РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ТЕМА: Введение в анализ

Автор: Н.С. Шепелова, к.э.н., доцент кафедры ИТ

2020 г.
г. Ростов-на-Дону

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

План лекции:

- Понятие множества
- Основные операции над множествами
- Числовые множества
- Абсолютная величина действительного числа
- Понятие функции

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

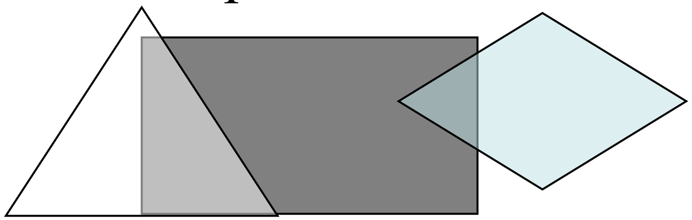
Понятие множества

- Под **множеством** понимается совокупность (набор) некоторых объектов. Объекты, которые образуют множество, называются **элементами**, или **точками**, этого множества. Если *a* есть элемент множества *A*, то используется запись $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$. Если *b* не является элементом множества *B*, то пишут $\mathbf{b} \notin \mathbf{B}$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым** и обозначается символом $\varnothing$.
- Если множество **B** состоит из части элементов множества **A** или совпадает с ним, то множество **B** называется **подмножеством** множества *A* и обозначается $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$.

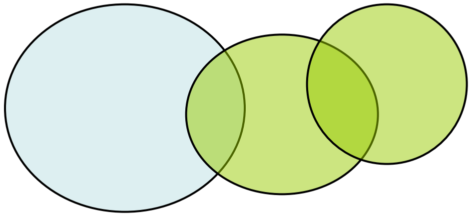
РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Отношения между множествами

- Чтобы наглядно изображать множества и отношения между ними, английский математик Дж. Венн предложил



- Намного раньше Леонард Эйлер для этих целей использовал круги, при этом точки внутри круга считались элементами множества.

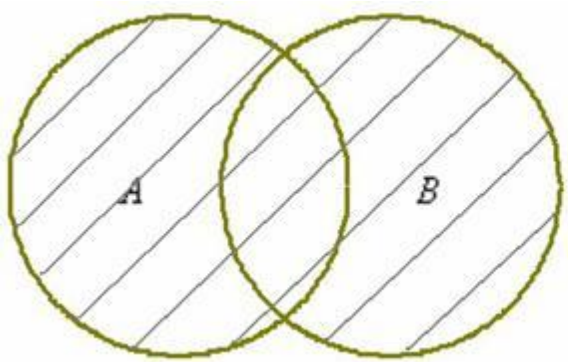


- **Такие изображения называют диаграммами Эйлера - Венна.**

Основные операции над множествами

Объединением (или ***суммой***) двух множеств **A** и **B** называется множество, содержащее все такие и только такие элементы, которые являются элементами хотя бы одного из этих множеств. Объединение множеств **A** и **B** обозначают как **A ∪ B**.

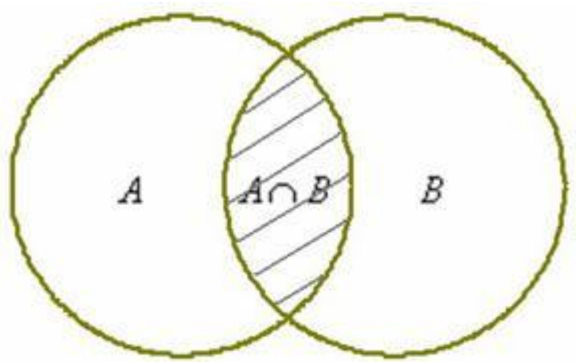
ПРИМЕР.



