

Линейное программирование

Симплекс-методом решить задачи линейного программирования:

$$1) F(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2) F(X) = 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 240 \\ 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 200 \\ 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 \leq 160 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$3) F(X) = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4) F(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Теория двойственности

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Теория двойственности

Правила построения двойственной задачи можно описать следующим образом:

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Теория двойственности

Составить двойственную задачу по отношению к исходной задаче линейного программирования :

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Теория двойственности

Построить двойственные задачи к следующим задачам линейного программирования:

1.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$
$$Ax = B \quad (17)$$
$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$
$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

2.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$
$$Ax = B \quad (17)$$
$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$
$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

3.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$
$$Ax = B \quad (17)$$
$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$
$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Теория двойственности

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

~~Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .~~

Основные теоремы о двойственных задачах можно переформулировать следующим образом:

1) Если исходная и двойственная ей задачи имеет допустимые решения, то обе имеют оптимальные решения, причем значения целевых функций для оптимальных решений обеих задач совпадают.

2) Если одна из задач имеет допустимые решения, а другая – нет, то задача, которая имеет допустимые решения, неограниченна.

Третий возможный случай: обе задачи не имеют допустимых значений.

Других вариантов нет.

Теория двойственности

Решать двойственную задачу можно двойственным симплекс-методом. Двойственный симплекс-метод строится по аналогии с прямым симплекс-методом. Различие состоит лишь в том, что свободные члены задачи, решаемой двойственным симплекс-методом, могут быть любыми числами, в то время как в прямом симплекс-методе эти числа должны быть неотрицательными. При этом если все коэффициенты в строке целевой функции неположительны, то базисное решение называется псевдорешением.

Алгоритм двойственного симплекс-метода

- 1) Пусть дана задача линейного программирования в канонической форме, так что базисное решение является псевдорешением. Тогда, если все свободные члены неотрицательны, псевдорешение является оптимальным.
- 2) Если в какой-нибудь строке, кроме отрицательного свободного члена нет других отрицательных коэффициентов, то данная задача линейного программирования не имеет допустимых решений.
- 3) Если базисное решение содержит отрицательные переменные (есть отрицательные свободные члены), то исключению из базиса подлежит одна из этих переменных, а именно та, значение которой максимально по модулю.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Целочисленное программирование

Основной класс задач оптимизации составляют задачи линейного программирования, в которых на значения всех или части переменных наложены требования целочисленности. Если все переменные принимают только целочисленные значения, то модель определяет полностью целочисленную задачу, иначе говорят о частично целочисленной задаче.

Постановка полностью целочисленной задачи линейного программирования

Задача, в которой требуется обратить в максимум (минимум) целевую функцию

$$F(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = \overline{1, s},$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = \overline{s+1, s+t},$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i = \overline{s+t+1, m},$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n}$$

$$x_j - \text{целые}, j = \overline{1, n}$$

Если найти решение данной задачи симплекс-методом, то оно может оказаться как целочисленным, так и нет. Поэтому в общем случае для определения оптимального плана требуются специальные методы.

Целочисленное программирование

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq c \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Целочисленное программирование

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Целочисленное программирование

определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Алгоритм метода Гомори

1. Используя симплекс-метод, находим оптимальное решение задачи линейного программирования без учета требования целочисленности.
2. Если все свободные члены в завершающей симплекс-таблице целые числа, то оптимальное решение является целочисленным, то есть отвечает условиям исходной задачи.
3. Если же есть нецелые свободные члены, то выбираем среди них член с наименьшим номером и рассматриваем соответствующую ему строку симплекс-таблицы. Допустим, эта строка с номером l . По выбранной строке записываем правильное отсечение вида 22.

Целочисленное программирование

определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^*

Пример решения целочисленной задачи линейного программирования, используя алгоритм Гомори:

$$\begin{aligned} F_{\min} &= -x_1 - x_2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 &= 9, \\ x_j &\geq 0, \text{ целые, } 4, x_j - \end{aligned}$$

Решение:

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

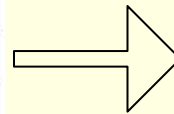
Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

	x_B		1	1	0	0	
		Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	min
0	x_3	6	1	2	1	0	6
0	x_4	9	3	2	0	1	3
Δ			1	1	0	0	
ϵ		3	1	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	

$$X_1 = (3; 0; 3; 0), F(X_1) = 3$$



	x_B		1	1	0	0	
		Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	min
0	x_3	3	0	$\frac{4}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{9}{4} = 2,25$
1	x_1	3	1	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{2} = 4,5$
Δ			0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	
ϵ		$\frac{9}{4}$	0	1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	

$$X_2 = (\frac{3}{2}; \frac{9}{4}; 0; 0), F(X_2) = \frac{15}{4} = 3,75$$

	x_B		1	1	0	0
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
1	x_2	$\frac{9}{4}$	0	1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$
1	x_1	$\frac{3}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Δ			0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

