5. Устойчивость САУ

Устойчивость САУ

Устойчивостью называют свойство САУ возвращаться к последующему установившемуся состоянию после приложения возмущающего воздействия, которое вывело её из состояния равновесия.

Системы АУ, обладающие указанным свойством, называют ***устойчивыми***. Системы, в которых не восстанавливается равновесный режим, а при отклонениях от него регулируемая величина начинает неограниченно возрастать или совершать колебания с возрастающей амплитудой, называют ***неустойчивыми***.

Обеспечение устойчивости является необходимым условием работоспособности.

Поэтому исследование САУ на устойчивость представляет собой одну из основных задач в ТН.

Различают два вида устойчивости: устойчивость в «малом» и устойчивость в «большом».

- САУ называют устойчивой в «малом», если устойчивость проявляется в результате бесконечно малых изменений возмущающего воздействия. В том случае, когда система сохраняет устойчивое состояние при достаточно больших, конечных по величине изменениях возмущающего воздействия, то САУ называют устойчивой в «большом».
- Для линейных систем регулирования требования устойчивости в «малом» является необходимым и достаточным условием устойчивости в «большом». Для нелинейной системы устойчивость в «малом» в общем случае не означает, что она устойчива в «большом».

Причиной неустойчивости замкнутых САУ является наличие в них элементов, способных запасать энергию. В электрических цепях такими аккумуляторами являются индуктивности и ёмкости. В механических системах ту же роль играют движущиеся массы, обладающие механической инерцией.

В электромеханических системах, системах электропривода такими накопителями энергии являются как индуктивности и ёмкости, так и движущиеся массы.

В замкнутых САУ часть энергии с выхода передаётся на вход системы. Если бы передача энергии совершалась без задержки времени, что реально невыполнимо, то, по-видимому, проблемы обеспечения устойчивости не было бы. Применение безынерционных аппаратов – вентильных преобразователей, полупроводниковых и вентильных усилителей и так

5.1 Устойчивость звена

Линейное звено является устойчивым, если после окончания внешнего воздействия его состояние с течением времени возвратится к исходному.

Единичный импульс может быть рассмотрен как кратковременное воздействие. В таком случае об устойчивости линейного звена можно судить по значению $x_{\text{вых}}(t)$ при $t \to \infty$:

звено устойчиво, если

$$\lim_{t\to\infty} x_{\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) = 0;$$

звено неустойчиво, если

$$\lim_{t\to\infty} x_{\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) = \infty;$$

звено нейтрально, если

$$\lim_{t\to\infty} x_{\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) \neq \begin{Bmatrix} 0 \\ \infty \end{Bmatrix}.$$

Если $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ при $t \to \infty$ является периодической функцией времени, т.е.

$$\lim_{t \to \infty} x_{ВЫХ}(t + t_1) = x_{ВЫХ}(t_1) = x_{ВЫХ}(t_1 + T)$$

где T – период колебаний, то звено называется *консервативным*.

Каждому *вещественному* значению p_i соответствует слагаемое вида

$$x_{\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) = c_i \cdot e^{p_i t},$$

где c_i– постоянная интегрирования.

Комплексной паре корней характеристического уравнения

$$p_i = \alpha_i + j\omega_i; \qquad p_{i+1} = \alpha_i - j\omega_i.$$

соответствует слагаемое вида

$$x_{k\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) = x_{i\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) + x_{i+1\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) =$$

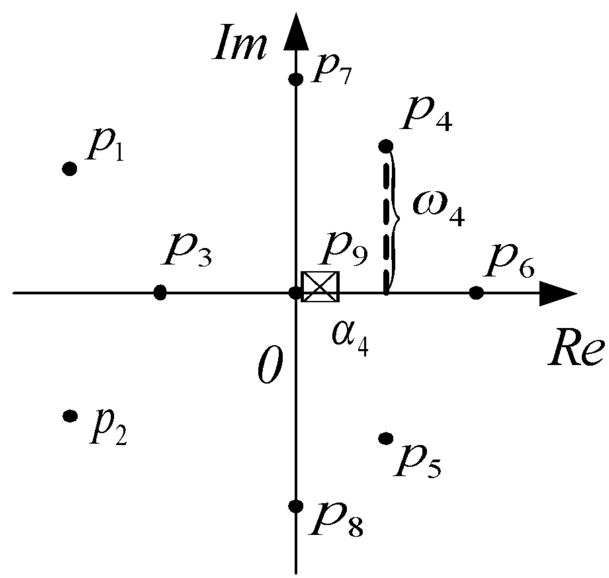
$$= \tilde{n}_i \cdot e^{(\alpha_i + j\cdot\omega_i)\cdot t} + c_{i+1} \cdot e^{(\alpha_i - j\cdot\omega_i)\cdot t} =$$

$$= A \cdot e^{\alpha_i \cdot t} \sin(\omega_i \cdot t + \varphi_i).$$

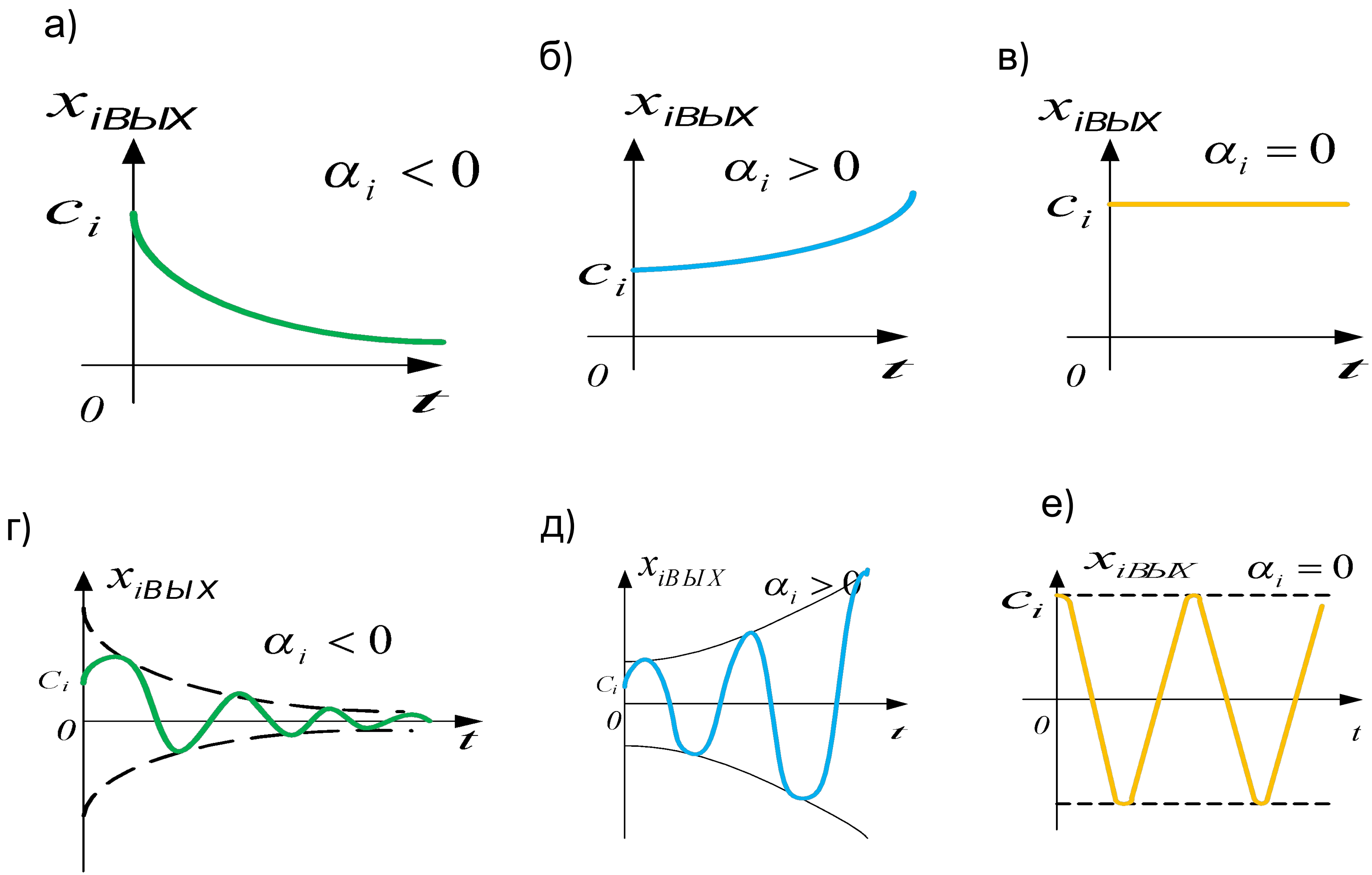
Следует различать три случая расположения корней, когда вещественная часть корня:

1) отрицательна $(\alpha_i < 0)$;
2) положительна $(\alpha_i > 0)$;
3) равна нулю $(\alpha_i = 0)$.

В первом случае корень лежит в левой полуплоскости корней, т.е. левее мнимой оси (см. p_1, p_2, p_3), во втором случае – в правой полуплоскости, т.е. правее мнимой оси (см. p_4, p_5, p_6); в третьем случае (см. p_7, p_8, p_9)– на мнимой оси.



На рисунке для каждого случая расположения корней показаны графики при вещественном корне (*а, б, в*) и при паре сопряжённых комплексных корней (*г, д, е*).



Необходимым и достаточным условием устойчивости линейного звена является отрицательное значение вещественной части всех корней характеристического уравнения $W(p)$, т.е. все корни характеристического уравнения должны лежать в левой полуплоскости p.

5.2 Критерии устойчивости

Критерии устойчивости – это правило, позволяющее без непосредственного определения корней характеристического уравнения САУ определять их расположение на комплексной плоскости корней.

Такая задача впервые была поставлена Максвеллом в 1868 г. и решена Гауссом в 1873 году. Позднее, в 1895 году по просьбе словацкого профессора Стодолы, занимающегося исследованием процесса регулирования турбины, швейцарским математиком Гурвицем был найден алгебраический критерий устойчивости, который формулирует условия устойчивости в форме определителей (в матричной форме). Несмотря на то, что критерии Гаусса и Гурвица одинаковы по содержанию и отличаются лишь по форме, критерий Гурвица нашёл более широкое применение.

Различают два вида критериев:

- **Алгебраические критерии** (Гаусса, Гурвица).
- **Частотные критерии** (Михайлова, Найквиста).

5. 3 Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Пусть дано характеристическое уравнение

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot p^1 + a_0 = 0.$$

Теорема Гурвица гласит: ***все корни уравнения будут иметь отрицательные действительные части тогда и только тогда, когда все диагональные определители главного определителя положительны.***

Главный определитель определяется следующим образом:

1. По главной диагонали в порядке возрастания индексов выписываются все коэффициенты от a_1 до a_n.

2. Каждая из строк дополняется вправо коэффициентами с убывающими индексами, влево – с возрастающими.

3. На месте отсутствующих коэффициентов ставятся нули.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix}.$$

Таким образом, условием устойчивости (отрицательности действительных частей корней) по критерию Гурвица являются:

1. Все коэффициенты характеристического уравнения должны быть положительны – необходимое условие.

2. Все диагональные определители должны быть положительны – достаточное условие, то есть:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_n = \Delta > 0.$$

Можно показать, что если выполнены все условия критерия Гурвица, кроме одного $(\Delta_{n-1} = 0)$, то характеристическое уравнение системы имеет пару сопряженных чисто мнимых корней. Если же выполнены все условия Гурвица, кроме $a_0 = 0$, то уравнение имеет один нулевой корень - это следует из непосредственного рассмотрения характеристического уравнения. И в одном, и в другом случаях система находится на границе устойчивости: в первом случае она называется границей ***колебательной устойчивости***, а в другом – ***апериодической устойчивости***.

Рассмотрим примеры.

Пример 5.1. Установить, устойчива ли система, если характеристическое уравнение её имеет вид:

а) $p^4 + 2 \cdot p^2 + p + 1 = 0$

$a_4 \ \grave{a}_3 \ \grave{a}_2 \qquad \grave{a}_1 \ \ a_0$

- так как коэффициент $a_3 = 0$, то есть не выполнено необходимое условие, то система неустойчива.

б) $p^4 + 3 \cdot p^3 + 2 \cdot p^2 + p + 1 = 0,$

$a_4 \quad a_3 \qquad a_2 \qquad a_1 \ \ a_0$

$\Delta_1 = 1 > 0, \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 3 < 0$ - система не устойчива, так как не выполнено достаточное условие.

Пример 5.2. Определить, при каких k система будет устойчива:

$$p^4 + 3p^3 + 2p^2 + p + k = 0,$$

$$a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$$

а) $k > 0.$

б)Вычисляем диагональные определители

$$\Delta_1 = a_1 = 1 > 0; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & k \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 3k > 0; \qquad k < \frac{2}{3};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & k & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - k \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 5 - 9k > 0; \qquad k < \frac{5}{9};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & k & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & k \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \Delta_3 > 0; \qquad k < \frac{5}{9},$$

итак, система устойчива при $0 < k < \dfrac{5}{9}.$

Существенные недостатки критерия Гурвица:

- Критерий лишен наглядности, носит формальный характер и ничего не говорит о качестве устойчивости, то есть насколько далека система от границы устойчивости.
- Коэффициенты или параметры, характеризующие физические свойства звеньев системы, входят зачастую в столь сложных комбинациях, что практически трудно установить, какие именно параметры и каких звеньев следует изменить, чтобы обеспечить устойчивость САР.
- Необходимо иметь аналитические уравнения звеньев и всей системы, что не всегда удобно.

5.1 Частотные критерии устойчивости

Впервые были использованы частотные методы определения устойчивости Найквистом при исследовании электронных усилителей с отрицательной обратной связью. Для САУ впервые обосновал и обобщил частотные методы в 1938 году А.В.Михайлов (статья «Метод гармонического баланса в теории регулирования», «Автоматика и телемеханика» №3, 1938 год).

Пусть дано характеристическое уравнение

$$A^n(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + ... + a_0 = 0.$$

Если заменить в $A^n(p)\big| p = j \cdot \omega$, то получится характеристический вектор

$$\overline{A^n(j \cdot \omega)}.$$

В основе критерия Михайлова лежит известный в теории функций комплексного переменного принцип аргумента.

Характеристический вектор может быть разложен на множители по теореме Виетта

$$\overline{A^n(j\omega)} = a_n \cdot (j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \cdot \ldots \cdot (j\omega - p_n) = a_n \cdot \prod_{\nu=1}^{n} \overline{(j \cdot \omega - p_\nu)}.$$

Найдём аргумент комплексного числа $\arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \sum_{i=1}^{n} \arg \overline{(j \cdot \omega - p_i)}$.

