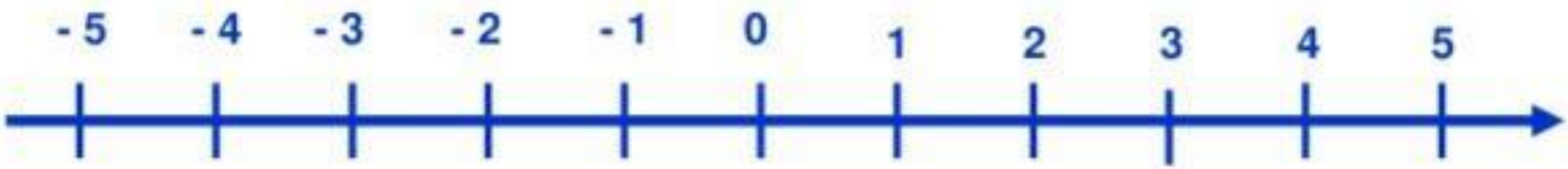
Степенная функция с целым показателем

Функцию, которую можно задать формулой $y = x^n$, где $n \in \boldsymbol{Z}$, называют **степенной функцией с целым показателем**.

Повторение:

Свойства	n — чётное натуральное число	n — нечётное натуральное число
Область определения	$\boldsymbol{R}$	$\boldsymbol{R}$
Область значений	$[0; +\infty)$	$\boldsymbol{R}$
Нули функции	$x = 0$	$x = 0$
Промежутки знакопостоянства	$y > 0$ на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$	$y < 0$ на промежутке $(-\infty; 0)$, $y > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$
Чётность	Чётная	Нечётная
Возрастание/убывание	Убывает на промежутке $(-\infty; 0]$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$	Возрастающая

Целые числа

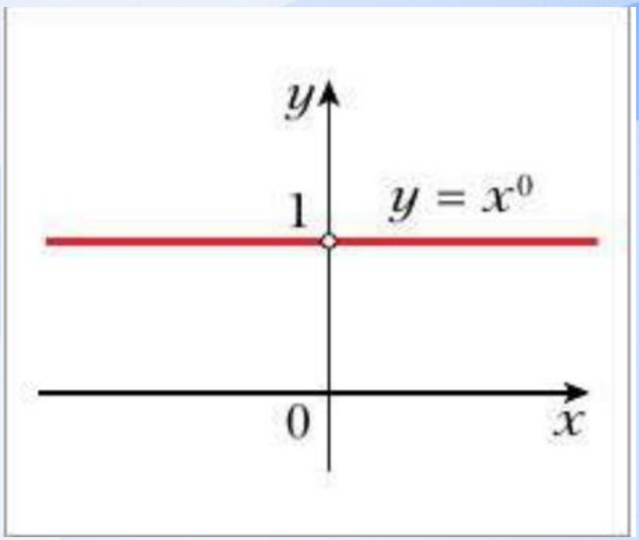


противоположные натуральным + 0 + натуральные

множество <u>целых</u> чисел

N – множество <u>натуральных</u> чисел. **Z** – множество <u>целых</u> чисел.

$$y = x^0$$



<u>Свойства:</u>

- Область определения: $(-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$
- Область значений: $\{1\}$

