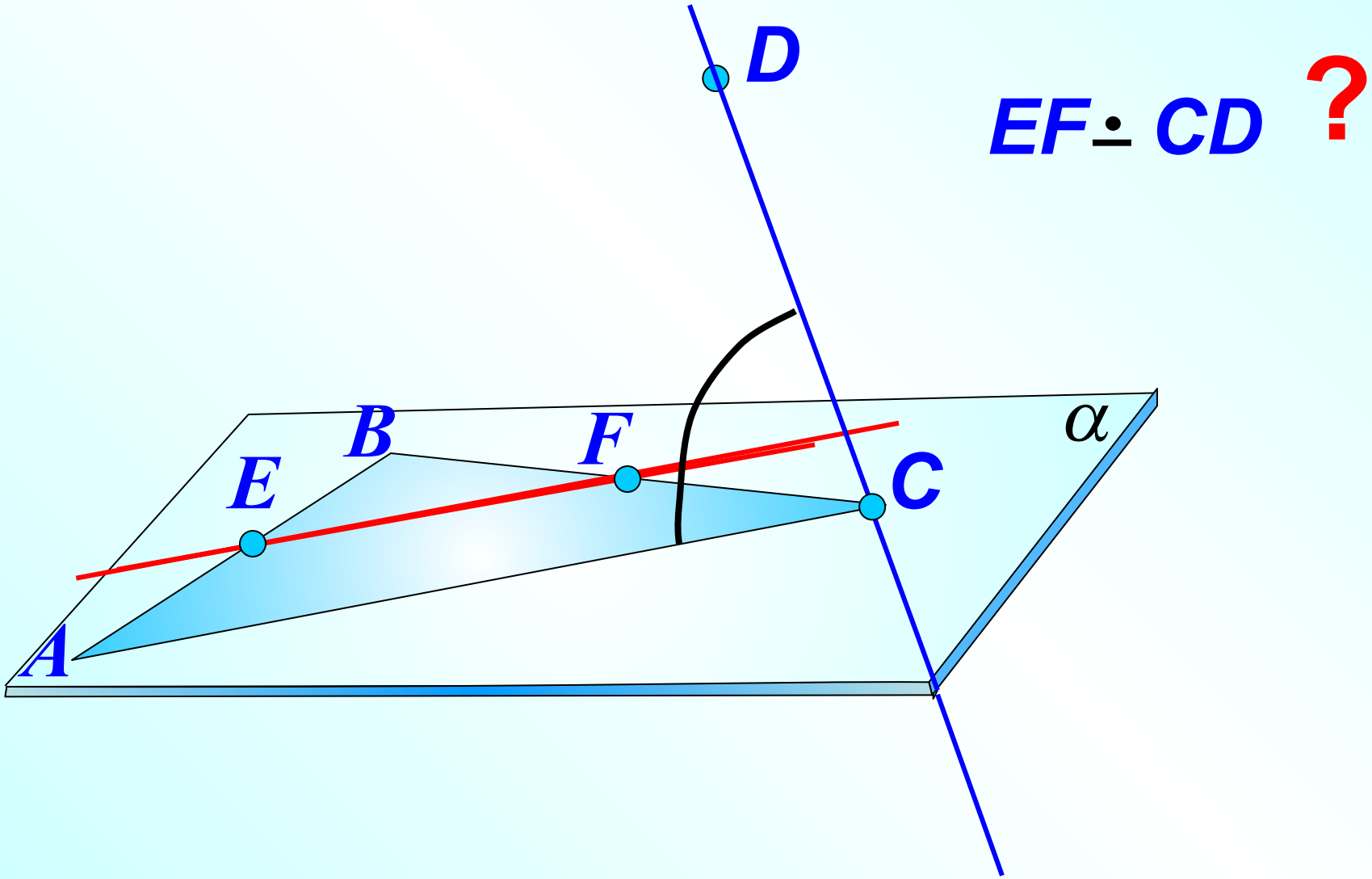


$a \dot{-} b$

Точку М можно выбрать произвольным образом.

