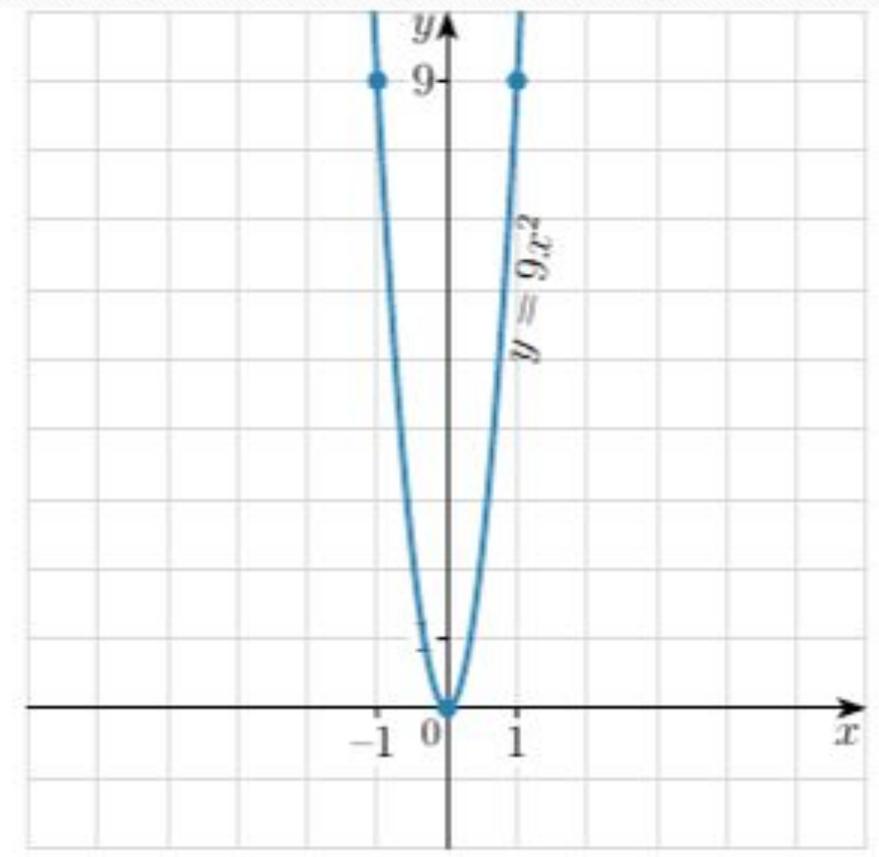
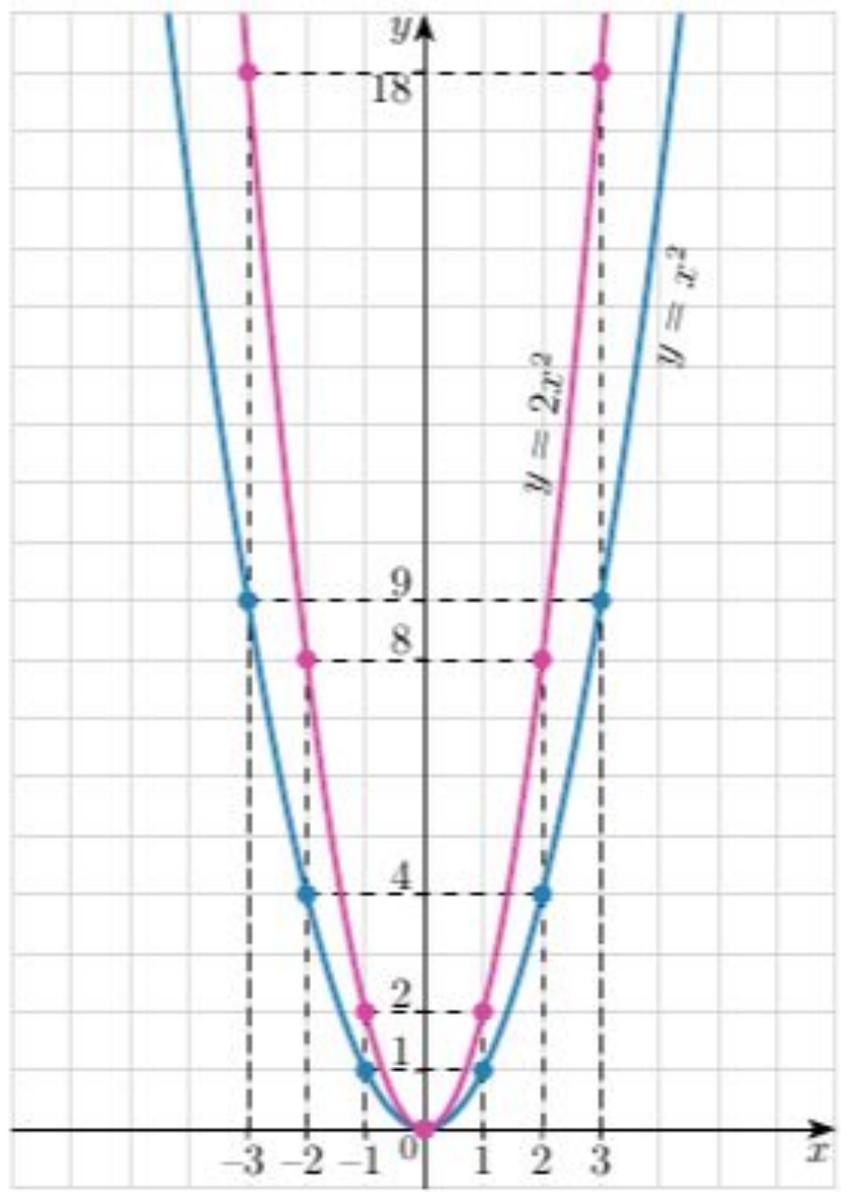
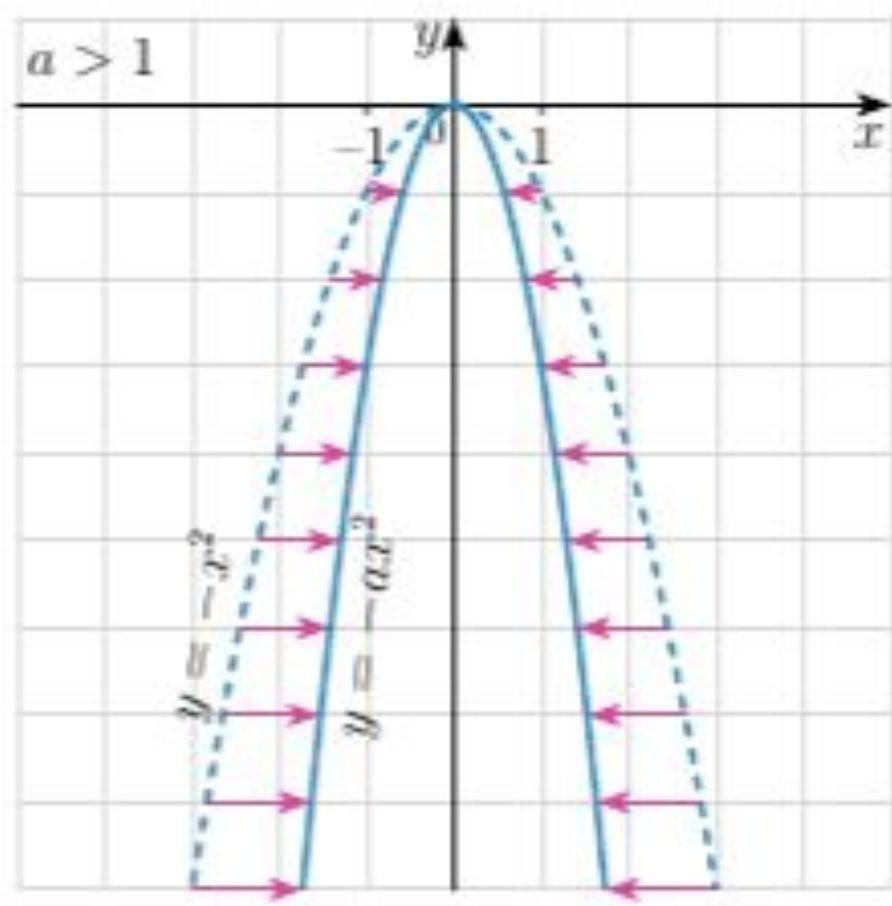