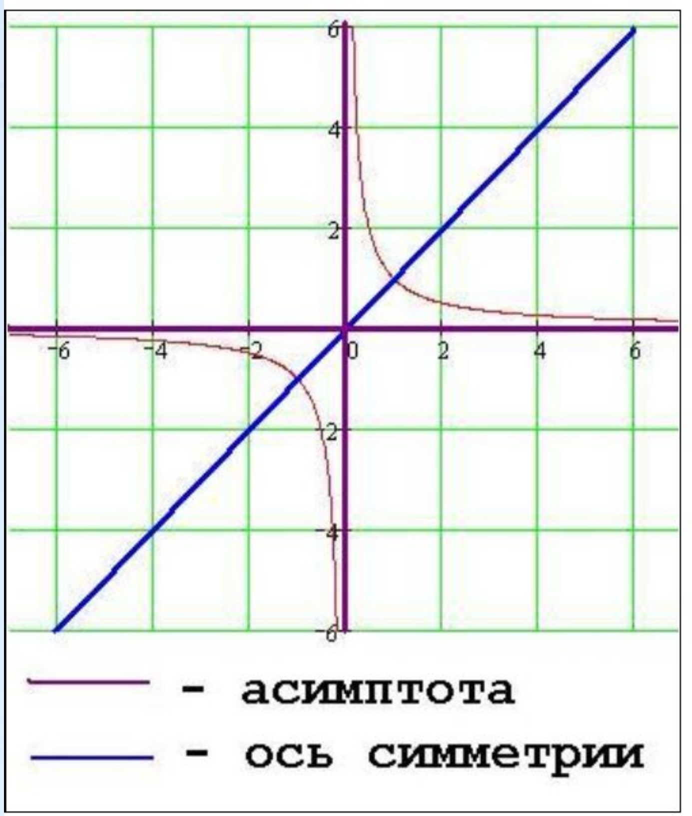
0^0 - не определено!

Асимптота к графику функции y=f(x) **– это** прямая, к которой приближается точка *M*(*x*,*y*), лежащая на графике, в данном процессе:

1. При неограниченном удалении ее от начала координат, ***при устремлении точки к границам области определения.***

$$y = x^{-n}, n \in N$$

Если n=1, то получаем функцию $y = \frac{1}{x}$



$$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Область определения функции: $(-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$

Нули функции? -нет!

$$y = x^{-n}, n \in N$$

n – чётное натуральное число

n – нечётное натуральное число

- **Первый случай: $n = 2k$, $k \in N$.**

Имеем: $x^{-2k} = \dfrac{1}{x^{2k}}$

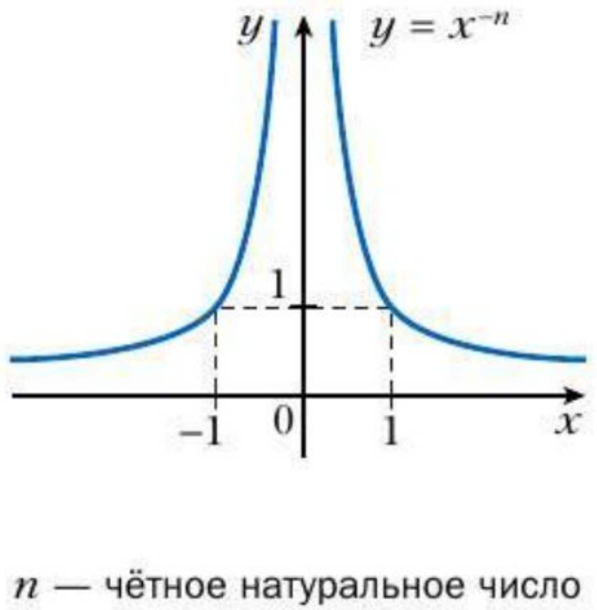
Сказанное означает, что *областью значений функции* $y = x^{-n}$, *где* n — *чётное натуральное число, является множество* $(0; +\infty)$.