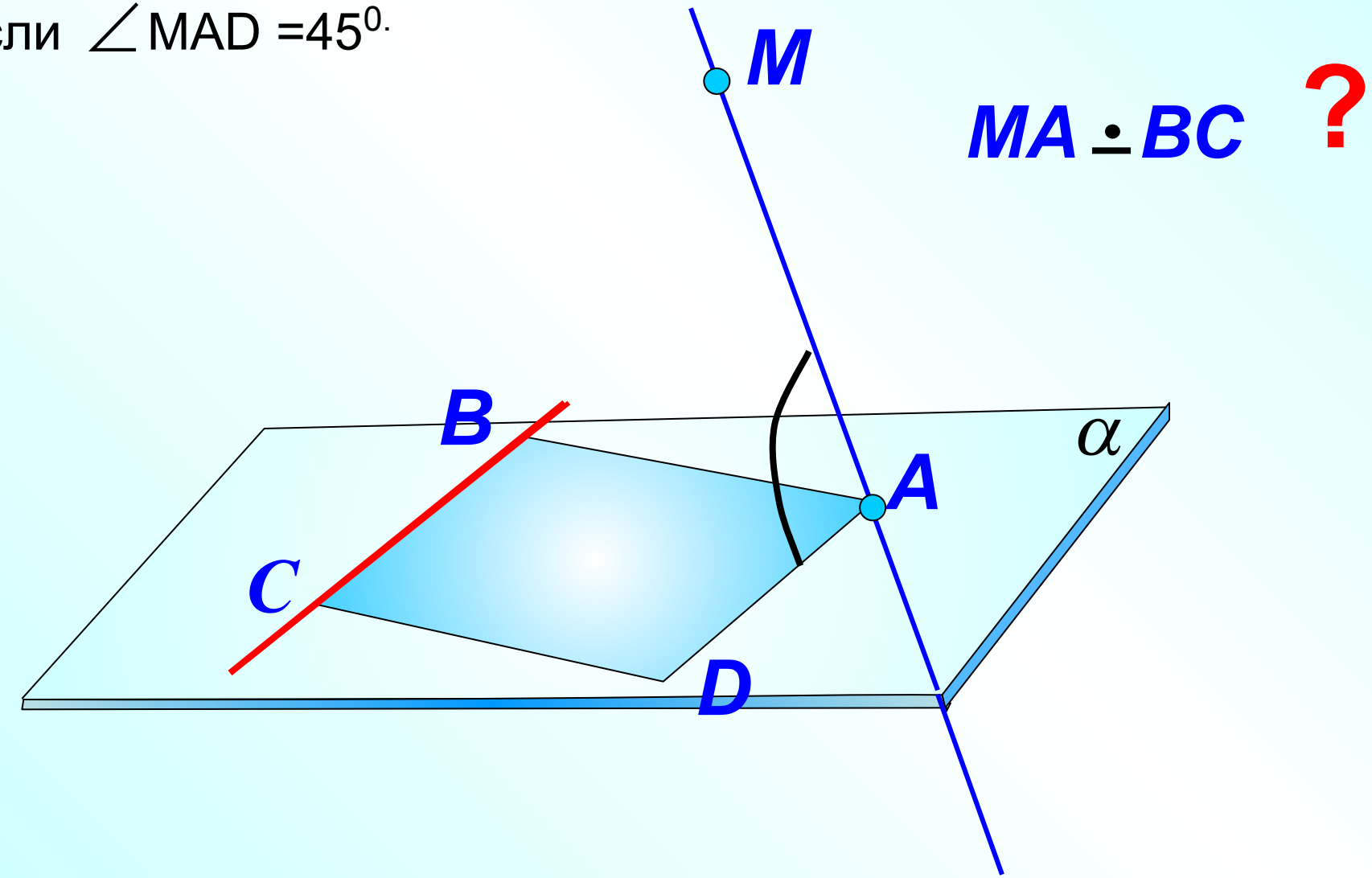
В качестве точки М удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC. E и F – середины отрезков AB и BC. Найдите угол между прямыми CD и EF, если $\angle DCA = 60^0$



Прямая MA проходит через вершину квадрата ABCD и не лежит плоскости квадрата. Докажите, что MA и BC – скрещивающиеся прямые.