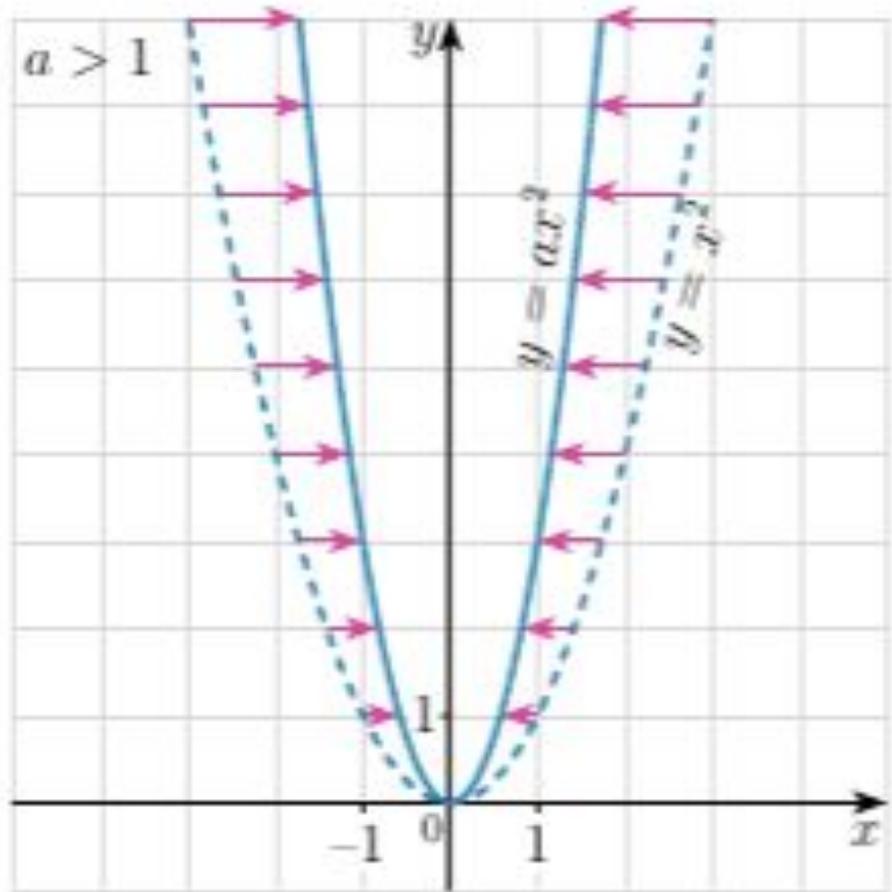
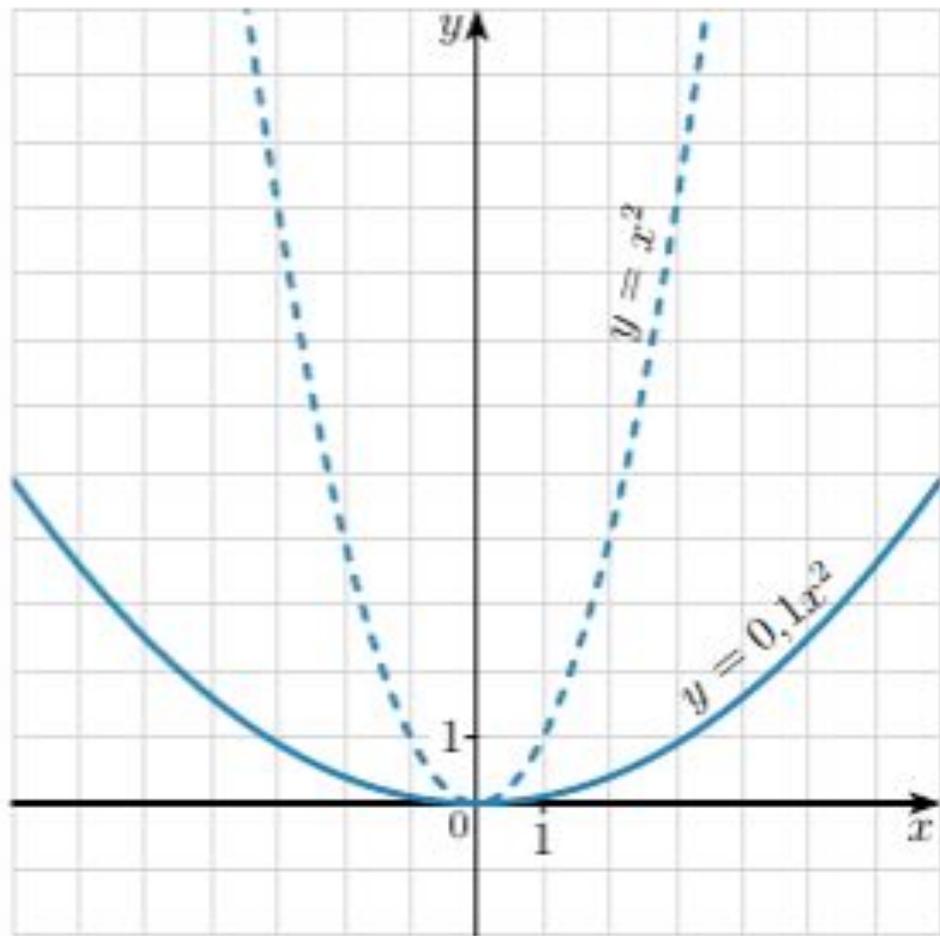