Изменение аргумента вектора $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении

$-\infty < \omega < +\infty$

$$\underset{-\infty < \omega < \infty}{\Delta \arg} \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \sum_{i=1}^{n} \underset{-\infty < \omega < \infty}{\Delta \arg} \overline{(j \cdot \omega - p_i)} \qquad (5.1$$

Согласно (5.17) для определения изменения аргумента необходимо подсчитать сумму изменений аргументов двучленов

$$\underset{-\infty < \omega < \infty}{\overline{(j \cdot \omega - p_i)}}.$$

В основу частотных критериев исследования устойчивости САУ положено следующее: если расположить корень p_i характеристического уравнения в комплексной плоскости и рассматривать вектор $\overline{j \cdot \omega - p_i}$ при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$, то каждый вектор повернётся на угол «б)»

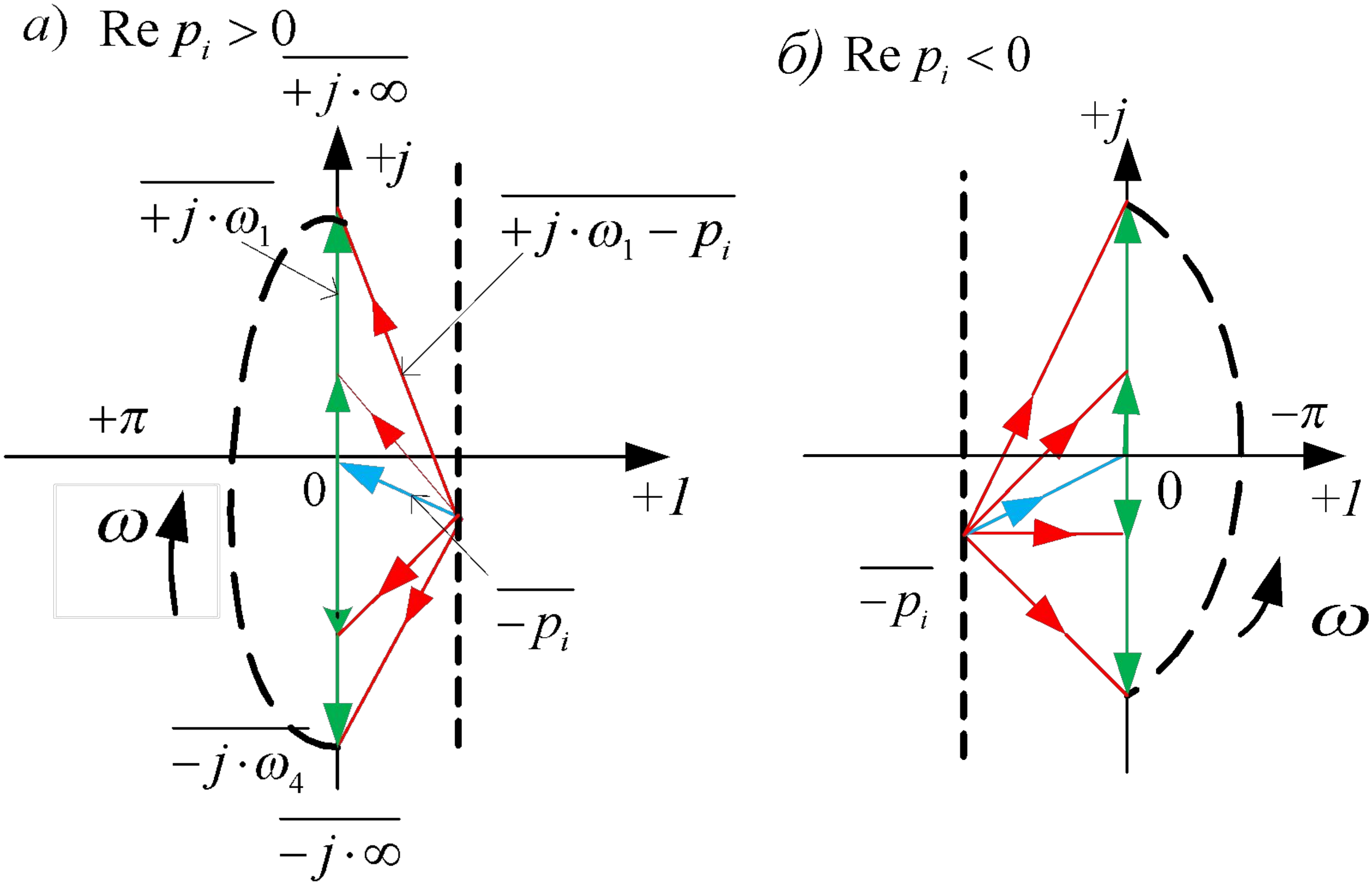
$$\underset{-\infty < \omega < \infty}{\Delta\, arg\,\overline{(j \cdot \omega - p_{i})}} = -\pi,$$

если корень p_i расположен в правой части комплексной полуплоскости;

и на угол «а)»

$$\underset{-\infty < \omega < \infty}{\Delta\, arg\,\overline{(j \cdot \omega - p_{i})}} = +\pi,$$

если корень p_i расположен в левой части комплексной полуплоскости.



а) Re $p_i > 0$
$\overline{+j\cdot\infty}$
$+j$
$\overline{+j\cdot\omega_1}$
$\overline{+j\cdot\omega_1 - p_i}$
$+\pi$
0
$+1$
ω
$\overline{-p_i}$
$\overline{-j\cdot\omega_4}$
$\overline{-j\cdot\infty}$
б) Re $p_i < 0$
$+j$
$-\pi$
0
$+1$
$\overline{-p_i}$
ω

Таким образом, если принять, что q корней характеристического уравнения n-порядка имеют положительную вещественную составляющую, а $(n-q)$ – отрицательную, то характеристический вектор $\overline{A^n}$ при изменении $-\infty < \omega < +\infty$ получит приращение аргумента

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \pi \cdot \left(n - q\right) - \pi \cdot q = \pi \cdot (n - 2 \cdot q).$$

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Для устойчивой системы при изменении $-\infty < \omega < +\infty$

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \pi \cdot n. \qquad (1)$$

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Выражения и представляют собой запись принципа аргумента для характеристического полинома $\mathrm{A}^n(p)$.

5.2 Частотный критерий устойчивости Михайлова

Заменим в полиноме $A^n(p)$ p на $j \cdot \omega$, тогда

$$\overline{A^n\left(j \cdot \omega\right)} = \overline{U(\omega) + j \cdot V(\omega)}$$

где $U(\omega)$ – вещественная часть полинома $\overline{A^n\left(j \cdot \omega\right)}$;

$V(\omega)$– мнимая часть полинома $\overline{A^n\left(j \cdot \omega\right)}$.

На комплексной плоскости он может быть представлен в виде вектора.

При изменении ω $-\infty$ до $+\infty$ вектор $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ своим концом опишет в комплексной плоскости кривую, которая называется годографом Михайлова или характеристикой кривой. Поскольку функция $U(\omega)$ является чётной функцией ω, а $V(\omega)$ - нечётной то годограф Михайлова симметричен относительно вещественной оси. Поэтому нет необходимости рассматривать весь годограф Михайлова, а достаточно рассмотреть лишь одну его часть, которая вычерчивает вектор $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении от 0 до ∞. Тогда из уравнения (1) следует, что для устойчивой системы приращение аргумента вектора $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении $0 < \omega < \infty$ должно быть

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

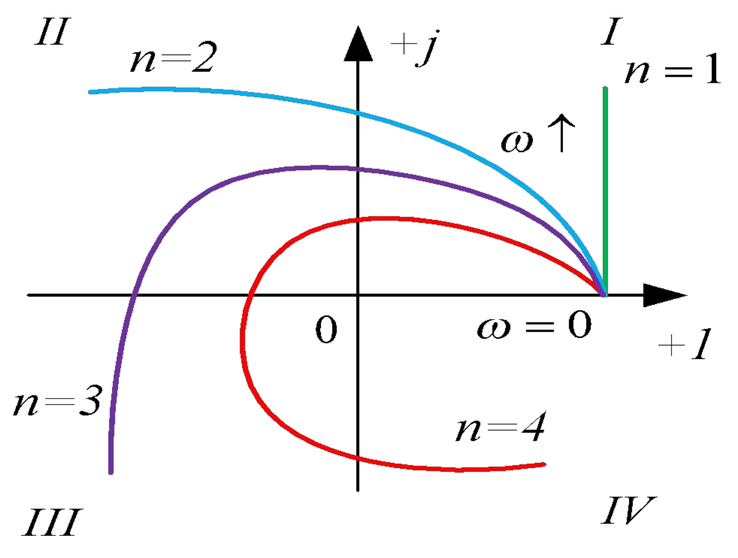
$$0 < \omega < \infty$$

Полученное выражение и есть частотный критерий устойчивости Михайлова в математической форме.

Словами его можно выразить так:

САУ устойчива тогда и только тогда, когда характеристический вектор при изменении ω от 0 до $+\infty$ последовательно обходит число квадрантов, равное порядку характеристического уравнения, нигде не обращаясь в нуль.

Здесь показаны годографы Михайлова для устойчивых систем при различных значениях n. Все они начинаются при $\omega = 0$ со значением a_0 на положительной полуоси. Это означает, характеристические уравнения приведены к виду, при котором их коэффициенты положительны. Годографы уходят в бесконечность при $\omega \to \infty$ и обходят соответствующее число квадрантов.



Пример 1

Определить устойчивость системы, характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + 2 \cdot p^2 + p + 1.$$

Решение:

Заменим в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$A^3(j \cdot \omega) = (j \cdot \omega)^3 + 2 \cdot (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= -j \cdot \omega^3 - 2 \cdot \omega^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= (1 - 2 \cdot \omega^2) + j \cdot \omega \cdot (1 - \omega^2)$$

$$U(\omega) \qquad\qquad V(\omega)$$

Приравняем $V(\omega)$ и $U(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

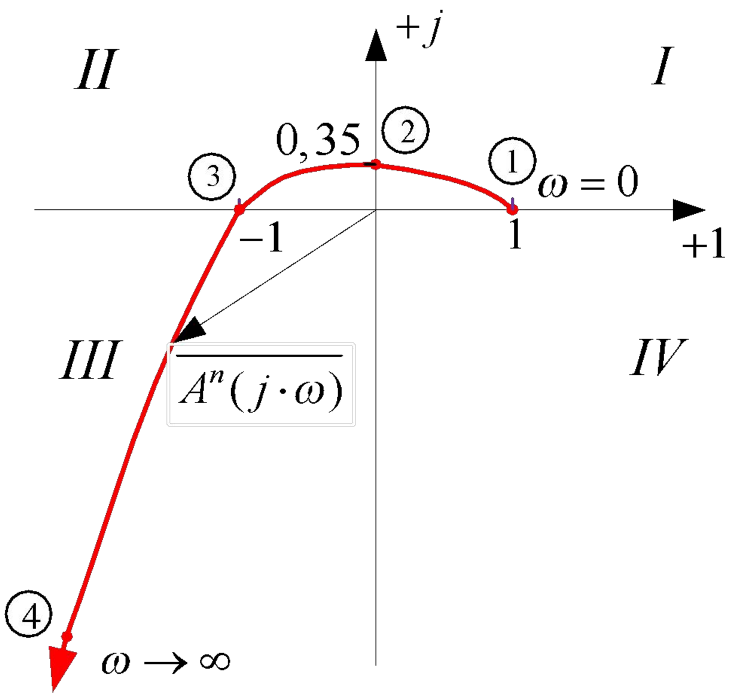
$$U(\omega) = 1 - 2 \cdot \omega^2 = 0; \qquad V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}. \qquad \omega_2 = 0; \qquad \omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	∞
$U(\omega)$	1	0	-1	$-\infty$
$V(\omega)$	0	$0{,}35$	0	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j\cdot\omega)}$:



Вывод: система устойчива. Поскольку годограф Михайлова огибает три квадранта (по числу, равному порядку характеристического уравнения) в порядке возрастания $I - II - III$

Пример 2

Определить устойчивость системы, характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + p^2 + p + 2.$$

Решение:

Заменим в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$A^3(j \cdot \omega) = (j \cdot \omega)^3 + (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 2 =$$

$$= -j \cdot \omega^3 - \omega^2 + j \cdot \omega + 2 =$$

$$= (2 - \omega^2) + j \cdot \omega \cdot (1 - \omega^2)$$

$$U(\omega) \qquad\qquad V(\omega)$$

Приравняем $\mathrm{U}(\omega)$ и $\mathrm{V}(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

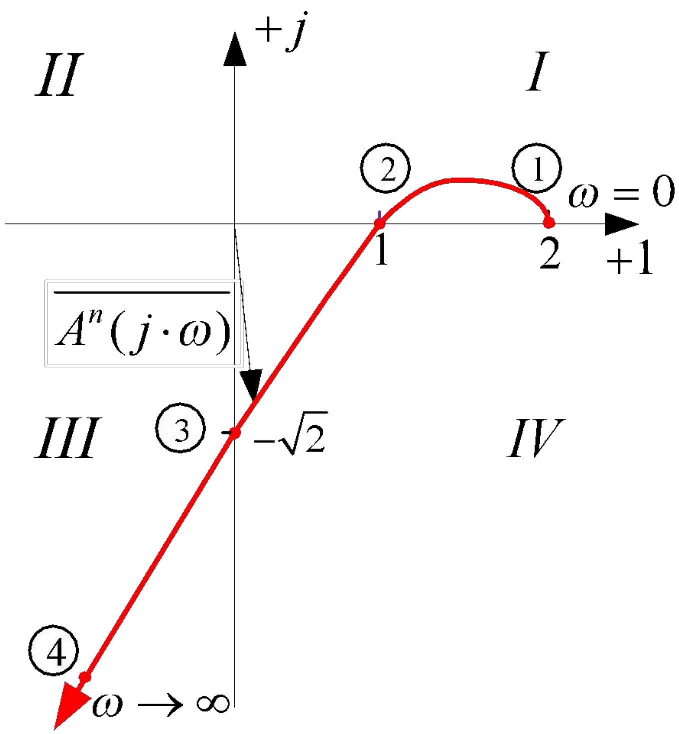
$$U(\omega) = 2 - \omega^2 = 0; \qquad V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = \sqrt{2}. \qquad \omega_2 = 0; \qquad \omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	1	$\sqrt{2}$	∞
$U(\omega)$	2	1	0	$-\infty$
$V(\omega)$	0	0	$-\sqrt{2}$	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j\cdot\omega)}$:



Вывод: система неустойчива. Поскольку годограф Михайлова огибает три квадранта (по числу, равному порядку характеристического уравнения), но не в порядке возрастания $I - IV - III$

Пример 3

Определить устойчивость системы, характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + p^2 + p + 1.$$

Решение:

Заменим в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$A^3(j \cdot \omega) = (j \cdot \omega)^3 + (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= -j \cdot \omega^3 - \omega^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= \underbrace{(1 - \omega^2)}_{U(\omega)} + j \cdot \underbrace{\omega \cdot (1 - \omega^2)}_{V(\omega)}$$

Приравняем $V(\omega)$ и $U(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

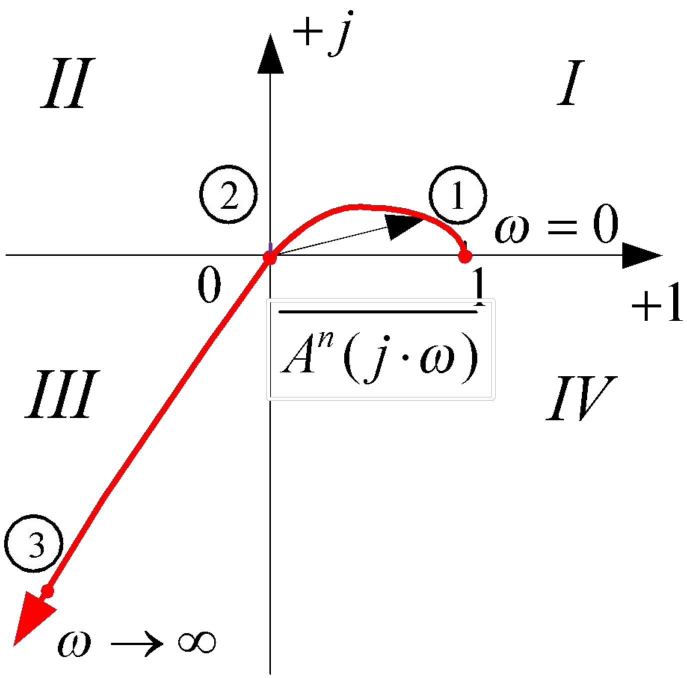
$$U(\omega) = 1 - \omega^2 = 0; \qquad V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = 1. \qquad \omega_2 = 0; \qquad \omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	1	∞
$U(\omega)$	1	0	$-\infty$
$V(\omega)$	0	0	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j\cdot\omega)}$:

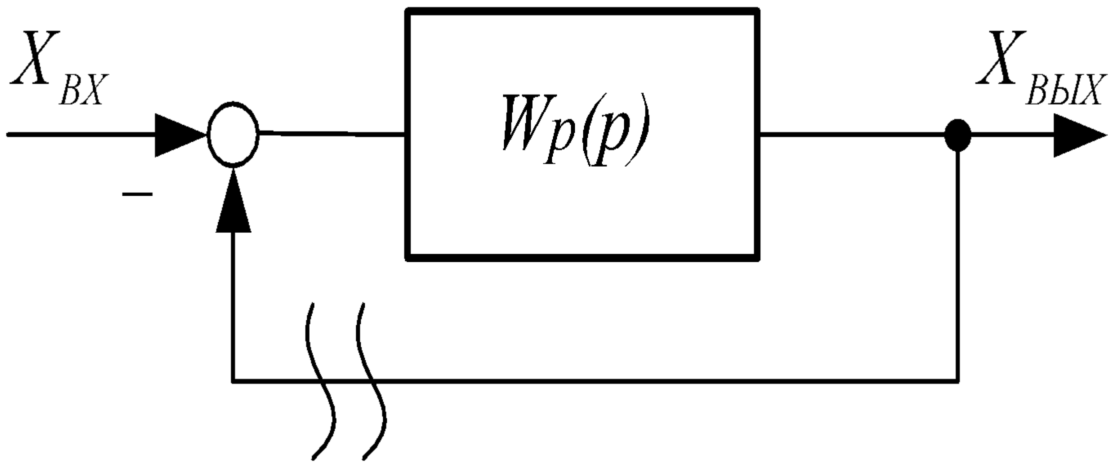


Вывод: система находится на грани устойчивости. Поскольку годограф Михайлова огибает два квадранта (по числу, не равному порядку характеристического уравнения), и проходит через нуль ($I - III$).

