

Программирование (C++)

§ 19. Символьные строки

§ 20. Обработка массивов

§ 21. Матрицы (двумерные массивы)

§ 22. Сложность алгоритмов

§ 23. Как разрабатывают программы?§

23. Как разрабатывают
программы?

§ 24. Процедуры

§ 25. Функции

Программирование (C++)

§ 19. Символьные строки

Что такое символьная строка?

Символьная строка – это последовательность СИМВОЛОВ.

Хочется:

- строка – единый объект
- длина строки может меняться во время работы программы

```
string s; // символьная строка
```

строковый тип

```
string s = "Ура!"; // начальное значение
```

```
string s(5, '*'); // "*****"
```

Символьные строки

Присваивание:

```
s = "Вася пошёл гулять";
```

`string s;`

Ввод с клавиатуры:

```
cin >> s;
```

до конца слова (до пробела)

```
getline( cin, s );
```

до конца строки

Вывод на экран:

```
cout << s;
```

Длина строки:

```
int n;
```

метод для строк

```
n = s.size();
```

точечная запись

Сравнение строк

```
string s;  
...  
cout << "Введите пароль: ";  
cin >> s;  
if( s == "sEzAm" )  
    cout << "Слушаюсь и повинуюсь!";  
else  
    cout << "Пароль неправильный";
```



Какой правильный пароль?



Как одна строка может быть меньше другой?

стоит раньше в отсортированном списке

Сравнение строк

```

string s1, s2;
...
s1 = "паровоз";
s2 = "пароход";
if( s1 < s2 )
    cout << s1 << "<" << s2;
else
    if( s1 == s2 )
        cout << s1 << "=" << s2;
    else
        cout << s1 << ">" << s2;

```



Что выведет?

паровоз < пароход

первые отличающиеся
буквы

Сравниваем с начала:

паровоз	
пароход	



В < Х!

«В»: КОД **1074** «Х»: КОД **1093**

Посимвольная обработка строк

```
s[4] = 'a'; // нумерация символов с 0!
```

Задача. Ввести строку и заменить в ней все буквы «э» на буквы «е».

нумерация с 0!

для каждого символа строки

```
for( int i=0; i<s.size(); i++ )  
    if( s[i] == 'э' )  
        s[i] = 'е';
```

C++11:

```
for( auto& sym: s )  
    if( sym == 'э' )  
        sym = 'е';
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заменяет в символьной строке все точки на нули и все буквы X на единицы.

Пример:

Введите строку: **..X.XX.**

Двоичный код: 0010110

«В»: Напишите программу, которая выполняет инверсию битов в символьной строке: заменяет в ней все нули на единицы и наоборот.

Пример:

Введите строку: **10011010**

Инверсия: 01100101

Задачи

«С»: Введите битовую строку и дополните её последним битом, который должен быть равен 0, если в исходной строке чётное число единиц, и равен 1, если нечётное (в получившейся строке должно всегда быть чётное число единиц).

Пример:

Введите битовую строку: **01101010110**

Результат: 011010101100

Операции со строками

Объединение (конкатенация) :

```
s1 = "Привет" ;  
s2 = "Вася" ;  
s = s1 + ", " + s2 + "!" ;
```

"Привет, Вася!"

Срез (выделение части строки = подстроки):

```
s = "0123456789" ;  
s1 = s.substr(3, 5) ; // "34567"
```

С КАКОГО
СИМВОЛА

СКОЛЬКО
СИМВОЛОВ

```
s1 = s.substr(3) ; // "3456789"
```

ДО КОНЦА

Операции со строками

Удаление:

```
s = "0123456789";  
s.erase(3, 6); // "0129"
```

С КАКОГО
СИМВОЛА

СКОЛЬКО
СИМВОЛОВ

Вставка:

```
s = "0123456789";  
s.insert(3, "ABC"); // "012ABC3456789"
```

С КАКОГО
СИМВОЛА

ЧТО

Поиск в строках

```
s = "Здесь был Вася.";
      где          что
int n = s.find('с');
if( n != string::npos )
    cout << "Номер символа " << n;
else
    cout << "Символ не найден.";
      no position
```



Находит первое слева вхождение подстроки!

Задачи

«А»: Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию и имя, разделив их пробелом. Вывести первую букву имени с точкой и потом фамилию.

Пример:

Введите фамилию, имя и отчество:

Иванов Петр

П. Иванов

«В»: Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию, имя и отчество, разделив их пробелом. Вывести фамилию и инициалы.

Пример:

Введите фамилию, имя и отчество:

Иванов Петр Семёнович

П.С. Иванов

Задачи

«С»: Ввести адрес файла и «разобрать» его на части, разделенные знаком " / ". Каждую часть вывести в отдельной строке.

Пример:

Введите адрес файла:

C: /фото/2015/Байкал/shaman.jpg

C:

фото

2015

Байкал

shaman.jpg

Преобразования «строка» → «число»

Целое число:

```
string s = "12.3456e-6e-6e6789";  
int n = stoi( s ); // n = 12
```

до первой ошибки

Вещественное число:

```
string s = "12.3456e-6e-6e6789";  
float x = stof( s ); // x = 123.456
```

Преобразования «число» → «строка»

```
int N = 123;  
string sN = to_string( N ); // "123"  
double X = 123.45;  
string sX = to_string( X ); // "123.450000"
```


Задачи

«А»: Напишите программу, которая вычисляет сумму двух чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3

Ответ: 15

«В»: Напишите программу, которая вычисляет сумму трёх чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3+45

Ответ: 60

Задачи

«С»: Напишите программу, которая вычисляет сумму произвольного количества чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3+45+10

Ответ: 70

«D»: Напишите программу, которая вычисляет выражение, содержащее целые числа и знаки сложения и вычитания.

Пример:

Введите выражение :

12+134-45-17

Ответ: 84

Программирование (C++)

§ 20. Обработка массивов

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Определить, сколько было введено положительных чисел.

- 1) нужен счётчик
- 2) счётчик увеличивается
- 3) нужен цикл
- 4) это цикл с условием (число шагов неизвестно)

 ?

Когда увеличивать счётчик?

 ?

Какой цикл?

```
счётчик = 0 ;
```

```
пока не введён 0 :
```

```
    если введено число > 0 то
```

```
        счётчик = счётчик + 1
```

Обработка потока данных

```
int x, count = 0;  
cin >> x;  
while( x != 0 ) {  
    if( x > 0 )  
        count++;  
    cin >> x;  
}  
cout << count;
```

откуда взять x?



Что плохо?

Найди ошибку!

```
int x, count = 0;
cin >> x;
while( x != 0 )
    if( x > 0 )
        count++;
    cin >> x;
cout << count;
```

Найди ошибку!

```
int x, count = 0;  
cin >> x;  
while( x != 0 ) {  
    if( x > 0 )  
        count++;  
    cin >> x;  
}  
cout << count;
```

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

- 1) нужна переменная для суммы
- 2) число добавляется к сумме, если оно заканчивается на "5"
- 3) нужен цикл с условием

```
сумма = 0;
```

```
пока не введён 0
```

```
если число оканчивается на "5" то
```

```
сумма += число
```

```
if ( x % 10 == 5 )
```



Как это записать?

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

```
int x, sum = 0;
cin >> x;
while( x != 0 ) {
    if( x % 10 == 5 )
        sum += x;
    cin >> x;
}
cout << sum;
```



Чего не хватает?

Найди ошибку!