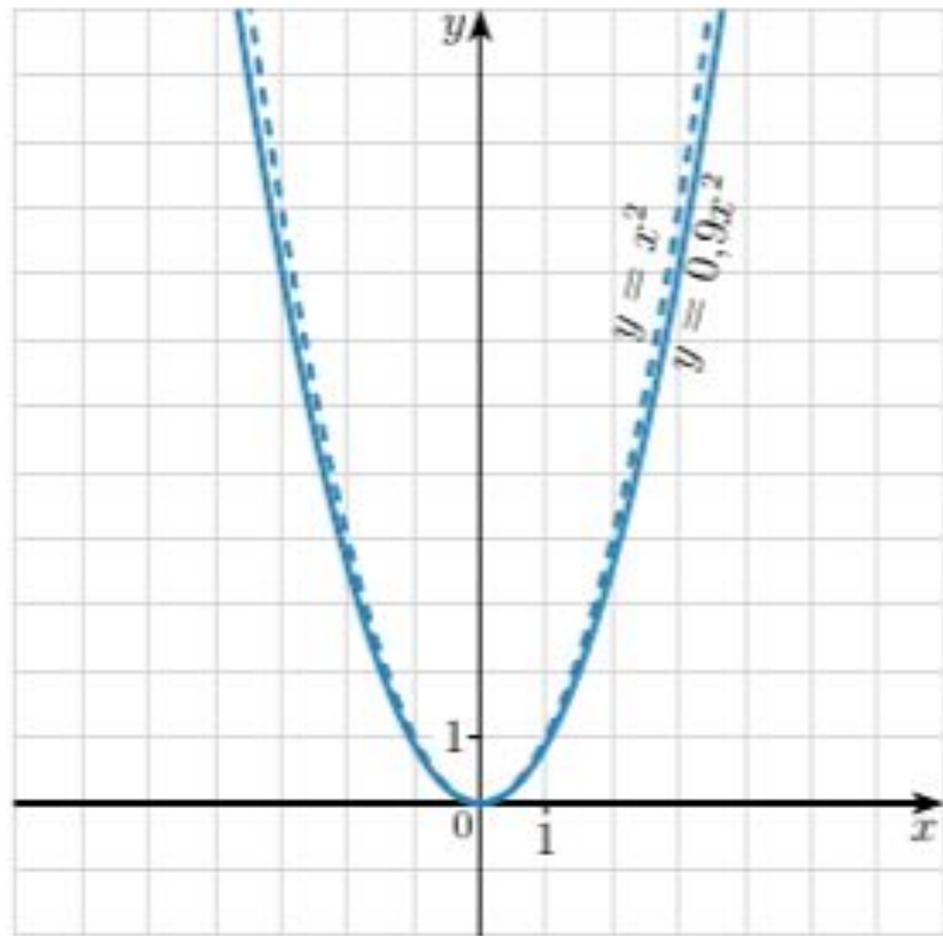
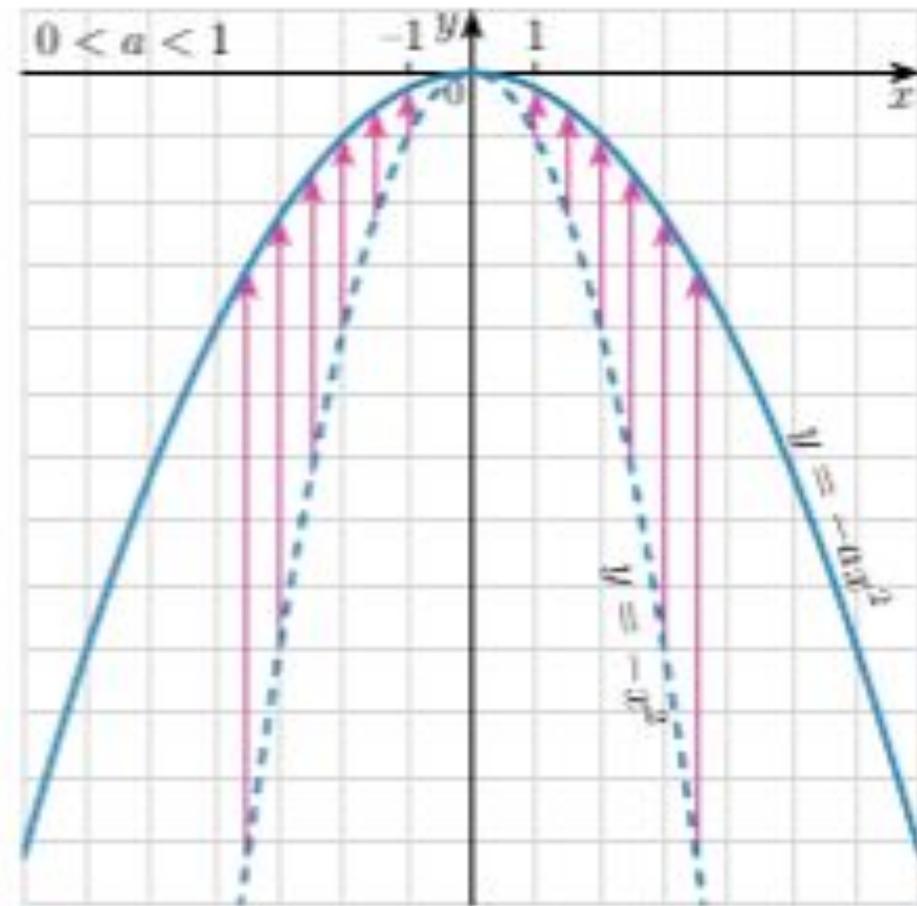
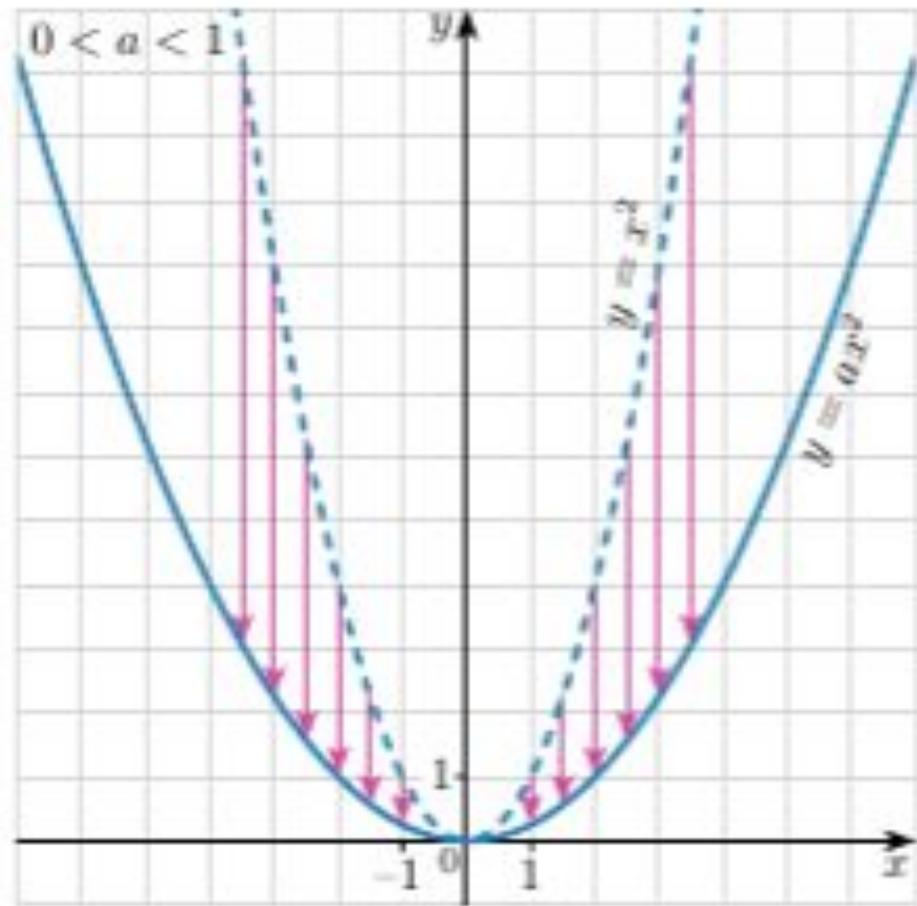


