

Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8

100	8	
96	12	8
4	8	1
	4	0
		1

$$100 = 144_8$$

8 → 10

210 разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$



Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 563;

б) 264;

Ответ

a) 563=

б) 264=

Переведите числа в десятичную систему счисления.

а)

$10011011_2;$
б) $416,1_8$

в) $14C, A_{16}$

Ответ

a) 10011011_2

б) $416,1_8$

в) $14C,A_{16}$

Перевод дробных чисел из десятичной системы счисления в другую

Правило перевода в систему с основанием q:

• Последовательно выполнять умножение исходного числа и получаемых дробные части на q до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю или не достигнем требуемую точность.

• Полученные при таком умножении целые части - числа в системе счисления q – записать в прямом порядке (сверху вниз).

Пример 1. Перевести $0,5625_{10}$ в двоичную систему счисления. $A_{10} \rightarrow A_2$

Решение:

0	5625	
	*	2
1	1250	
	*	2
0	2500	
	*	2
0	5000	
	*	2
1	0000	

Ответ: $0,5625_{10} = 0,1001_2$

Пример 2. Перевести $0,5625_{10}$ восьмеричную систему счисления. $A_{10} \rightarrow A_8$

Решение:

0	65625	
	*	8
5	25000	
	*	8
2	00000	

Ответ: $0,5625_{10} = 0,52_8$

Пример 3. Перевести $0,665_{10}$ в двоичную систему счисления. $A_{10} \rightarrow A_2$

Решение:

0	665	
	*	2
1	330	
	*	2
0	660	
	*	2
0	320	
	*	2
0	640	
	*	2
1	280	

Процесс умножения может продолжаться до бесконечности. Тогда его прерывают на некотором шаге, когда считают, что получена требуемая точность представления числа

Ответ: $0,665_{10} = 0,10001_2$

Перевод произвольных чисел из десятичной системы счисления в другую

Правило перевода

Перевод произвольных чисел, то есть чисел, содержащих целую и дробную части, осуществляют в два этапа:

- Отдельно переводится целая часть, отдельно – дробная.

- В итоговой записи полученного числа целая часть отделяется от дробной запятой.

Пример 1. Перевести $26,25_{10}$ в двоичную систему счисления. $A_{10} \rightarrow A_2$

Решение:

переводим целую часть

$$\begin{array}{r|l} -26 & 2 \\ \hline \underline{-26} & \underline{-13} & 2 \\ \hline 0 & \underline{-12} & \underline{6} & 2 \\ & \hline & 1 & \underline{6} & \underline{3} & 2 \\ & & \hline & & 0 & \underline{2} & 1 \\ & & & \hline & & & 1 & 1 \end{array}$$

переводим дробную часть

$$\begin{array}{r|l} 0 & 25 \\ \hline \times & 2 \\ \hline 0 & 50 \\ \hline \times & 2 \\ \hline 1 & 00000 \end{array}$$

Ответ: $26,25_{10} = 11010,01_2$

Пример 2. Перевести $123,5625_{10}$ в двоичную систему счисления. $A_{10} \rightarrow A_8$

Решение:

переводим целую часть

$$\begin{array}{r|l} -123 & 8 \\ \hline \underline{-120} & \underline{-15} & 8 \\ \hline 3 & \underline{8} & 1 \\ & \hline & 7 & 7 \end{array}$$

переводим дробную часть

$$\begin{array}{r|l} 0 & 5625 \\ \hline \times & 8 \\ \hline 4 & 5000 \\ \hline \times & 8 \\ \hline 4 & 00000 \end{array}$$

Ответ: $123,5625_{10} = 173,44_8$

Арифметические операции в системах счисления

Правило сложения в двоичной системе:

$$0+0=0$$

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

$$1+1=10$$

Пример 1. Сложить числа 111_2 и 10_2 .

$$\begin{array}{r} \text{Решение: } 111 \\ + \quad 10 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Проверка: $111_2 = 7_{10}$, $10_2 = 2_{10}$, $1001_2 = 9_{10}$ $7+2=9$

Ответ: 1001_2

Пример 2. Сложить числа 11111_2 и 111_2

$$\begin{array}{r} \text{Решение: } 11111 \\ + \quad 111 \\ \hline 100110 \end{array}$$

Проверка: $11111_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31_{10}$

$$111_2 = 7_{10}$$

$$100110_2 = 1*2^5 + 0 + 0 + 1*2^2 + 1*2^1 + 0 = 32 + 4 + 2 = 38_{10}$$

$$31 + 7 = 38$$

Ответ: 100110_2

Пример 3. Сложить числа 1111_2 , 1011_2 , 111_2 .

Решение:

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + 1011 \\ + \quad 111 \\ \hline 100001 \end{array}$$

(Пояснение: $1+1+1=11$, 1 пишем, 1 в уме, $1+1+1=11$ плюс 1 в уме равно 100, 0 пишем, 0 в следующий разряд, 1- через разряд и т.д.)

Ответ: 100001_2

Пример 4. Выполните сложение $1111,101_2 + 101,11_2$.

