

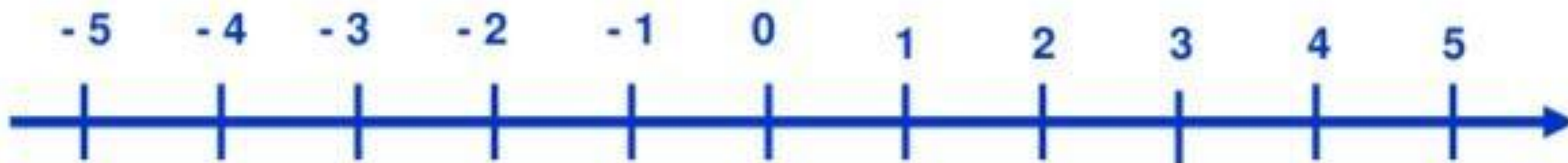
Степенная функция с целым показателем

Функцию, которую можно задать формулой $y = x^n$, где $n \in \mathbf{Z}$, называют **степенной функцией с целым показателем**.

Повторение:

Свойства	n — чётное натуральное число	n — нечётное натуральное число
Область определения	\mathbf{R}	\mathbf{R}
Область значений	$[0; +\infty)$	\mathbf{R}
Нули функции	$x = 0$	$x = 0$
Промежутки знакопостоянства	$y > 0$ на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$	$y < 0$ на промежутке $(-\infty; 0)$, $y > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$
Чётность	Чётная	Нечётная
Возрастание/ убывание	Убывает на промежутке $(-\infty; 0]$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$	Возрастающая

Целые числа



противоположные

натуральным

+ 0 +

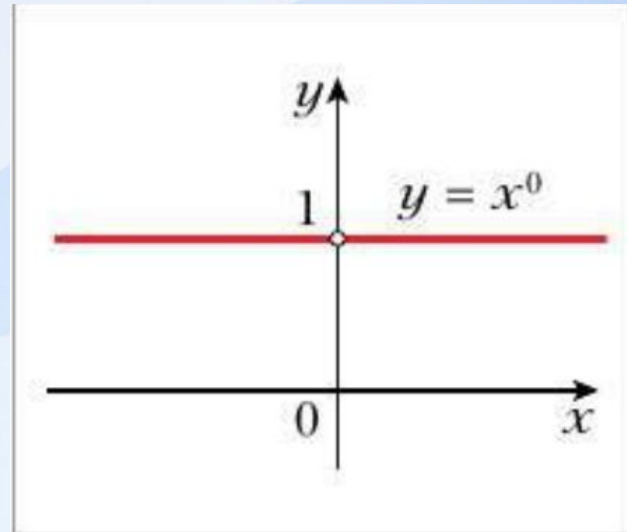
натуральные



МНОЖЕСТВО целых чисел

N – множество натуральных чисел. **Z** – множество целых чисел.

$$y = x^0$$



Свойства:

- Область определения: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Область значений: $\{1\}$

0^0 - не определено!