```
int x, sum = 0;
cin >> x; = 0 ) {
    if( x % 10 == 5 )
        sum += x;
    cin >> x;
}
cout << sum;
```

Задачи

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено чисел, которые делятся на 3.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено двузначных чисел, которые заканчиваются на 3.

Задачи

- «C»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти среднее арифметическое всех двузначных чисел, которые делятся на 7.
- «D»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти максимальное из введённых чётных чисел.

Перестановка элементов массива

? Как поменять местами значения двух переменных a и b ?

вспомогательная
переменная

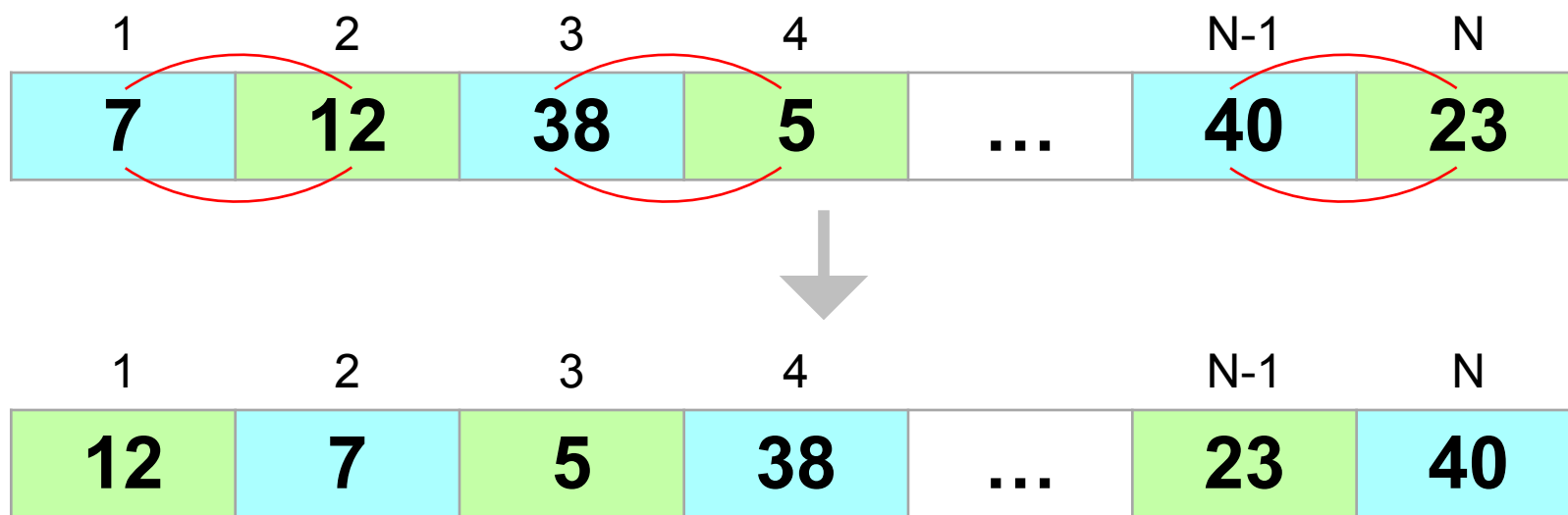
```
c = a;  
a = b;  
b = c;
```

элементы массива:

```
c = A[i];  
A[i] = A[k];  
A[k] = c;
```

Перестановка пар соседних элементов

Задача. Массив A содержит чётное количество элементов N . Нужно поменять местами пары соседних элементов: первый со вторым, третий — с четвёртым и т. д.



Перестановка пар соседних элементов

```
for (int i=0; i<N; i++) {
    поменять местами A[i] и A[i+1]
}
```

?

Что плохо?

0	1	2	3	4	5
7	12	38	5	40	23
12	7	38	5	40	23
12	38	7	5	40	
12	38	5	7	40	23
12	38	5	40	7	23
12	38	5	40	23	7

выход за границы массива

?

Перестановка пар соседних элементов

не выходим за
границу

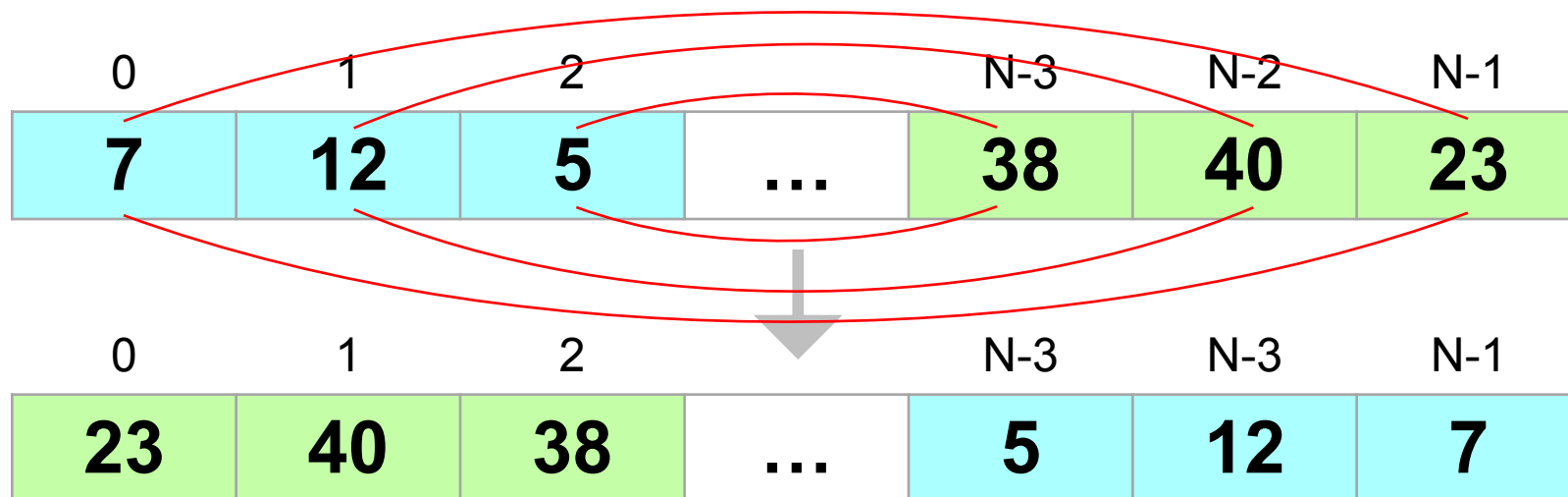
«шагаем» через
один

```
for( int i=0; i<N-1; i+=2 ) {  
    // переставляем A[i] и A[i+1]  
    int c = A[i];  
    A[i] = A[i+1];  
    A[i+1] = c;  
}
```

$A[0] \leftrightarrow A[1], A[2] \leftrightarrow A[3], \dots, A[N-2] \leftrightarrow A[N-1]$

Реверс массива

Задача. Переставить элементы массива в обратном порядке (выполнить *реверс*).



$$A[0] \leftrightarrow A[N-1]$$

$$0 + N - 1 = N - 1$$

$$A[1] \leftrightarrow A[N-2]$$

$$1 + N - 2 = N - 1$$

$$A[i] \leftrightarrow A[N-1-i]$$

$$i + ??? = N - 1$$

$$A[N-1] \leftrightarrow A[0]$$

$$N - 1 + 0 = N - 1$$

Реверс массива

```
for (int i=0; i < N/2; i++) {
    поменять местами A[i] и A[N+1-i]
}
```

?

Что плохо?

1	2	3	4	
7	12	40	23	$i=0$
23	12	40	7	$i=1$
23	40	12	7	$i=2$
23	12	40	7	$i=3$
7	12	40	23	

?

Как исправить?

Линейный поиск в массиве

Задача. Найти в массиве элемент, равный X, и его номер.

X = 5

	5					
0	1	2	3	4	5	
7	12	38	5	40	23	

```
int i = 0;
while( A[i] != X )
    i++;
cout << "A[" << i << "]=" << X;
```



Что плохо?



Если искать 4?



Нельзя выходить за границы массива!

Линейный поиск в массиве

не выходим за
границу

```
int i = 0;
while ( i < N and A[i] != X )
    i++;
if ( i < N )
    cout << "A[" << i << "]=" << X;
else
    cout << "Не нашли!";
```



Как проверить, нашли
или нет?

Досрочный выход из цикла

Задача. Найти в массиве элемент, равный X, и его номер.

