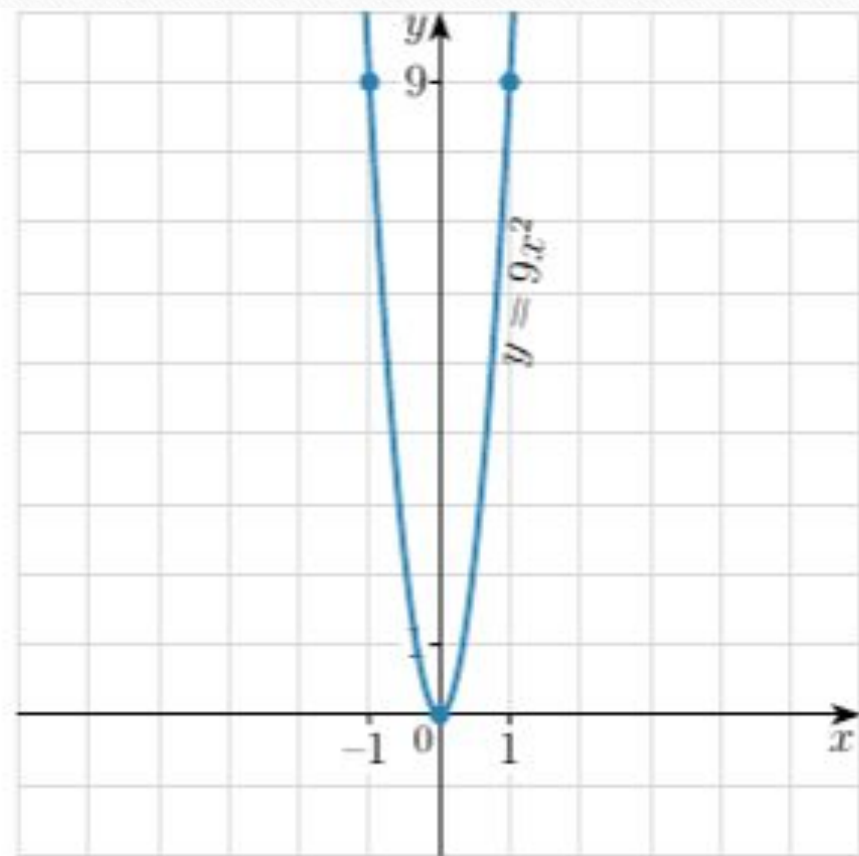
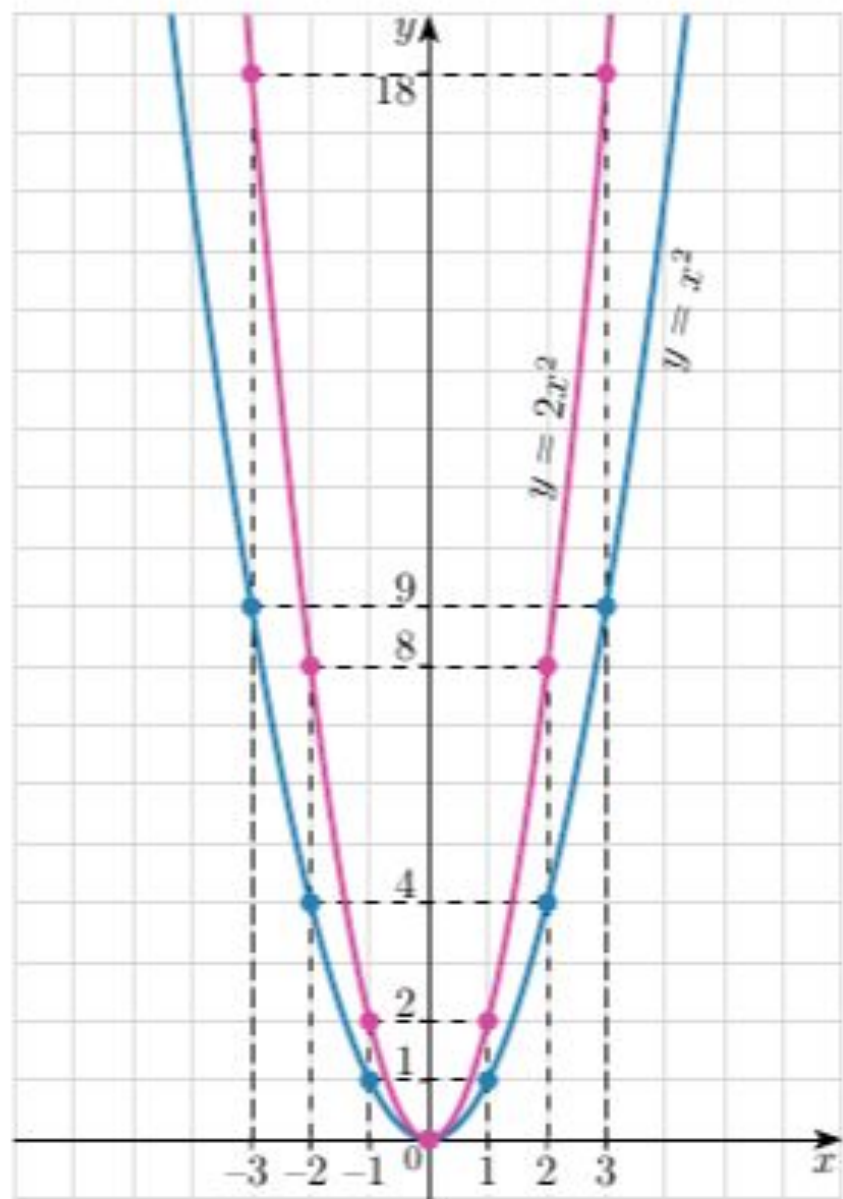
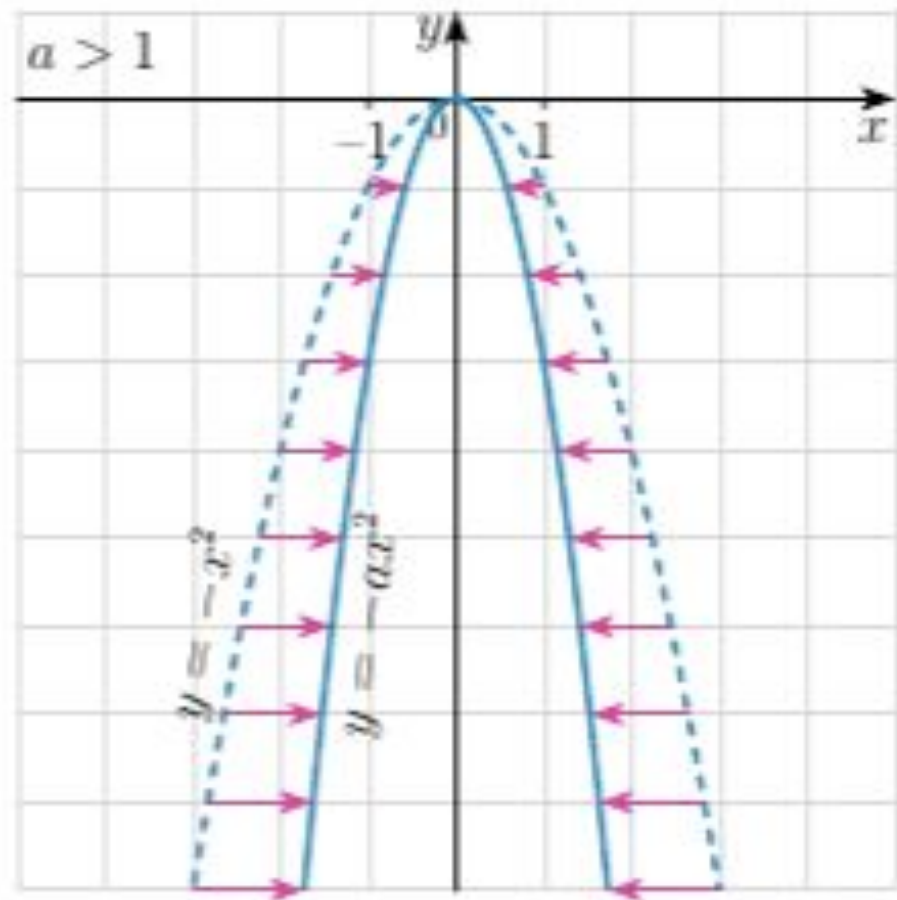