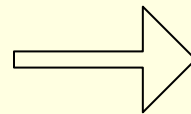
называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

	x_B		1	1	0	0	0
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
1	x_2	$\frac{9}{4}$	0	1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
1	x_1	$\frac{3}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
0	x_5	$-\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
Δ			0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0
ϵ		1	0	0	1	1	-2



	x_B		1	1	0	0	0
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
1	x_2	$\frac{3}{2}$	0	1	0	-1	$\frac{3}{2}$
1	x_1	2	1	0	0	1	-1
0	x_3	1	0	0	1	1	-2
Δ			0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$

$$X_3 = (2; \frac{3}{2}; 1; 0), \quad F(X_3) = \frac{7}{2} = 3,5$$

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

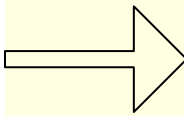
$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Q^*

	X_B		1	1	0	0	0	0
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
1	x_2	$\frac{3}{2}$	0	1	0	-1	$\frac{3}{2}$	0
1	x_1	2	1	0	0	1	-1	0
0	x_3	1	0	0	1	1	-2	0
0	x_6	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1
Δ			0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0
ϵ		1	0	0	0	0	1	-2



	X_B		1	1	0	0	0	0
		Y0	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
1	x_2	0	0	1	0	-1	0	3
1	x_1	3	1	0	0	1	0	-2
0	x_3	3	0	0	1	1	0	-4
0	x_5	1	0	0	0	0	1	-2
Δ			0	0	0	0	0	-1

$X_4 = (3; 0; 3; 0)$, $F(X_4) = 3$

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18). Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Найдите графическим методом и методом Гомори оптимальное целочисленное решение задачи линейного программирования, если она задана следующей математической моделью

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Решить целочисленные задачи линейного программирования методом Гомори

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица. Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Найти целочисленное решение задачи линейного программирования. Составить двойственную задачу и решить её без условия целочисленности. По теоремам двойственности проверить связь нецелочисленных решений прямой и двойственной задачи.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Транспортные задачи

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Транспортные задачи

определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0$$

Поставщики	Исходные данные				Запасы (объемы отправления)
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
...
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребность	b_1	b_2	...	b_n	

ТАБЛИЦА

ТРАНСПОРТНОЙ
ЗАДАЧИ

$$w(u) = u^T b$$

$$A^T u \geq c$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Транспортная задача

Пример решения
транспортной задачи:

Пункты	B1	B2	B 3	Запасы
A1	4	5	1	40
A2	9	5	2	70
Потребности	10	30	70	110

Решение:

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Пункты	B1	B2	B 3	Запасы	
A1	4	5	1	40	40
A2	9	10	5	30	70
Потребности	10	30	70		110

Транспортная задача

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Транспортная задача

Пункты	B1	B2	B 3	Запасы
A1	4 10	5	1 30	40
A2	9	5 30	2 40	70
Потребности	10	30	70	110

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить определенным образом связанную с ней другую задачу, которая называется двойственной по отношению к первой.

Рассмотрим исходную каноническую задачу линейного программирования

$$z(x) = C^T x \rightarrow \max, \quad (16)$$

$$Ax = B \quad (17)$$

$$x \geq 0 \quad (18)$$

Задача вида

$$w(u) = u^T b \rightarrow \min \quad (19)$$

$$A^T u \geq C \quad (20)$$

называется двойственной к задаче (16)-(18).

Требуется найти минимум w , которая является целевой функцией; вектор u имеет размерность m ; A^T - транспонированная матрица.

Эта задача неканоническая.

Обозначим множество допустимых планов двойственной задачи через Ω^* .

Транспортная задача

Три оптовых склада (A1 A2 A3) поставляют в три магазина розничной сети (B1 B2 B3) некоторый товар. Запасы данного товара на складах (шт.), потребности в нем магазинов (шт.) и тарифы на перевозку (в расчете на 1 шт.) приведены в транспортной таблице ниже. Найти оптимальный план перевозок, обеспечивающий удовлетворение потребностей магазинов в товаре с минимальными издержками на его транспортировку, а также общие затраты грузоперевозок.