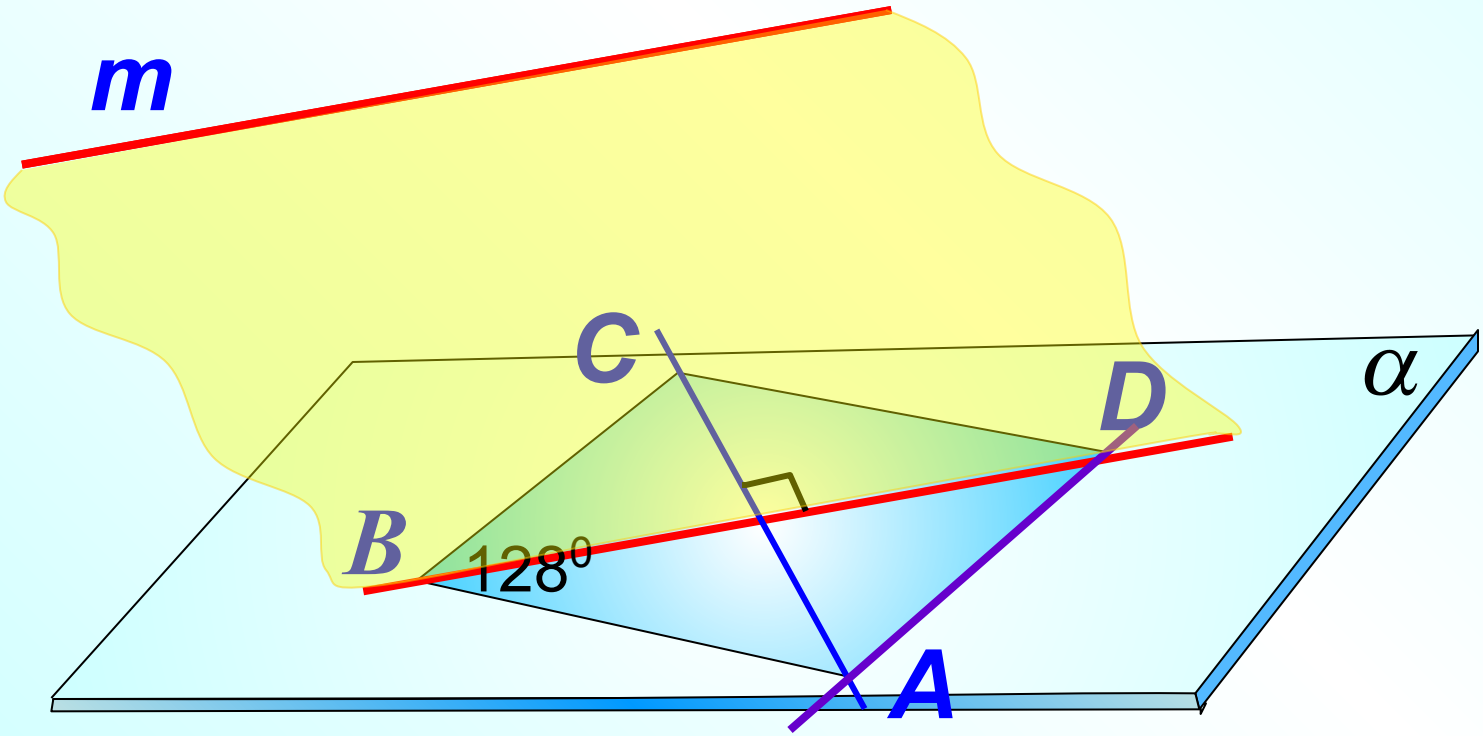
Найдите угол между скрещивающимися прямыми MA и BC, если $\angle MAD = 45^0$.