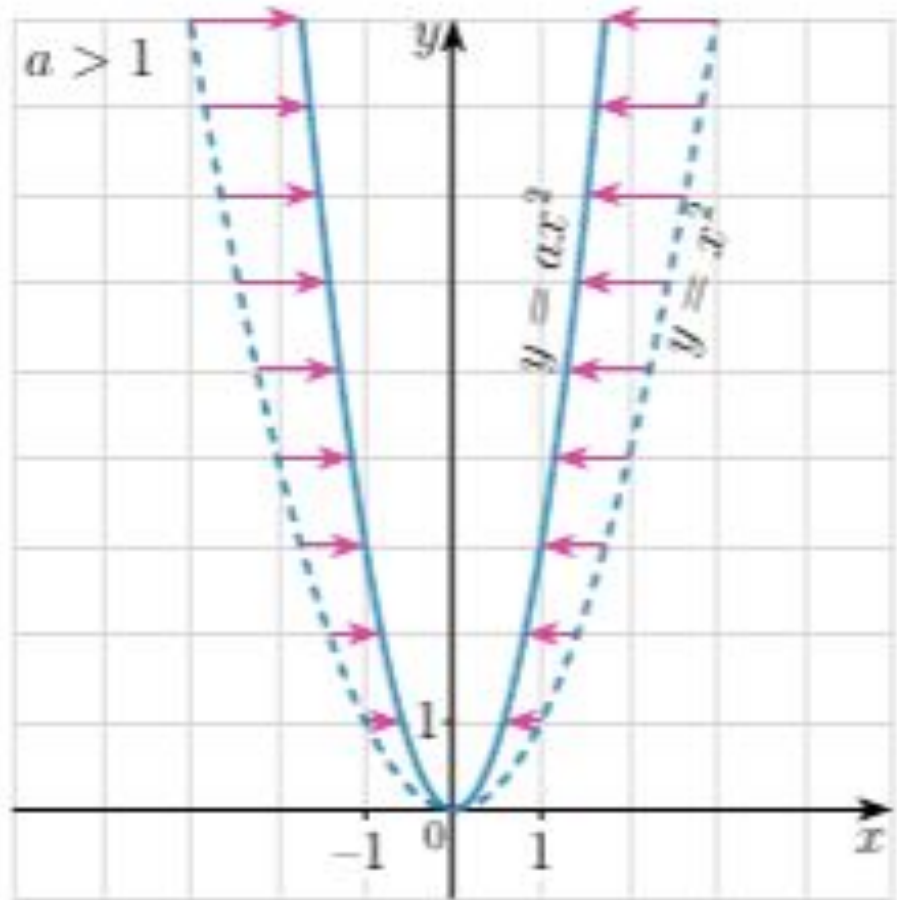
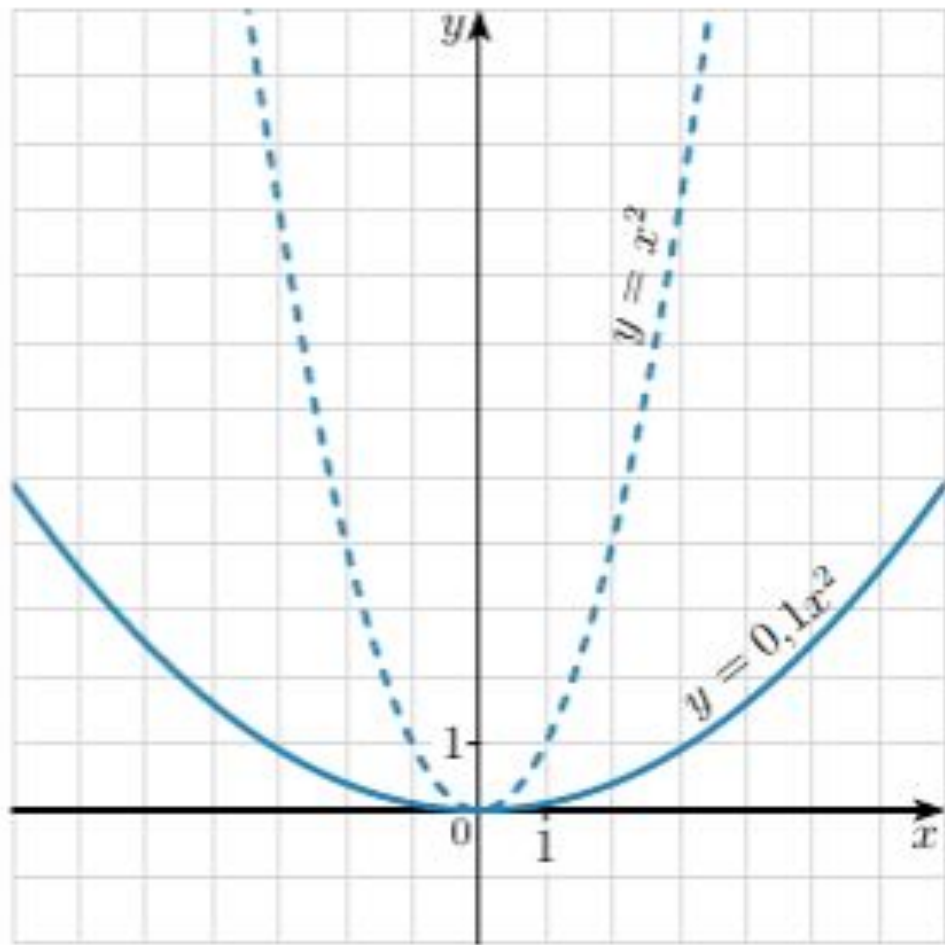
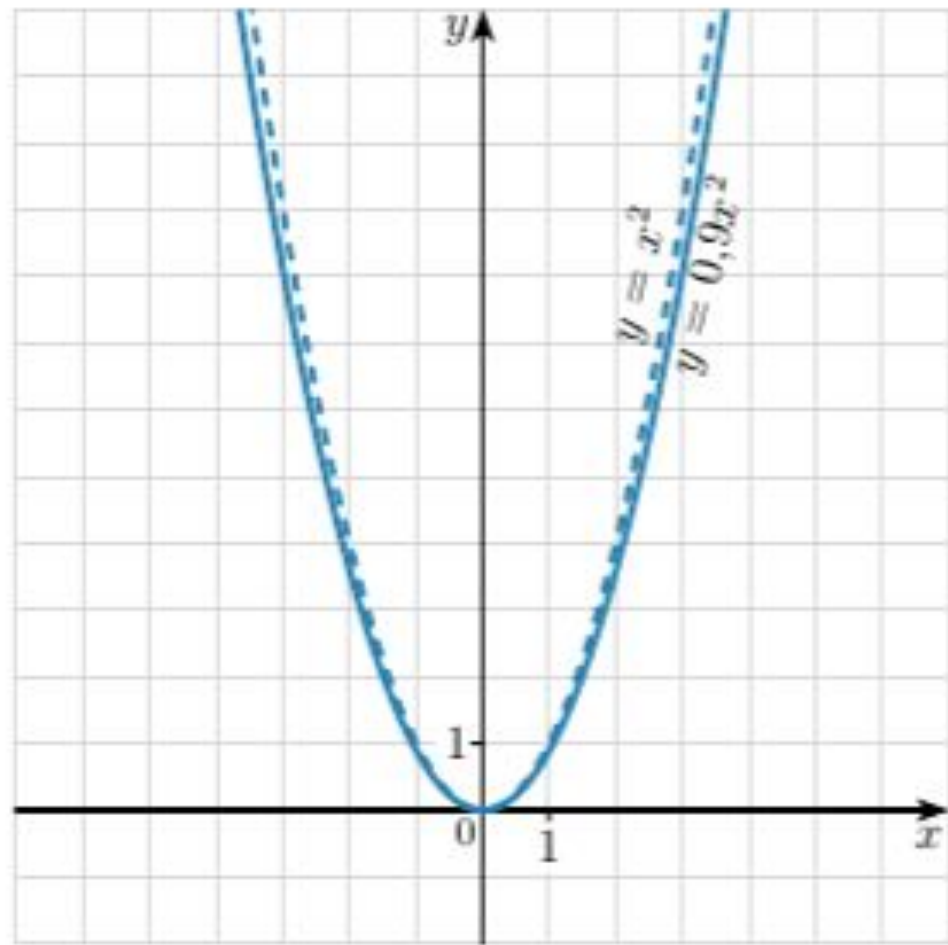