```
int nX = -1; // недействительный номер
for( int i=0; i<N; i++ )
    if( A[i] == X ) {
        nX = i; // запомнить номер
        break;
    }
if( nX >= 0 )
    cout << "A[" << nX << "]=" << X;
else
    cout << "Не нашли! " ;
```

нашли!

сразу выйти
из цикла

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0,20]$, выводит его на экран, а затем находит индекс первого элемента, равного введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Что ищем: 13

$A[4] = 13$

Задачи

«В»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[-10, 10]$, выводит его на экран, а затем находит индекс **последнего** элемента, равного введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: -5 -6 2 3 -3 0 8 -3 0 9

Что ищем: 0

$A[9] = 0$

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[10, 50]$, выводит его на экран, а затем находит индексы всех элементов, равных введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: 12 45 30 18 30 15 30 44 32 17

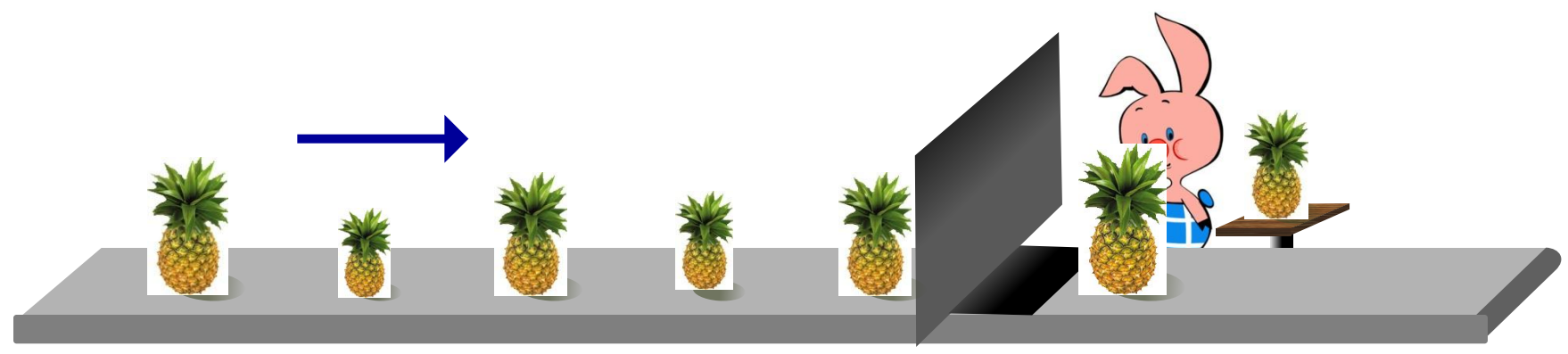
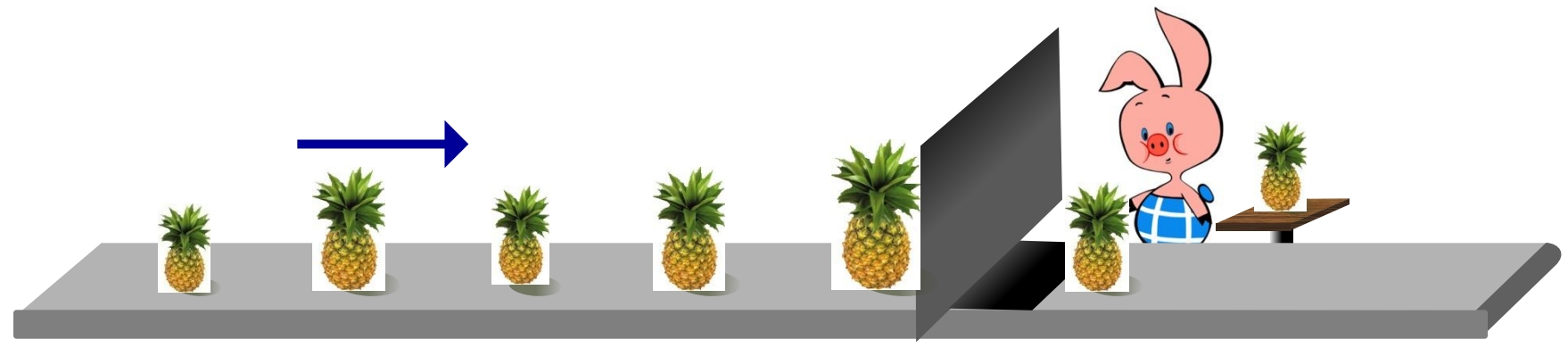
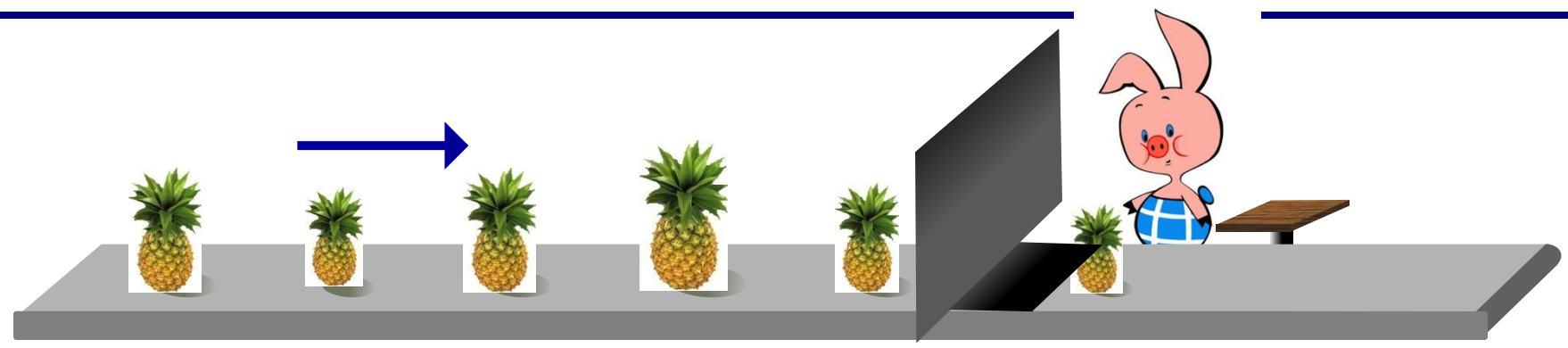
Что ищем: 30

$A[3] = 30$

$A[5] = 30$

$A[7] = 30$

Поиск максимального элемента



Поиск максимального элемента

? Какие переменные нужны?

```
for( int i=0; i<N; i++ )  
    if( A[i] > M )  
        M = A[i];  
cout << M;
```

? Чего не хватает?

? Какое начальное значение взять для M?

1) **M** – значение, которое заведомо меньше всех элементов массива

или

2) **M = A[0]** (или любой другой элемент)

максимальный не меньше, чем **A[0]**

Поиск максимального элемента

начинаем с $A[1]$, так как $A[0]$ мы уже посмотрели

```
M = A[0];  
for( int i=1; i<N; i++ )  
    if( A[i] > M )  
        M = A[i];  
cout << M;
```




Как найти минимальный?

Номер максимального элемента

Задача. Найти в массиве максимальный элемент и его номер.

 Какие переменные нужны?

```
int M = A[0];  
int nMax = 0;  
for( int i=1; i<N; i++ )  
    if( A[i] > M ) {  
        M = A[i];  
        nMax = i;  
    }  
cout << "A[" << nMax << "]=" << M;
```

 Можно ли убрать одну переменную?

Номер максимального элемента

! Если знаем `nMax`, то `M=A[nMax]`!

```
int M = A[0];  
int nMax = 0;  
for( int i=1; i<N; i++ )  
    if( A[i] > A[nMax] ) {  
        M = A[i];  
        nMax = i;  
    }  
cout << "A[" << nMax << "]=" <<  
      << A[nMax] ;
```

Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M = A[0];  
for( int i=1; i<N; i++ )  
    if( A[i]<0 and A[i]>M )  
        M = A[i];  
cout << M;
```



Что плохо?



