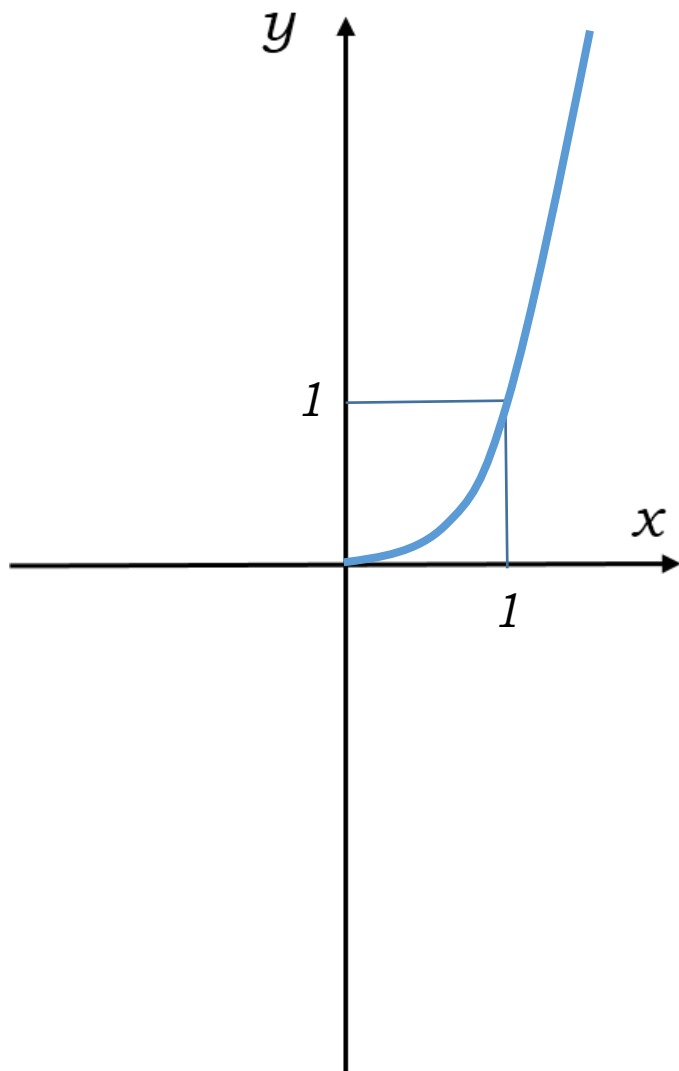


Степенные функции их свойства и графики

Урок 31

Функция вида $y = x^r$ (где r - любое действительное число (в том числе и иррациональное)) называют *степенными функциями*.

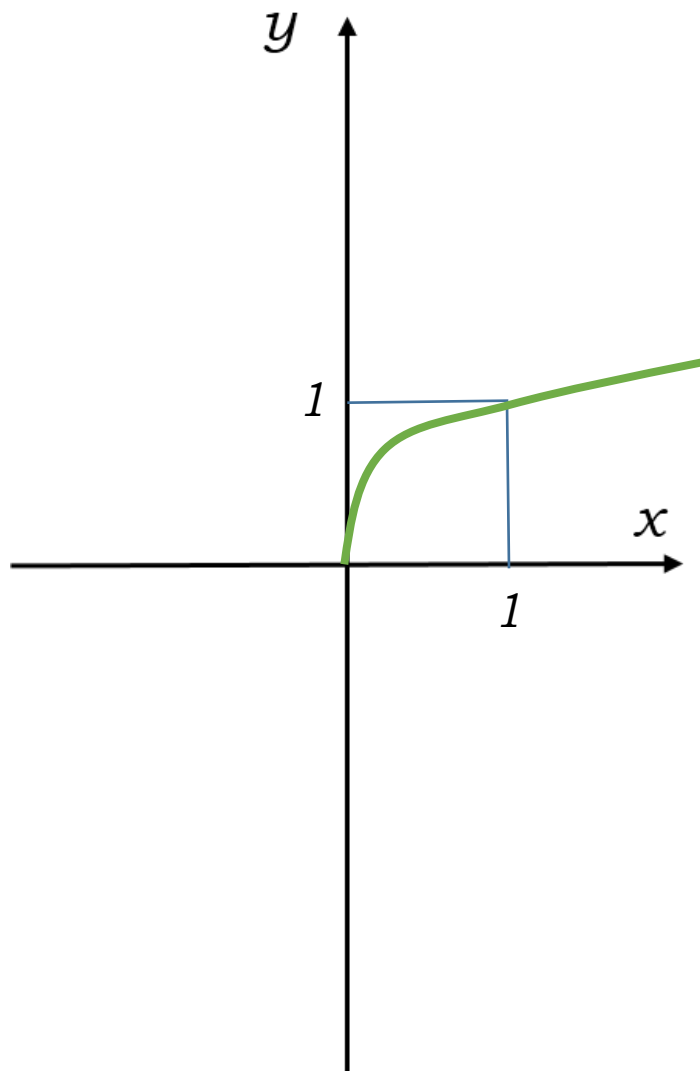
Если r - натуральное число ($r = n$), то получаем функцию $y = x^n$.