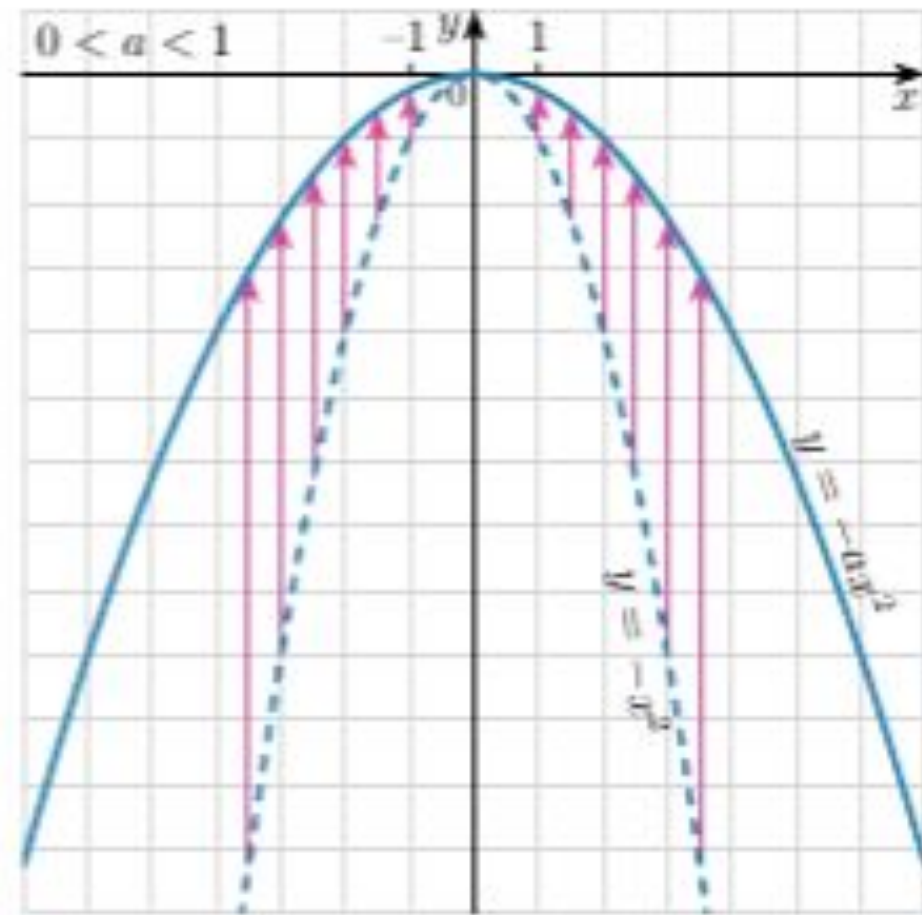
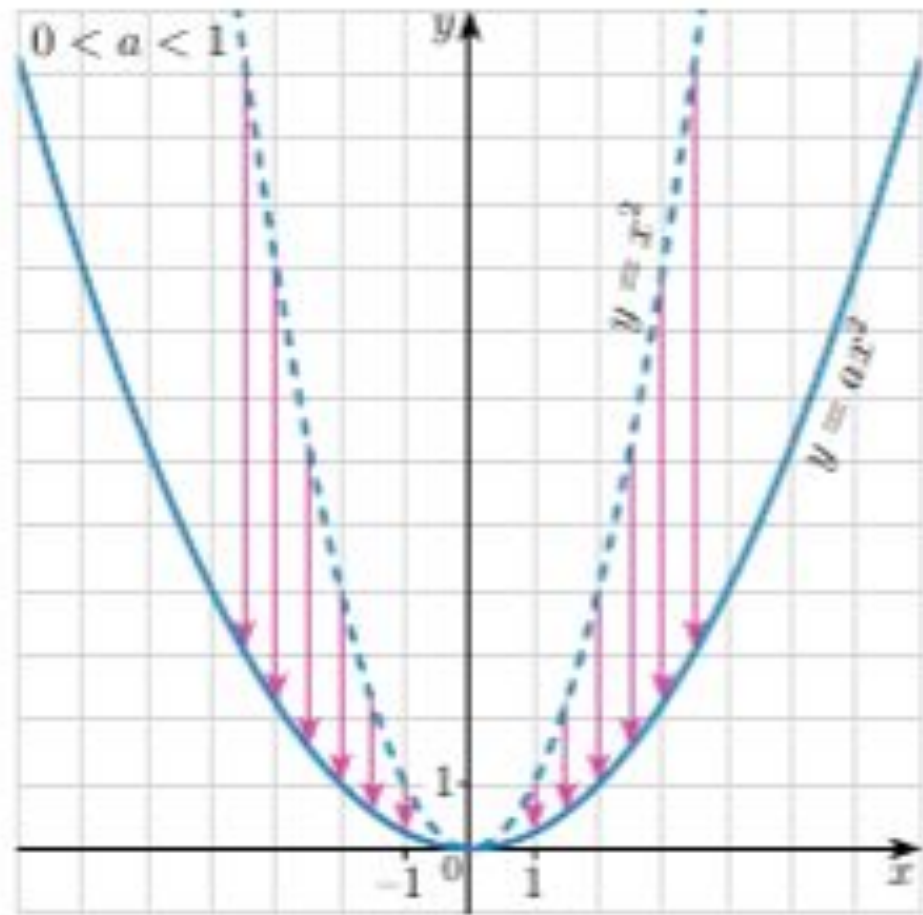
График функции  
 $y = ax^2$