5.5 Частотный критерий устойчивости Найквиста

Для исследования устойчивости усилителей с обратной связью Найквист в 1932 г. предложил критерий устойчивости, основанный на анализе частотных характеристик системы. Для исследования устойчивости замкнутой системы управления, согласно этому критерию, необходимо знать амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы, которую можно получить аналитически, так и экспериментально. Последнее обстоятельство выгодно отличает рассматриваемый критерий устойчивости.

Пусть дана система



В разомкнутом состоянии передаточная функция системы равна

$$W_P\left(p\right)=\frac{B^m\left(p\right)}{A^n\left(p\right)}=\frac{b_m\cdot p^m+b_{m-1}\cdot p^{m-1}+\ldots+b_1\cdot p+b_0}{a_n\cdot p^n+a_{n-1}\cdot p^{n-1}+\ldots+a_1\cdot p+a_0}.$$

Передаточная функция замкнутой системы равна

$$W_{Ç}(p) = \frac{W_P(p)}{1+W_P(p)} = \frac{\dfrac{B^m}{A^n}}{1+\dfrac{B^m}{A^n}} = \frac{B^m(p)}{A^n(p)+B^m} = \frac{B^m(p)}{C^n(p)}.$$

Так как $n \geq m$, то порядок полинома $A^n(p)$ и полинома $A^n(p)+B^m(p)$ одинаков.

Рассмотрим отдельно знаменатель

$$F(p) = 1 + W_P(p) = \frac{B^m(p)+A^n(p)}{A^n(p)} = \frac{C^n(p)}{A^n(p)},$$

где $A^n(p) = 0$ - характеристическое уравнение разомкнутой системы;

$C^n(p) = 0$ - характеристическое уравнение замкнутой системы.

Т.е. характеристические уравнения разомкнутой и замкнутой систем связаны общим уравнением.

Для получения АФЧХ системы положим $p = j \cdot \omega$

$$W_Ç(j\omega) = \frac{W_P(j\omega)}{1 + W_P(j\omega)},$$

где $W_Ç(j \cdot \omega)$ - АФЧХ замкнутой САУ,

$W_P(j \cdot \omega)$- АФЧХ разомкнутой САУ.

Рассмотрим три случая состояния разомкнутой системы: устойчива, неустойчива и находится на грани устойчивости.

1 случай - рассмотрим случай, когда разомкнутая система устойчива.

Если САУ в разомкнутом состоянии устойчива, то по критерию Михайлова

$$\underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} \overline{A^n(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Если потребовать, чтобы система в замкнутом состоянии была устойчива, то должно удовлетворяться равенство

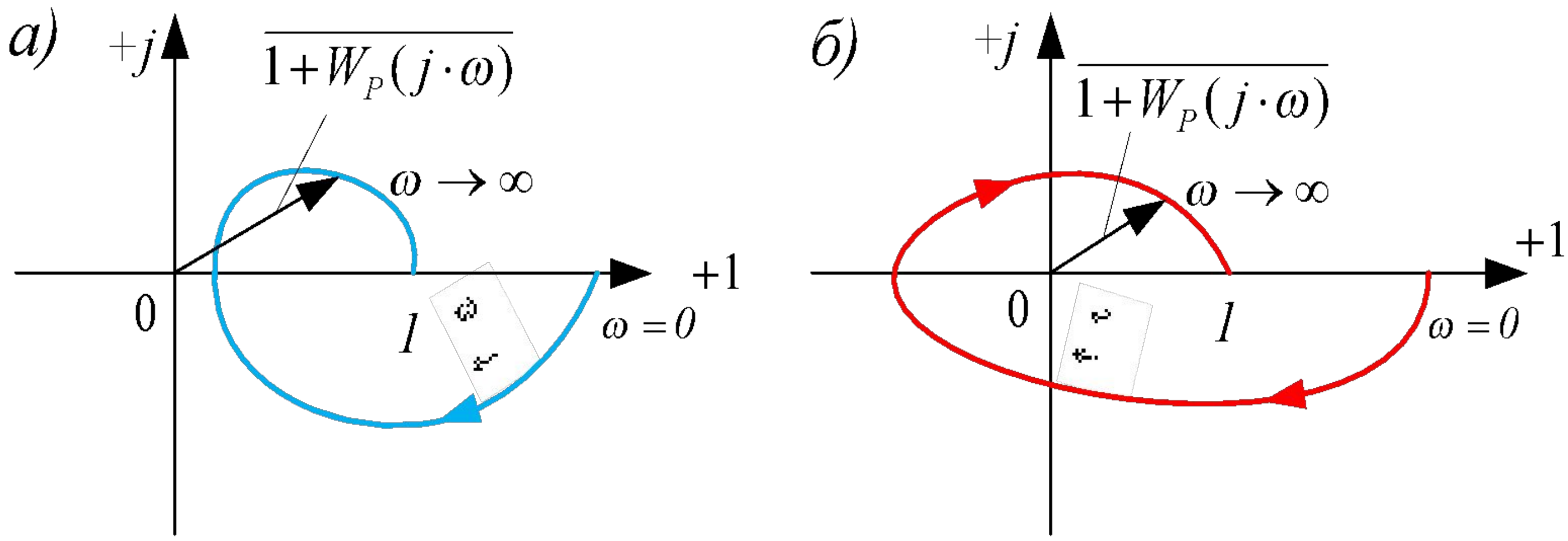
$$\underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} [\overline{A^n(j \cdot \omega) + B^m(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

При этом из следует, что

$$\underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} \left[\overline{1 + W_p(j\omega)}\right] = \underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} \frac{\overline{A^n(j\omega) + B^m(j\omega)}}{\overline{A^n(j\omega)}} = \underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} \left[\overline{A^n(j\omega) + B^m(j\omega)}\right] - \underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta \arg} \overline{A^n(j\omega)} =$$

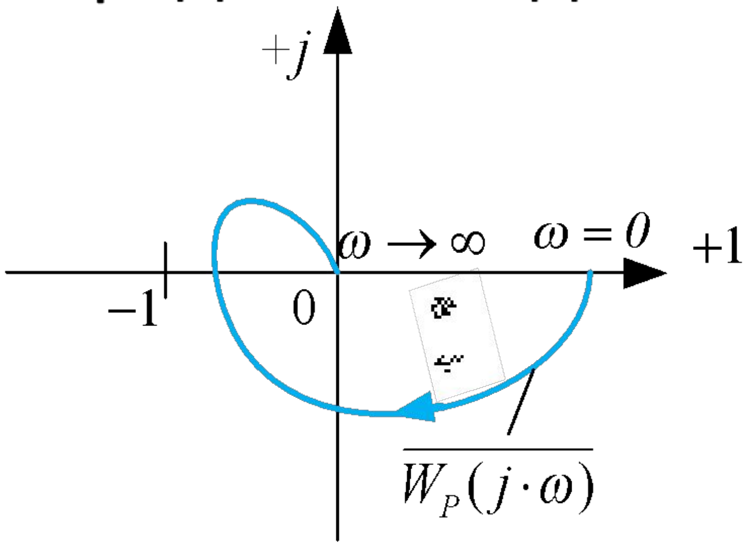
$$= n\frac{\pi}{2} - n\frac{\pi}{2} = 0.$$

Таким образом, система автоматического управления устойчива, если (и только если) изменение аргумента $F(j \cdot \omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ равно 0, то есть устойчивое состояние означает, что годограф вектора $\overline{1 + W_p(j \cdot \omega)}$ не огибает начало координат комплексной плоскости.

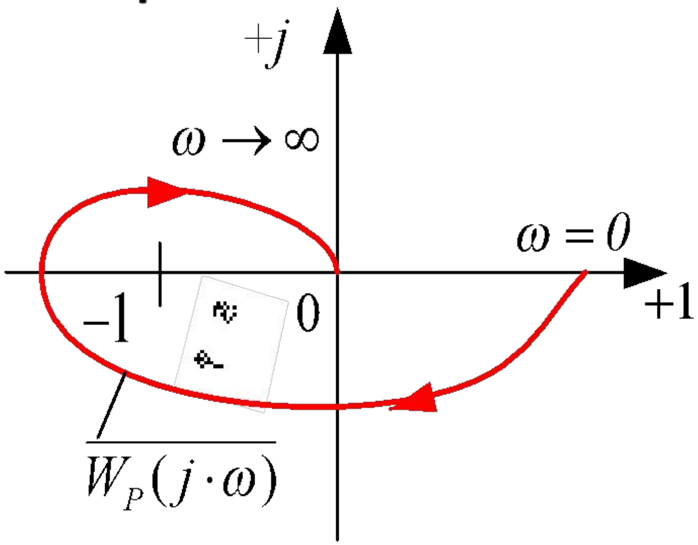


Годографы устойчивой (*а*) и неустойчивой (*б*) систем

Удобно рассматривать ту же кривую, но для вектора $\overline{W_p(j\omega)}$ - поскольку годограф есть АФЧХ разомкнутой системы, для этого, очевидно, нужно перенести мнимую ось вправо на 1. Поскольку $F(j \cdot \omega)$ отличается от $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$ на +1 , то условие можно получить непосредственно для характеристики $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$



Устойчивая САУ



Неустойчивая

Формулировка критерия Найквиста

Если система управления устойчива в разомкнутом состоянии, то для устойчивости замкнутой системы автоматического управления необходимо и достаточно, чтобы при изменении $0 \leq \omega < +\infty$ годограф амплитудно-фазовая частотной характеристики (АФЧХ) системы в разомкнутом состоянии $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$ не охватывал точку с координатами $(-1, j \cdot 0)$.

2 случай - система в разомкнутом состоянии неустойчива, то есть характеристическое уравнение $A^n(p)$ имеет q корней, лежащих в правой полуплоскости комплексной плоскости корней.

Рассуждая аналогично устойчивой системе, по принципу приращения аргумента характеристического вектора $A^n(j \cdot \omega)$ в данном случае для не устойчивой системы равно

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \frac{\pi}{2}(n - 2 \cdot q);$$

$$0 < \omega < \infty$$

Для устойчивой замкнутой системы по-прежнему выполняется равенство

$$\Delta \arg\left[\overline{A^n(j \cdot \omega) + B^m(j \cdot \omega)}\right] = \frac{\pi}{2} \cdot n.$$

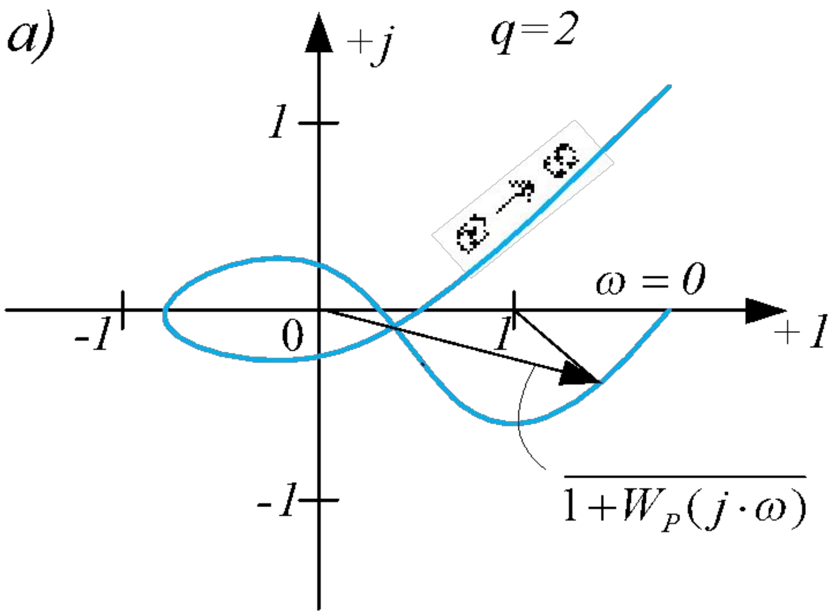
$$0 \le \omega < \infty$$

Таким образом, приращение аргумента равно

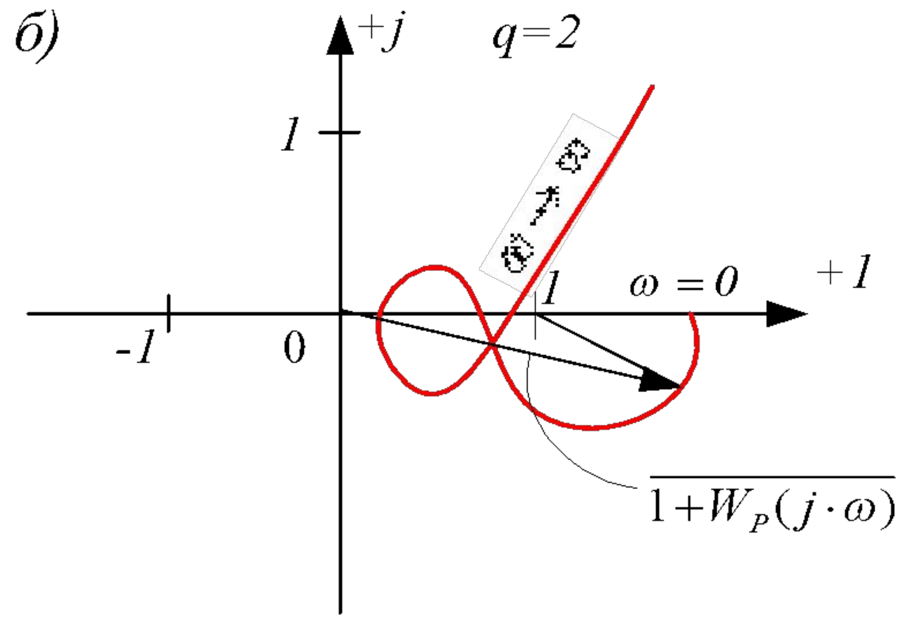
$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}\left[\overline{1+W_p(j\omega)}\right]=\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}\frac{\overline{B(j\omega)+A(j\omega)}}{\overline{A(j\omega)}}=\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}\,\overline{B(j\omega)+A(j\omega)}-\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}\,\overline{A(j\omega)}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\cdot n-\frac{\pi}{2}\cdot(n-2\cdot q)=\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot q=2\cdot\pi\cdot\frac{q}{2}.$$

То есть при неустойчивой системе в разомкнутом состоянии, имеющей q корней в правой полуплоскости, система в замкнутом состоянии будет устойчивой, если годограф вектора $\overline{1+W_P(j\omega)}$ при изменении частоты от 0 до огибает в положительном направлении начало координат $\frac{q}{2}$ раз.

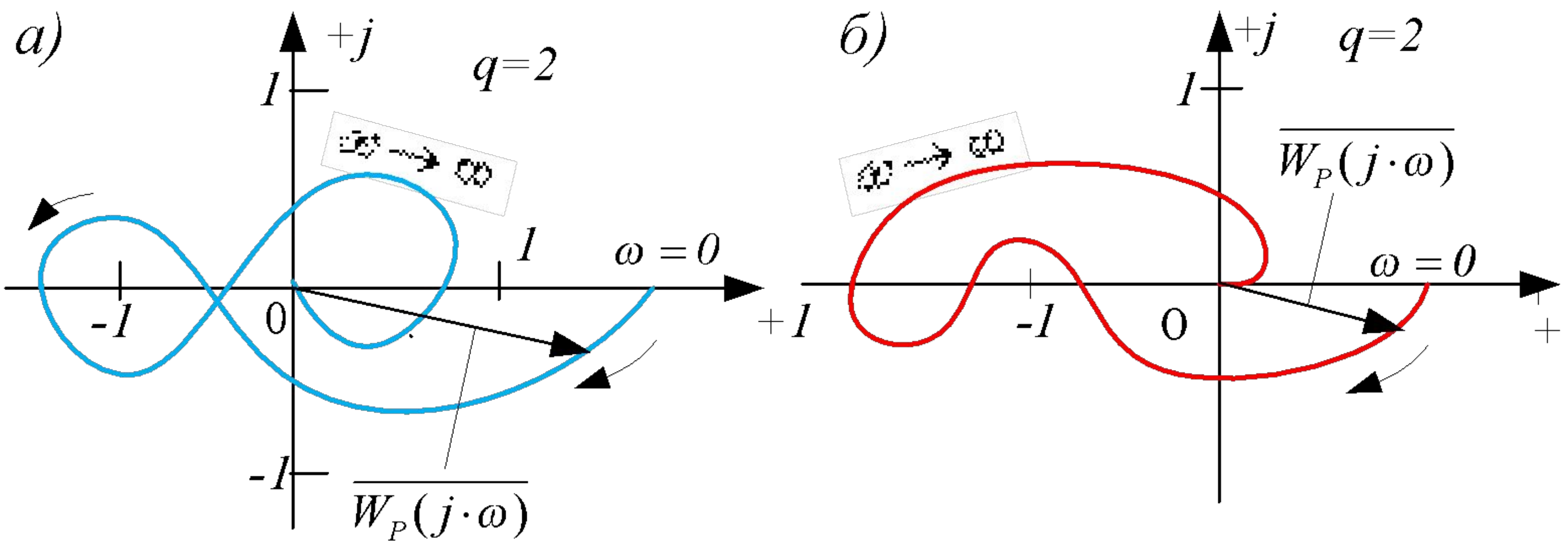


Устойчивая САУ



Неустойчивая САУ

Аналогично предыдущему: если перенести ось координат в точку $(1, j\cdot 0)$, то вместо годографа $\overline{1+W_p(j\cdot\omega)}$ можно рассматривать лишь $\overline{W_p(j\cdot\omega)}$, то есть годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии



Устойчивая САУ

Неустойчивая САУ

Тогда окончательная формулировка критерия Найквиста в этом случае имеет вид.