Как исправить?

1	2	3	4	5
5	-2	8	3	-1

M = 5

Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M = A[0];  
for( int i=1; i<N; i++ )  
    if( A[i]<0 )  
        if( M>=0 or A[i]>M )  
            M = A[i];  
cout << M;
```

сначала записали
неотрицательный!



Если нет отрицательных?

Задачи

- «**A**»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [50; 150] и находит в нём минимальный и максимальный элементы и их номера.
- «**B**»: Напишите программу, которая получает с клавиатуры значения элементов массива и выводит количество элементов, имеющих максимальное значение.
- «**C**»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [100; 200] и находит в нём пару соседних элементов, сумма которых минимальна.

Задачи

«D»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке $[-100; 100]$ и находит в каждой половине массива пару соседних элементов, сумма которых максимальна.

Задачи-2 (максимум в потоке)

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное и максимальное среди полученных чисел.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное число, делящееся на 3, среди полученных чисел.
- «С»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит максимальное двузначное число, заканчивающееся на 6, среди полученных чисел.

Задачи-2 (максимум в потоке)

«D»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит среди полученных чисел пару полученных друг за другом чисел, сумма которых максимальна.

Сортировка

Сортировка — это расстановка элементов списка (массива) в заданном порядке.

Задача. Отсортировать элементы в порядке **возрастания** (*неубывания* – если есть одинаковые).

Алгоритмы сортировки:

- простые, но медленные (при больших N)
- быстрые, но сложные...

Сортировка выбором

? Где должен стоять минимальный элемент?

- нашли минимальный, поставили его на первое место

```
c = A[nMin];  
A[nMin] = A[0];  
A[0] = c;
```

? Как?

? Что дальше?

- из оставшихся нашли минимальный, поставили его на второе место и т.д.

5	-2	8	3	-1
-2	5	8	3	-1
-2	-1	8	3	5

Сортировка выбором

```
for( int i=0; i<N-1; i++ ) {  
    // ищем минимальный среди A[i]..A[N-1]  
  
    int nMin = i;  
    for( int j=i+1; j<N; j++ )  
        if( A[j] < A[nMin] )  
            nMin = j;  
    // переставляем A[i] и A[nMin]  
    int c = A[i];  
    A[i] = A[nMin];  
    A[nMin] = c;  
}
```

не трогаем те, которые
уже поставлены



Почему цикл до N-1?

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0,20]$ и сортирует его в порядке убывания.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Сортировка: 18 16 16 14 13 13 9 5 3 2

«В»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[10,100]$ и сортирует его по возрастанию последней цифры числа (сначала идут все числа, которые заканчиваются на 0, потом все, которые заканчиваются на 1, и т.д.).

Пример:

Массив: 12 10 31 40 55 63 28 87 52 92

Сортировка: 10 40 31 12 52 92 63 55 87 28

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0,20]$ и сортирует его в порядке возрастания. На каждом шаге цикла выполняется поиск максимального (а не минимального!) элемента.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Сортировка: 2 3 5 9 13 13 14 16 16 18

Программирование (C++)

§ 21. Матрицы (двумерные массивы)

Что такое матрица?

	○	×
	○	×
○	×	

нет знака

НОЛИК

крестик

строка 1,
столбец 2



Как закодировать?

Матрица — это прямоугольная таблица, составленная из элементов одного типа (чисел, строк и т.д.).

Каждый элемент матрицы имеет два индекса — номера строки и столбца.

Объявление матриц

```
const int N = 3, M = 4;
```

строки

столбцы

```
int A[N][M] = {  
    { 2, 3, 5, 1 },  
    { 4, 8, 3, 12 },  
    { 14, 4, 7, 11 }  
};
```

остальные
нули

```
float X[4][M] = { { 2, 6, 10 } };
```

```
bool L[N][2] = {};
```

все
false

Простые алгоритмы

Заполнение случайными числами:

```
for( int i=0; i<N; i++ ) {  
    for( int j=0; j<M; j++ ) {  
        A[i][j] = 20 + rand() % 61;  
        cout << A[i][j] << " ";  
    }  
    cout << endl;  
}
```



Вложенный
цикл!

в одной строке
через пробел

следующий – с
НОВОЙ строки

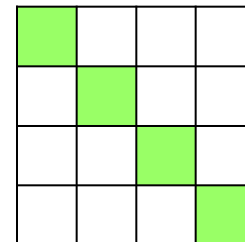
Суммирование:

```
int sum = 0;  
for( int i=0; i<N; i++ )  
    for( int j=0; j<M; j++ )  
        sum += A[i][j];
```

Перебор элементов матрицы

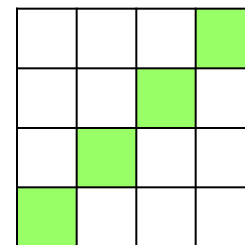
Главная диагональ:

```
for( int i=0; i<N; i++ ) {  
    // работаем с A[i][i]  
}
```



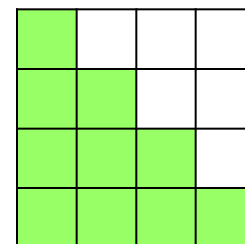
Побочная диагональ:

```
for( int i=0; i<N; i++ ) {  
    // работаем с A[i][N-1-i]  
}
```



Главная диагональ и под ней:

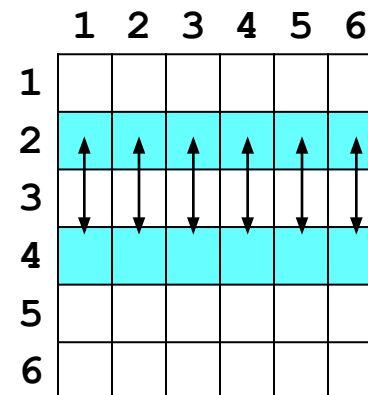
```
for( int i=0; i<N; i++ )  
    for( int j=0; j<N; j++ ) {  
        // работаем с A[i][j]  
    }
```



Перестановка строк

2-я и 4-я строки:

```
for( int j=0; j<M; j++ ) {  
    int c = A[2][j];  
    A[2][j] = A[4][j];  
    A[4][j] = c;  
}
```



Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент на главной диагонали квадратной матрицы.

Пример:

Матрица А:

12 34 14 65

71 88 23 45

87 46 53 39

76 58 24 92

Результат: $A[4,4] = 92$

Задачи

«В»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент матрицы и его индексы (номера строки и столбца).

Пример:

Матрица A:

12 34 14 65

71 88 23 98

87 46 53 39

76 58 24 92

Максимум: $A[2, 4] = 98$

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит минимальный из чётных положительных элементов матрицы. Учтите, что таких элементов в матрице может и не быть.

Пример:

Матрица A:

16 34 14 65

71 88 23 45

87 12 53 39

76 58 24 92

Результат: $A[3,2] = 12$

Программирование (C++)

§ 22. Сложность алгоритмов

Как сравнивать алгоритмы?

- быстродействие (**временная сложность**)
- объём требуемой памяти (**пространственная сложность**)
- понятность



Обычно не бывает все хорошо!

Время работы алгоритма – это количество элементарных операций T , выполненных исполнителем.

Функция $T(N)$ называется

временной сложностью алгоритма

зависит от
количества данных
(размера массива N)

$$T(N) = 2N^3$$



Как увеличится время работы при увеличении N в 10 раз?

Примеры определения сложности

Задача 1. Вычислить сумму первых трёх элементов массива (при $N \geq 3$).

```
sum = A[1] + A[2] + A[3];
```

 $T(N) = 3$

2 сложения
+ запись в
память

Задача 2. Вычислить сумму всех элементов массива.

```
sum = 0;  
for( int i=0; i<N; i++ )  
    sum += A[i];
```

 $T(N) = 2N + 1$

N сложений,
 $N+1$ операций записи

Примеры определения сложности

Задача 3. Отсортировать все элементы массива по возрастанию методом выбора.