Магазины / Склады	B1	B2	B3	Запасы
A1	6	2	3	20
A2	3	1	4	30
A3	5	7	2	50
Потребности	25	35	40	

Магазины / Склады	B1	B2	B3	Запасы
A1	8	4	1	20
A2	2	3	6	40
A3	5	7	2	20
Потребности	30	15	20	

Вопросы для проверки знаний

- Задачи линейного программирования (ЗЛП). Каноническая форма ЗЛП. План. Допустимый план. Теорема о множестве допустимых планов.
- Область допустимых решений. Ограниченная и неограниченная область допустимых решений. Геометрическая интерпретация ЗЛП для двумерного случая.
- Симплекс-метод Данцига. Базисный план. Леммы 1, 2. Теоремы Данцига. Нахождение исходного базисного плана. Переход от одного базисного решения к другому.
- Двойственность в линейном программировании. Типы двойственных задач.
- Задачи линейного целочисленного программирования. Постановка задачи целочисленного программирования. Алгоритм метода Гомори для решения задач целочисленного программирования.
- Транспортные задачи. Постановка задачи и стратегия решения. Методы нахождения начального плана перевозок. Метод северо-западного угла. Метод минимальной стоимости. Решение транспортной задачи методом потенциалов.

Примеры тестовых заданий для проверки знаний

1) Задачу линейного программирования можно сформулировать так:

- А. найти максимум или минимум линейной формы при отсутствии ограничений на переменные;
- В. найти нули функции при заданных интервалах их положения;
- С. найти максимум или минимум линейной формы при заданных ограничениях в виде равенств или неравенств;
- Д. найти максимум или минимум нелинейной формы при заданных ограничениях в виде равенств или неравенств.

2) Симплекс-метод в задаче линейного программирования реализуется в виде:

- А. системы линейных дифференциальных уравнений;
- В. системы рекуррентных соотношений;
- С. симплекс таблиц;
- Д. системы нелинейных дифференциальных уравнений.

3) Один из алгоритмов нахождения решения задачи целочисленного программирования группы методов отсекающих плоскостей называется:

- А. алгоритм двойственного симплекс-метода;
- В. алгоритм метода ветвей и границ;
- С. алгоритм метода Гомори;
- Д. алгоритм симплекс-метода.

Примеры тестовых заданий для проверки знаний

4) Метод северо-западного угла это

- А. один из методов проверки опорного плана транспортной задачи на оптимальность;
- В. один из комбинированных методов дискретного программирования, при котором гиперплоскость, определяемая целевой функцией задачи, вдавливается внутрь многогранника планов соответствующей задачи линейного программирования до встречи с ближайшей целочисленной точкой этого многогранника;
- С. один из методов отсечения, с помощью которого решаются задачи целочисленного программирования;
- Д. один из группы методов определения первоначального опорного плана транспортной задачи.

5) Оптимальный план задачи линейного программирования это

- А. решение задачи линейного программирования, т. е. такой план, который не входит в допустимую область и доставляет экстремум целевой функции;
- В. решение задачи линейного программирования, т. е. такой план, который входит в допустимую область и доставляет ненулевое значение целевой функции;
- С. решение задачи линейного программирования, т. е. такой план, который входит в допустимую область и доставляет нулевое значение целевой функции;
- Д. решение задачи линейного программирования, т. е. такой план, который входит в допустимую область и доставляет экстремум целевой функции.

6) Несбалансированная транспортная задача это

- А. открытая транспортная задача; В. закрытая транспортная задача;
С. произвольная транспортная задача; Д. правильного ответа нет.

7) Если исходная задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то задача двойственная к ней

- А. имеет оптимальное решение; В. может не иметь решения;
С. может не иметь смысла; Д. не имеет решение.

8) Универсальный метод решения задач линейного программирования – это

- А. симплексный метод; В. метод динамического программирования;
С. уравнение Леонтьева; Д. метод множителей Лагранжа.

9) Ограничения в задаче линейного программирования в каноническом виде имеют следующий вид:

А.	$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$	В.	$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$	С.	$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$

	$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$		$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$		$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$

10) Вектор X является планом задачи линейного программирования, если он

- А. удовлетворяет ограничениям задачи и условию неотрицательности;
В. содержит m неотрицательных основных переменных и (n-m) свободных компонент;
С. удовлетворяет ограничениям задачи линейного программирования