

# Статистика

## Лекция 3

# СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Средние  
показатели

```
graph LR; A[Средние показатели] --- B[Степенные]; A --- C[Структурные]; B --- D[Средняя арифметическая]; B --- E[Средняя квадратическая]; B --- F[Средняя кубическая]; B --- G[Средняя гармоническая]; B --- H[Средняя геометрическая]; C --- I[Мода]; C --- J[Медиана];
```

Степенные

Средняя  
арифметическая

Средняя  
квадратическая

Средняя кубическая

Средняя  
гармоническая

Средняя  
геометрическая

Мода

Медиана

Структурные

# •Средняя арифметическая

Взвешенная

$$\bar{x}_a = \frac{\sum_{i=1}^m x_i n_i}{n} = \sum_{i=1}^m x_i w_i$$

Простая

$$\bar{x}_a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

# • Свойства средней арифметической

1. Средняя арифметическая постоянной величины равна самой величине.
2. Если все варианты  $x_i$  увеличить (уменьшить) на одно и то же число  $C$ , средняя увеличится (уменьшится) на то же число.
3. Если все варианты  $x_i$  увеличить (уменьшить) в одно и то же число раз  $k$ , средняя увеличится (уменьшится) в то же число раз.
4. Средняя арифметическая отклонений вариантов от средней арифметической равна 0.
5. Если ряд состоит из нескольких групп, общая средняя равна средней арифметической групповых средних, причем весами являются объемы группы.

# • Средняя степенная

$$\bar{x}_k = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^m x_i^k n_i}{n}}$$

- Средняя гармоническая

$$\bar{x}_{\text{гарм}} = \sqrt[-1]{\frac{\sum_{i=1}^m x_i^{-1} n_i}{n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{x_i}}$$

# • Средняя геометрическая

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[m]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_m^{n_m}} = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m x_i^{n_i}}$$

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[m]{x_1 x_1 \dots x_m} = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m x_i}$$



- Средняя квадратическая

$$\bar{x}_{\text{КВ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 n_i}{n}}$$

# • Правило мажорантности

С ростом показателя степени значения средних возрастают

$$\bar{x}_{\text{гарм}} < \bar{x}_{\text{геом}} < \bar{x}_a < \bar{x}_{\text{кв}} < \bar{x}_{\text{куб}}$$

# • МЕДИАНА

**Медиана – это вариант, который находится в середине ранжированного вариационного ряда.**

Пример.

3,5,4,6,5,4,3,4,6,4,3

3,3,3,4,4,4,5,5,6,6

$Me = 4$

# • МЕДИАНА

Медиана в сгруппированном ряду — это вариант, накопленная частота которого впервые превышает полусумму частот.

Пример.



Оценка	Количество студентов	Накопленная частота
5	10	10
4	15	25
3	14	39
2	5	44

$Me = 4$

# • МЕДИАНА

Медианный интервал в сгруппированном вариационном ряду – это интервал, накопленная частота которого впервые превышает полусумму частот.

$$Me = x_0 + h_{Me} \frac{\frac{1}{2} \sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}}$$

# • МЕДИАНА

Пример.

Доход, тыс. руб.	Количество сотрудников	Накопленная частота
5-10	10	10
10-15	15	25
15-20	18	43
20-25	2	45



$$Me = 10 + 5 \frac{22,5 - 10}{15}$$



- МЕДИАНА

$$\sum |x_i - Me| = \min$$

# • Мода

**Модой ( $M_o$ ) вариационного ряда называется вариант, которому соответствует наибольшая частота.**

Пример.