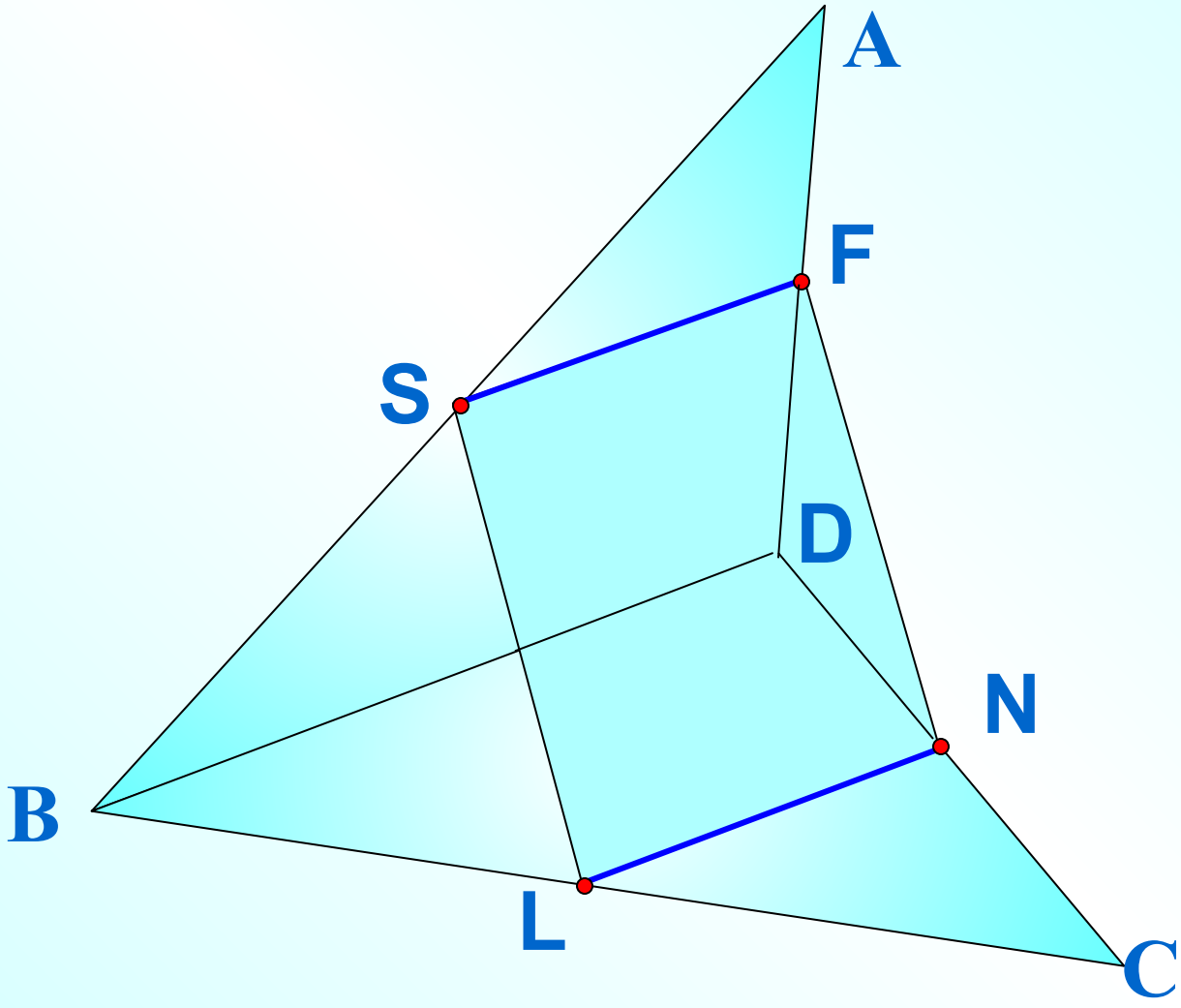
№ 46. Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что

а) m и AC – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними;