- A={2,4,6,8,10,12,14, 16, 18, 20}
- B={4, 7, 10, 13, 16, 19 }
- C = A ∪ B ={2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20}

Основные операции над множествами

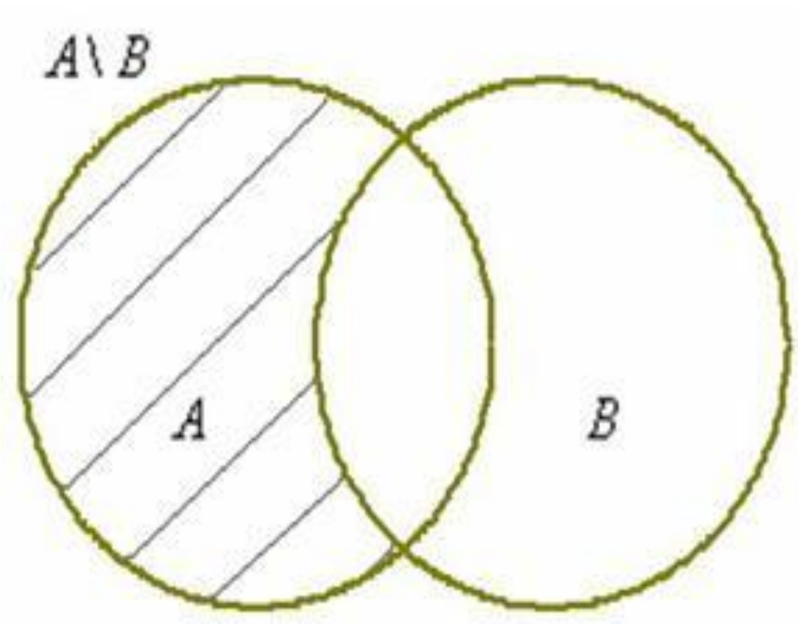
Пересечением (или ***умножением)*** двух множеств **A** и **B** называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству **A** и множеству **B** одновременно.



Пересечение множеств **A** и **B** обозначают как **A** ∩ **B**. Например, пересечение четных чисел (множество A) и чисел, делящихся на 3 (множество B), даст множество чисел, делящихся на 6.

Основные операции над множествами

Разностью множеств **A** и **B** называется множество, состоящее из тех и только тех элементов множества **A,** которые не принадлежат множеству **B**.
Разность множеств **A** и **B** обозначают как **A \ B**.
Операция, при помощи которой находится разность множеств, называется ***вычитанием****.*



РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

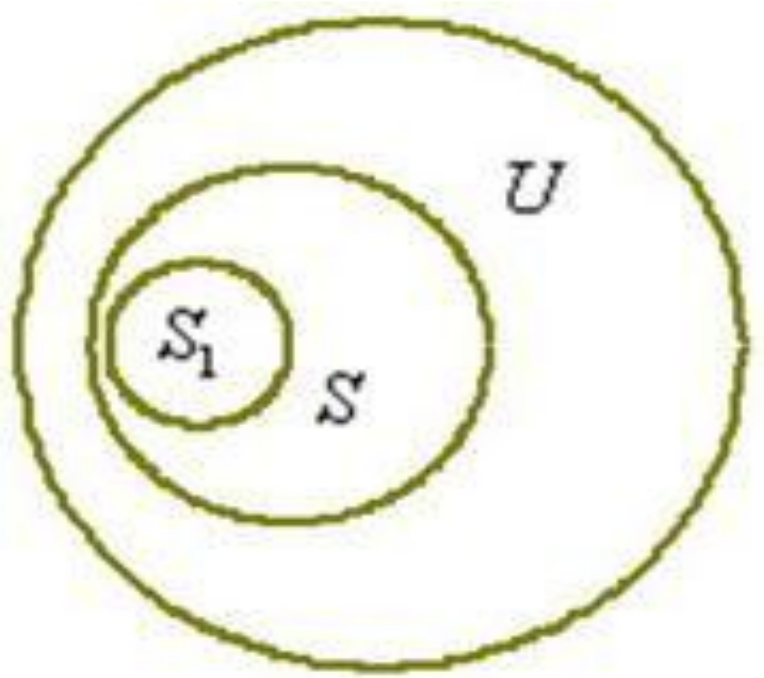
Основные операции над множествами

- Иногда рассматривают ***симметрическую*** разность $A \Delta B$, которая представляет собой объединение

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

- Если **B** ⊂ **A**, то разность **A \ B** называется ***дополнением*** множества **B** до множества **A**.
- Если множество **B** является подмножеством универсального множества **U**, то дополнение **B** до **U** обозначается $\mathbf{B}_\mathbf{U}$, то есть $\mathbf{B}_\mathbf{U} = \mathbf{U} \setminus \mathbf{B}$.