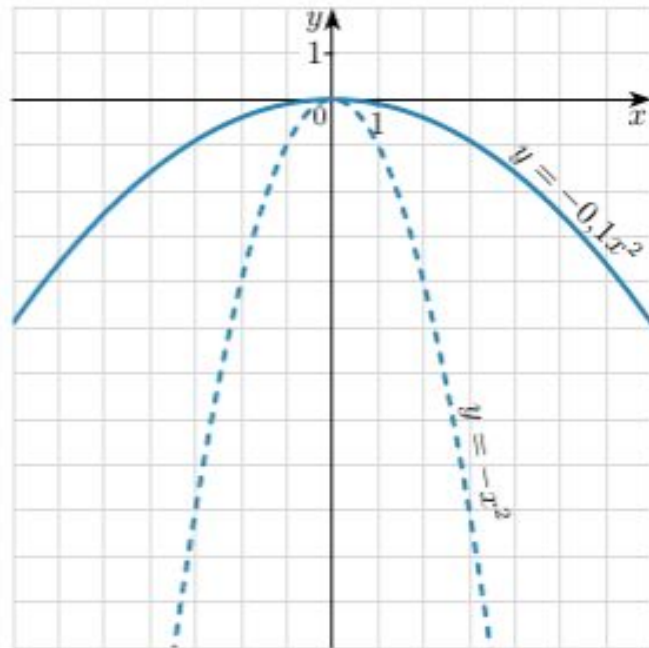
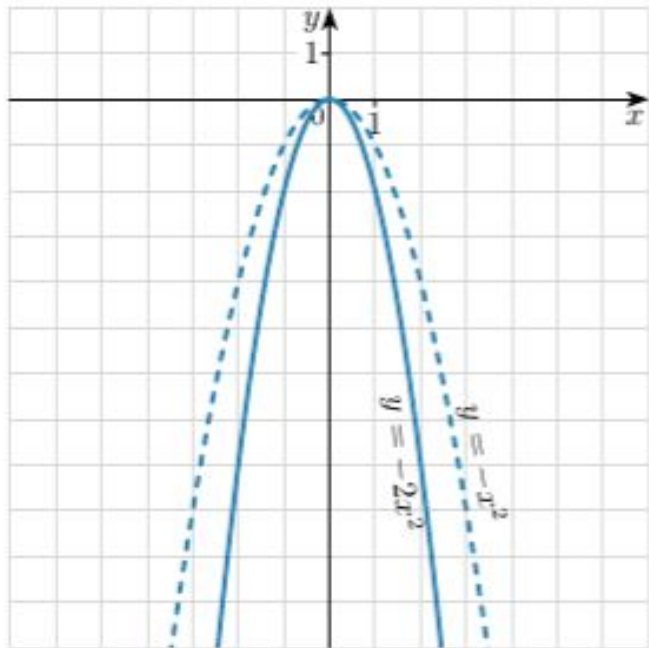
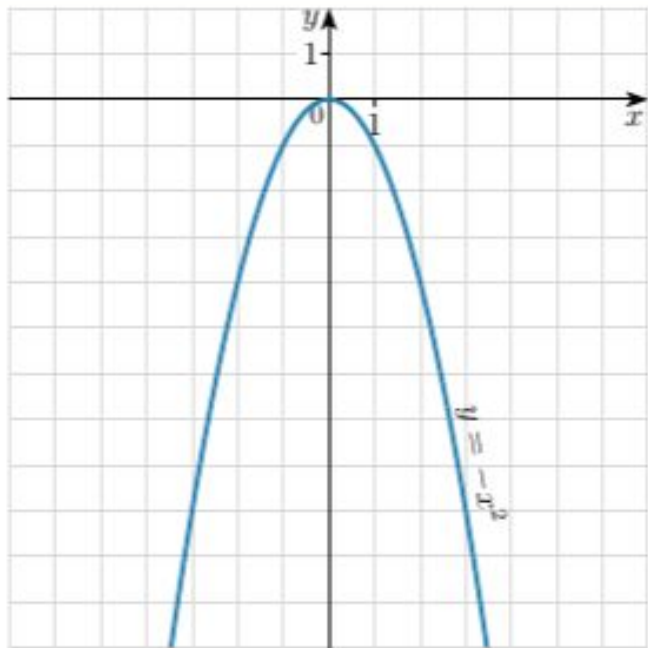
---