3,5,4,6,5,4,3,4,6,4,3

3,3,3,4,4,4,4,5,5,6,6

$M_o = 4$



# • Мода

**Модальный интервал в сгруппированном вариационном ряду – это интервал, имеющий наибольшую частоту.**

$$M_o = x_0 + h_{M_o} \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

# • Мода

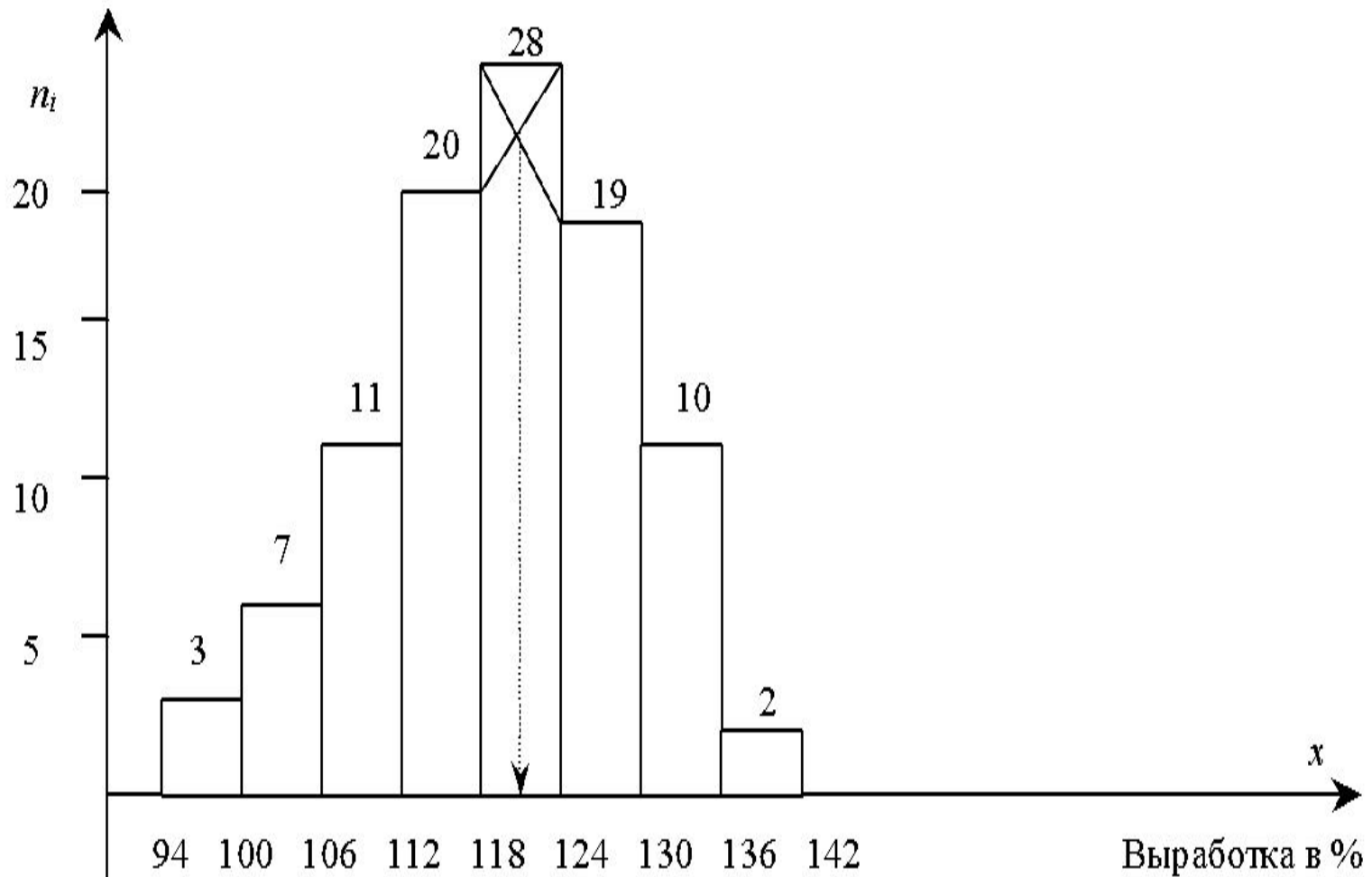
Пример.