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



- Пусть – множество студентов в 1-м ряду, – множество студентов группы, – множество студентов университета. Тогда отношение включений можно изобразить следующим образом

Декартовым (прямым) произведением множеств **A** и **B** называется множество **AxB всех** упорядоченных пар (a, b), в которых элемент $a \in$ **A**, а элемент $b \in$ **B**.

Например, декартово произведение множеств

$$A = \{d, 5, f\}, B = \{-1, d\}$$

$$A \times B = \{(d, -1), (d, d), (5, -1), (5, d), (f, -1), (f, d)\}$$

Числовые множества

- Множества, элементами которых являются действительные числа, называются **числовыми.**
- Между множеством действительных чисел и точками числовой прямой существует взаимно однозначное соответствие, т.е. каждому действительному числу соответствует определенная точка числовой прямой, и наоборот, каждой точке прямой − определенное действительное число.
- **Обозначения множеств:**
- **N** - множество натуральных чисел
- **Z-** множество целых чисел
- **R-** множество действительных чисел
- **Q-** множество рациональных чисел

- **Множество** может быть **упорядоченно** по возрастанию (по убыванию).
- Если для множества $X=\{x\}$ существует такое число **M**, что для всех $x \in X$ выполняется условие $x \leq M$, то говорят, что множество **ограничено** числом M **сверху**. Само число **M** - в этом случае есть **верхняя граница** множества X.
- Если для множества $X=\{x\}$ существует такое число **N**, что для всех $x \in X$ выполняется условие $x \geq N$, то говорят, что множество **ограничено** числом N **снизу**.

- Если каждому элементу **x** из множества X **соответствует** некоторый элемент **y=f(x)** из множества Y, то **говорят**, что **задано отображение (соответствие) множества** X в множество Y. При этом **y** называется **образом** элемента **x**$\in$ **X** , а **x**– называют **прообразом**.
- Если **каждому y**$\in$ **Y отвечает** в качестве прообраза **единственный элемент x**$\in$ **X**, то **отображение** называется **взаимно однозначным** отображением X в Y.
- Если между множествами **A** и **B** **можно установить взаимно однозначное соответствие**, то эти множества **называются эквивалентными**. И обозначаются A ~ B.
- Два множества имеют **одинаковую мощность**, если они **эквивалентны** друг другу.

Определение метрического пространства

- **Множество E** называется **метрическим пространством**, если каждой паре элементов (x,y) поставлено в соответствие неотрицательное число ρ(x,y) (расстояние между x и y) , удовлетворяющее следующим условиям:
- ρ(x,y)=0 только тогда, когда x=y. **(аксиома тождества);**
- ρ(x,y)= ρ(y,x) **(аксиома симметрии);**
- ρ(x,y)≤ ρ(x,z)+ ρ(z,y) для любых x,y и z из E **(аксиома треугольника**).

n-мерное Евклидово пространство

- Пусть E_n – множество всевозможных упорядоченных последовательностей из n действительных чисел x $(x_1,x_2,\ldots x_n)$, $y(y_1,y_2,\ldots y_n)$, $z(z_1,z_2,..z_n)$.
- x,y,z – называют точками, а последовательности из n действительных чисел $x_1,x_2,\ldots x_n$; $y_1,y_2,\ldots y_n$; $z_1,z_2,..z_n$ – называют координатами точки.
- Множество E_n называется n-мерным евклидовым пространством, если в нем введено понятие расстояния, определяемое по формуле:

$$\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2}$$

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Спасибо за внимание!