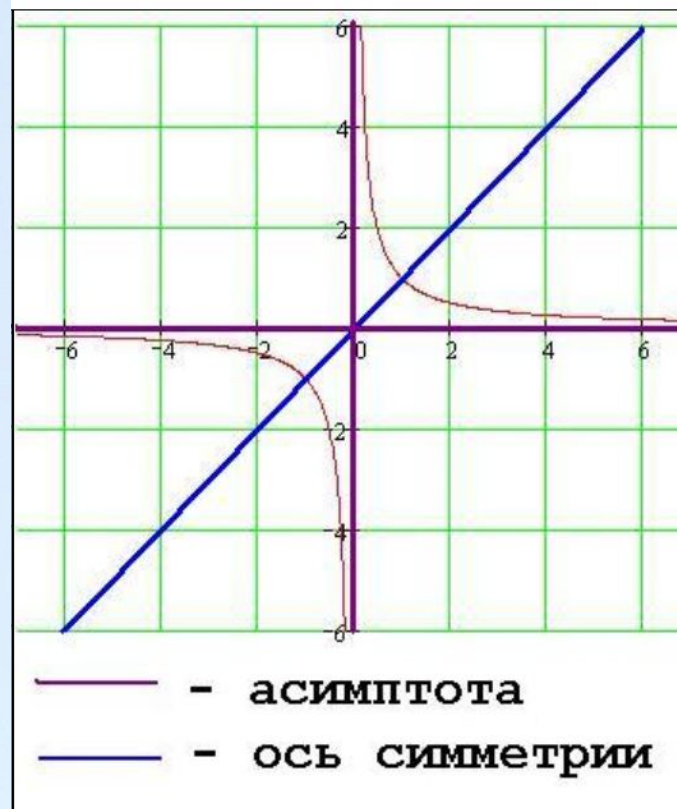
Асимптота к графику функции $y=f(x)$ – **это** прямая, к которой приближается точка $M(x,y)$, лежащая на графике, в данном процессе:

1. При неограниченном удалении ее от начала координат, **при устремлении точки к границам области определения.**

$$y = x^{-n}, n \in N$$

Если $n=1$, то получаем функцию

$$y = \frac{1}{x}$$

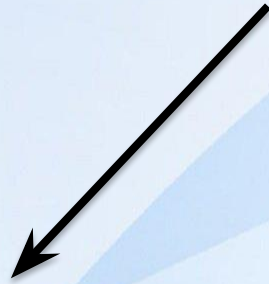


$$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

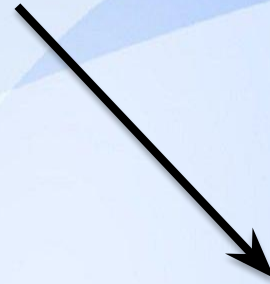
Область определения функции: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

Нули функции? -нет!

$$y = x^{-n}, n \in N$$



**n – чётное
натуральное
число**



**n – нечётное
натуральное
число**

• **Первый случай: $n = 2k, k \in \mathbb{N}$.**

$$\text{Имеем: } x^{-2k} = \frac{1}{x^{2k}}$$

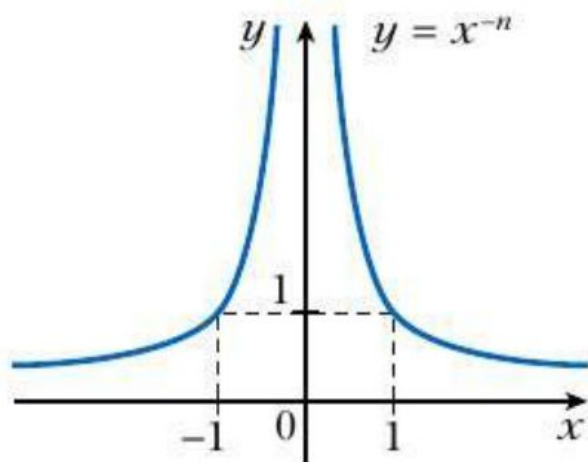
↪ Сказанное означает, что *областью значений функции $y = x^{-n}$, где n — чётное натуральное число, является множество $(0; +\infty)$.*

↪ Поскольку для любого $x \neq 0$ выполняется неравенство $\frac{1}{x^{2k}} > 0$, то *промежутки $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ являются промежутками знакопостоянства функции $y = x^{-n}$, где n — чётное натуральное число.*