Если реальная система в разомкнутом состоянии неустойчива и имеет q корней в правой полуплоскости, то в замкнутом состоянии система автоматического управления устойчива, если годограф АФЧХ системы в разомкнутом состоянии $\frac{q}{2}$ ***раз охватывает в положительном направлении точку с координатами*** $(-1, 0 \cdot j)$ ***.***

3 случай – система в разомкнутом состоянии находится на грани устойчивости. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

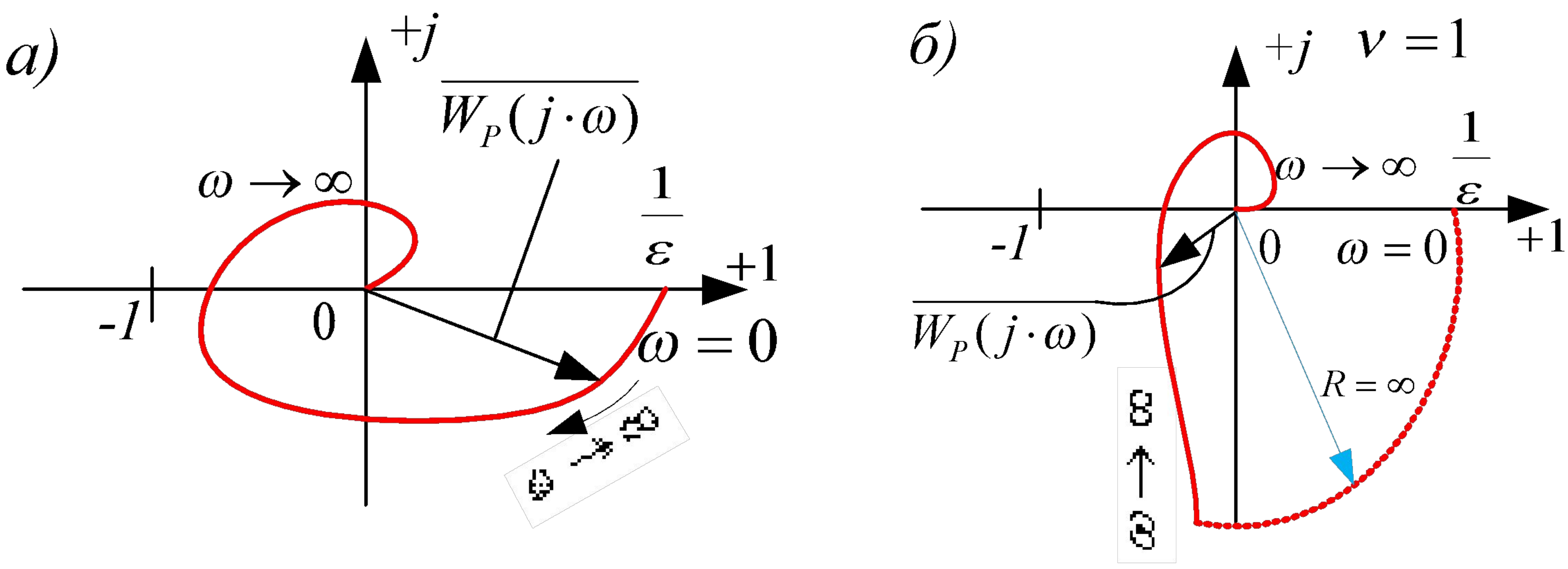
$$W_P\left(p\right)=\frac{B^m(p)}{p^\nu\cdot A_1^n(p)},$$

где ν - число нулевых корней характеристического уравнения системы в разомкнутом состоянии;

$B^m(p), A_1{}^n(p)$ – полиномы от p, причём $A_1(p)$ не имеет нулей в правой полуплоскости и на мнимой оси.

В случае, когда САУ в разомкнутом состоянии имеет ν нулевых корней (ν интегрирующих звеньев) анализ устойчивости замкнутой САУ можно вести аналогично случаю устойчивой САУ в разомкнутом состоянии. Для этого условно положим нулевые корни лежащими в левой (устойчивой) полуплоскости корней и численно равными ε . Тогда по критерию Найквиста, для устойчивых САУ в разомкнутом состоянии замкнутая САУ устойчива, если годограф ЛФЧХ САУ в разомкнутом состоянии не огибает точку с координатами $(-1, 0 \cdot j)$ (рис. a).

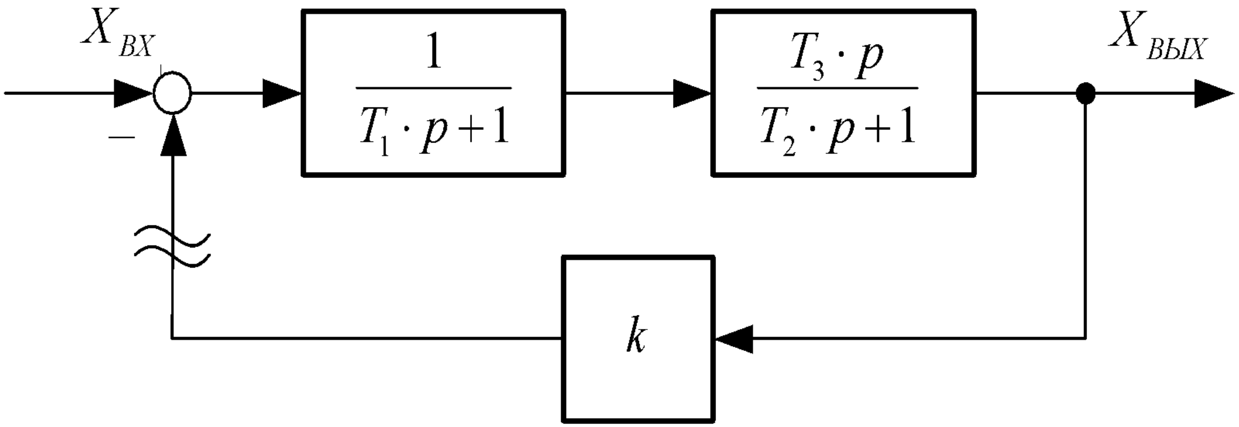
Устремим теперь $\varepsilon \to 0$, тогда реальная АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии будет дополняться частью окружности бесконечно большого радиуса, начинающейся с положительной действительной полуоси



Таким образом, критерий Найквиста может быть сформулирован следующим образом:

Если САУ в разомкнутом состоянии имеет ν нулевых корней, то замкнутая САУ устойчива, если годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии дополняется окружностью бесконечно большого радиуса, начинающейся с положительной полуоси и проходящей через ν квадрантов, не огибает точку с координатами $(-1, 0 \cdot j)$.

Пример 1. Определить устойчивость следующей САУ



Решение:

Реально такой структурной схеме может соответствовать система Г-Д (генератор-двигатель) с отрицательной обратной связью по току. Передаточная функция разомкнутой САУ равна

$$W_P(p) = \frac{k \cdot T_3 \cdot p}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}.$$

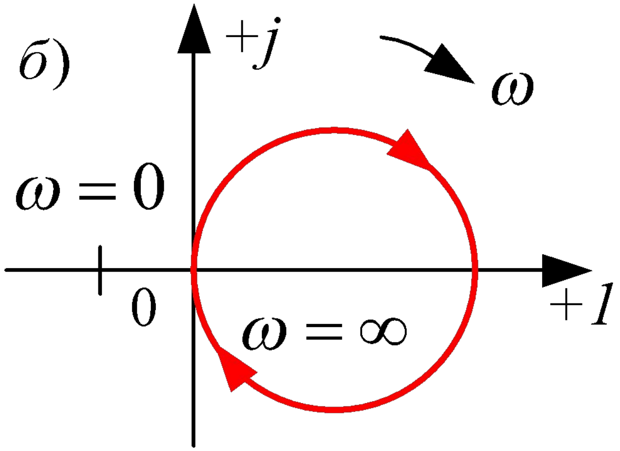
Получим АФЧХ, заменим $p \to j \cdot \omega$

$$W_P(j \cdot \omega) = \frac{k \cdot T_3 \cdot j \cdot \omega}{(T \cdot j \cdot \omega + 1) \cdot (T_2 \cdot j \cdot \omega + 1)} = A_P(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_P};$$

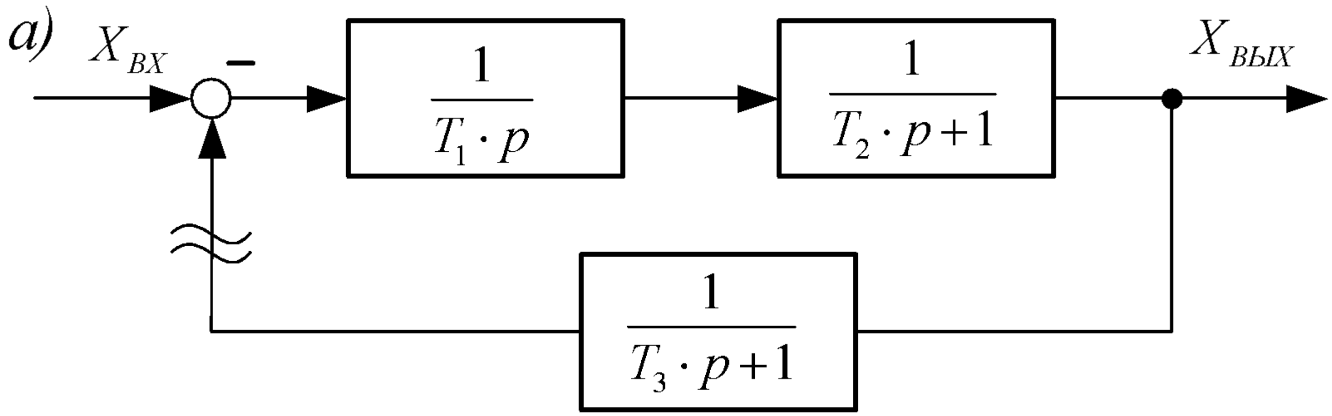
$$A_P(\omega) = \frac{k \cdot T_3 \cdot \omega}{\sqrt{(\omega^2 \cdot T_1^2 + 1) \cdot (\omega^2 \cdot T_2^2 + 1)}};$$

$$\varphi_P(\omega) = 90^\circ - arctgT_1 \cdot \omega - arctgT_2 \cdot \omega.$$

Не приводя построения годографа АФЧХ отметим, что $\varphi_P(\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ изменяется от $+90°$ до $-90°$. При любых значениях коэффициента $k_{\text{ос}}$ АФЧХ разомкнутой системы не проходит через точку $(-1, 0 \cdot j)$, то есть такая система всегда устойчива (рис. б). Иначе говоря, система с общим порядком интегрируемости равным 1 всегда устойчива (система нулевого порядка тем более устойчива).



Пример 2. Определить устойчивость САУ вида



T_1 = 0,03 сек; T_2 = 0,02 сек; T_3 = 0,01 сек.

Так как система имеет интегральное звено, то она относится к разряду астатических САУ.
Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_P(p) = \frac{1}{T_1 \cdot p \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T_3 \cdot p + 1)}.$$

Её АФЧХ получается, если $p \to j \cdot \omega$

$$W_P(j \cdot \omega) = \frac{1}{T_1 \cdot j \cdot \omega \cdot (j \cdot \omega \cdot T_2 + 1) \cdot (j \cdot \omega \cdot T_3 + 1)} = A_p(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_P};$$

$$A_P(\omega) = \frac{1}{T_1 \cdot \omega \cdot \sqrt{\left(\omega^2 \cdot T_2^2 + 1\right) \cdot \left(\omega^2 \cdot T_3^2 + 1\right)}};$$

$$\varphi_P = -90^\circ - arctg\omega \cdot T_2 - arctg\omega \cdot T_3.$$

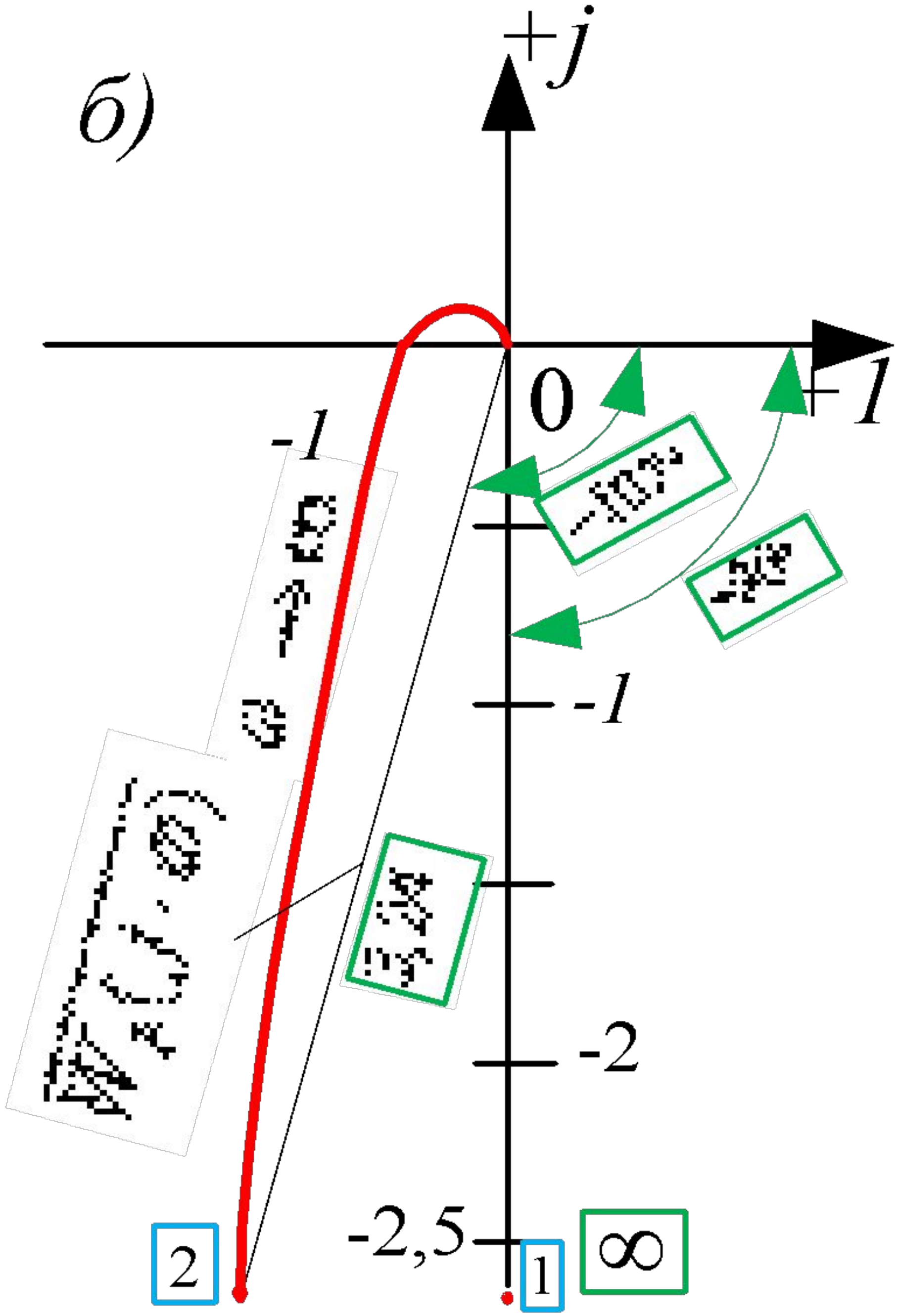
Годограф АФЧХ проходит от $-90°$ через $-180°$ до $-270°$при изменении $0 \le \omega < +\infty$, то есть по 3 и 2 квадранту комплексной плоскости. Система может быть устойчивой и неустойчивой. Для конкретности положим значения *T* (как записано). В этом случае

$$A_p(\omega) = \frac{1}{0,03 \cdot \omega \cdot \sqrt{(1 + 4 \cdot \omega^2 \cdot 10^{-4}) \cdot (1 + \omega^2 \cdot 10^{-4})}},$$

$$\varphi_p = -90° - arctg 0,02 \cdot \omega - arctg 0,01 \cdot \omega.$$

Составим таблицу

	0	10	20	30	50	100	
		3,24	1,52	0,52	0,42	0,105	0
	-90°	-107°	-123°	-138°	-162°	-198°	-270°



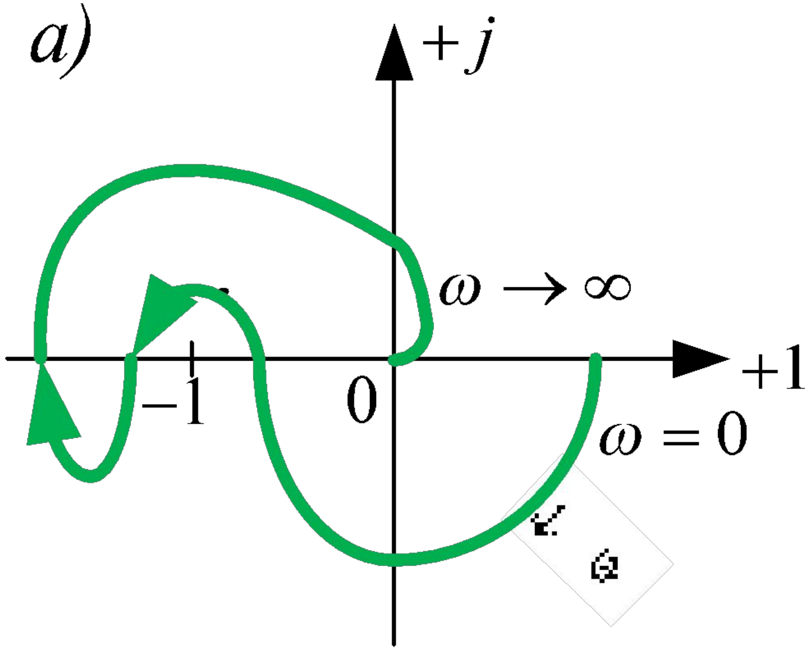
Вывод: годограф АФЧХ не охватывает точку $(-1, 0 \cdot j)$, поэтому САУ в замкнутом состоянии система устойчива.