```
for( int i=0; i<N-1; i++ ) {  
    int nMin = i;  
    for( int j=i+1; j<N; j++ )  
        if( A[j] < A[nMin] )  
            nMin = j;  
    int c = A[i]; A[i] = A[nMin]; A[nMin] = c;  
}
```

Число сравнений:

$$T_c(N) = (N-1) + (N-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N$$

Число перестановок: $T_n(N) = N - 1$

Примеры определения сложности

Задача 4. Найти сумму элементов квадратной матрицы размером $N \times N$.

```
int sum = 0;
for( int i=0; i<N; i++ )
  for( int j=0; j<N; j++ )
    sum = sum + A[ij];
```



Самостоятельно! 😊

Сравнение алгоритмов по сложности

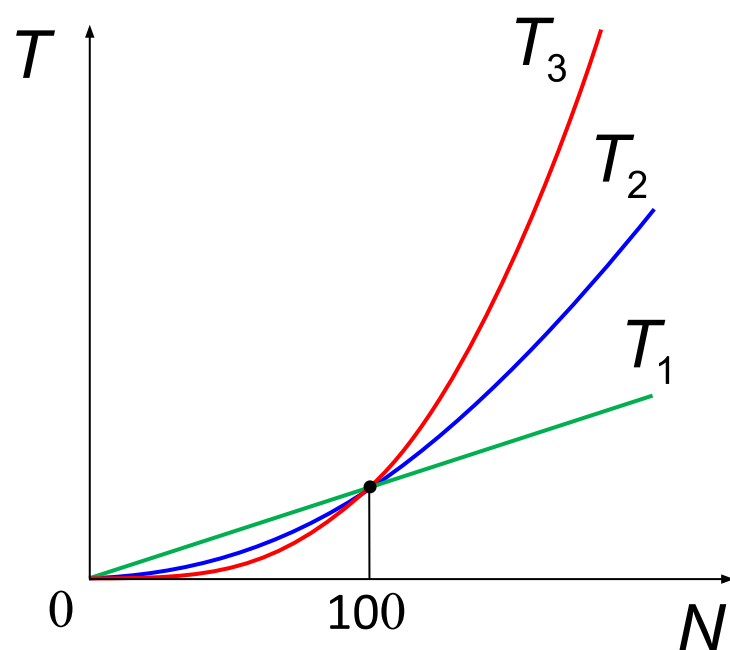
$$T_1(N) = 10000 \cdot N$$

$$T_2(N) = 100 \cdot N^2$$

$$T_3(N) = N^3$$



Какой алгоритм выбрать?



при $N < 100$:

$$T_3(N) < T_2(N) < T_1(N)$$

при $N > 100$:

$$T_3(N) > T_2(N) > T_1(N)$$



Нужно знать размер данных!

Асимптотическая сложность

Асимптотическая сложность – это оценка скорости роста количества операций при больших значениях N .

линейная

постоянная

сложность $O(N)$ $\Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N$ для $N \geq N_0$

сумма элементов массива:

$$T(N) = 2 \cdot N - 1 \leq 2 \cdot N \text{ для } N \geq 1 \Rightarrow O(N)$$

квадратичная

сложность $O(N^2)$ $\Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N^2$ для $N \geq N_0$

сортировка методом выбора:

$$T_c(N) = \frac{1}{2} N^2 - \frac{1}{2} N \leq \frac{1}{2} N^2 \text{ для } N \geq 0 \Rightarrow O(N^2)$$

Асимптотическая сложность

кубическая

сложность $O(N^3) \Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N^3$ для $N \geq N_0$

сложность $O(2^N)$

сложность $O(N!)$

задачи оптимизации,
полный перебор вариантов

Факториал числа N : $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots$

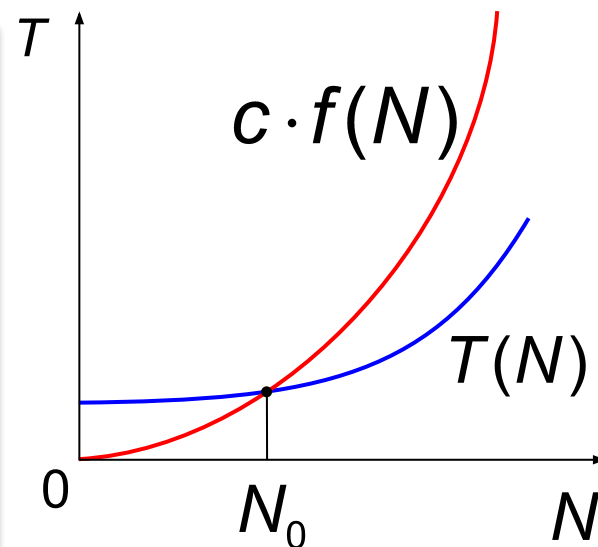
N	$T(N)$	время выполнения
	N	100 нс
	N^2	10 мс
	N^3	0,001 с
	2^N	10^{13} лет

$N = 100,$
1 млрд оп/с

Асимптотическая сложность

Алгоритм относится к классу $O(f(N))$, если найдется такая постоянная c , что начиная с некоторого $N = N_0$ выполняется условие

$$T(N) \leq c \cdot f(N)$$



это верхняя оценка!

$$O(N) \Rightarrow O(N^2) \Rightarrow O(N^3) \Rightarrow O(2^N)$$