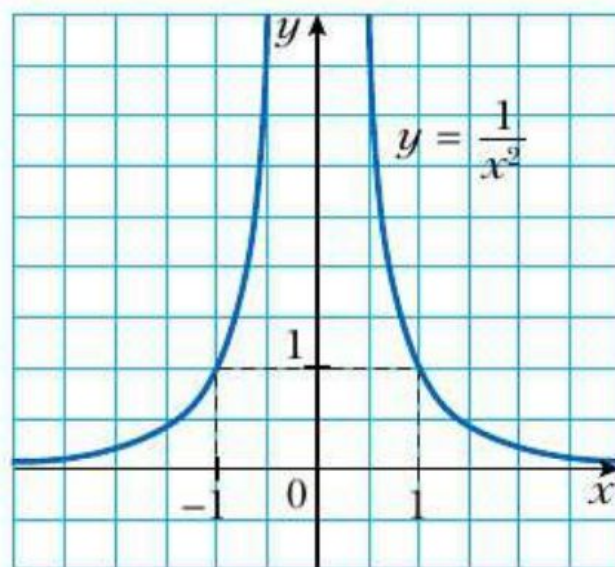
↪ *Функция $y = x^{-n}$, где n — чётное натуральное число, является чётной. Действительно, для любого x из области определения выполняются равенства $(-x)^{-2k} = \frac{1}{(-x)^{2k}} = \frac{1}{x^{2k}} = x^{-2k}$.*

↪ Следовательно, функция $y = x^{-n}$, где n — чётное натуральное число, возрастает на промежутке $(-\infty; 0)$.

↪ Аналогично можно показать, что функция $y = x^{-n}$, где n — чётное натуральное число, убывает на промежутке $(0; +\infty)$.

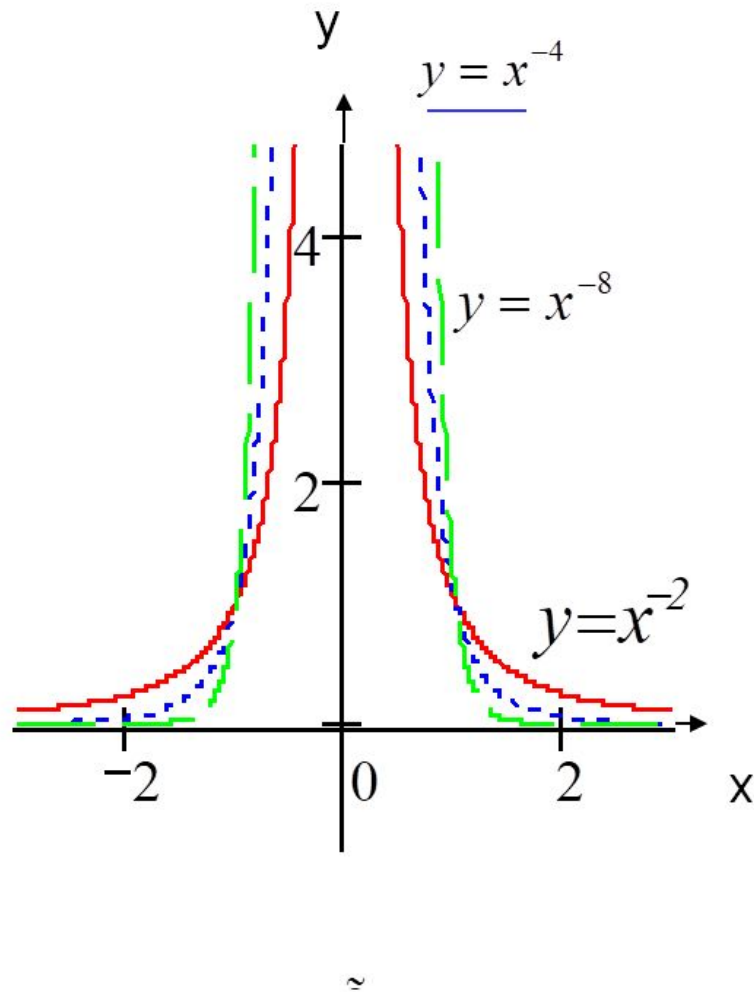


n — чётное натуральное число



Степенная функция

$$y = x^{-2n}$$



- Область определения – все действительные числа, кроме 0.
- Область значений таких функций – все положительные числа.
- Функции такого вида – четные. График их симметричен относительно оси OY .