Обобщенный критерий Найквиста (случаи 1-3). Правило перехода

Критерий Найквиста в общем случае имеет формулировку применимую для всех рассмотренных выше случаев.

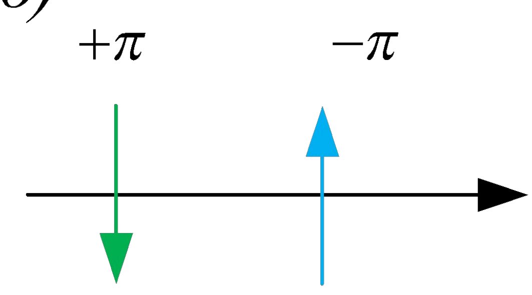
Если имеется v-нулевых корней и q корней – в правой полуплоскости в разомкнутом состоянии, то в замкнутом состоянии система автоматического управления будет устойчива, если годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии, дополненный дугой радиусом $R = \infty$ начинающийся с действительной положительной полуоси в $\frac{q}{2}$ раз охватывает точку [-1;0] в положительном направлении.

Понятие «охват точки $(-1, j \cdot 0)$»]», используемое в приведённых выше формулировках, имеет некоторую неопределённость. Действительно, трудно сразу сказать, охватывает или не охватывает эту точку частотный годограф $W_p(j \cdot \omega)$, изображённый на рисунке a).



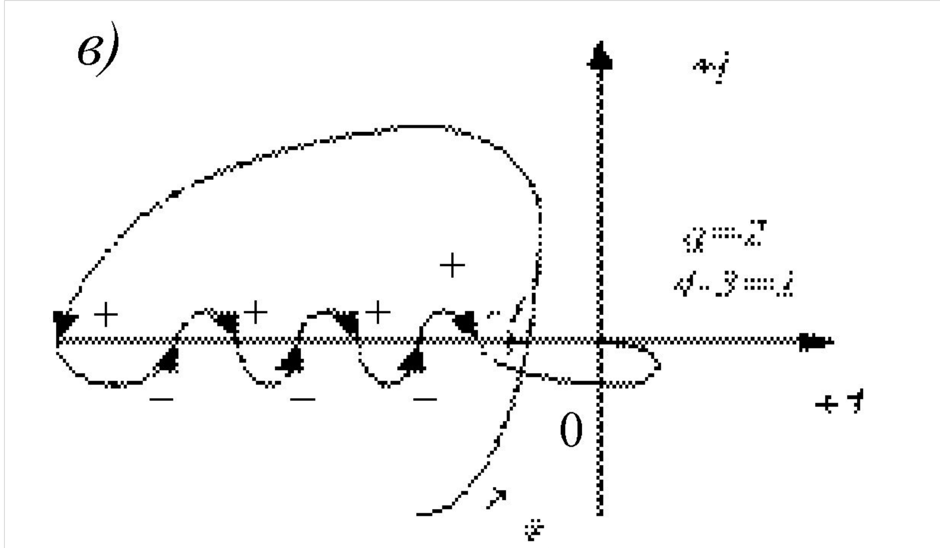
В сомнительных случаях можно прибегать к помощи формульных записей критерия Найквиста. Лучше, однако, дать критерию Найквиста иную формулировку, основанную на подсчёте числа переходов частотного годографа $W_p(j \cdot \omega)$ через отрицательную действительную полуось от -1 до $-\omega$. Будем считать такой переход положительным "$+\pi$", если при возрастании ω годограф переходит из верхней полуплоскости в нижнюю, и отрицательным "-π", если годограф переходит из нижней полуплоскости в верхнюю.

б)



Общая формулировка критерия Найквиста охватывает все три рассмотренных выше случая.

Для устойчивости САУ в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы на участке $(-\infty-1; j\cdot 0)$ разность сумм положительных $"+\pi"$ и отрицательных $"-\pi"$ переходов частотного годографа комплексного коэффициента передачи разомкнутой системы $W_p(j\omega)$ была равна $\frac{q}{2}$, то есть $\sum(+\pi)-\sum(-\pi)=\frac{q}{2}$, где q – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, лежащих в правой полуплоскости.



На рисунке *в)* показан годограф $W_p(j \cdot \omega)$ устойчивой замкнутой системы. Годограф имеет четыре положительных и три отрицательных перехода, следовательно, разность между числами переходов равна единице. Согласно приведённой формулировке критерия устойчивости рассматриваемая система устойчива в замкнутом состоянии.

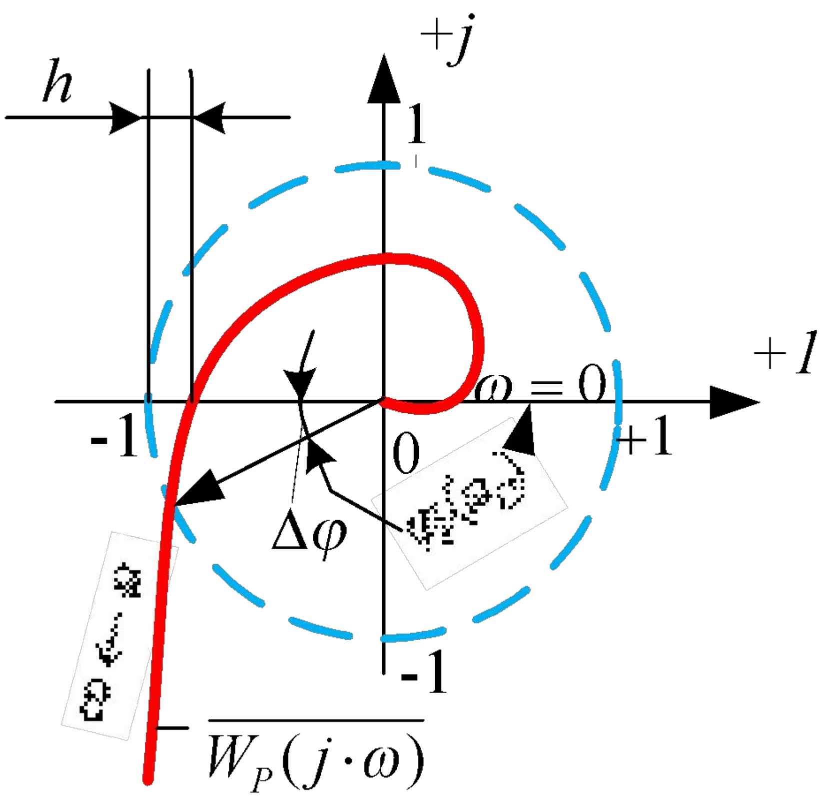
Недостаток критерия Найквиста тот, что приходится рисовать годограф ЛФЧХ.

Понятие о запасе устойчивости

Устойчивость замкнутой системы автоматического управления зависит от расположения АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии от точки $(-1, j \cdot 0)$. Чем ближе АФЧХ проходит к точке $(-1, j \cdot 0)$, тем система автоматического управления ближе к границе устойчивости.

Удаление АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии от точки $(-1, j \cdot 0)$ может быть охарактеризовано так называемыми запасами устойчивости по модулю и фазе.

<u>Запасом устойчивости по фазе</u> называют угол $\Delta\varphi$, образованный радиусом, проведённым через точку пересечения $W_p(j \cdot \omega)$ с окружностью единичного радиуса и отрицательной действительной осью.



Эта величина показывает, на сколько нужно увеличить или уменьшить фазу системы, не изменяя ее амплитуду, чтобы устойчивая прежде система оказалась на границе устойчивости.

Частота, при которой $mod W_p(j \cdot \omega_c) = A_p(\omega_c) = 1$ называется ***частотой среза*** системы ω_c.

Это та частота, при которой амплитуда колебаний сигнала обратной связи равна амплитуде колебаний входного сигнала. Запас устойчивости по фазе в значительной мере определяет качество переходного процесса в САУ. При проектировании САУ стремятся выбрать её параметры так, чтобы

$$|\Delta\varphi| = 180° - |\varphi_p(\omega_c)|; \qquad \Delta\varphi \geq (30...40)°.$$

<u>Запасом устойчивости по модулю</u> (или по амплитуде) называется величина h, показывающая, на сколько необходимо увеличить или уменьшить величину передаточного коэффициента системы при неизменных значениях всех остальных параметров, чтобы устойчивая прежде система оказалась на грани устойчивости.

Чем выше запас устойчивости по модулю h и $\Delta L = lgh$, тем САУ более устойчива, и менее колебательна.
Чем меньше запас устойчивости по модулю ΔL , тем система автоматического управления менее устойчива, а при $\Delta L = 0$ система автоматического управления находится на грани устойчивости и в ней вероятны возникновения колебаний.

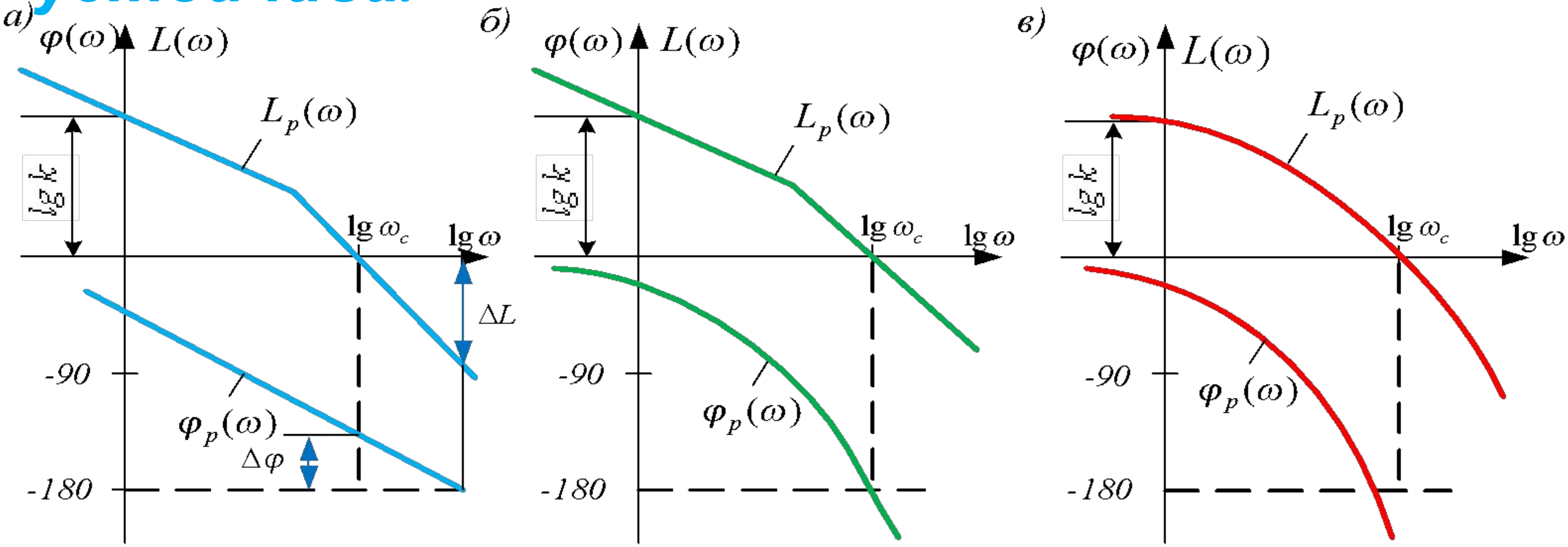
Суждение об устойчивости на основании критерия Найквиста по логарифмическим частотным характеристикам системы в разомкнутом состоянии

Критерий Найквиста можно использовать и по отношению к логарифмическим частотным характеристикам. Согласно критерию устойчивости Найквиста САУ устойчива, если $A_P(\omega_C) = 1$, при $\left|\varphi_P(\omega_C)\right| < 180^\circ$

Если использовать логарифмический масштаб, то это означает, что

$$L_P(\omega_C) = \lg A_P(\omega_C) = \lg 1 = 0, \qquad \left|\varphi_P(\omega_{\tilde{N}})\right| < 180^\circ$$

Если логарифмическая фазо-частотная характеристика системы в разомкнутом состоянии при частоте среза (то есть при частоте, где логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает ось абсцисс) не достигает значения -180 град, то система в замкнутом состоянии устойчива.



САУ устойчива | САУ на грани устойчивости | САУ неустойчива

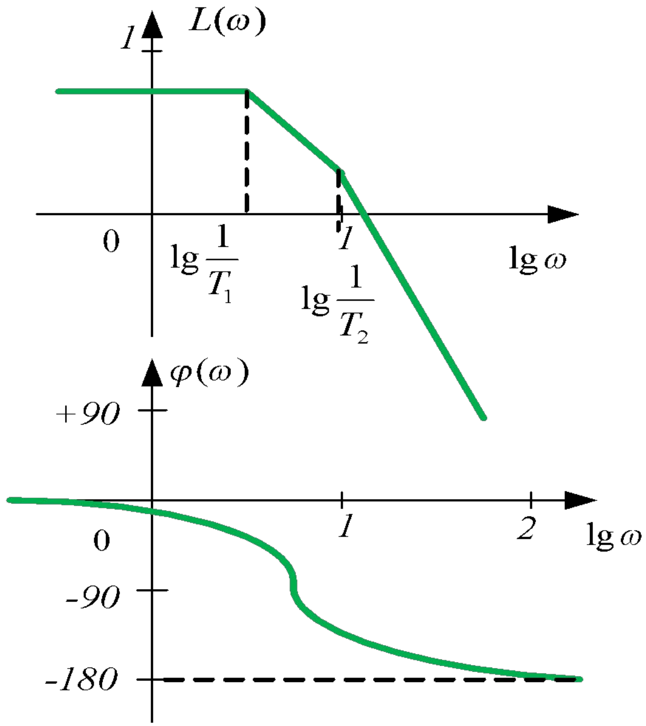
На рисунке *а)* показаны запасы устойчивости по фазе и по амплитуде, определённые по логарифмическим характеристикам для устойчивой системы. Для системы, находящейся на грани устойчивости $\Delta\varphi, \ \Delta L$. Для неустойчивой системы запасов устойчивости не существует.

Критерий Найквиста легко можно сформулировать для логарифмических амплитудно-фазовых характеристик, используя понятия о положительных и отрицательных переходах.