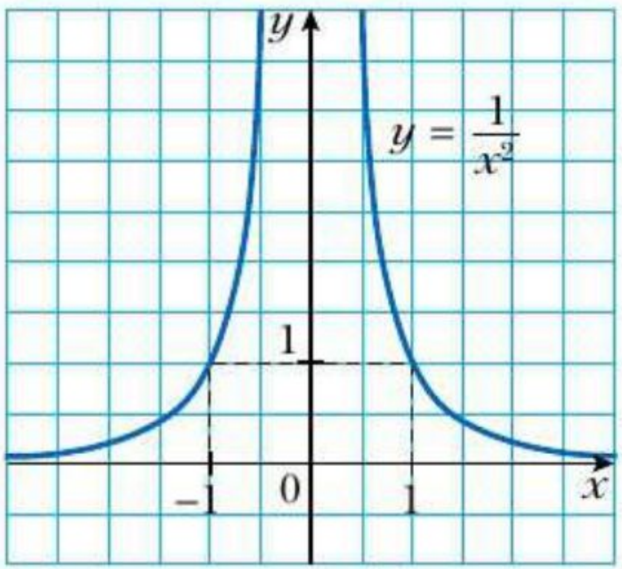
Поскольку для любого $x \neq 0$ выполняется неравенство $\dfrac{1}{x^{2k}} > 0$, то *промежутки* $(-\infty; 0)$ *и* $(0; +\infty)$ *являются промежутками знакопостоянства функции* $y = x^{-n}$, *где* n — *чётное натуральное число.*

Функция $y = x^{-n}$, *где* n — *чётное натуральное число, является чётной*. Действительно, для любого x из области определения выполняются равенства $(-x)^{-2k} = \dfrac{1}{(-x)^{2k}} = \dfrac{1}{x^{2k}} = x^{-2k}$.

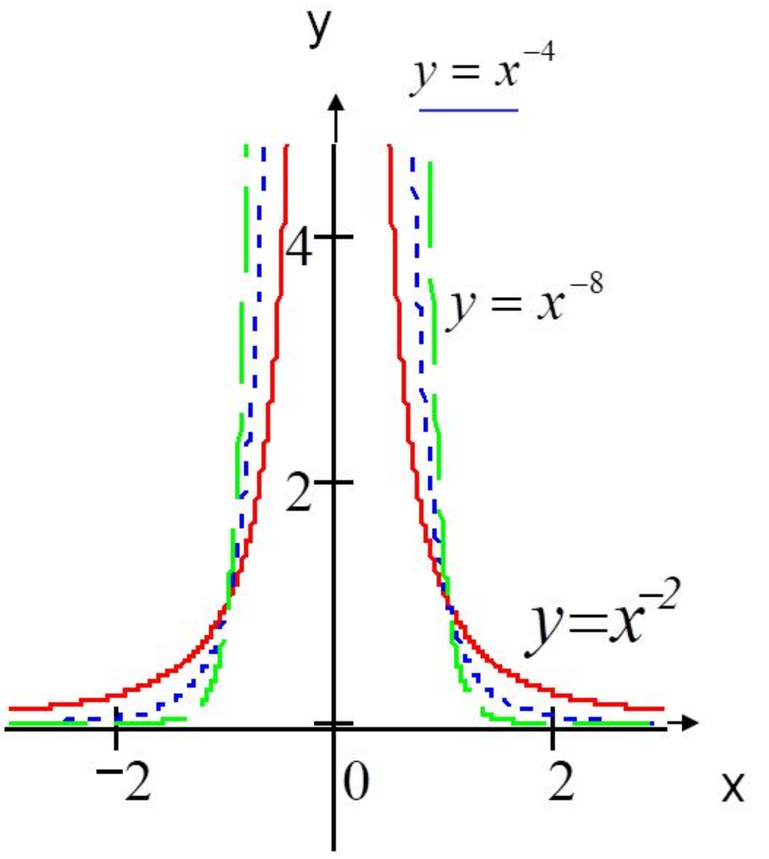
Следовательно, *функция* $y = x^{-n}$, *где* n *— чётное натуральное число, возрастает на промежутке* $(-\infty; 0)$.

Аналогично можно показать, что *функция* $y = x^{-n}$, *где* n *— чётное натуральное число, убывает на промежутке* $(0; +\infty)$.





Степенная функция $y = x^{-2n}$



- Область определения –все действительные числа, кроме 0.
- Область значений таких функций – все положительные числа.
- Функции такого вида – четные. График их симметричен относительно оси 0У.

Второй случай: $n = 2k - 1$, $k \in N$.