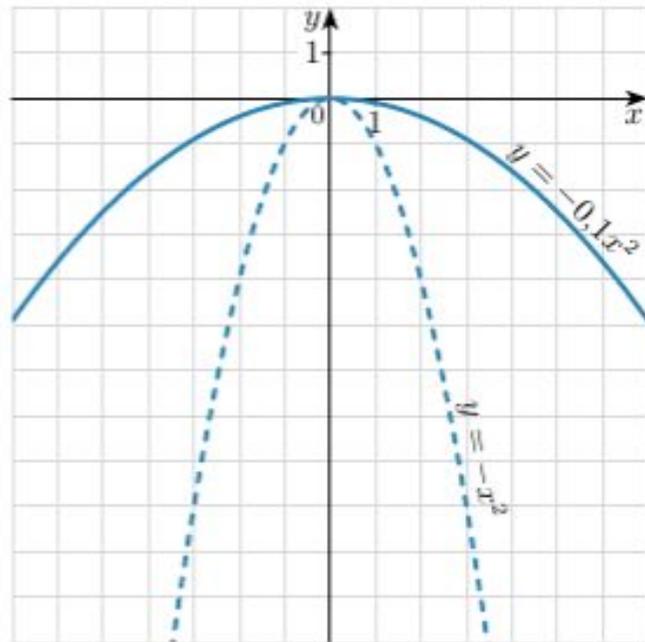
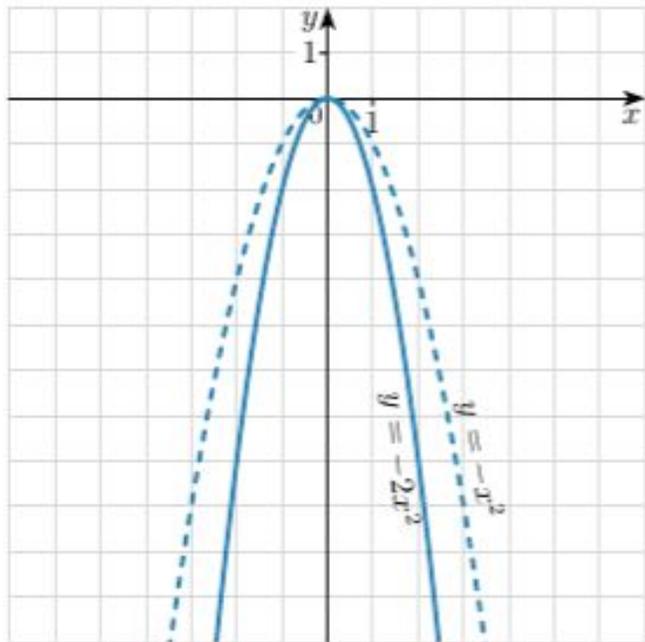
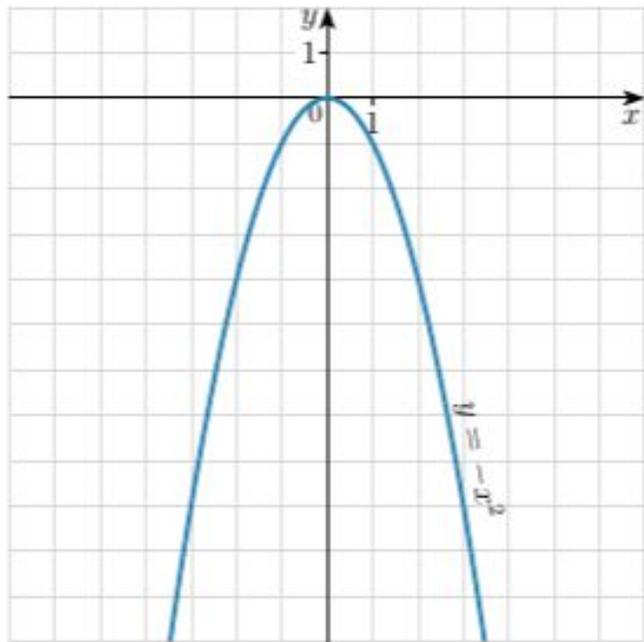
График функции
 $y = ax^2$