Пример 1. Определить устойчивость системы автоматического управления, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии

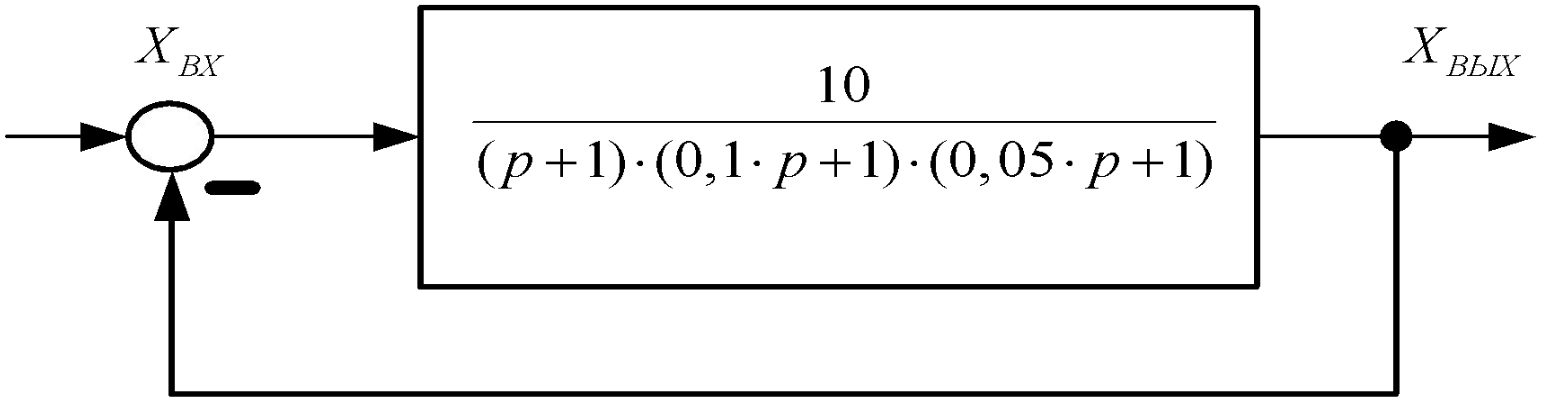
$$W_P(p) = \frac{k}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}.$$

Решение: Построим ЛАЧХ и ЛФЧХ



Из этого примера видно, что если в разомкнутом состоянии САУ имеет второй порядок интегрируемости (не два интегрирующих звена $\frac{1}{p^2}$), то при любых конечных значениях коэффициентов и постоянных времени система в замкнутом состоянии устойчива.

Пример 2. Определить устойчивость системы автоматического управления:



Решение:

Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_P(p) = \frac{\overset{k}{10}}{\underbrace{(1 \cdot p + 1)}_{T_1} \cdot \underbrace{(0,1 \cdot p + 1)}_{T_2} \cdot \underbrace{(0,05 \cdot p + 1)}_{T_3}}.$$

Найдём величины, необходимые для построения логарифмических амплитудно-фазовых характеристик

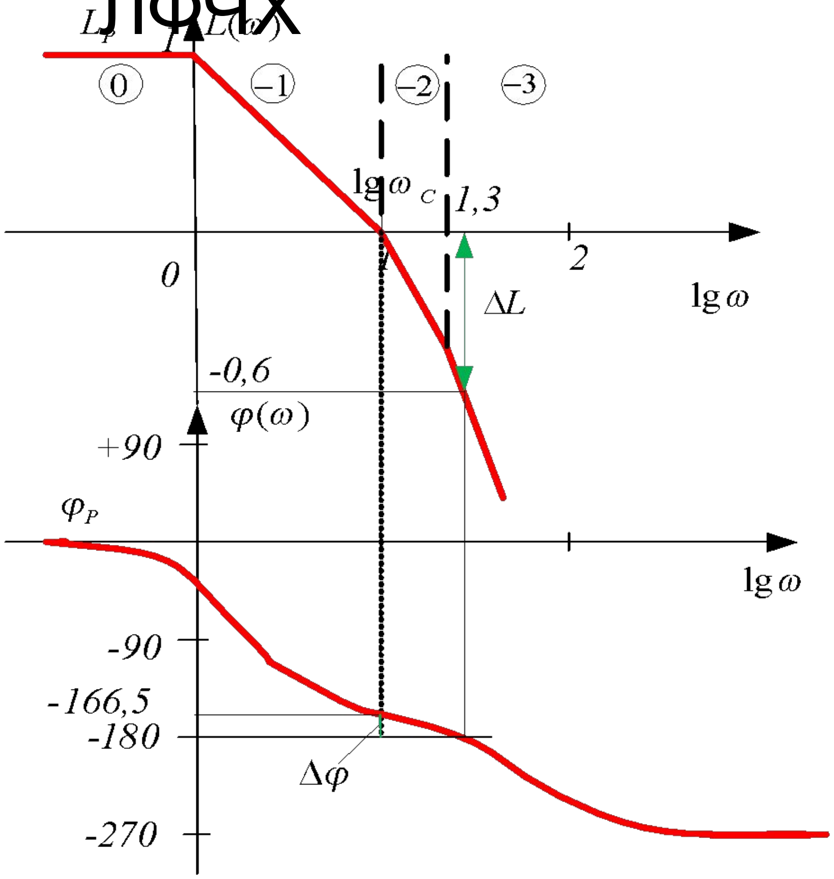
$$\lg k = \lg 10 = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_2} = \lg \frac{1}{0,1} = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,05} = 1,3.$$

По данным построим ЛАЧХ и ЛФЧХ



Из рисунка найдём $\varphi_P(\omega_C) = -166{,}5°$;

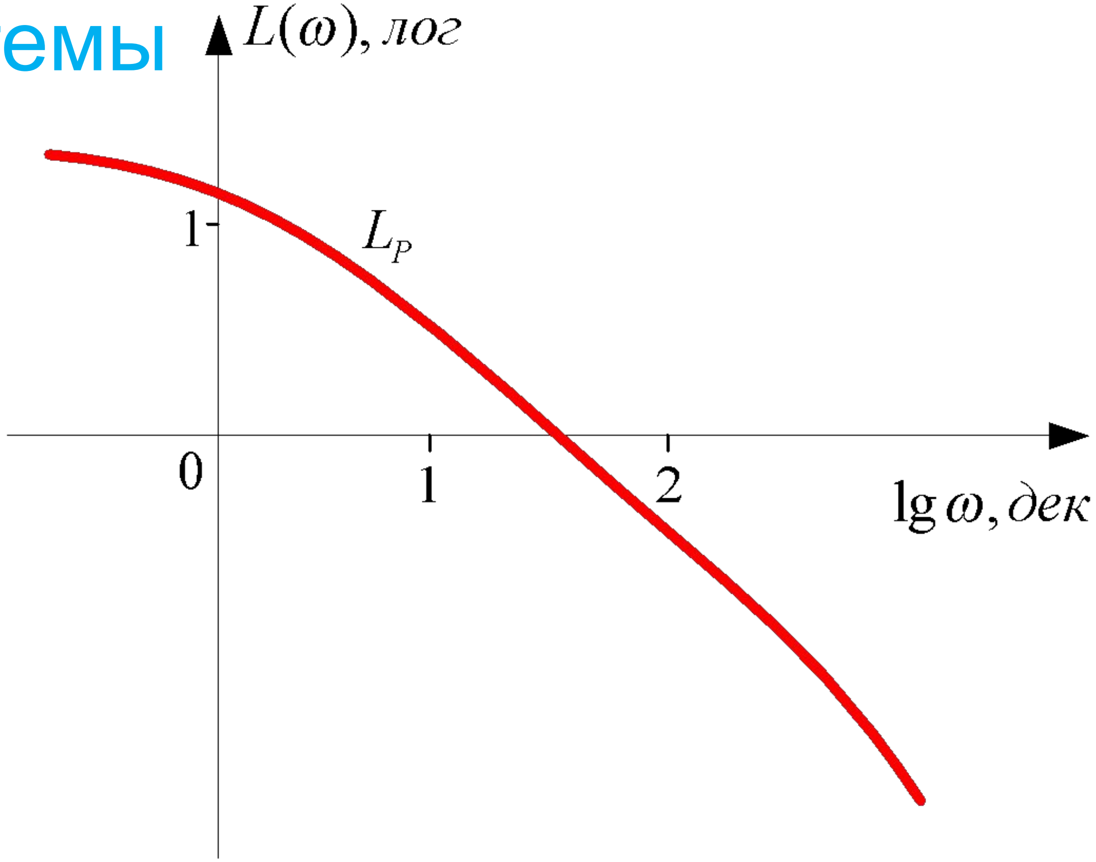
$|\Delta\varphi| =$180°-166,5°=13,5°,

ΔL=|-0,6|.

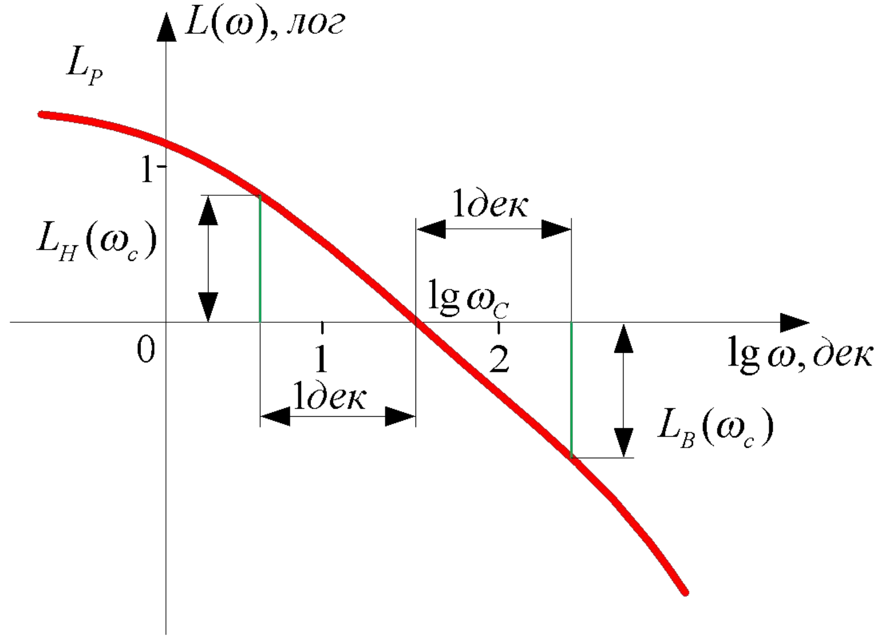
Чем меньше ΔL , тем ближе САУ ко границе устойчивости.

По критерию Найквиста система автоматического управления устойчива.

Устойчивость систем по критерию Найквиста по ЛАЧХ системы



Для минимально-фазовых звеньев между амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками существует однозначная зависимость и, следовательно, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика однозначно определяет передаточную функцию системы.



1. От $lg\omega_{\text{C}}$ вправо и влево отложить по 1 дек.

2. Восстановить из этих точек перпендикуляры до L_P.

3. Замерить $L_{\text{H}}(\omega_{\text{C}})$ и $L_{\text{B}}(\omega_{\text{C}})$.

4. Рассчитать $\varphi_P(\omega_C) = \frac{L_{\text{B}}(\omega_{\text{C}}) - L_{\text{H}}(\omega_{\text{C}})}{2} \cdot 90°$.

5. Если $|\varphi_{\text{P}}| = \begin{cases} > 180°, & \text{то САУ неустойчива;} \\ = 180°, & \text{то САУ на грани устойчивости;} \\ < 180°, & \text{то САУ устойчива.} \end{cases}$

Пример 3. Определить устойчивость замкнутой системы, амплитудно-фазовая характеристика которой в разомкнутом состоянии равна

$$W_P(p) = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot (0,05 \cdot p + 1) \cdot (0,01 \cdot p + 1)}.$$

Решение:

Вычислим параметры, необходимые для построения логарифмической амплитудно-фазовой характеристики

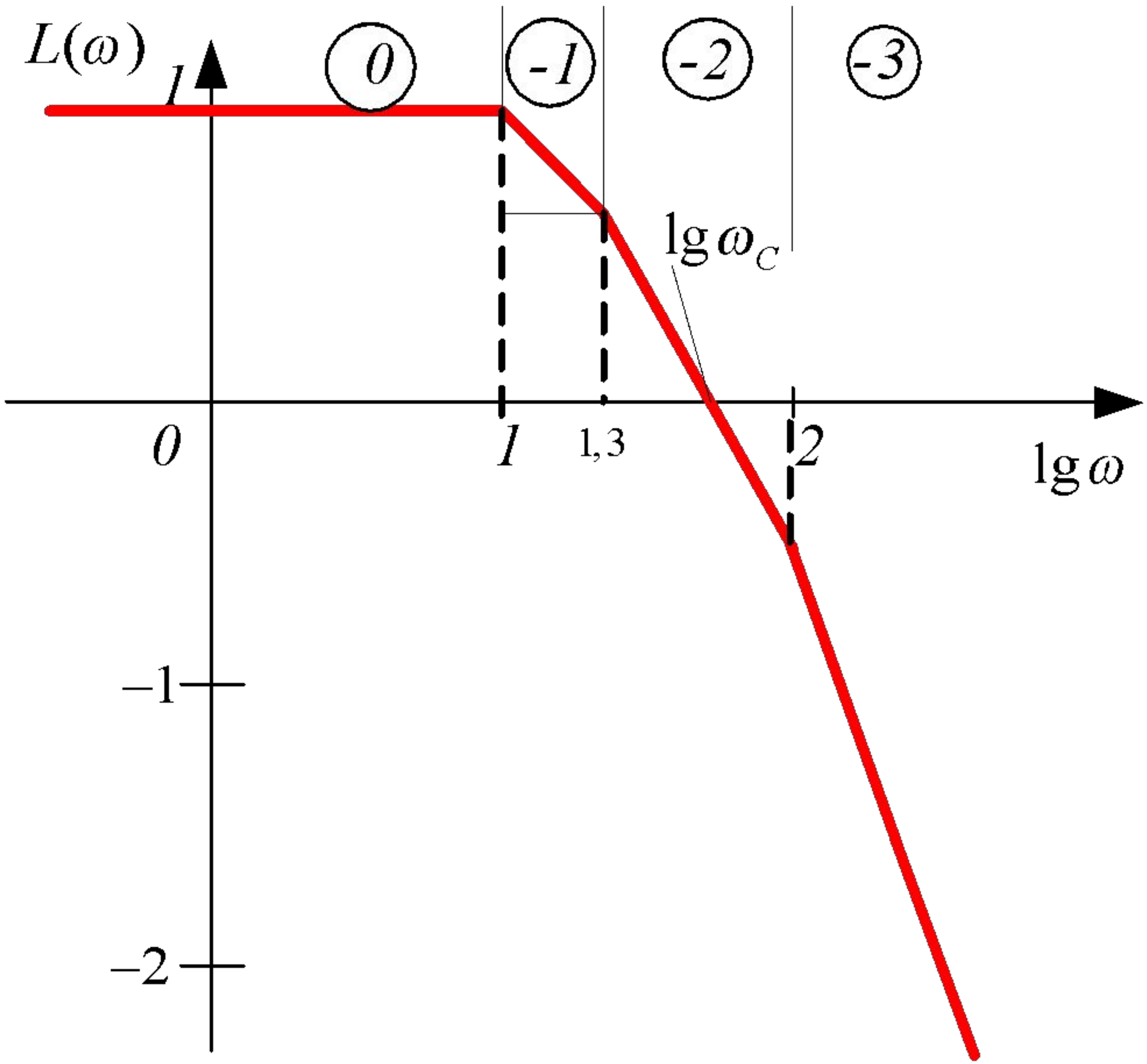
$$\lg k = \lg 10 = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{0{,}1} = 1;$$

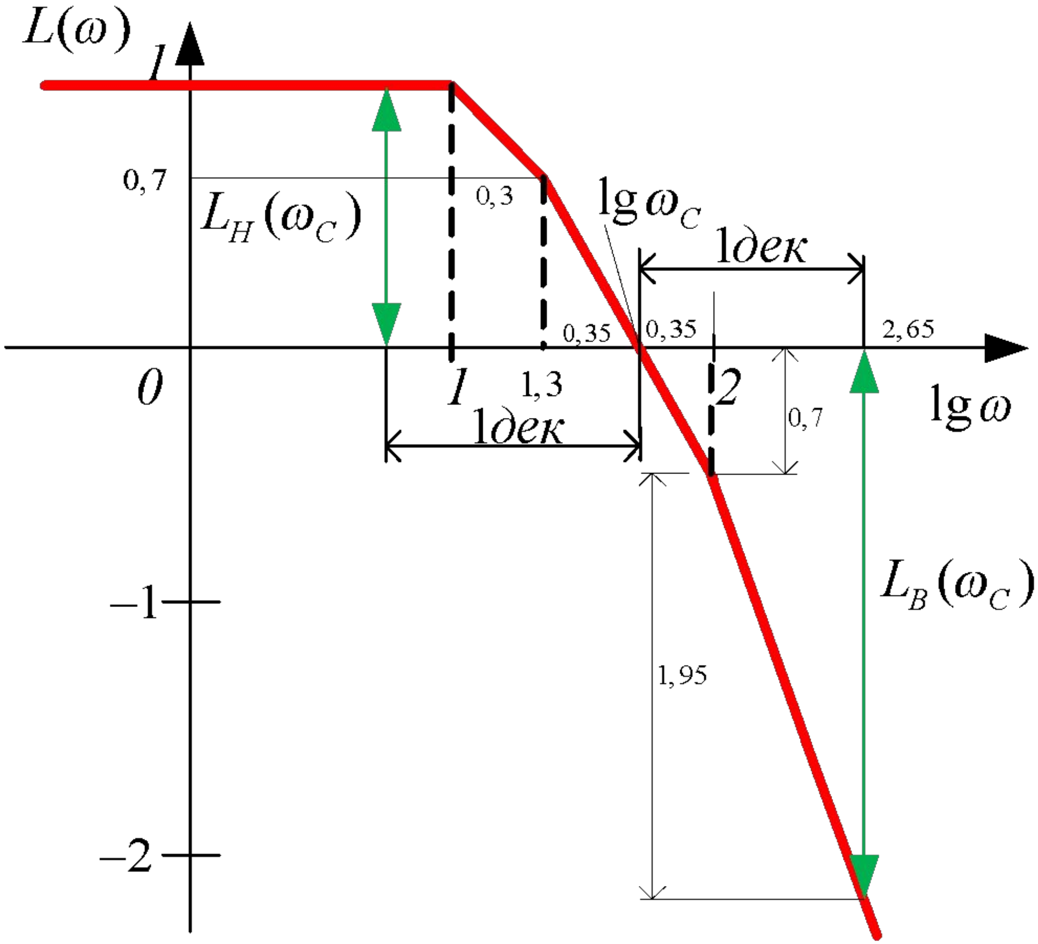
$$\lg \frac{1}{T_2} = \lg \frac{1}{0{,}05} = 1{,}3;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0{,}01} = 2.$$

По этим данным построим ЛАЧХ.