«Алгоритм имеет сложность $O(N^2)$ ».

обычно — наиболее точная верхняя оценка!

Программирование (C++)

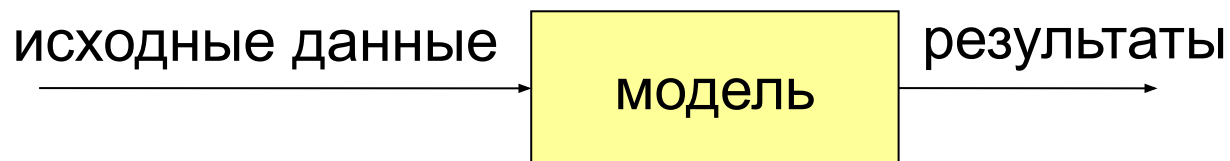
§ 23. Как разрабатывают программы

Этапы разработки программ

I. Постановка задачи

Документ: *техническое задание*.

II. Построение модели



Формализация: запись модели в виде формул (на формальном языке).

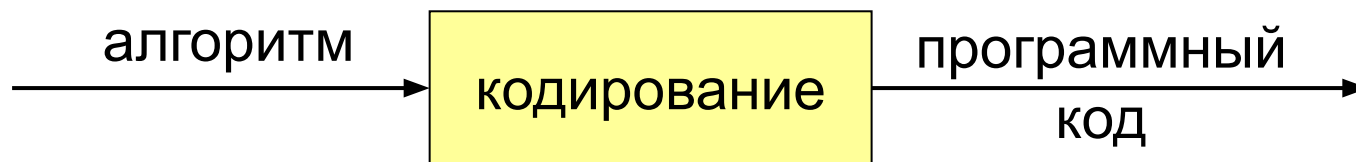
III. Разработка алгоритма и способа хранения данных

«Алгоритмы + структуры данных = программы»
(*Н. Вирт*)

Этапы разработки программ

IV. Кодирование

Запись алгоритма на языке программирования.



V. Отладка

Поиск и исправление ошибок в программах:

- **синтаксические** – нарушение правил языка программирования
- **логические** – ошибки в алгоритме
могут приводить к **отказам** – аварийным ситуациям во время выполнения (*run-time error*)

Этапы разработки программ

VI. Тестирование

Тщательная проверка программы во всех режимах:

- **альфа-тестирование** – внутри компании (тестировщики)
- **бета-тестирование** – (доверенные) пользователи

VII. Документирование

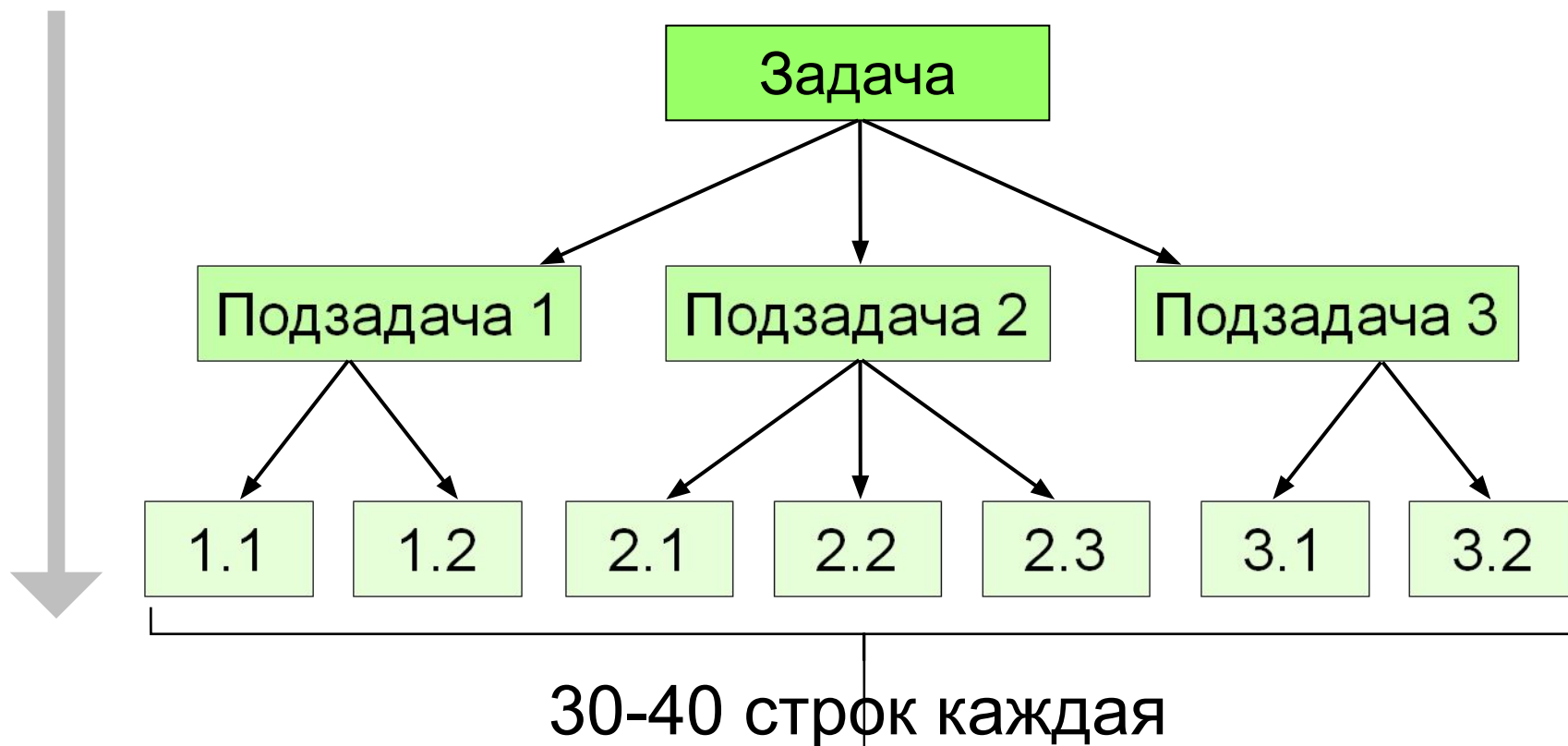
Технические писатели

VIII. Внедрение и сопровождение

- обучение пользователей
- исправление найденных ошибок
- техподдержка

Методы проектирования программ

«Сверху вниз» (последовательное уточнение)



Методы проектирования программ

«Сверху вниз» (последовательное уточнение)



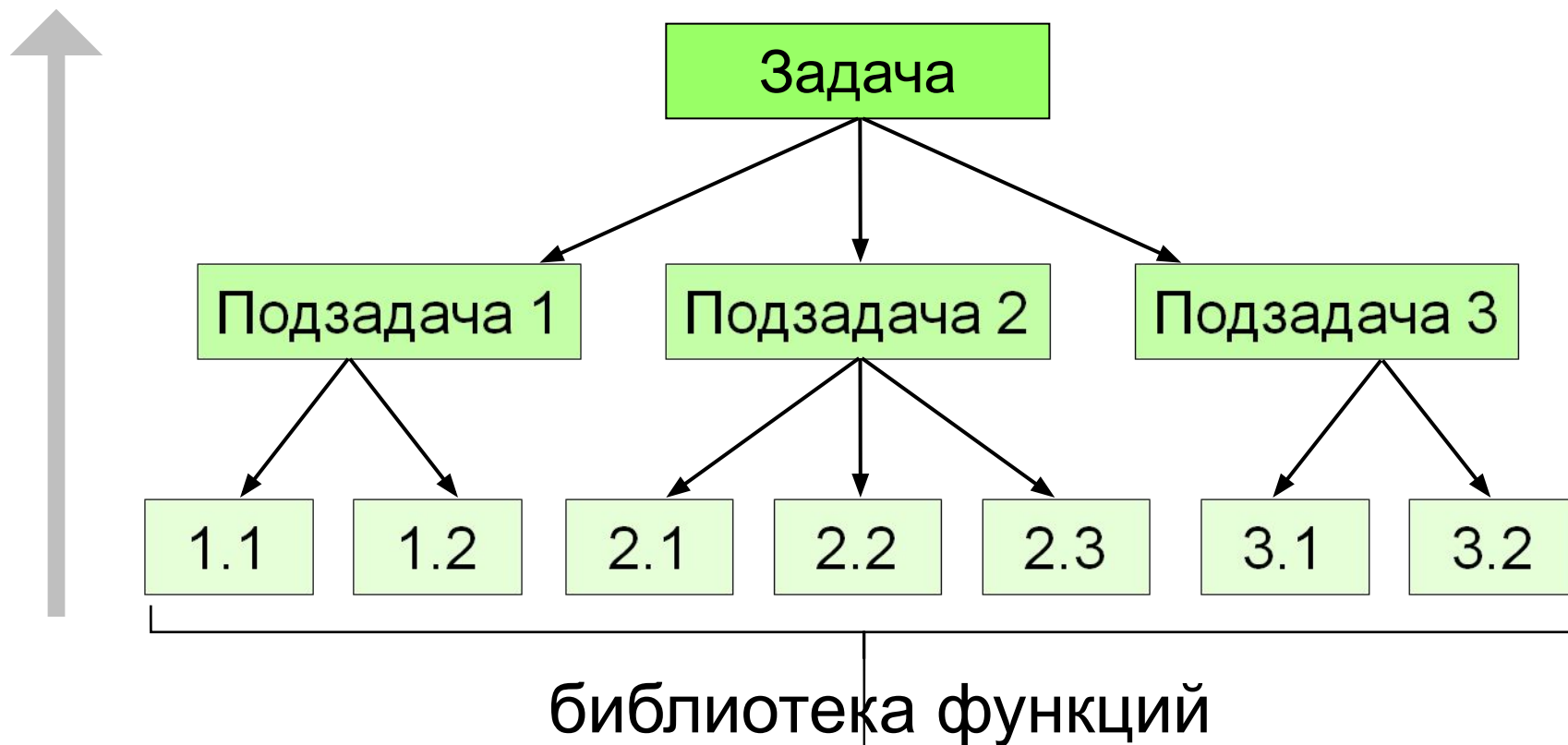
- сначала задача решается «в целом»
- легко распределить работу
- легче отлаживать программу (всегда есть полный работающий вариант)



- в нескольких подзадачах может потребоваться решение одинаковых подзадач нижнего уровня
- быстродействие не известно до последнего этапа (определяется нижним уровнем)

Методы проектирования программ

«Снизу вверх» (восходящее)



Методы проектирования программ

«Снизу вверх» (восходящее)



- нет дублирования
- сразу видно быстрое действие



- сложно распределять работу
- сложнее отлаживать (увеличение числа связей)
- плохо видна задача «в целом», может быть нестыковка на последнем этапе



Почти всегда используют оба подхода!

Пример отладки программы

Программа решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