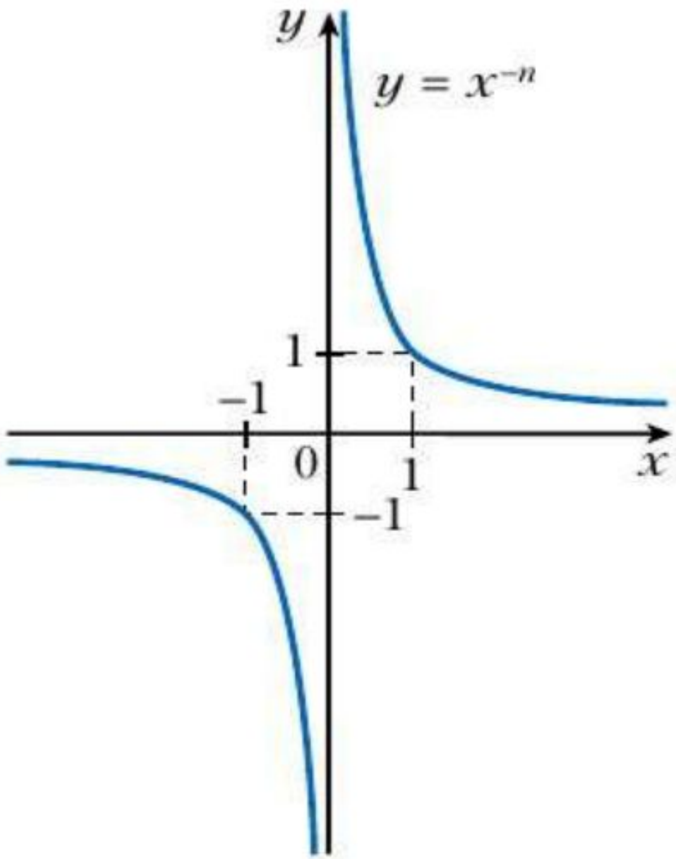
Сказанное означает, что *областью значений функции $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число, является множество* $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

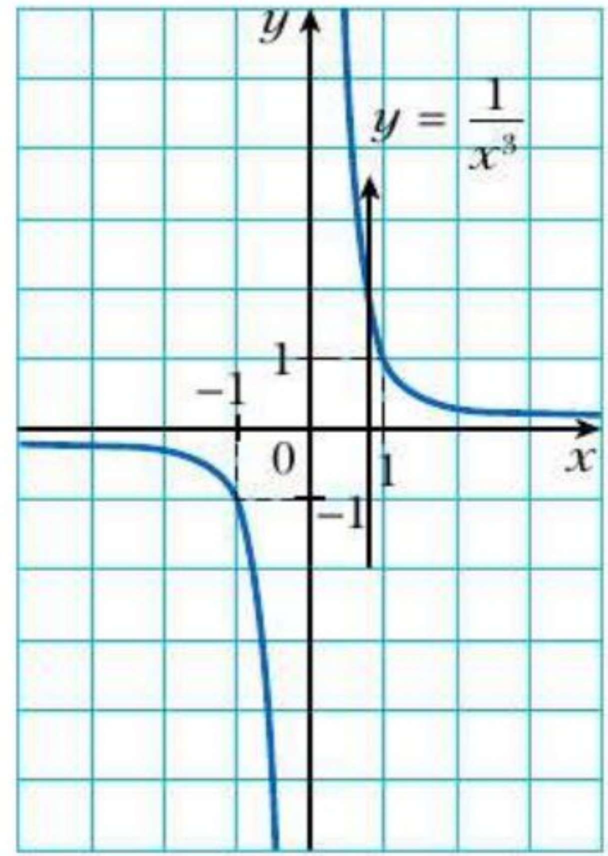
Если $x < 0$, то $\dfrac{1}{x^{2k-1}} < 0$; если $x > 0$, то $\dfrac{1}{x^{2k-1}} > 0$.