По этим данным построим ЛАЧХ.



Из геометрических соображений найдём частоту среза системы:

$$\lg \omega_C = 1{,}65; \qquad \omega_C = 45\frac{1}{c}.$$

От этой частоты отложим 1*дек* влево, 1*дек* вправо. По характеристике вычислим

$$L_H(\omega_C) = 1, \qquad L_B(\omega_C) = 2{,}65.$$

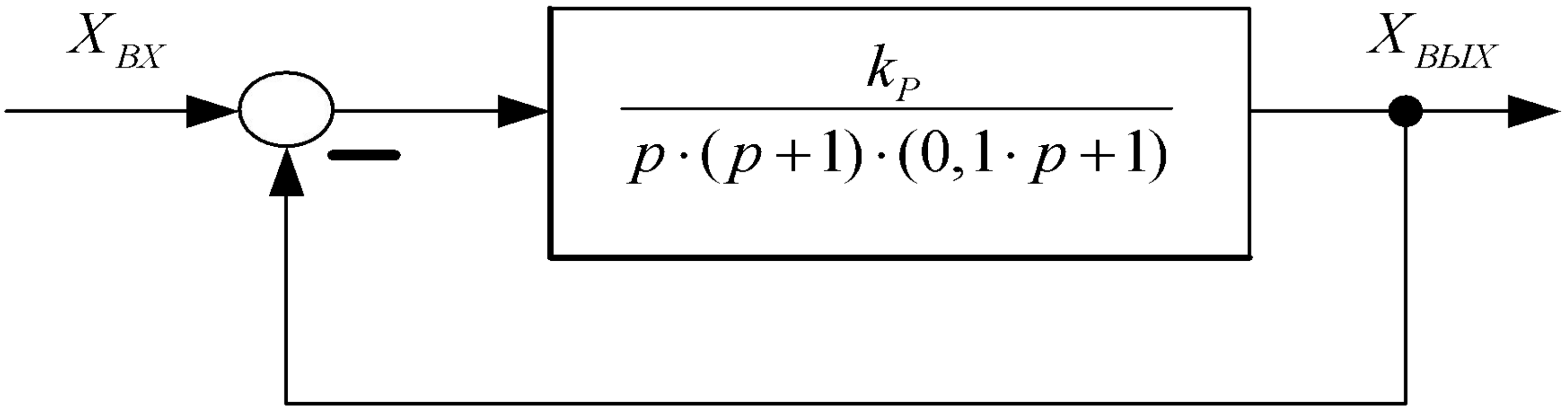
По формуле найдём $\varphi_p(\omega_c)$

$$\varphi_P(\omega_C) = \frac{L_B(\omega_C) - L_H(\omega_C)}{2} \cdot 90^\circ =$$

$$= \frac{-2{,}65 - 1}{2} \cdot 90^\circ = -164^\circ.$$

Вывод: система в замкнутом состоянии устойчива.

Пример 4. Определить устойчивость замкнутой системы автоматического управления



Решение:

Вычислим параметры, необходимые для построения логарифмических частотных характеристик

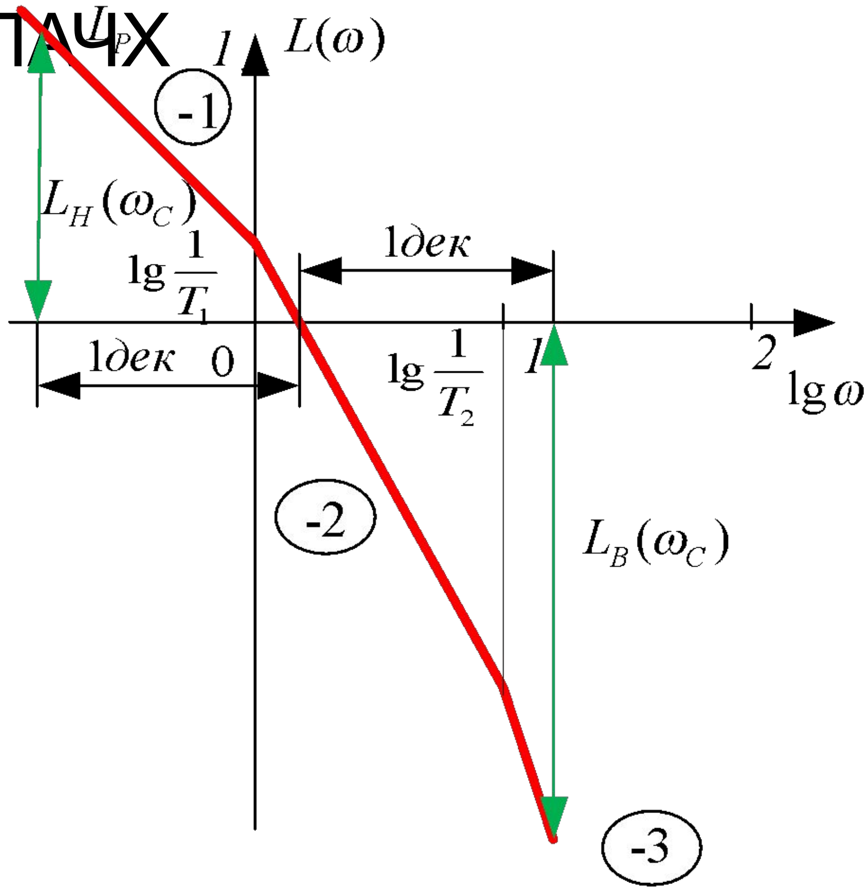
$$k_P = 6; \qquad \lg 6 = 0,8;$$

$$T_1 = T_2 = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{T_2} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,1} = 1.$$

По найденным данным построим ЛАЧХ



По рисунку найдём $lg\omega_c$ и ω_c.
$L_{\text{Н}} = 1{,}4$ лог; $L_{\text{В}} = -2{,}6$ лог.
По формуле вычислим $\varphi_P(\omega_c)$

$$\varphi_P(\omega_C) = \frac{-2{,}6 - 1{,}4}{2} \cdot 90° = -180°.$$

Система находится на грани устойчивости. Чтобы она была устойчивой надо k_P понизить.
Вывод: чем больше k_P система в замкнутом состоянии более колебательна или неустойчива.

В статике: Δx_f- по возмущению; $\Delta x_{\text{ЗАД}}$- по заданию.

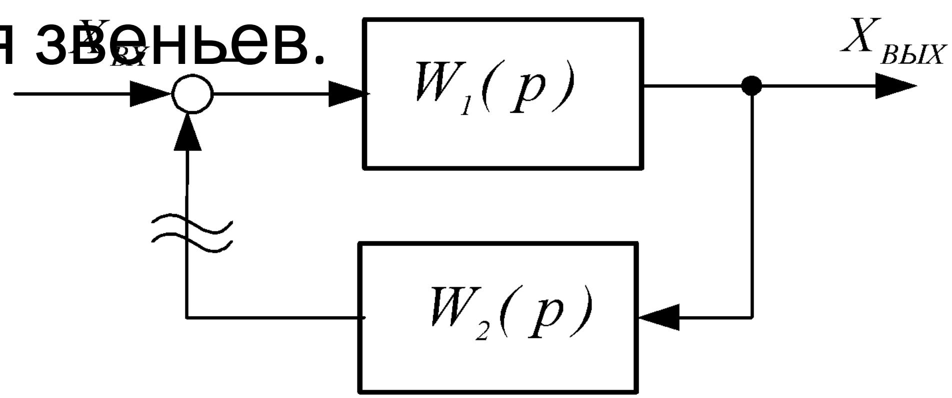
$$\Delta x_f = \frac{\Delta x_P \cdot f}{1 + k_P}; \quad \Delta x_{ЗАД} = \frac{\Delta x_{PЗАД}}{1 + k_P}.$$

Вывод: чем выше k_P, тем точнее в статике.

Суждение об устойчивости системы по ЛЧХ прямого канала и обратной ЛЧХ канала обратной связи

Об устойчивости замкнутой САУ можно судить по расположению ЛЧХ встречно-параллельных соединяемых звеньев, не прибегая к непосредственному построению ЛЧХ САУ в разомкнутом состоянии.

Доказано, что любая замкнутая САУ представляется в виде встречно-параллельного соединения звеньев.



Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_P(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) = \frac{W_1(p)}{W_2^{-1}(p)},$$

Комплексный коэффициент передачи

$$W_P(j\omega) = W_1(j \cdot \omega) \cdot W_2(j \cdot \omega) = \frac{W_1(j \cdot \omega)}{W_2^{-1}(j \cdot \omega)} = \frac{A_1(\omega)}{A_2^{-1}(\omega)} e^{j \cdot \left[\varphi_1(\omega) - \varphi_2^{-1}(\omega)\right]},$$

Для построения логарифмических амплитудно-фазовых характеристик системы автоматического управления необходимо построить характеристики

$L_1(\omega), \varphi_1(\omega), L_2^{-1}(\omega), \varphi_2^{-1}(\omega)$ и определить поправки.

Как

известно $$L_P(\omega) = L_1(\omega) - L_2^{-1}(\omega),$$

$$\varphi_{P(\omega)} = \varphi_1(\omega) - \varphi_2^{-1}(\omega),$$

то есть ординаты между ЛАЧХ и ЛФЧХ прямого и обратного каналов представляют собой значения соответственно ЛАЧХ и ЛФЧХ системы в разомкнутом состоянии.

Пересечения ЛАЧХ прямого и обратного каналов происходят при частоте среза, то есть

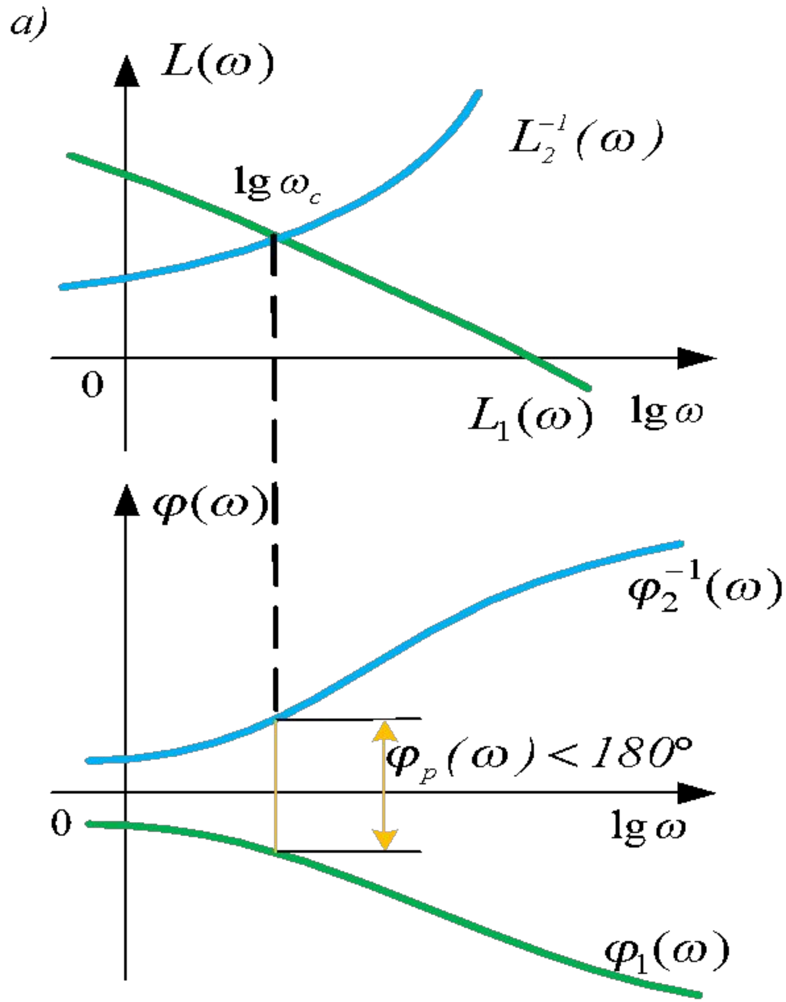
$$L_1(\omega_C) = L_2^{-1}(\omega_C);$$

$$L_{P(\omega)} = 0;$$

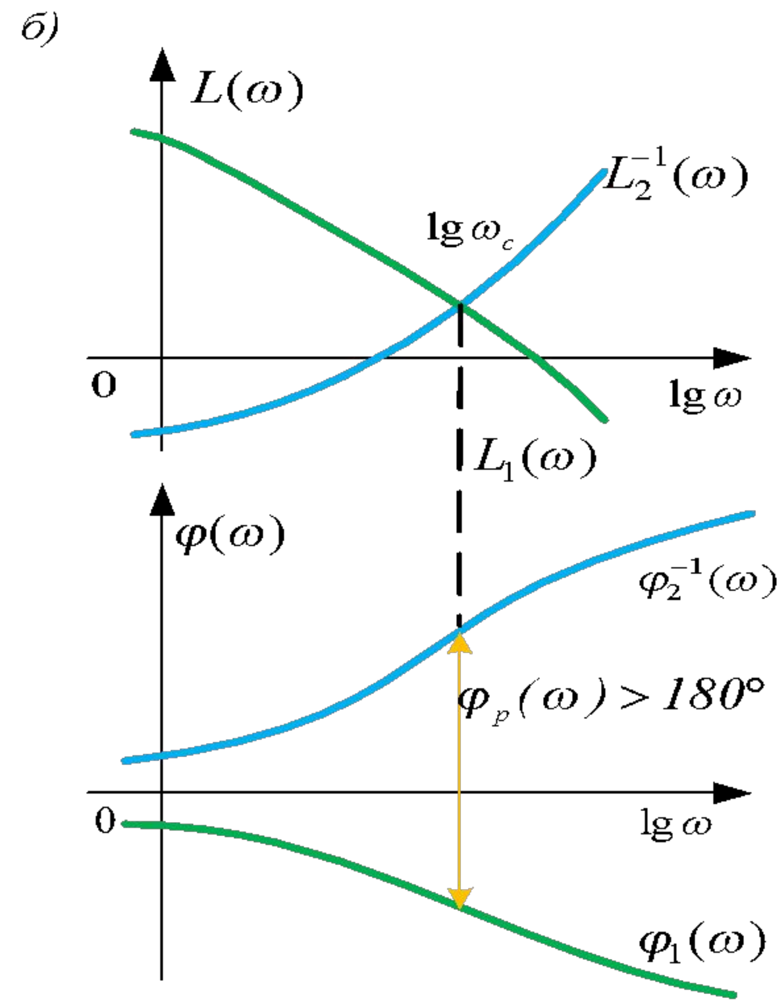
$$A_P(\omega_C) = \frac{A_1(\omega_C)}{A_2(\omega_C)} = 1.$$

Таким образом, применительно к рассмотренному соединению звеньев критерий устойчивости Найквиста может быть сформулирован следующим образом.