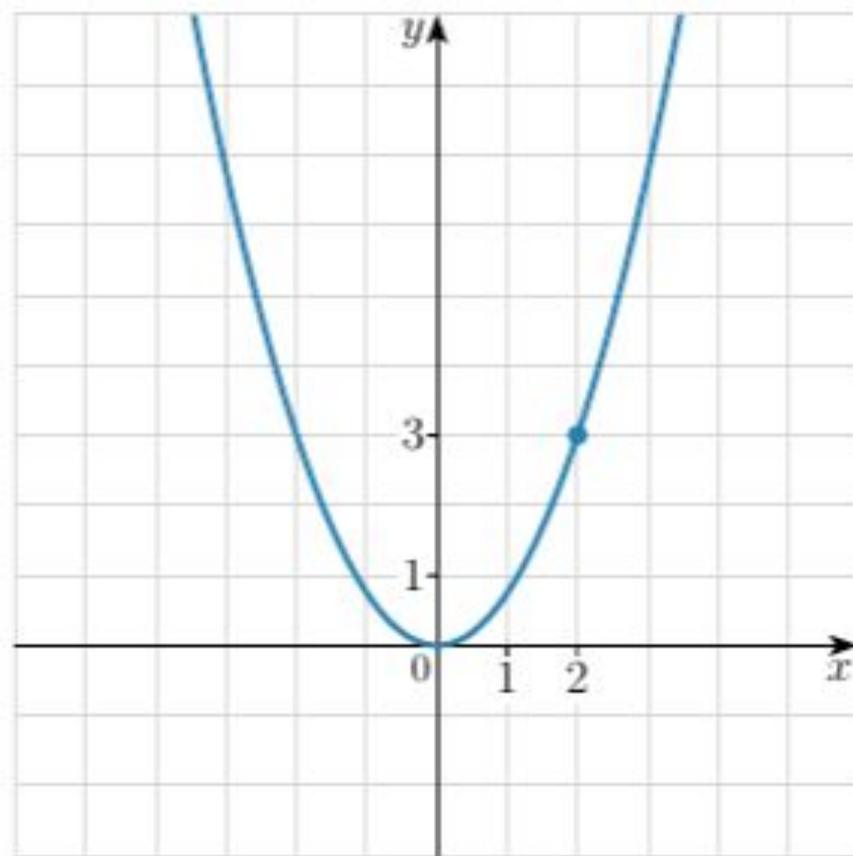




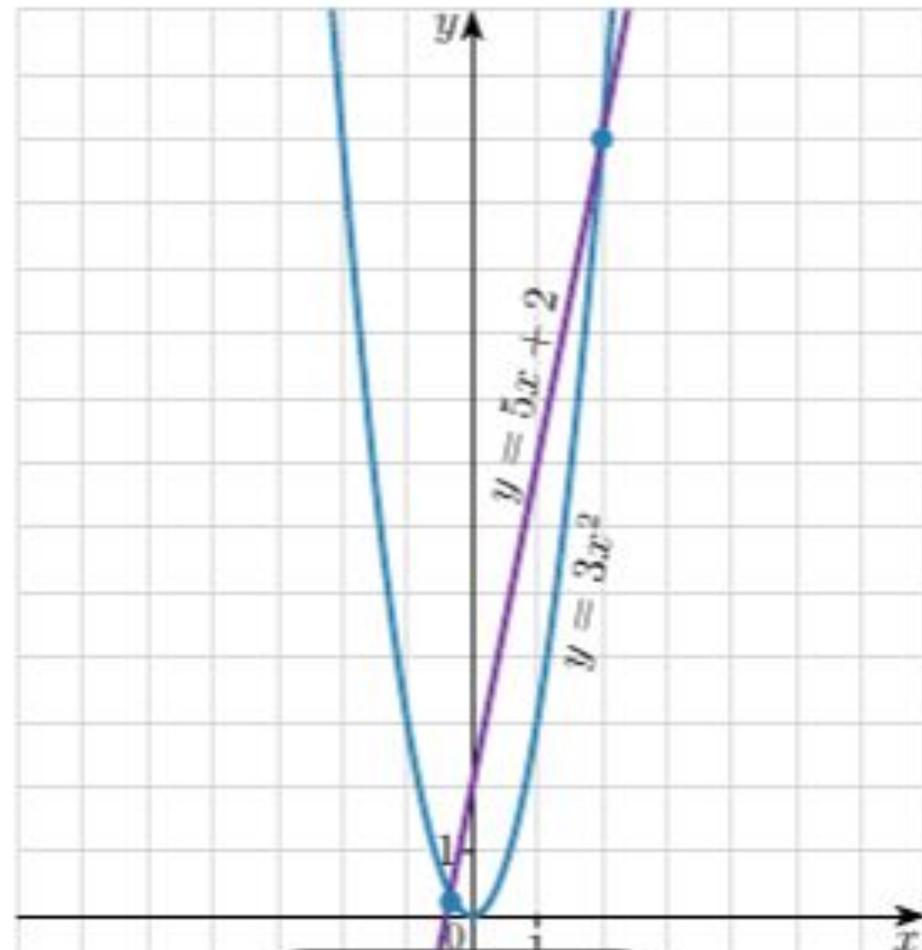


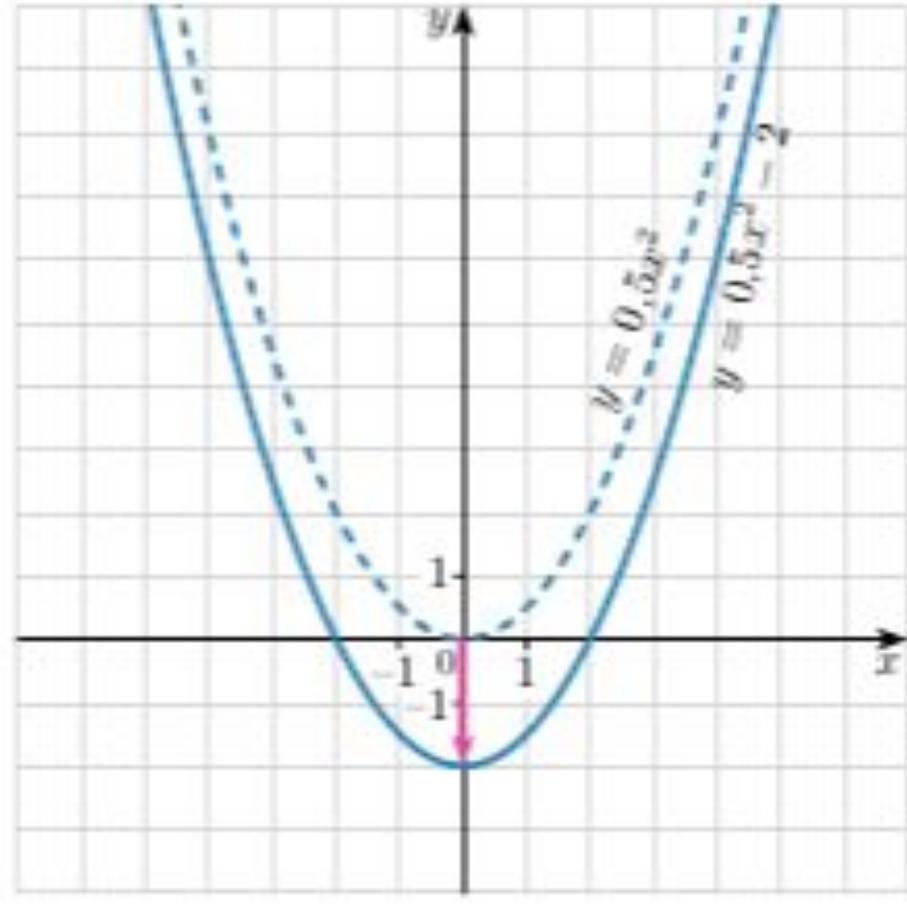
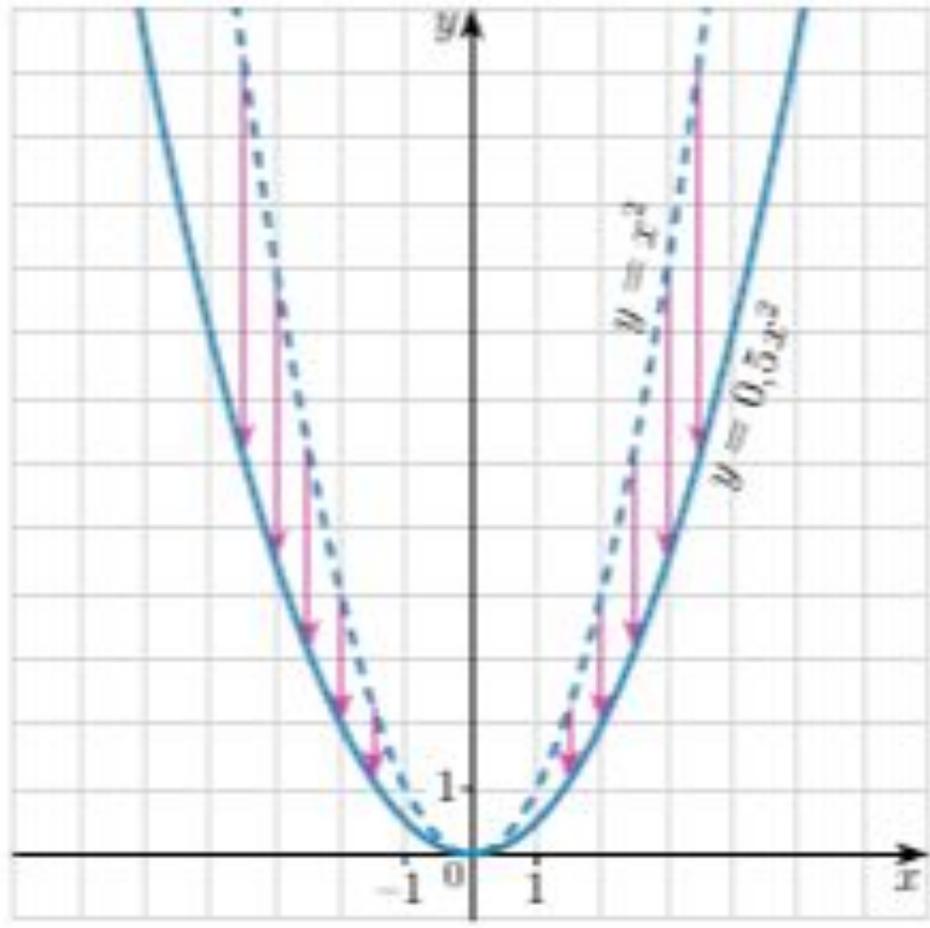


Пример. Определите по графику функции $y = ax^2$ значение коэффициента a , если график проходит через точку $(2; 3)$.