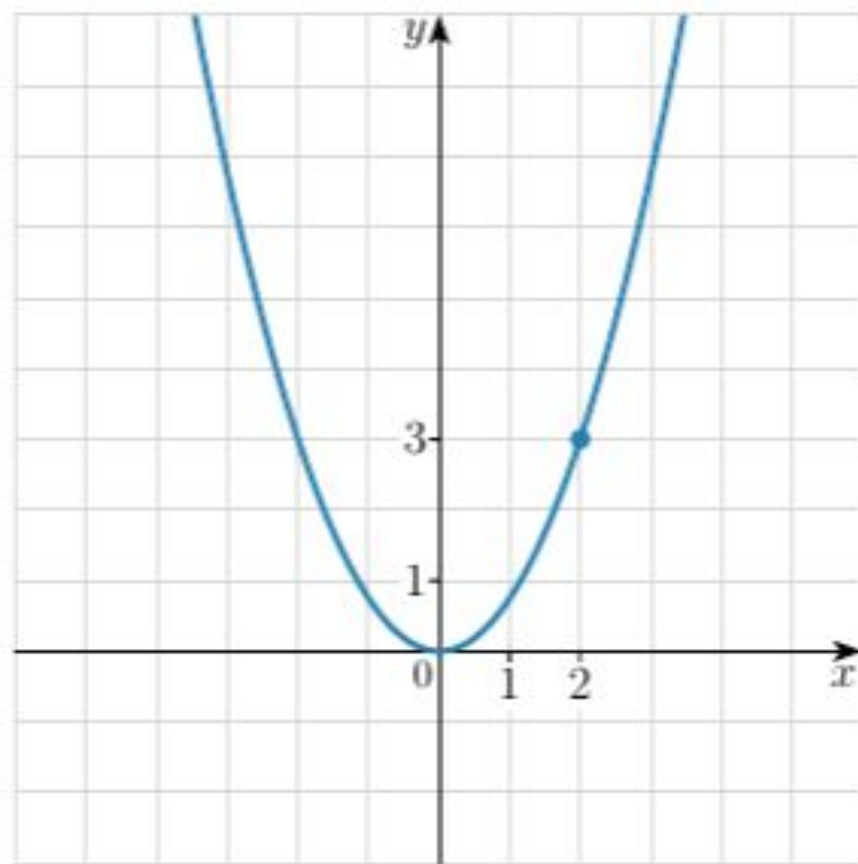




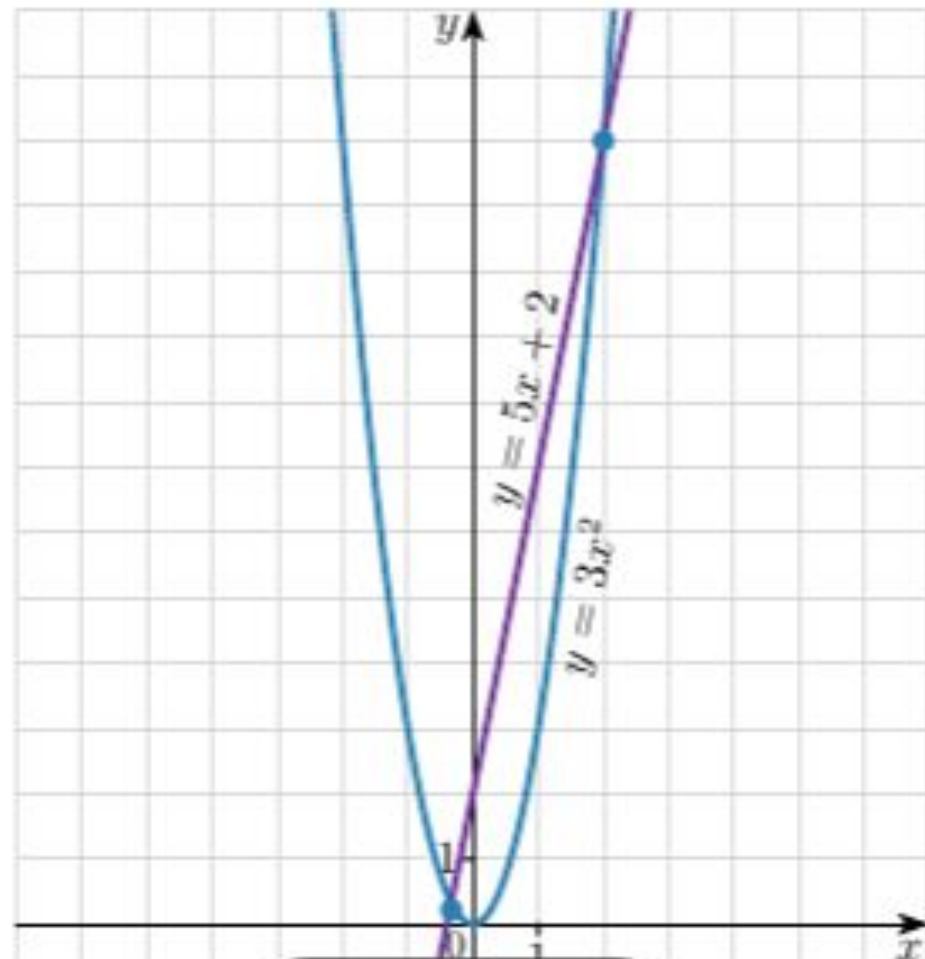




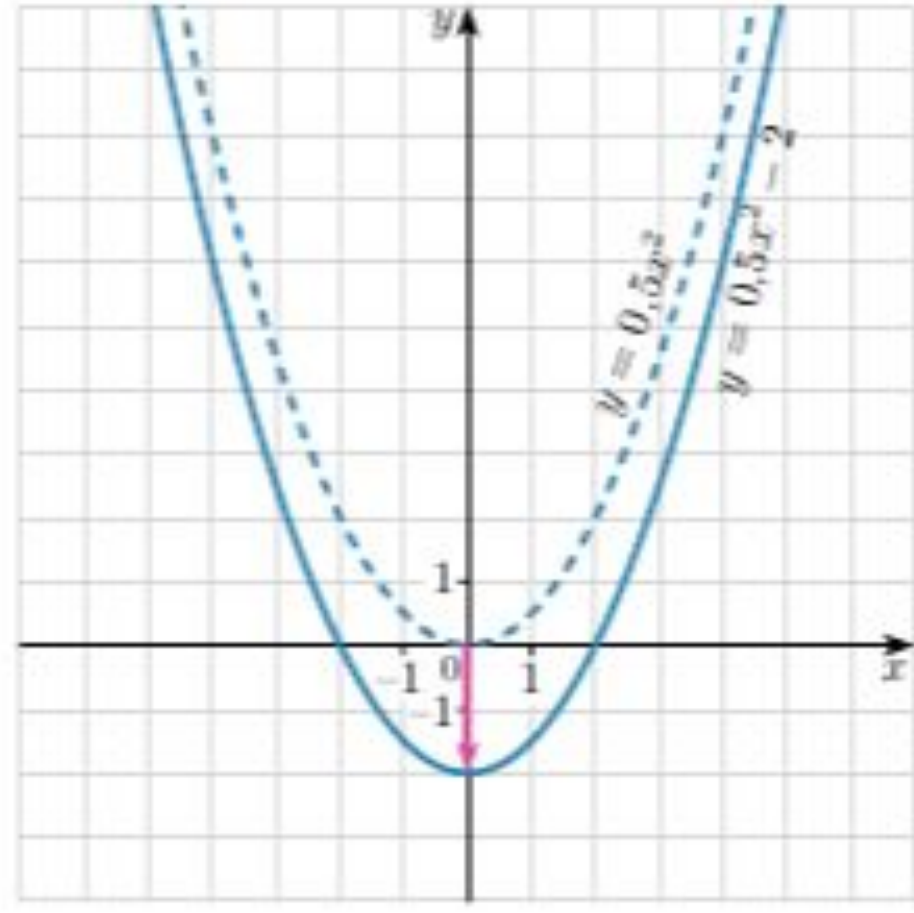
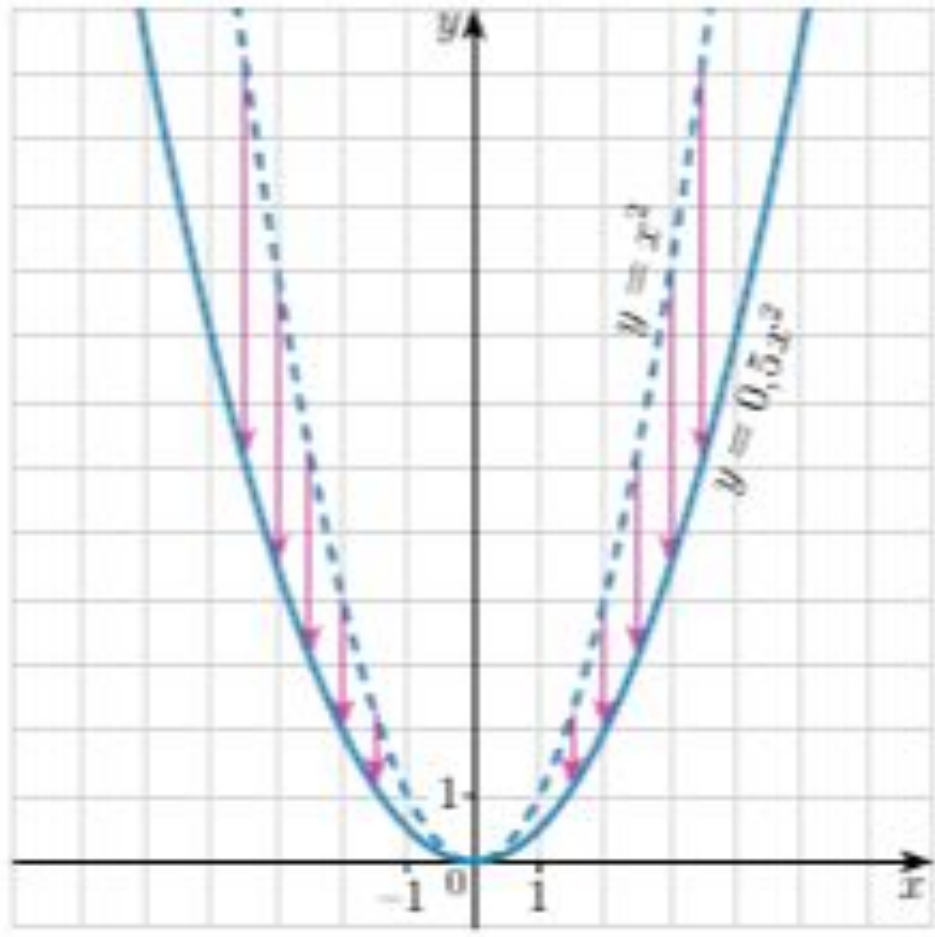
**Пример.** Определите по графику функции  $y = ax^2$  значение коэффициента  $a$ , если график проходит через точку  $(2; 3)$ .