$$y = x^{\frac{m}{n}} \quad \frac{m}{n} > 1$$

Свойства функции:

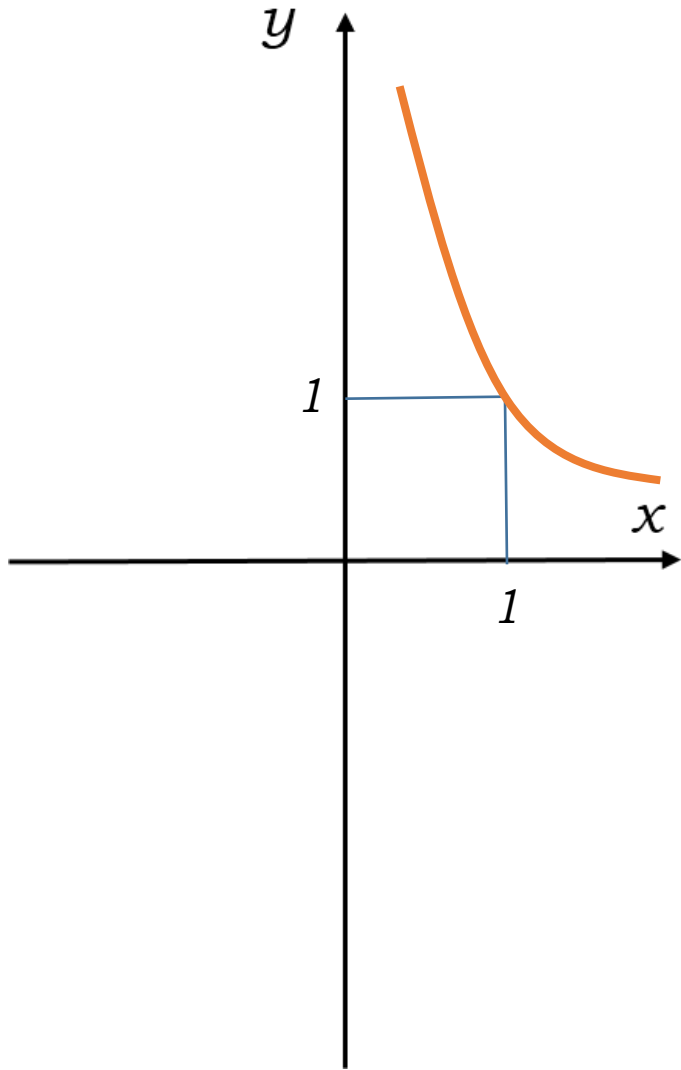
1. Область определения $D(f) = [0; +\infty)$.
2. Определённой чётности не имеет.
3. Возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху.
5. Наименьшее значение $y_{\text{наим}} = 0$, наибольшего значения не имеет.
6. Непрерывна.
7. Область значений $E(f) = [0; +\infty)$.
8. Выпукла вниз.



$$y = x^{\frac{m}{n}} \quad 0 < \frac{m}{n} < 1$$

Свойства функции:

1. Область определения $D(f) = [0; +\infty)$.
2. Определённой чётности не имеет.
3. Возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху.
5. Наименьшее значение $y_{\text{наим}} = 0$, наибольшего значения не имеет.
6. Непрерывна.
7. Область значений $E(f) = [0; +\infty)$.
8. Выпукла вверх.



$$y = x^{\frac{m}{n}} \quad \frac{m}{n} < 0$$

Свойства функции:

1. Область определения $D(f) = (0; +\infty)$.
2. Определённой чётности не имеет.
3. Возрастает на промежутке $(0; +\infty)$.
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху.
5. Наименьшего и наибольшего значений не имеет.
6. Непрерывна.
7. Область значений $E(f) = (0; +\infty)$.
8. Выпукла вверх.

Теорема.

Если $x > 0$ и r – любое рациональное число, то производная степенной функции $y = x^r$ вычисляется по формуле

$$y' = rx^{r-1}$$

Пример 1. Найдём производную функции:

$$а) y = 3x^{\frac{2}{3}}; \quad y' = 3 \cdot \left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}} = 2x^{-\frac{1}{3}};$$

$$б) y = 7x^{-\frac{4}{7}}; \quad y' = 7 \cdot \left(x^{-\frac{4}{7}}\right)' = 7 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot x^{-\frac{11}{7}} = -4x^{-\frac{11}{7}};$$

$$в) y = 8(6x - 5)^{\frac{5}{8}}; \quad y' = 8 \left((6x - 5)^{\frac{5}{8}} \right)' = 8 \cdot 6 \cdot \frac{5}{8} (6x - 5)^{-\frac{3}{8}} = 30(6x - 5)^{-\frac{3}{8}}.$$

При этом было использовано правило дифференцирования

$$(f(ax + b))' = af'(ax + b).$$

Решение упражнений

• № 9.27 ВГ

• № 9.28 ВГ

№ 9.29 б

№ 9.14 ВГ

Домашнее задание

- П.9
- № 14 аб
- № 27 аб
- № 28 аб
- № 29 а