Пример. Найдите координаты точек пересечения графиков $y = 3x^2$ и $y = 5x + 2$.



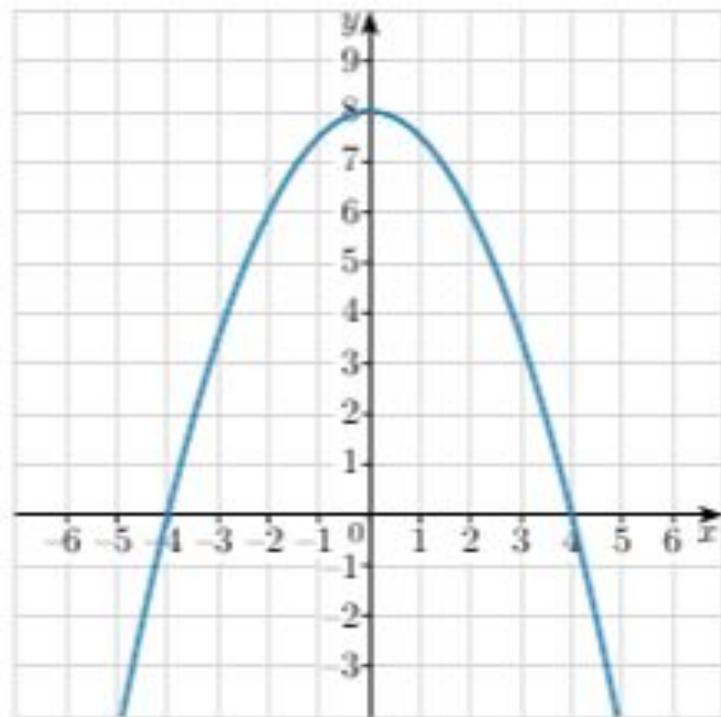


Итак, для того чтобы понять, как выглядит график функции $f(x) = ax^2 + n$, нужно следующее.

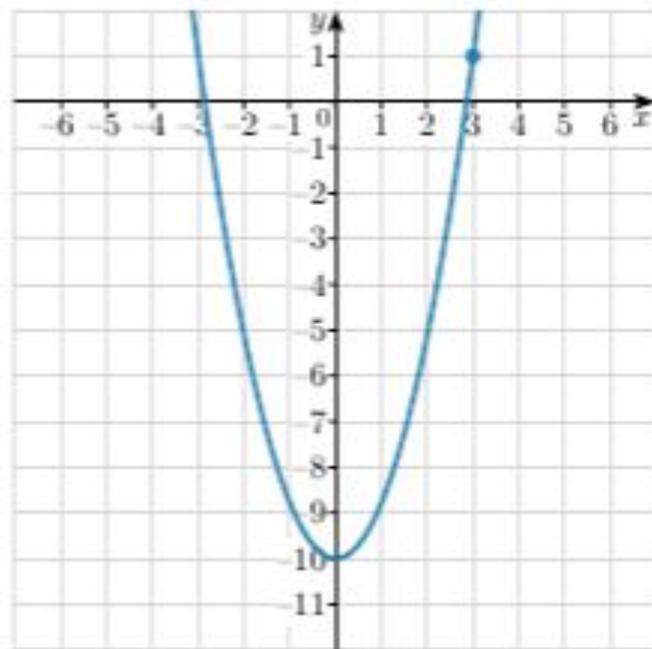
- 1) Посмотреть на знак коэффициента a . Если $a > 0$, то ветви параболы будут направлены вверх и в качестве основы мы берём график функции $y = x^2$. Если же $a < 0$, то ветви будут направлены вниз, а в качестве основы мы берём $y = -x^2$.
- 2) Посмотреть на абсолютную величину коэффициента a , то есть на $|a|$. Если это число больше 1, то парабола $y = ax^2$ станет уже соответствующей параболы из пункта 1). Если же $|a| < 1$, то она станет шире.
- 3) Посмотреть на коэффициент n . Он отвечает за то, насколько парабола $y = ax^2$ «подпрыгнет» вверх или, наоборот, переместится вниз. Если $n \geq 0$, то, чтобы получить график функции $f(x)$, нужно сдвинуть параболу $y = ax^2$ на n вверх. Если $n < 0$, то нужно сдвинуть параболу $y = ax^2$ на $|n|$ вниз.

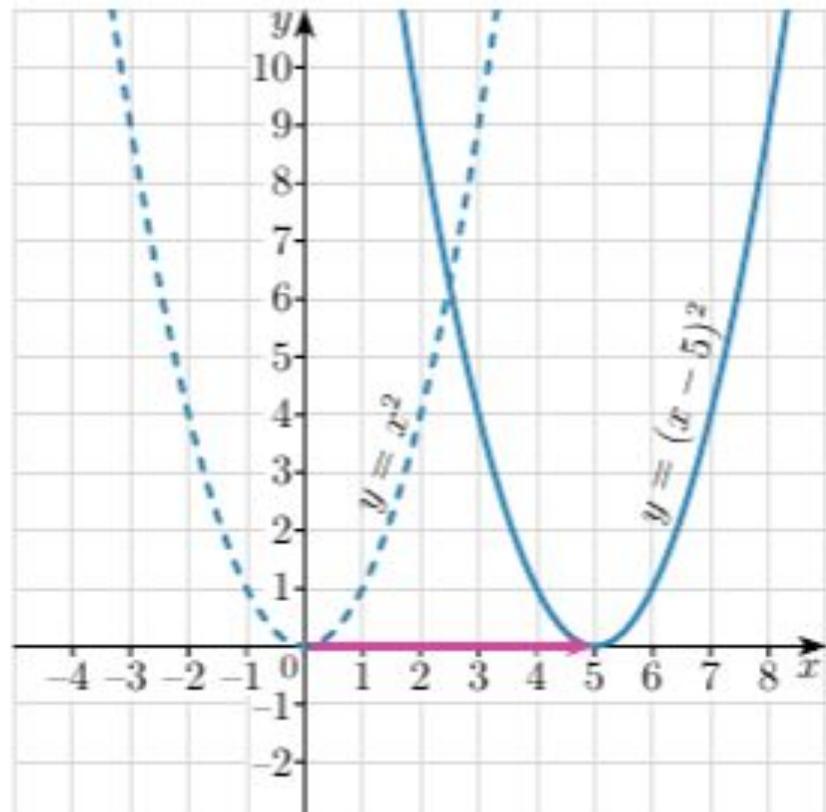
Проанализируем, как будет выглядеть график функции $f(x) = -50x^2 + 43,5$, пользуясь сформулированным алгоритмом.

Пример. По графику функции $f(x) = ax^2 + n$ определите знак коэффициента a и значение коэффициента n .