Второй случай: $n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}$.

Сказанное означает, что областью значений функции $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число, является множество $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

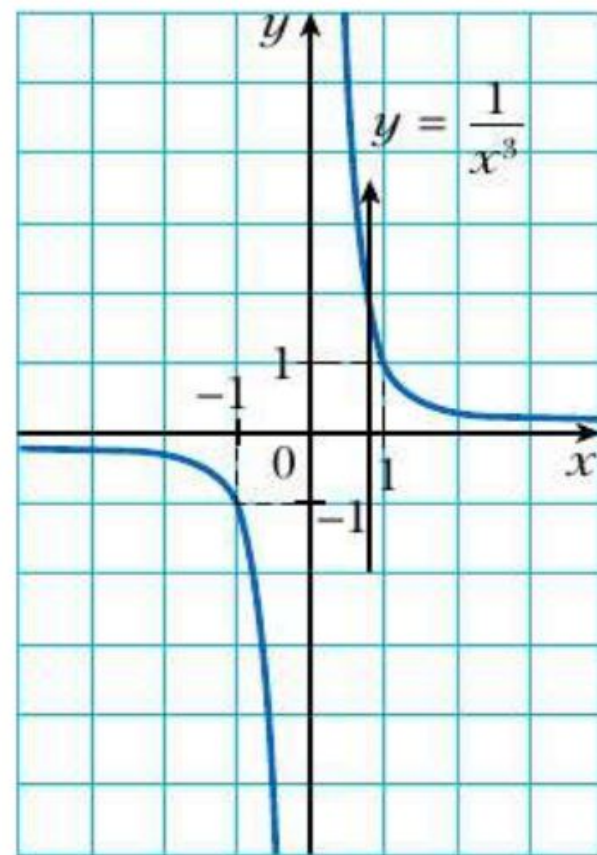
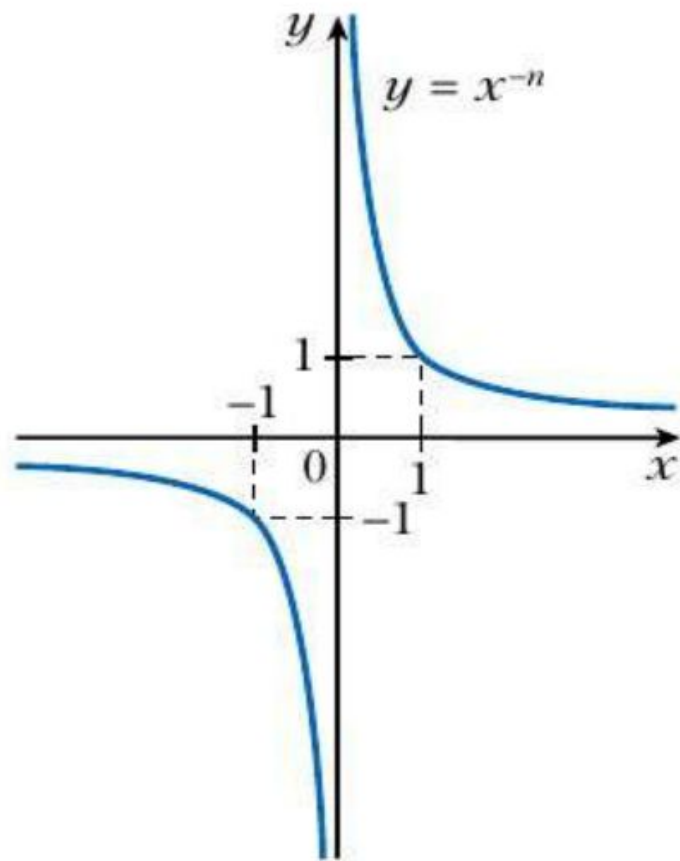
Если $x < 0$, то $\frac{1}{x^{2k-1}} < 0$; если $x > 0$, то $\frac{1}{x^{2k-1}} > 0$.

