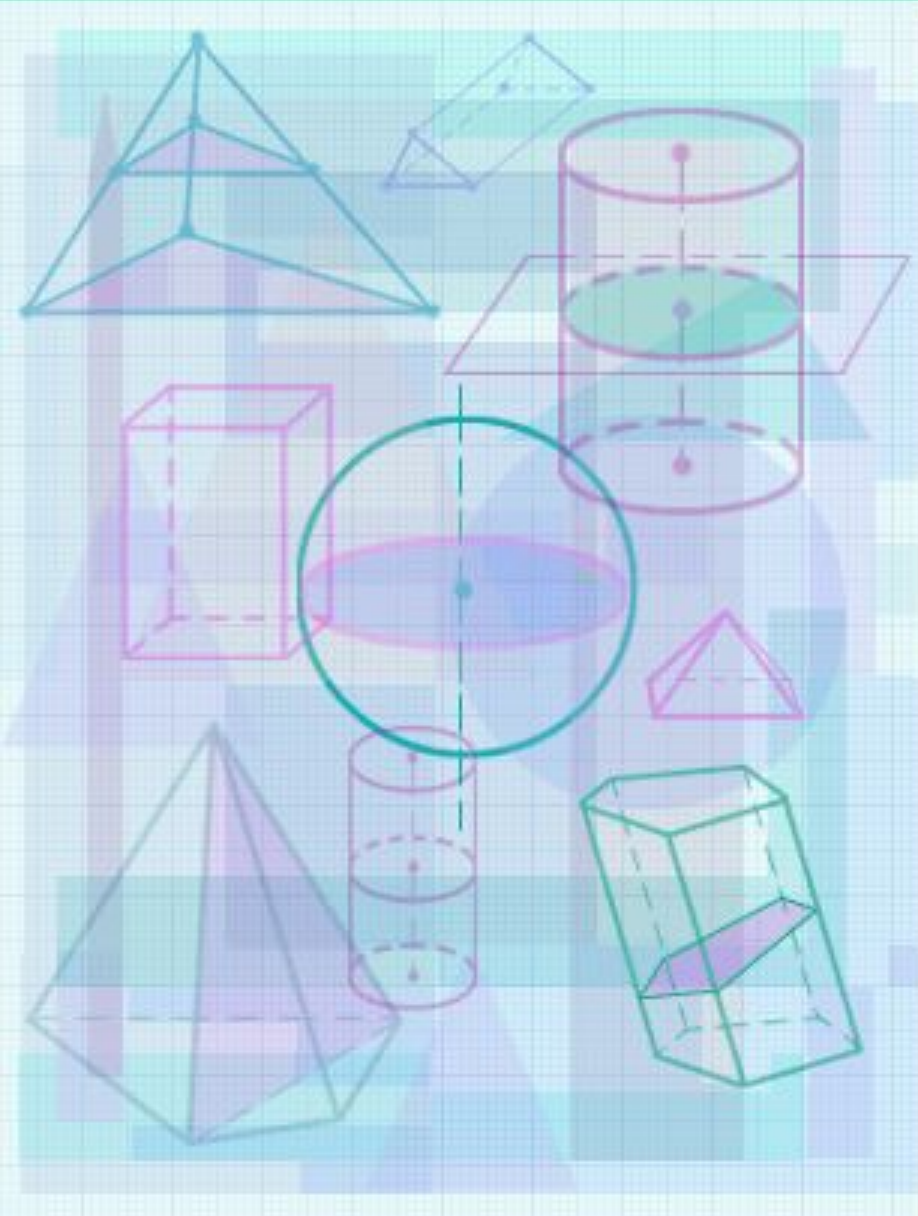


# **Аксиомы стереометрии**

**Взаимное  
расположение двух  
прямых**

**Взаимное  
расположение прямой  
и плоскости**



# Геометрия

```
graph TD; A[Геометрия] --> B[Планиметрия]; A --> C[Стереометрия];
```

Планиметрия

Стереометрия