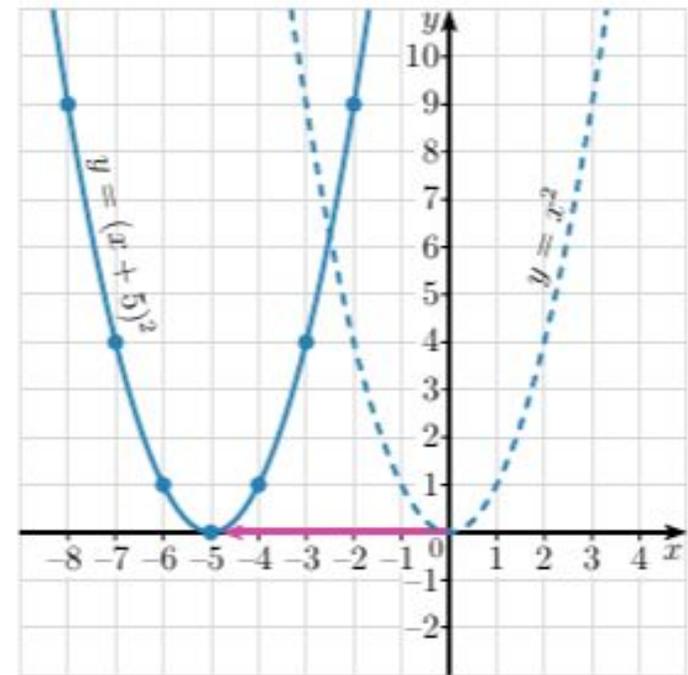


Пример. По графику функции $f(x) = ax^2 + n$ определите значения коэффициентов a и n и восстановите формулу, задающую эту функцию.





x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$f(x) = (x + 5)^2$	9	4	1	0	1	4	9



Утверждение. Графиком функции $f(x) = (x - t)^2$ является парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке $(t; 0)$. Эта парабола получается смещением параболы $y = x^2$ вдоль оси x на $|t|$ единиц вправо или влево, в зависимости от знака t .

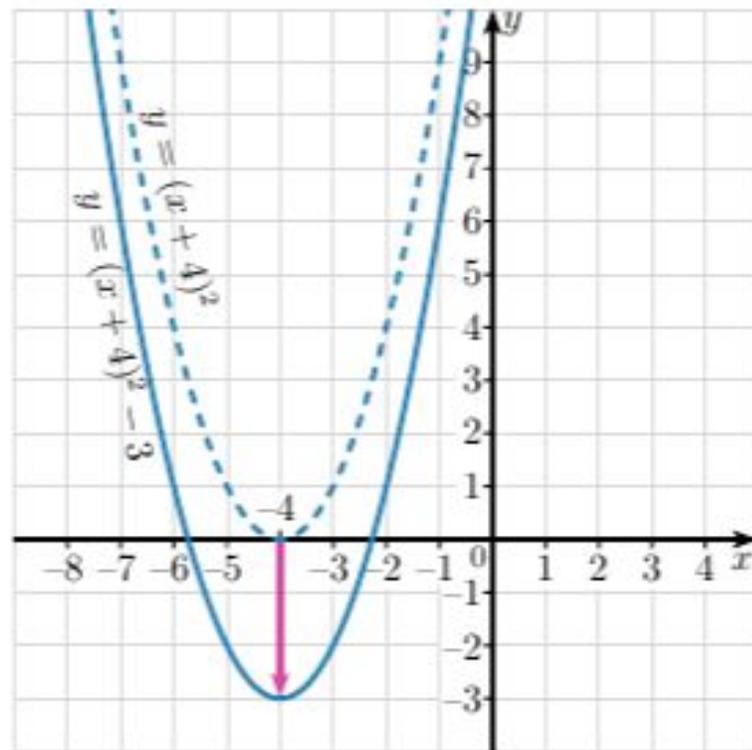
Контрольный вопрос. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции:

а) $f(x) = (x - 2)^2$;

б) $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$;

в) $f(x) = (x + 3,5)^2$;

г) $f(x) = (6 - x)^2$.



Сформулируем в общем случае.

Утверждение. График функции вида $y = (x - m)^2 + n$ получается из параболы $y = x^2$ смещением на $|m|$ единиц вдоль оси x (вправо при $m > 0$, влево при $m < 0$) и на $|n|$ единиц вдоль оси y (вверх при $n > 0$, вниз при $n < 0$). Вершина получившейся параболы находится в точке $(m; n)$.

Задача 1. Постройте график функции $y = (x + 5)^2$.

Задача 2. Постройте график функции $y = (4 - x)^2$

Задача 3. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции $y = (x + 4)^2$.

Задача 4. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции $y = -(x - 6)^2$.

Задача 5. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции $y = (x - 1)^2 + 6$.

Задача 6. Постройте график функции $y = -(x - 1)^2$.

Задача 7. Постройте график функции $y = (x + 5)^2 + 1$.

Задача 8. Постройте график функции $y = 5(x + 5)^2$.

Задача 9. Постройте график функции $y = -2(x + 5)^2 + 3$.

Домашняя работа

Задача 1. Постройте график функции $y = (x - 6)^2$.

Задача 2. Постройте график функции $y = (x + 1)^2$.

Задача 3. Найдите координаты вершины параболы, являющейся графиком функции $y = (x + 125)^2 - 31$.

Задача 4. Постройте график функции $y = 2(x - 7)^2 - 5$.

Задача 5. Постройте график функции $y = -3(x + 5)^2 - 1$.

Задача 1. Выберите функции, графиками которых являются параболы с ветвями, направленными вниз.

- 1) $y = 4x^2 + 3x + 7$; 2) $y = 7x - x^2 + \frac{1}{2}$; 3) $y = 5 + 11x - x^2$; 4) $y = 3x^2 - 9x - 0,5$;
5) $y = 3x - 5$.

Задача 2. Во сколько раз необходимо растянуть параболу $y = x^2$ вдоль оси ординат, чтобы получить параболу $y = 4x^2$?

Задача 3. Какую из парабол можно получить при помощи сдвигов параболы $y = -6x^2$?

- 1) $y = 6x^2 + 3x + 7$; 2) $y = 3x^2 - 6x - 0,5$; 3) $y = -6x^2 + 5x$; 4) $y = -6x + 4 - x^2$.

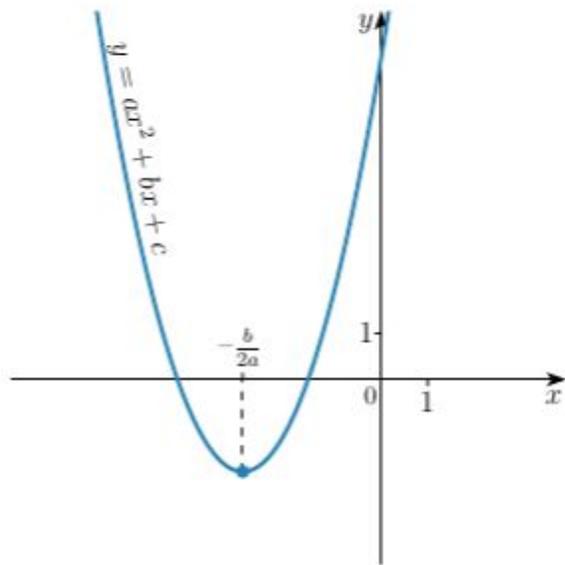
Задача 4. Выделите полный квадрат из правой части уравнения $y = x^2 + 10x + 28$ и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.

Задача 5. Приведите уравнение $y = 3x^2 - 12x + 3$ к виду $y = a(x - m)^2 + n$ и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением.