**Пример.** Найдите координаты точек пересечения графиков  $y = 3x^2$  и  $y = 5x + 2$ .





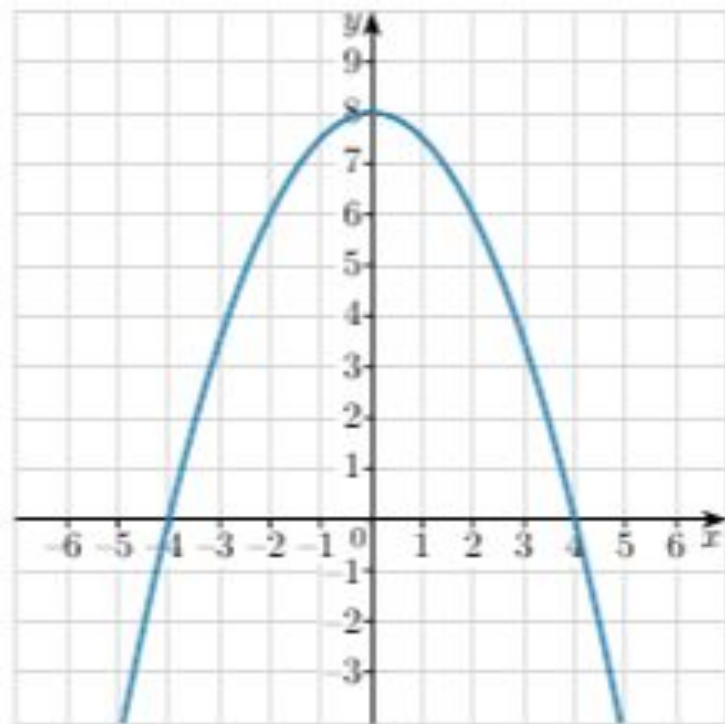


Итак, для того чтобы понять, как выглядит график функции  $f(x) = ax^2 + n$ , нужно следующее.

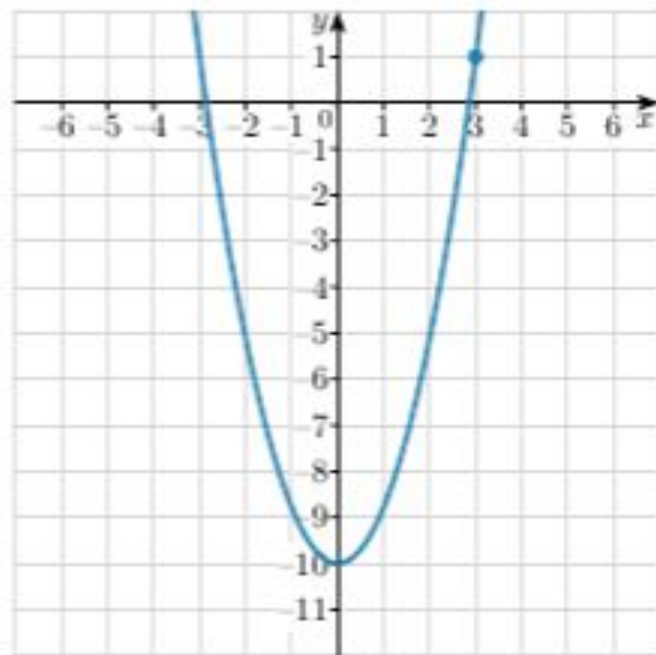
- 1) Посмотреть на знак коэффициента  $a$ . Если  $a > 0$ , то ветви параболы будут направлены вверх и в качестве основы мы берём график функции  $y = x^2$ . Если же  $a < 0$ , то ветви будут направлены вниз, а в качестве основы мы берём  $y = -x^2$ .
- 2) Посмотреть на абсолютную величину коэффициента  $a$ , то есть на  $|a|$ . Если это число больше 1, то парабола  $y = ax^2$  станет уже соответствующей параболы из пункта 1). Если же  $|a| < 1$ , то она станет шире.
- 3) Посмотреть на коэффициент  $n$ . Он отвечает за то, насколько парабола  $y = ax^2$  «подпрыгнет» вверх или, наоборот, переместится вниз. Если  $n \geq 0$ , то, чтобы получить график функции  $f(x)$ , нужно сдвинуть параболу  $y = ax^2$  на  $n$  вверх. Если  $n < 0$ , то нужно сдвинуть параболу  $y = ax^2$  на  $|n|$  вниз.

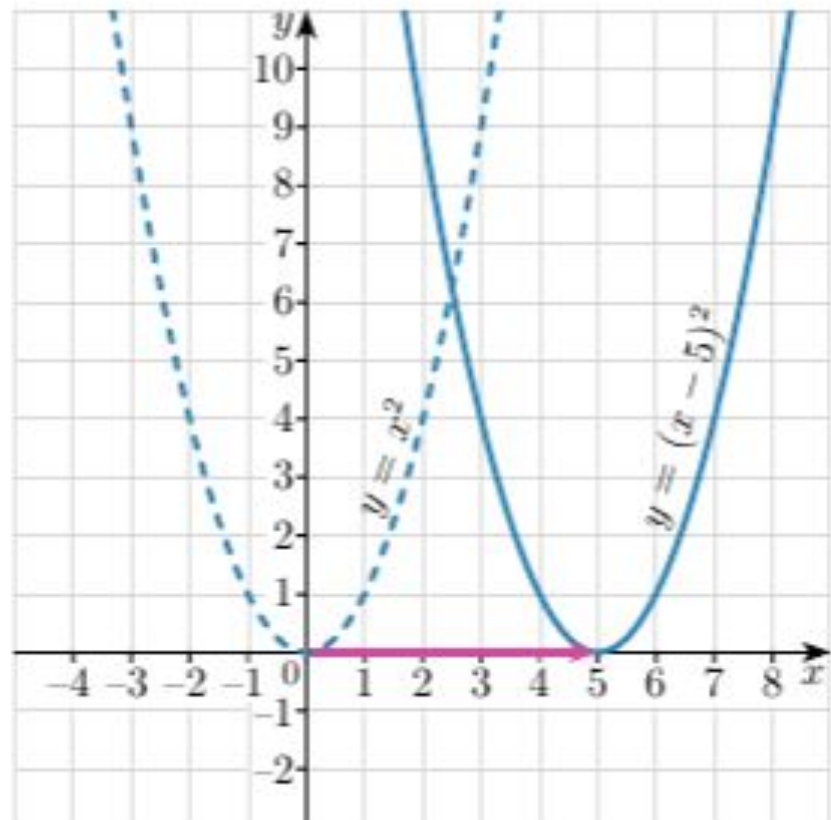
Проанализируем, как будет выглядеть график функции  $f(x) = -50x^2 + 43,5$ , пользуясь сформулированным алгоритмом.

**Пример.** По графику функции  $f(x) = ax^2 + n$  определите знак коэффициента  $a$  и значение коэффициента  $n$ .

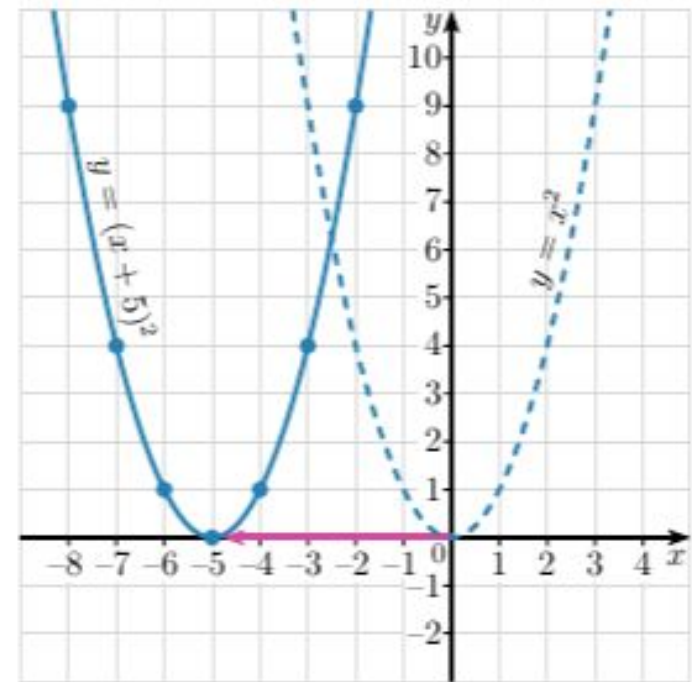


**Пример.** По графику функции  $f(x) = ax^2 + n$  определите значения коэффициентов  $a$  и  $n$  и восстановите формулу, задающую эту функцию.