Следовательно, промежутки $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ являются промежутками знакопостоянства функции $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число.

Функция $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число, является нечётной. Действительно, для любого x из области определения выполняются равенства

$$(-x)^{-(2k-1)} = \frac{1}{(-x)^{2k-1}} = \frac{1}{-x^{2k-1}} = -x^{-(2k-1)}.$$

↪ Следовательно, функция $y = x^{-n}$, где n — нечётное натуральное число, убывает на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.



Степенная функция

$$y = x^{-(2n-1)}$$

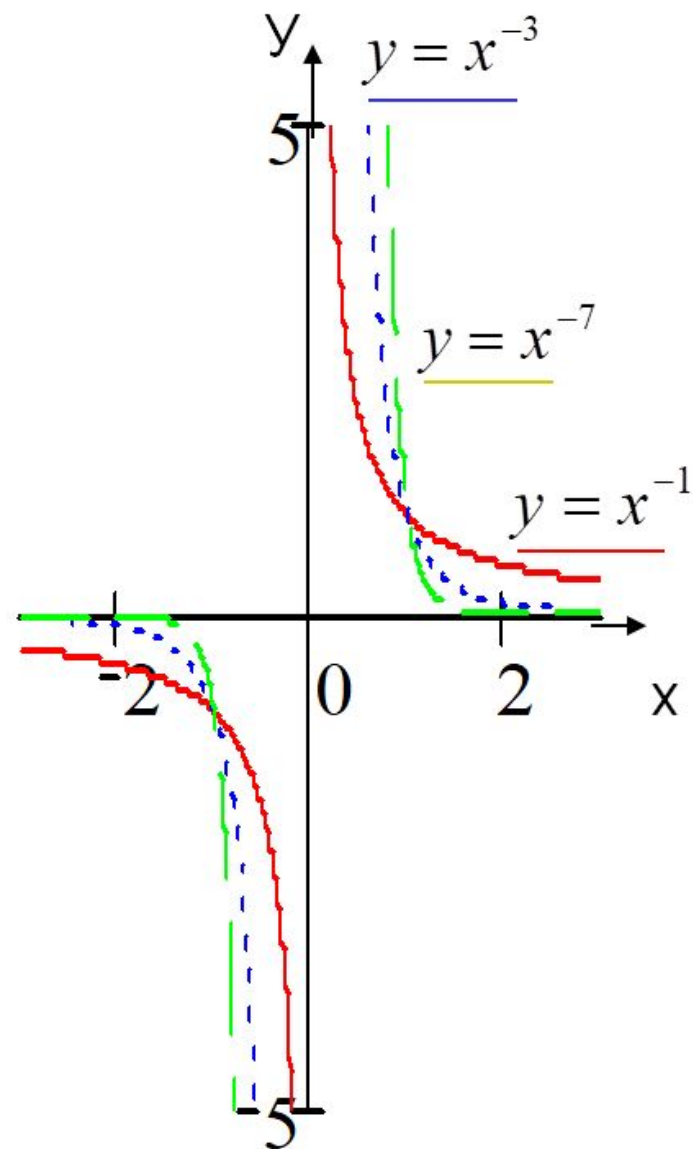
1. Область определения функции:

$$x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

2. Область значений функции:

$$y \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

3. Функции с таким показателем – нечетные. Их графики симметричны относительно начала координат.



Свойства	n — чётное натуральное число	n — нечётное натуральное число
Область определения	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Область значений	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Нули функции	—	—
Промежутки знакопостоянства	$y > 0$ на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$	$y < 0$ на промежутке $(-\infty; 0)$, $y > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$
Чётность	Чётная	Нечётная
Возрастание/ убывание	Возрастает на промежутке $(-\infty; 0)$, убывает на промежутке $(0; +\infty)$	Убывает на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$