Решение:

$$\begin{array}{r} 111,101 \\ + 101,11 \\ \hline 1101,011 \end{array}$$

(Пояснение: по правилам математики при сложении дробных чисел запятая записывается под запятой)

Ответ: $1101,011_2$

Арифметические операции в системах счисления

Правило вычитания в двоичной системе

$$0-0 = 0$$

$$1-0 = 1$$

$$1-1 = 0$$

$$0-1 = 1$$

(занимаем у старшего разряда)

Пример 1. Из числа 1001_2 вычесть число 111_2 .

$$\begin{array}{r} \text{Решение:} \\ \quad _ 1001 \\ \quad \quad \underline{111} \\ \quad \quad \quad 10 \end{array}$$

Проверка: $1001_2 = 9$, $111_2 = 7$, $10_2 = 2$, $9-7=2$
Ответ: 10_2

Пример 2. Из числа 100001_2 вычесть число 111_2

$$\begin{array}{r} \text{Решение:} \\ \quad _ 100001 \\ \quad \quad \underline{111} \\ \quad \quad \quad 11010 \end{array}$$

Ответ: 11010_2

Пример 3. Выполнить действие $100101,01_2 - 111,111_2$

$$\begin{array}{r} \text{Решение:} \\ \quad _ 100101,010 \\ \quad \quad \underline{111,111} \\ \quad \quad \quad 11101,101 \end{array}$$

Ответ: $11101,101_2$

Операции умножения и деления выполняются также, как и в десятичной системе счисления

Пример 1. Умножить число 101_2 на 110_2

$$\begin{array}{r} \text{Решение: } 101 \\ \quad \times 110 \\ \hline \quad 000 \\ + 101 \\ \quad \underline{101} \\ 11110 \end{array}$$

Ответ: 11110_2

Пример 1. Разделить число 101000101_2 на число 1101_2 .

$$\begin{array}{r} \text{Решение:} \\ 101000101 \overline{) 1101} \\ \underline{1101} \\ 1110 \\ \underline{1101} \\ 1101 \\ \underline{1101} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: 11001_2

Пример 2. Выполнить действие $1011,01_2 \cdot 111,11_2$

$$\begin{array}{r} \text{Решение: } 1011,01 \\ \quad \times 111,11 \\ \hline 101101 \\ 101101 \\ + 101101 \\ 101101 \\ \underline{101101} \\ 1010111,0011 \end{array}$$

Ответ: $1010111,0011_2$

Пример 2. Выполните деление с точностью до 3 знаков после запятой $1001_2:11_2$

$$\begin{array}{r} \text{Решение:} \\ 1011 \overline{) 11} \\ \underline{11} \\ 101 \\ \underline{11} \\ 100 \\ \underline{11} \\ 101 \\ \underline{11} \\ 10 \end{array}$$

Ответ: $11,010_2$

Используя данные таблицы и привычные правила сложения и умножения, совсем не трудно складывать, вычитать, перемножать числа в 16-ричной СС

Сложение и вычитание в 16-ричной системе счисления

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Пример. Вычислите
 $E5F6_{16} + A07_{16}$

$$\begin{array}{r} E5F6 \\ + A07 \\ \hline E6F7 \end{array}$$

Ответ: $E6F7_{16}$

Умножение в 16-ричной системе счисления

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Пример

$$\begin{array}{r} FFA,3 \\ \times D,E \\ \hline DFAEA \\ CFB47 \\ \hline DDAF,5A \end{array}$$

Используя данные таблицы и привычные правила сложения и умножения, совсем не трудно складывать, вычитать, перемножать числа в восьмеричной СС

Сложение в 8-ой системе счисления

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Умножение в 8-ной системе счисления

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Пример 1. Вычислите $634_8 + 275_8$

Решение:

$$\begin{array}{r} 634 \\ + 275 \\ \hline 1131 \end{array} \quad \text{Ответ: } 1131_8$$

Пример 2. Вычислите $305,4_8 + 24,75_8$

Решение:

$$\begin{array}{r} 305,4 \\ + 24,75 \\ \hline 332,35 \end{array} \quad \text{Ответ: } 332,35_8$$

Пример 3. Вычислите $634_8 - 275_8$

Решение:

$$\begin{array}{r} 634 \\ - 275 \\ \hline 337 \end{array}$$

Ответ: 337_8

Пояснение: Т.к. от 4 не отнять 5, то занимаем у следующего разряда (т.к. система восьмеричная то 1 разряд составляет 8 единиц). От 8 $-5+4=7$. Аналогично, т.к. у тройки одну единицу заняли, то необходимо от 2 отнять 7, поэтому, заняв у следующего разряда, получаем $8-7+2=3$ и т.д.

Пример 4. Вычислите $305,4_8 - 24,75_8$

Решение:

$$\begin{array}{r} 305,40 \\ - 24,75 \\ \hline 260,43 \end{array} \quad \text{Ответ: } 260,43_8$$

Пример 5. Вычислите $63_8 \cdot 27,5_8$

Решение:

$$\begin{array}{r} 27,5 \\ \times 63 \\ \hline 1067 \\ 2156 \\ \hline 2264,7 \end{array}$$

Ответ: $2264,7_8$

Домашнее задание

Выписать в тетрадь таблицы
сложения и умножения в 8 сс, 16 сс