Следовательно, *промежутки* $(-\infty; 0)$ *и* $(0; +\infty)$ *являются промежутками знакопостоянства функции $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число.*

Функция $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число, является нечётной. Действительно, для любого x из области определения выполняются равенства $(-x)^{-(2k-1)} = \dfrac{1}{(-x)^{2k-1}} = \dfrac{1}{-x^{2k-1}} = -x^{-(2k-1)}$.

Следовательно, *функция* $y = x^{-n}$, *где* n *— нечётное натуральное число, убывает на каждом из промежутков* $(-\infty; 0)$ *и* $(0; +\infty)$.





Степенная функция $y = x^{-(2n-1)}$

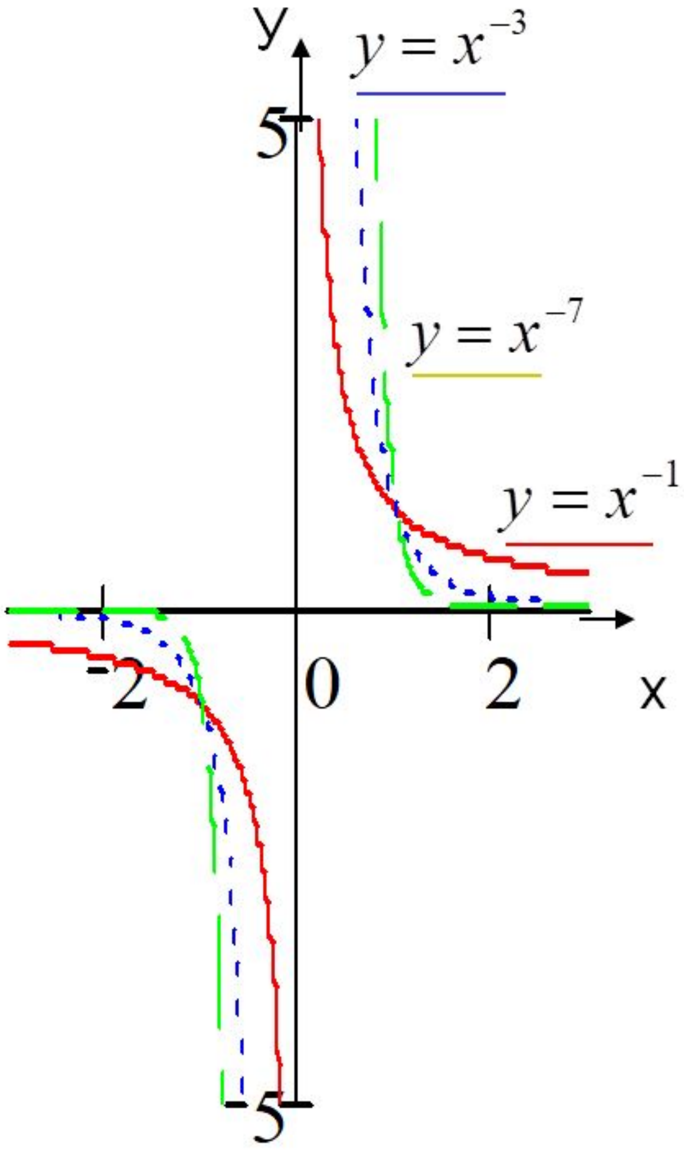
1. Область определения функции:

$$x \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$$

2. Область значений функции:

$$y \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$$

3. Функции с таким показателем – нечетные. Их графики симметричны относительно начала координат.



Свойства	n — чётное натуральное число	n — нечётное натуральное число
Область определения	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Область значений	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Нули функции	—	—
Промежутки знакопостоянства	$y > 0$ на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$	$y < 0$ на промежутке $(-\infty; 0)$, $y > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$
Чётность	Чётная	Нечётная
Возрастание/ убывание	Возрастает на промежутке $(-\infty; 0)$, убывает на промежутке $(0; +\infty)$	Убывает на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$