```
int main()
{
    float a, b, c, D, x1, x2;
    cout << "Введите a, b, c: ";
    cin >> a >> b >> c;
    D = b*b - 4*a*a;
    x1 = (-b + sqrt(D))/2*a;
    x2 = (-b - sqrt(D))/2*a;
    cout << "x1=" << x1
         << " x2=" << x2);
}
```

Тестирование

Тест 1. $a = 1, b = 2, c = 1.$

Ожидание:

$x_1 = -1 \quad x_2 = -1$

Реальность:

$x_1 = -1 \quad x_2 = -1$



Тест 2. $a = 1, b = -5, c = 6.$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 2$

$x_1 = 4.79129 \quad x_2 = 0.208712$



Найден вариант, когда программа работает неверно.
Ошибка **воспроизводится!**

Возможные причины:

- неверный ввод данных
- неверное вычисление дискриминанта
- неверное вычисление корней
- неверный вывод результатов

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Отладочная печать

Идея: выводить все промежуточные результаты.

```
cin >> a >> b >> c;
```

```
cout << a << " " << b << " " << c << endl;
```

```
D = b*b - 4*a*a;
```

```
cout << "D=" << D << endl;
```

...

Результат:

```
Введите a, b, c: 1 -5 6
```

```
1 -5 6
```

```
D=21
```

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

```
D = b*b - 4*a*c ;
```



Одна ошибка найдена!

Документирование программы

- назначение программы
- формат входных данных
- формат выходных данных
- примеры использования программы

Назначение:

программа для решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Формат входных данных:

значения коэффициентов a , b и c вводятся с клавиатуры через пробел в одной строке

Документирование программы

Формат выходных данных:

значения вещественных корней уравнения;
если вещественных корней нет, выводится
слово «нет»

Примеры использования программы:

1. Решение уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$

Введите a, b, c: **1 -5 6**

x1=3 x2=2

2. Решение уравнения $x^2 + x + 6 = 0$

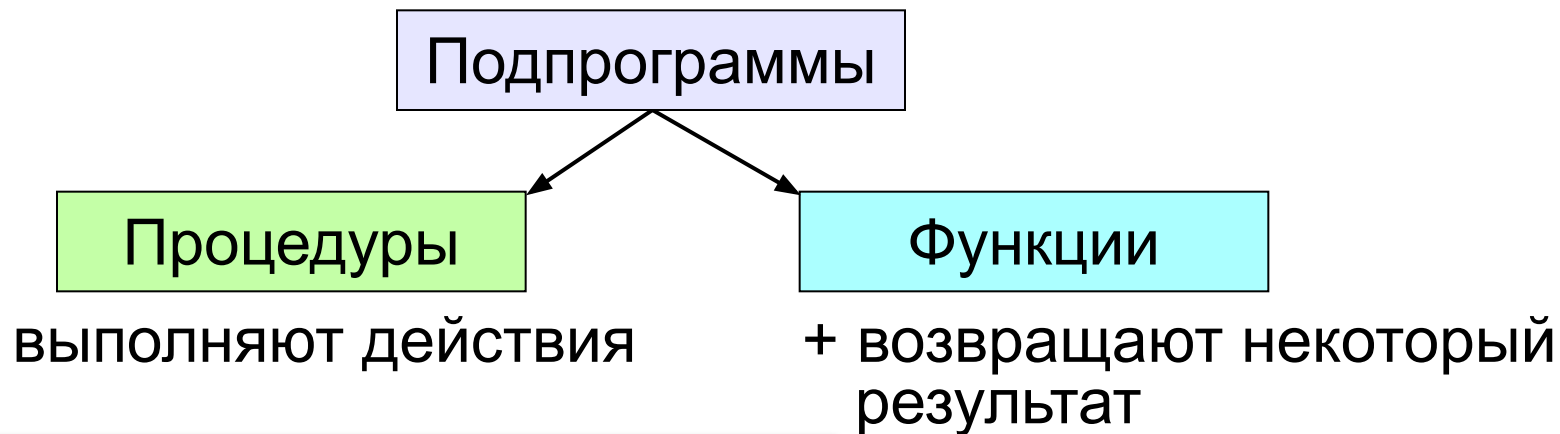
Введите a, b, c: **1 1 6**

Нет.

Программирование (C++)

§ 24. Процедуры

Два типа подпрограмм



? Процедура или функция?

- а) рисует окружность на экране
- б) определяет площадь круга
- в) вычисляет значение синуса угла
- г) изменяет режим работы программы
- д) возводит число x в степень y
- е) включает двигатель автомобиля
- ж) проверяет оставшееся количество бензина в баке
- з) измеряет высоту полёта самолёта

Простая процедура

```
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
void printLine () {
    cout << "-----" << endl;
}
```

```
int main () {
    ...
    printLine ();
    ...
}
```

какие-то
операторы

ВЫЗОВ
процедуры



Что делает?



- можно вызывать сколько угодно раз
- нет дублирования кода
- изменять – в одном месте

Линии разной длины

```
void printLine5 () {
  cout << "-----" << endl;
}
```



Как улучшить?

```
void printLine10 () {
  cout << "-----" << endl;
}
```

параметр
процедуры

```
void printLine10 () {
  for( int i=0; i<10; i++ )
    cout << "-";
}
```

```
void printLine10( int n ) {
  for( int i=0; i<n; i++ )
    cout << "-";
  cout << endl;
}
```

Процедура с параметром

```
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
void printLine10 ( int n ) {
    ...
}
```

Параметр – величина, от которой зависит работа процедуры.

```
int main() {
    ...
    printLine (10) ;
    ...
    printLine (7) ;
    printLine (5) ;
    printLine (3) ;
}
```

? Что делает?

Аргумент – значение параметра при конкретном вызове.

Несколько параметров

символьная строка

```
void printLine( string c, int n ) {  
    for( int i=0; i<n; i++ )  
        cout << c;  
    cout << endl;  
}
```



Что изменилось?



Как вызывать?

```
printLine ( X, "X" );
```

```
✓ printLine ( "+", 5 );
```

```
✓ printLine ( "+-+", 5 );
```

В других языках программирования

Python:

```
def printLine (n) :  
    print("-"*n)
```

Паскаль:

```
procedure printLine (n: integer) ;  
var i: integer;  
begin  
    for i:=1 to n do  
        write( '-' );  
    writeln;  
end;
```

Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран две линии из N символов "-".

Пример:

Длина цепочки: 7

```
-----  
-----
```

«В»: Напишите процедуру, которая принимает один параметр – натуральное число N , – и выводит на экран прямоугольник длиной N и высотой 3 символа.

Пример:

Длина прямоугольника: 7

```
ooooooo  
o      o  
ooooooo
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран квадрат со стороной N символов. При запуске программы N нужно ввести с клавиатуры.

Пример:

Сторона квадрата: 5

ooooo

o o

o o

o o

ooooo

Задачи

«D»: Напишите процедуру, которая выводит на экран треугольник со стороной N символов. При запуске программы N нужно ввести с клавиатуры.

Пример:

Сторона : 5

```
o
oo
ooo
oooo
ooooo
```

Рекурсия

Задача. Вывести на экран двоичный код натурального числа.

```
void printBin( int n ) {  
    ...  
}
```

Алгоритм перевода через остатки:

```
while( n!=0 ) {  
    cout << n % 2;  
    n = n / 2;  
}
```



Что получится при $n = 6$?

011✗

в обратном порядке!

Рекурсия

Чтобы вывести двоичную запись числа n , нужно сначала вывести двоичную запись числа $(n/2)$, а затем — его последнюю двоичную цифру, равную $(n \% 2)$.