$x$	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$f(x) = (x + 5)^2$	9	4	1	0	1	4	9



**Утверждение.** Графиком функции  $f(x) = (x - t)^2$  является парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке  $(t; 0)$ . Эта парабола получается смещением параболы  $y = x^2$  вдоль оси  $x$  на  $|t|$  единиц вправо или влево, в зависимости от знака  $t$ .

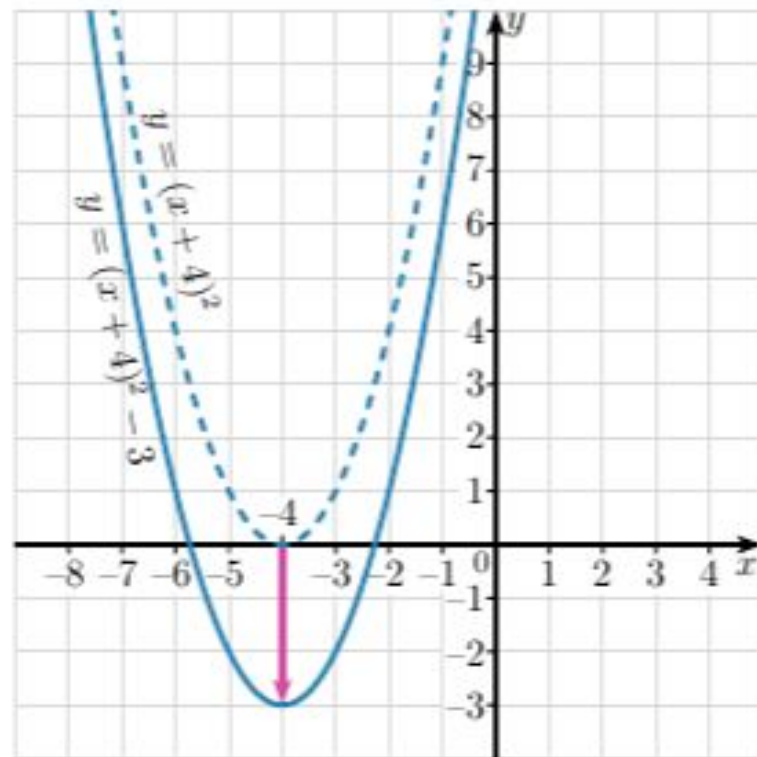
**Контрольный вопрос.** Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции:

а)  $f(x) = (x - 2)^2$ ;

б)  $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ;

в)  $f(x) = (x + 3,5)^2$ ;

г)  $f(x) = (6 - x)^2$ .



Сформулируем в общем случае.

**Утверждение.** График функции вида  $y = (x - m)^2 + n$  получается из параболы  $y = x^2$  смещением на  $|m|$  единиц вдоль оси  $x$  (вправо при  $m > 0$ , влево при  $m < 0$ ) и на  $|n|$  единиц вдоль оси  $y$  (вверх при  $n > 0$ , вниз при  $n < 0$ ). Вершина получившейся параболы находится в точке  $(m; n)$ .

Задача 1. Постройте график функции  $y = (x + 5)^2$ .

Задача 2. Постройте график функции  $y = (4 - x)^2$

Задача 3. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции  $y = (x + 4)^2$ .

Задача 4. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции  $y = -(x - 6)^2$ .

Задача 5. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции  $y = (x - 1)^2 + 6$ .

Задача 6. Постройте график функции  $y = -(x - 1)^2$ .

Задача 7. Постройте график функции  $y = (x + 5)^2 + 1$ .

Задача 8. Постройте график функции  $y = 5(x + 5)^2$ .

---

Задача 9. Постройте график функции  $y = -2(x + 5)^2 + 3$ .



# Домашняя работа

Задача 1. Постройте график функции  $y = (x - 6)^2$ .

Задача 2. Постройте график функции  $y = (x + 1)^2$ .

Задача 3. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции  $y = (x + 125)^2 - 31$ .

Задача 4. Постройте график функции  $y = 2(x - 7)^2 - 5$ .

Задача 5. Постройте график функции  $y = -3(x + 5)^2 - 1$ .

**Задача 1.** Выберите функции, графиками которых являются параболы с ветвями, направленными вниз.

- 1)  $y = 4x^2 + 3x + 7$ ;      2)  $y = 7x - x^2 + \frac{1}{2}$ ;      3)  $y = 5 + 11x - x^2$ ;      4)  $y = 3x^2 - 9x - 0,5$ ;  
5)  $y = 3x - 5$ .

**Задача 2.** Во сколько раз необходимо растянуть параболу  $y = x^2$  вдоль оси ординат, чтобы получить параболу  $y = 4x^2$ ?

**Задача 3.** Какую из парабол можно получить при помощи сдвигов параболы  $y = -6x^2$ ?

- 1)  $y = 6x^2 + 3x + 7$ ;      2)  $y = 3x^2 - 6x - 0,5$ ;      3)  $y = -6x^2 + 5x$ ;      4)  $y = -6x + 4 - x^2$ .

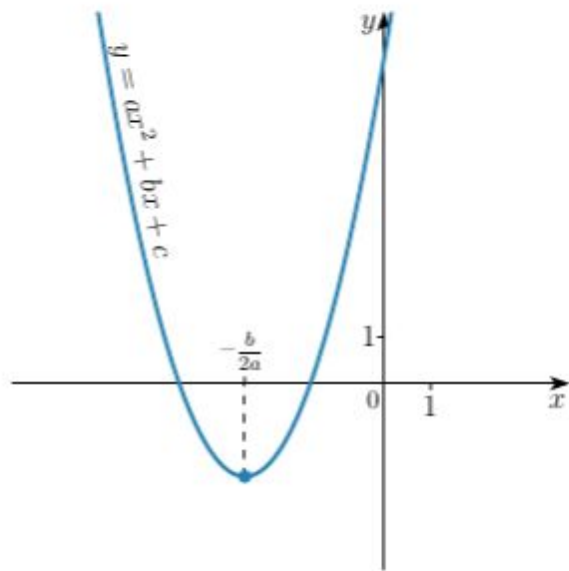
**Задача 4.** Выделите полный квадрат из правой части уравнения  $y = x^2 + 10x + 28$  и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.

**Задача 5.** Приведите уравнение  $y = 3x^2 - 12x + 3$  к виду  $y = a(x - m)^2 + n$  и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением.