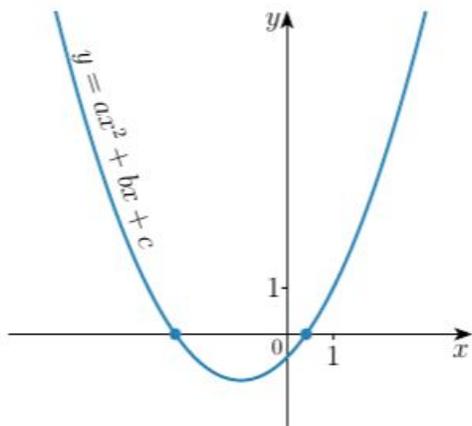
Задача 6. Приведите уравнение $y = \frac{x^2}{5} - x + \frac{1}{2}$ к виду $y = a(x - m)^2 + n$ и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.

Ключевые точки для построения графика квадратичной функции

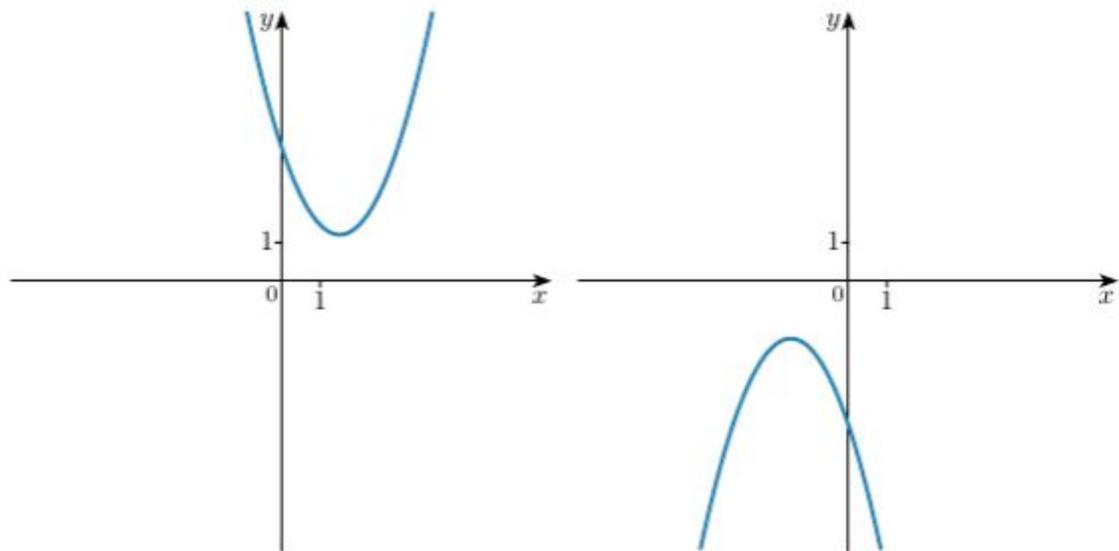
Утверждение. Координата по оси x вершины параболы $y = ax^2 + bx + c$ находится по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Координату y_0 можно вычислить, подставив значение x_0 в формулу, задающую функцию.



Теперь давайте поймём, как находить точки пересечения параболы с осью x . Ось x совпадает с прямой $y = 0$. Поэтому координаты этих точек по оси y равны нулю, а координаты по оси x — это нули функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, то есть корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.



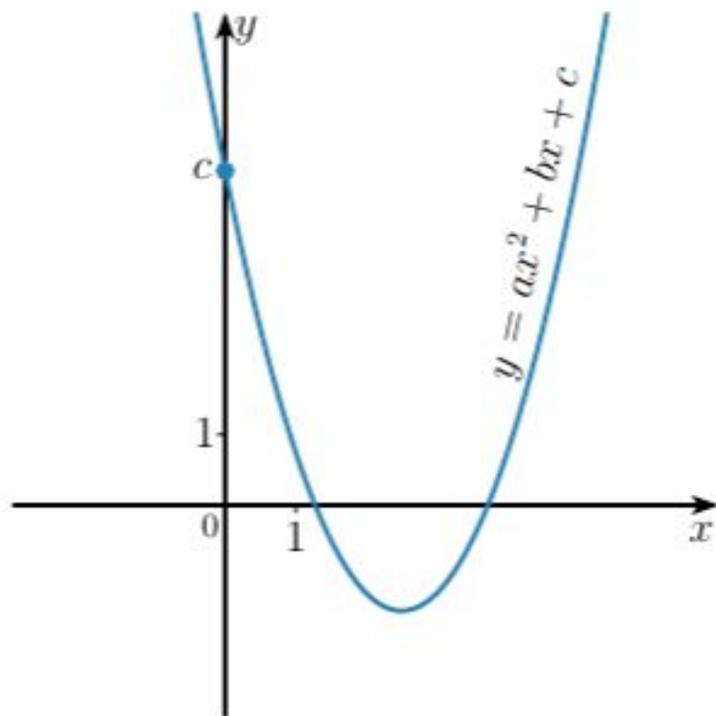
Конечно, нулей функции может и не существовать — в этом случае парабола не пересечёт ось абсцисс.



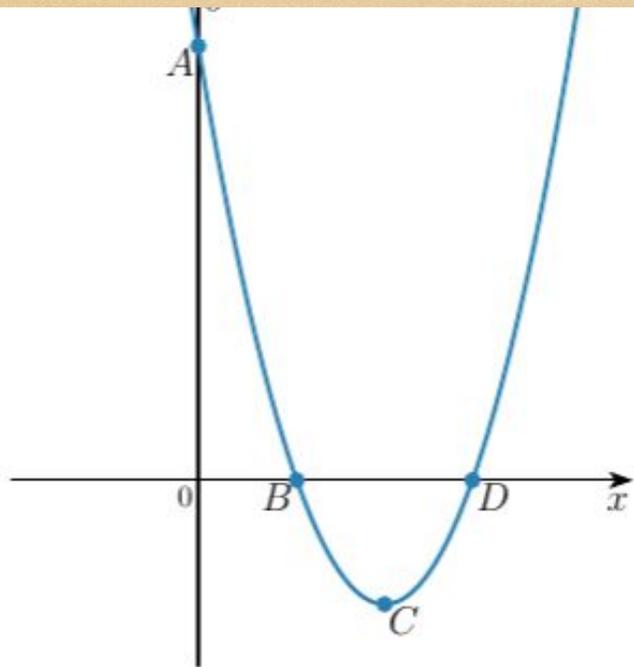
Утверждение. Абсциссы точек пересечения параболы $y = ax^2 + bx + c$ с осью x — это корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Если корней нет, значит парабола не пересекает ось x .

$$y = ax^2 + bx + c = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c.$$

Значит, парабола пересекает ось y в точке $(0; c)$.



Утверждение. *Ордината точки пересечения параболы с осью ординат равна свободному члену квадратного трёхчлена.*



- 1) вершина параболы
- 2) точка пересечения с осью абсцисс
- 3) точка пересечения с осью ординат

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>

Пример. Найдите ключевые точки параболы $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$.

Базовый уровень. Домашняя работа

Задача 1. Найдите координаты вершины параболы $y = 4x^2 - 3x + 2$.

Задача 2. Отметьте ключевые точки графика функции $y = x^2 + 7x + 6$ и постройте его.

Задача 3. Отметьте ключевые точки графика функции $y = -x^2 + 3x - 2$ и постройте его.

Задача 4. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$ при помощи ключевых точек.

Задача 5. Выделите полный квадрат из правой части уравнения $y = x^2 + 4x - 2$ и найдите координаты вершины параболы, заданной этим уравнением. Постройте эту параболу.