Система автоматического управления в замкнутом состоянии устойчива, если в точке пересечения логарифмических амплитудно-частотных характеристик прямого канала и обратной амплитудно-частотной характеристики канала обратной связи разность фаз между логарифмической фазо-частотной характеристикой прямого канала и обратной логарифмической фазо-частотной характеристикой канала обратной связи меньше 180°

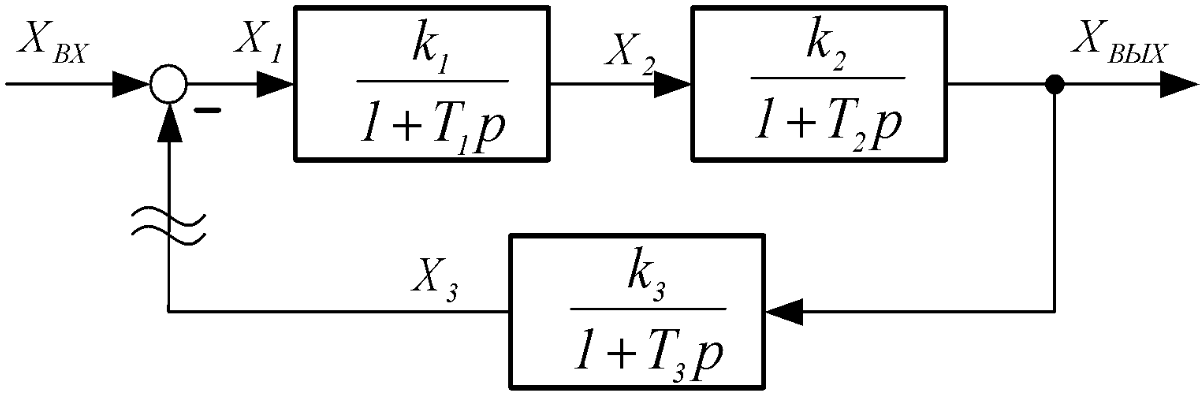


Устойчивая САУ



Неустойчивая САУ

Пример 1. Определить устойчивость замкнутой системы вида



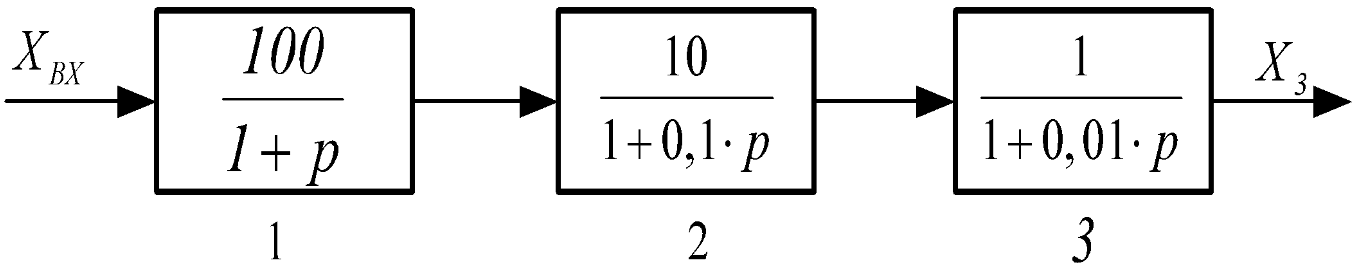
$$k_1 = 100; \qquad T_1 = 1\,cek;$$

$$k_2 = 10; \qquad T_2 = 0{,}1\,cek;$$

$$k_3 = 1; \qquad T_3 = 0{,}01\,cek.$$

Решение:

Построим ЛАФЧХ системы в разомкнутом состоянии, то есть такой системы:



Определим параметры, необходимые для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ

$$\lg k_1 = \lg 100 = 2;$$

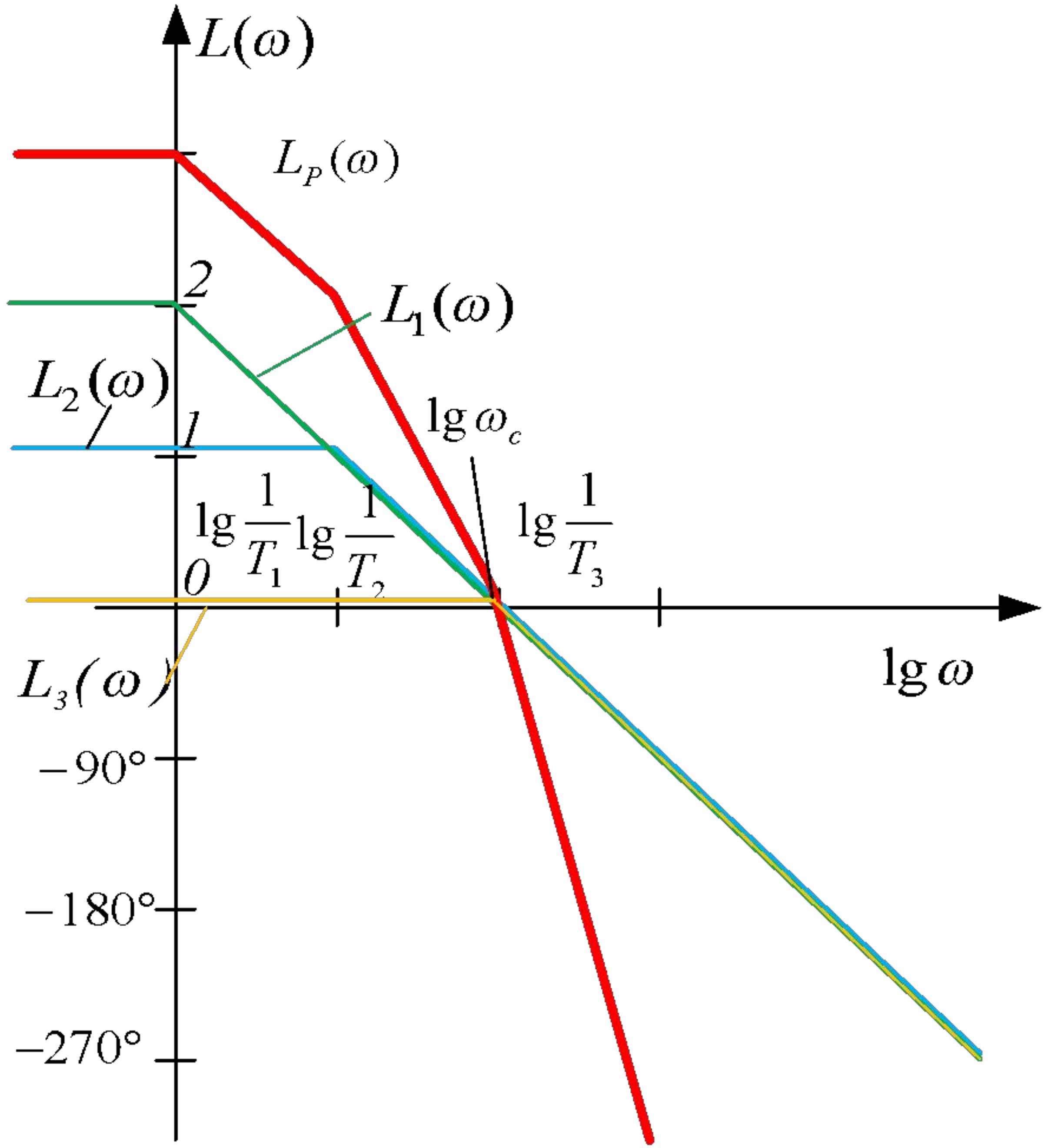
$$\lg k_2 = \lg 10 = 1\,;$$

$$\lg k_3 = \lg 1 = 0;$$

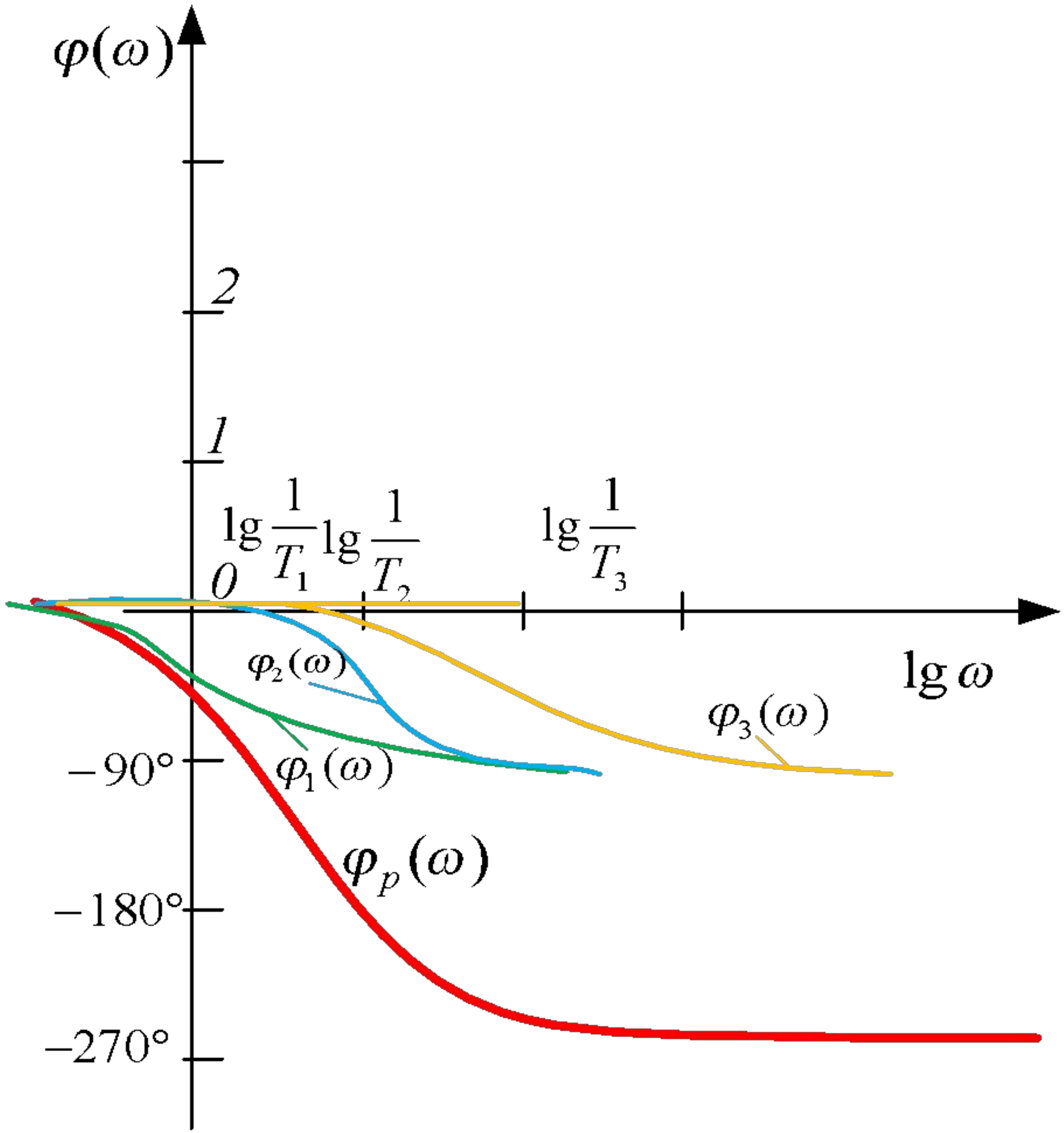
$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

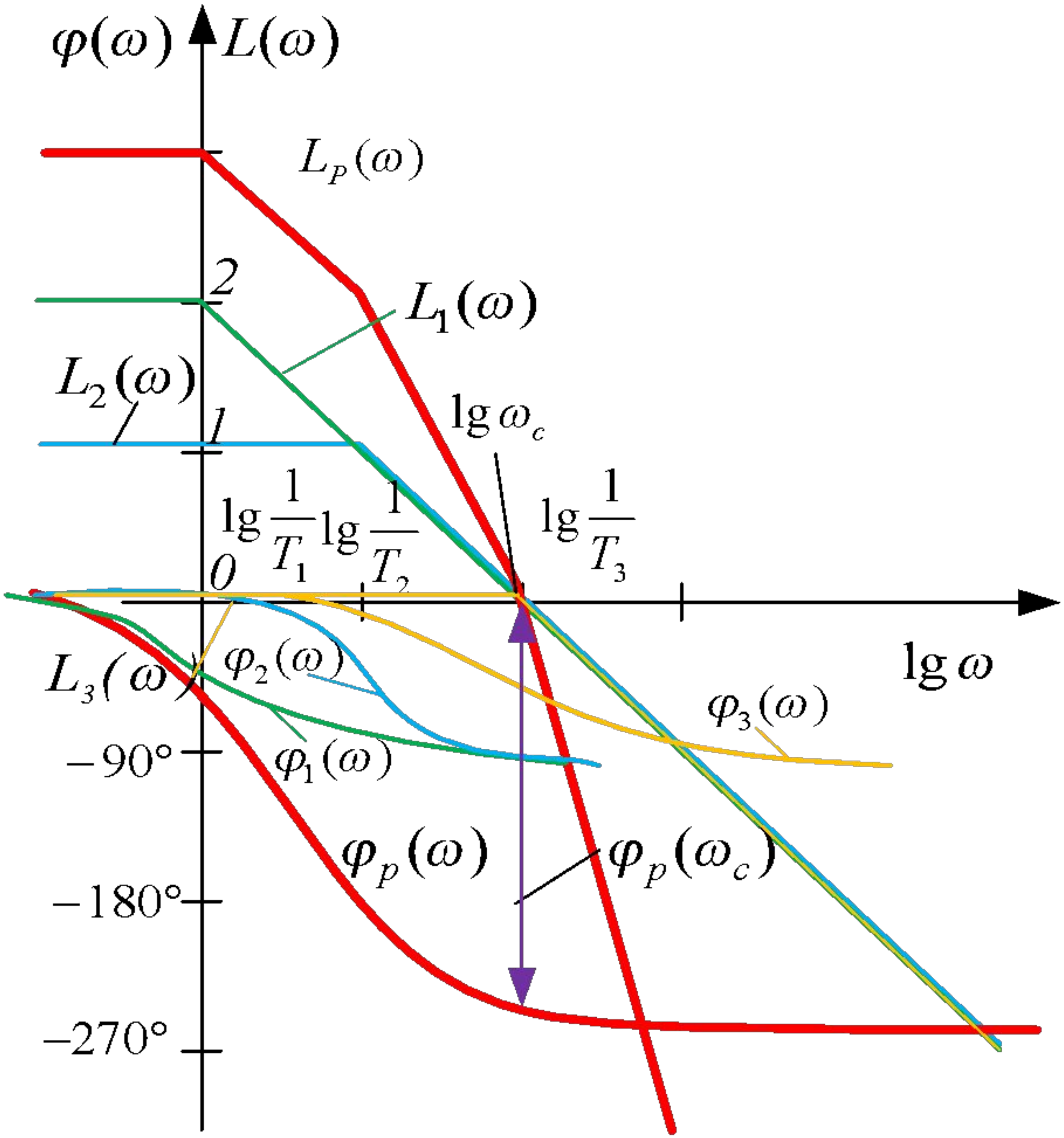
$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{100} = 0{,}01.$$



$L(\omega)$
$L_P(\omega)$
2
$L_1(\omega)$
$L_2(\omega)$
1
$\lg\omega_c$
$\lg\frac{1}{T_1}$
$\lg\frac{1}{T_2}$
$\lg\frac{1}{T_3}$
0
$L_3(\omega)$
$\lg\omega$
$-90°$
$-180°$
$-270°$



$\varphi(\omega)$
2
1
0
$\lg\frac{1}{T_1}$
$\lg\frac{1}{T_2}$
$\lg\frac{1}{T_3}$
$\lg\omega$
$\varphi_2(\omega)$
$\varphi_3(\omega)$
$\varphi_1(\omega)$
$-90°$
$\varphi_p(\omega)$
$-180°$
$-270°$



Вывод:

поскольку $|\varphi_P(\omega_{\tilde{N}})| > 180°$,

то система в замкнутом состоянии неустойчива.

Мы рассмотрели одноконтурную замкнутую систему. Если исследуется поведение многоконтурной САУ, то проверяют устойчивость всех контуров. А именно, строится $\varphi_1{}^{-1}, \varphi_2{}^{-1}$. Определяется, устойчив ли первый контур. Если контур устойчив, находится результирующие ЛАЧХ и ЛФЧХ этого контура. Строится L_1, L_2 следующего контура и т.д. Если какой-то контур неустойчив или обладает плохими качествами переходного процесса, то вводят корректирующие устройства с тем, чтобы система имела желаемые показатели регулирования.