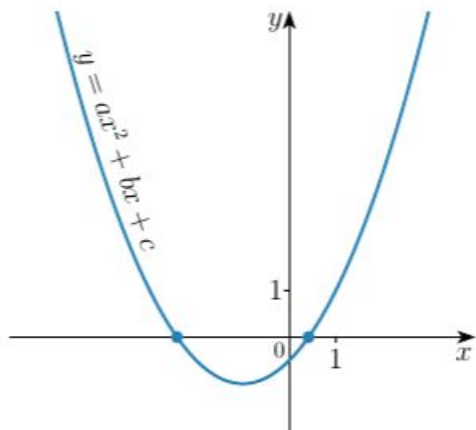
**Задача 6.** Приведите уравнение  $y = \frac{x^2}{5} - x + \frac{1}{2}$  к виду  $y = a(x - m)^2 + n$  и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.

# Ключевые точки для построения графика квадратичной функции

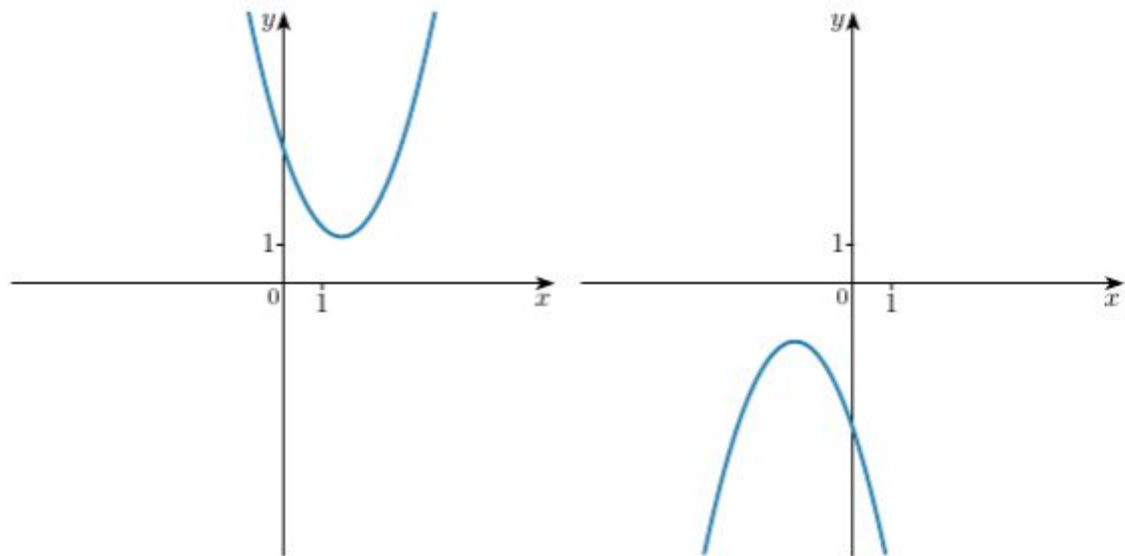
**Утверждение.** Координата по оси  $x$  вершины параболы  $y = ax^2 + bx + c$  находится по формуле  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ . Координату  $y_0$  можно вычислить, подставив значение  $x_0$  в формулу, задающую функцию.



Теперь давайте поймём, как находить точки пересечения параболы с осью  $x$ . Ось  $x$  совпадает с прямой  $y = 0$ . Поэтому координаты этих точек по оси  $y$  равны нулю, а координаты по оси  $x$  — это нули функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , то есть корни уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .



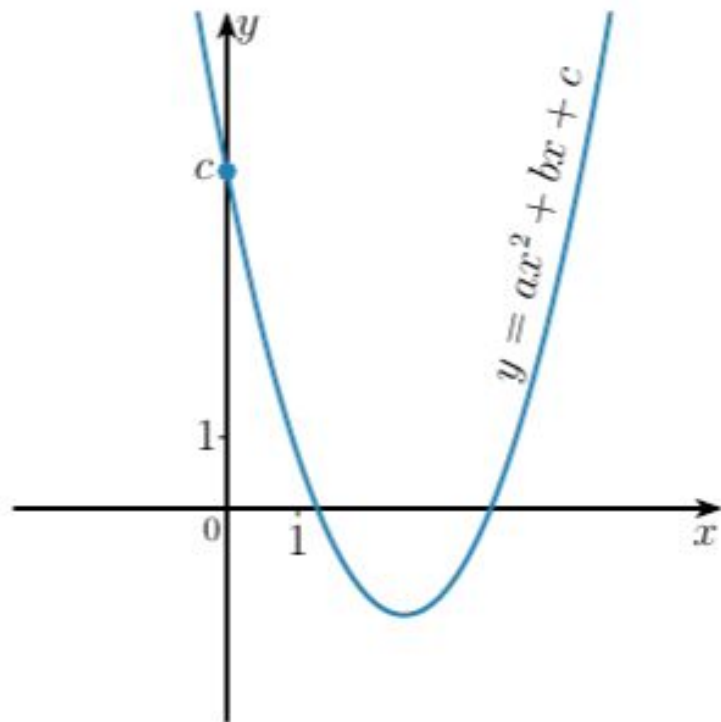
Конечно, нулей функции может и не существовать — в этом случае парабола не пересечёт ось абсцисс.



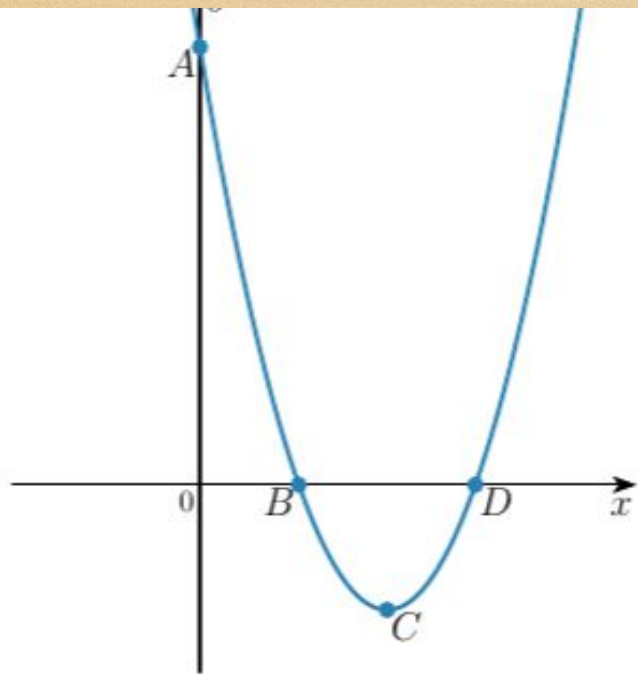
**Утверждение.** Абсциссы точек пересечения параболы  $y = ax^2 + bx + c$  с осью  $x$  — это корни уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ . Если корней нет, значит парабола не пересекает ось  $x$ .

$$y = ax^2 + bx + c = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c.$$

Значит, парабола пересекает ось  $y$  в точке  $(0; c)$ .



**Утверждение.** *Ордината точки пересечения параболы с осью ординат равна свободному члену квадратного трёхчлена.*



- 1) вершина параболы
- 2) точка пересечения с осью абсцисс
- 3) точка пересечения с осью ординат

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>

**Пример.** Найдите ключевые точки параболы  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$ .

*Базовый уровень. Домашняя работа*

Задача 1. Найдите координаты вершины параболы  $y = 4x^2 - 3x + 2$ .

Задача 2. Отметьте ключевые точки графика функции  $y = x^2 + 7x + 6$  и постройте его.

Задача 3. Отметьте ключевые точки графика функции  $y = -x^2 + 3x - 2$  и постройте его.

Задача 4. Постройте график функции  $y = x^2 - 4x + 3$  при помощи ключевых точек.

Задача 5. Выделите полный квадрат из правой части уравнения  $y = x^2 + 4x - 2$  и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.