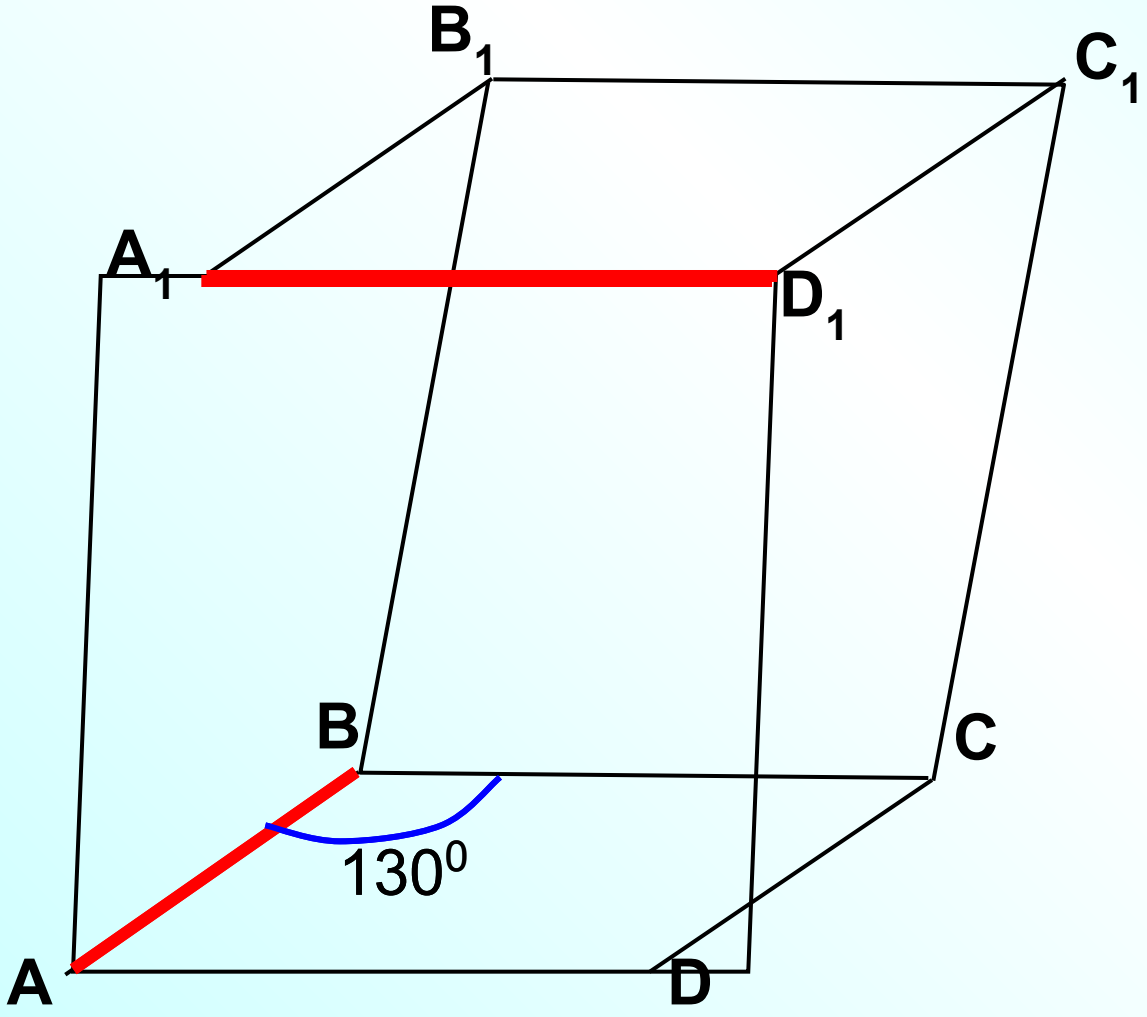
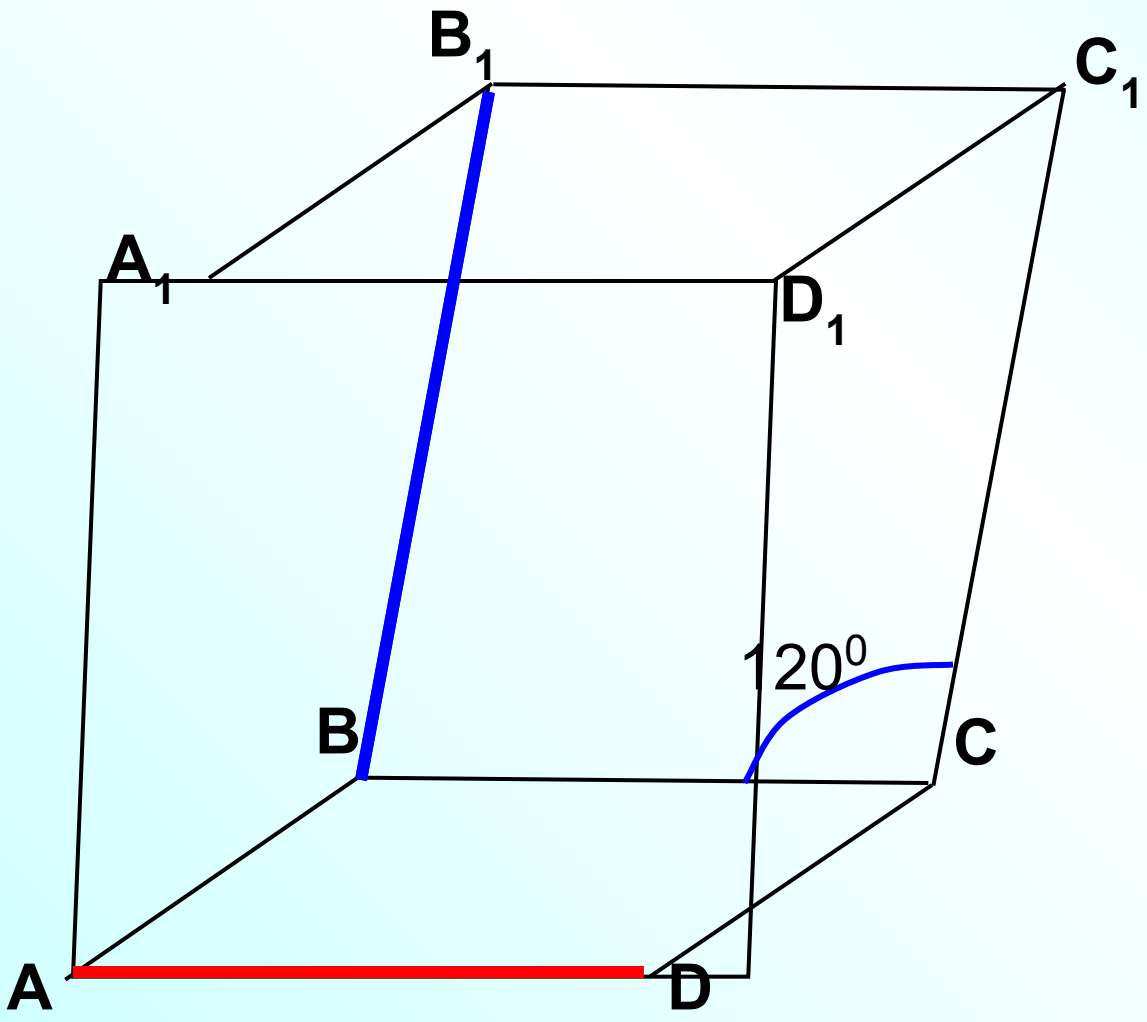
б) m и AD – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если $\angle ABC = \mathbf{128^0}$.



Докажите, что середины сторон пространственного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.



На рисунке ABCD – параллелограмм, $\angle ABC = 130^0$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите угол между прямыми AB и A_1D_1.
Рассмотрите различные способы.



На рисунке ABCD – параллелограмм, $\angle BCC_1 = 120^0$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите угол между прямыми BB_1 и AD.