Доход, тыс. руб.	Количество сотрудников
5-10	10
10-15	15
15-20	25
20-25	5

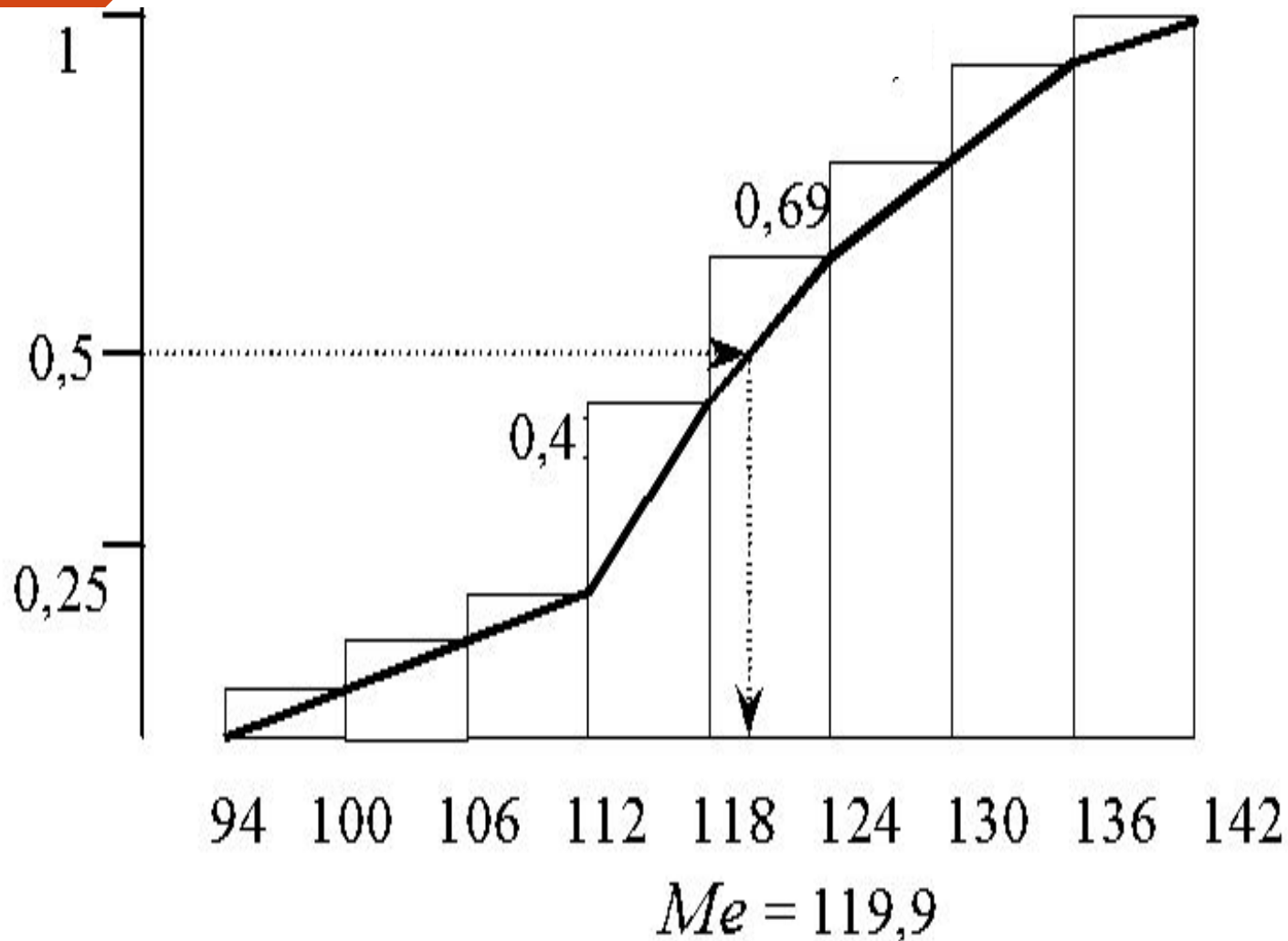


$$Mo = 15 + 5 \frac{25 - 15}{(25 - 15) + (25 - 5)}$$

# • Мода. Графический способ.



# • Медиана. Графический способ.



## Вопросы аудитории:

**1. Мода равна 5. Это означает:**

- А)** число 5 чаще всего встречается в ряду
- Б)** наиболее часто встречающийся признак имеет частоту 5.
- В)** признак со значением 5 встречается в ряду 5 раз.

**2. Медиана равна 5. Это означает:**

- А)** Среднее арифметическое ряда приближенно равно 5.
- Б)** 5% совокупности расположено в середине вариационного ряда.
- В)** 50% совокупности имеют значения, большие чем 5.