двоичная запись числа 6

110

$6 \bmod 2$

двоичная запись числа 3



Чтобы решить задачу, нужно решить ту же задачу для меньшего числа!

Это и есть **рекурсия!**



Чтобы понять рекурсию, нужно понять рекурсию! 😊

Рекурсивная процедура

```
void printBin( int n ) {  
    printBin( n / 2 );  
    cout << n % 2;  
}
```

вызывает сама себя!

?

Что получится?
`printBin(6);`

Рекурсивная процедура — это процедура, которая вызывает сама себя.

```
printBin(6);
```

бесконечные вызовы

```
printBin(3);
```

```
printBin(1);
```

```
printBin(0);
```

```
printBin(0);
```

?

Как исправить?

Рекурсивная процедура

```
void printBin( int n ) {  
    if( n == 0 ) return;  
    printBin( n / 2 );  
    cout << n % 2;  
}
```



Что получится?
`printBin(6)`

```
printBin(6);
```

```
    printBin(3);
```

```
        printBin(1);
```

```
            printBin(0);
```

```
            cout << 1 % 2;
```

```
        cout << 3 % 2;
```

```
    cout << 6 % 2;
```

рекурсия
заканчивается!

1 1 0

Задачи

«А»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в восьмеричную систему.

Пример:

Введите число: **66**

В восьмеричной: 102

«В»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 9.

Пример:

Введите число: **75**

Основание: **6**

В системе с основанием 6: 203

Задачи

«С»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в шестнадцатеричную систему.

Пример:

Введите число: **123**

В шестнадцатеричной: **7B**

«D»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 36.

Пример:

Введите число: **350**

Основание: **20**

В системе с основанием 20: **HA**

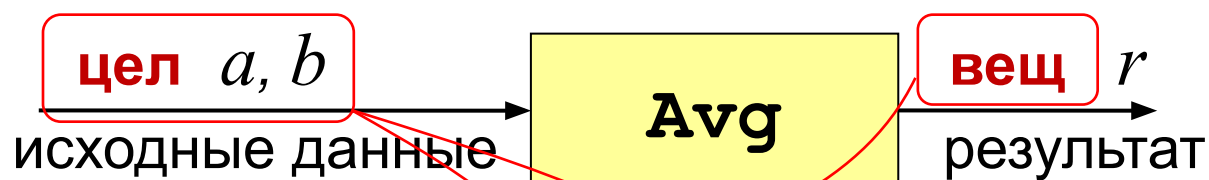
Программирование (C++)

§ 25. Функции

Что такое функция?

Функция — это вспомогательный алгоритм, который возвращает результат (число, строку символов и др.).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет среднее арифметическое двух целых чисел.



? Тип результата?

```
float Avg( int a, int b ) {  
    float sred = (a+b)/2.;  
    return sred;  
}
```

это результат!

Как вызывать функцию?

Запись результата в переменную:

```
float sr;  
sr = Avg(5, 8);
```



Чему равно?

6.5

```
int x = 2, y = 5;  
float sr = Avg(x, 2*y+8);
```

10

Вывод на экран:

```
int x = 2, y = 5;  
float sr = Avg(x, y+3);  
cout << Avg(12, 7);  
cout << sr + Avg(x, 12);
```

5

9.5

12

Как вызывать функцию?

Использование в условных операторах:

```
int a, b;  
cin >> a >> b;  
if( Avg(a,b) > 5 )  
    cout << "Да!";  
else  
    cout << "Нет!";
```



Когда печатает «Да»?

Как вызывать функцию?

Использование в циклах:

```
int a, b;  
cin >> a >> b;  
while ( Avg(a,b) > 0 ) {  
    cout << "Нет!";  
    cin >> a >> b;  
}  
cout << "Угадал!";
```



Когда напечатает
«Угадал»?

В других языках программирования

Python:

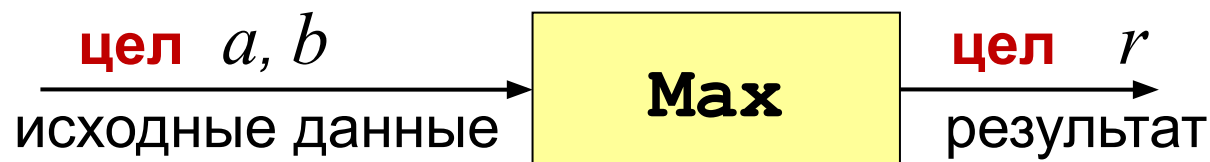
```
def Avg(a, b):  
    return (a+b)/2
```

Паскаль:

```
function Avg( a, b: integer): real;  
begin  
    Avg := (a+b)/2;  
end;
```

Максимум из двух (трёх) чисел

Задача. Составить функцию, которая определяет наибольшее из двух целых чисел.



```
int Max( int a, int b ) {  
    if( a > b )  
        return a;  
    else  
        return b;  
}
```

?

Как с её помощью найти максимум из трёх?

```
int Max3( int a, int b, int c ) {  
    return Max( Max(a,b), c );  
}
```

Сумма цифр числа

Задача. Составить функцию, которая вычисляет сумму значений цифр натурального числа.

```
int sumDigits( int N ) {  
    int d, sum = 0; // накапливаем сумму с 0  
    while( N != 0 ) {  
        d = N % 10; // выделим последнюю цифру  
        sum += d;   // добавим к сумме  
        N = N / 10; // удалим последнюю цифру  
    }  
    return sum; // возвращаем результат  
}
```

Задачи

«**A**»: Напишите функцию, которая вычисляет среднее арифметическое пяти целых чисел.

Пример:

Введите 5 чисел: **1 2 3 4 6**

Среднее: **3.2**

«**B**»: Напишите функцию, которая находит количество цифр в десятичной записи числа.

Пример:

Введите число: **751**

Количество цифр: **3**

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая находит количество единиц в двоичной записи числа.

Пример:

Введите число: **75**

Количество единиц: **4**

Логические функции


Логическая функция — это функция, возвращающая логическое значения (**да** или **нет**).

- можно ли применять операцию?
- успешно ли выполнена операция?
- обладают ли данные каким-то свойством?

Логические функции

Задача. Составить функцию, которая возвращает «**true**», если она получила чётное число и «**false**», если нечётное.

```
bool Even( int N ) {  
    if( N % 2 == 0 )  
        return true;  
    else  
        return false;  
}
```



```
bool Even( int N ) {  
    return (N % 2 == 0);  
}
```

Рекурсивные функции

Рекурсивная функция — это функция, которая вызывает сама себя.

Задача. Составить рекурсивную функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

? Как сформулировать решение рекурсивно?

Сумму цифр числа N нужно выразить через сумму цифр другого (меньшего) числа.

Сумма цифр числа N равна значению последней цифры плюс сумма цифр числа, полученного отбрасыванием последней цифры.

`sumDig(12345) = 5 + sumDig(1234)`

Рекурсивная функция

Сумма цифр числа N

Вход: натуральное число N .

Шаг 1: $d = N \% 10$

Шаг 2: $M = N / 10$

Шаг 3: s = сумма цифр числа M

Шаг 4: $sum = s + d$

Результат: sum .

последняя цифра

число без
последней цифры



Что забыли?



Когда остановить?

Сумма цифр числа (рекурсия)

```
int sumDigRec( int N ) {  
    if( N == 0 ) return 0;  
    int d = N % 10;  
    int sum = sumDigRec( N / 10 );  
    return sum+d;  
}
```



Зачем это?



Где рекурсивный вызов?

Задачи

«А»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если десятичная запись числа заканчивается на цифру 0 или 1.

Пример:

Введите число: **1230**

Ответ: Да

«В»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число помещается в 8-битную ячейку памяти.

Пример:

Введите число: **751**

Ответ: Нет

Задачи

«С»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число простое (делится только на само себя и на единицу).

Пример:

Введите число: **17**

Число простое!

Пример:

Введите число: **18**

Число составное!

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. иллюстрации художников издательства «Бином»
2. авторские материалы