***stereos*** - объемный, пространственный

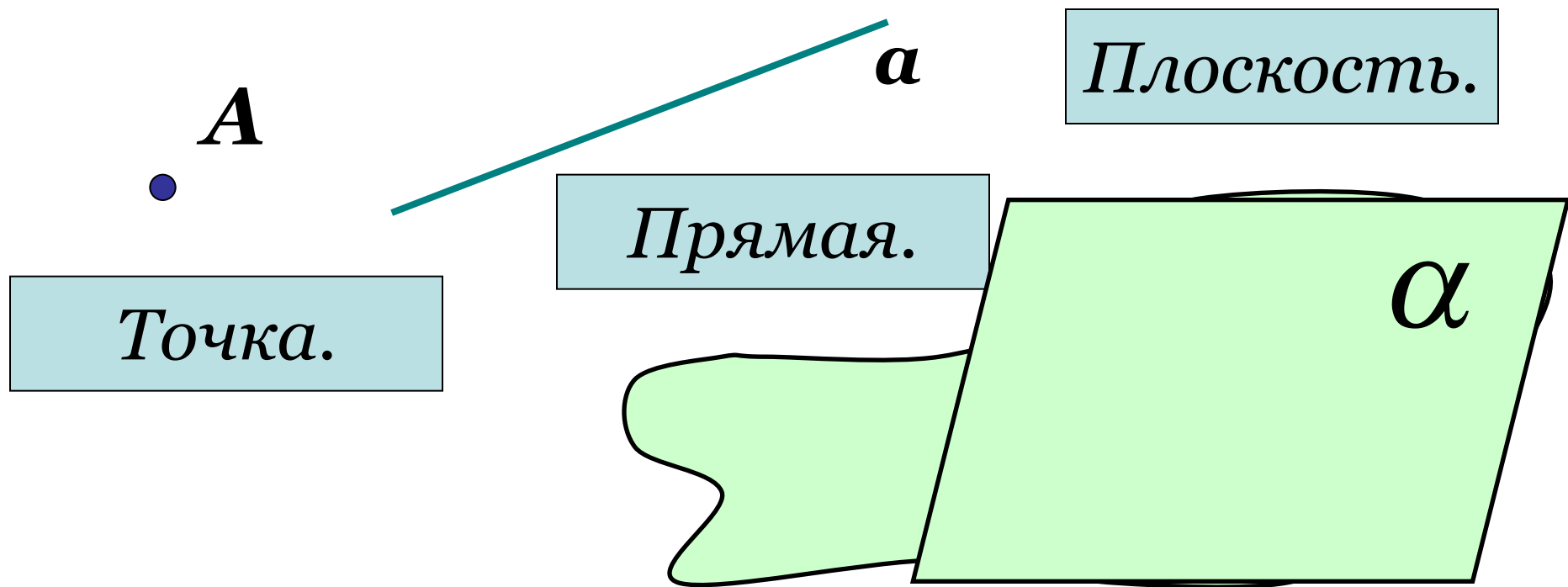
***metreo*** - измеряю

# Стереометрия

-раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.



## Основные фигуры в пространстве



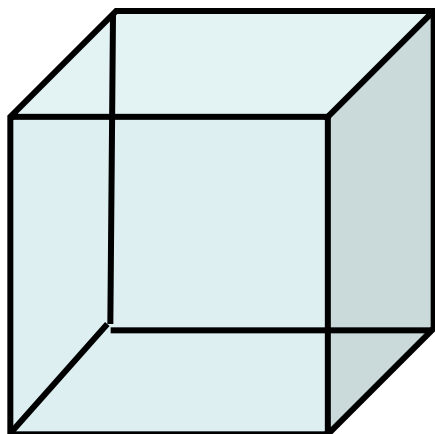
# СТЕРЕОМЕТРИЯ

точка  $A, B, C, \dots$

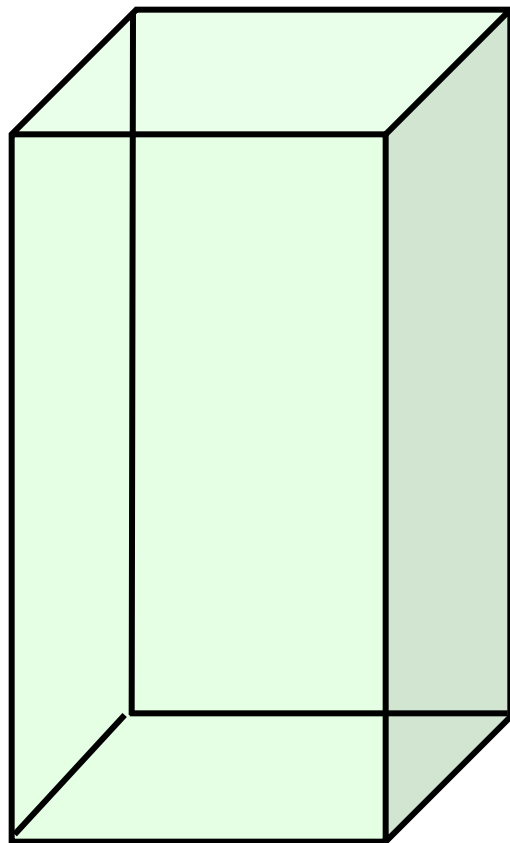
прямая  $a, b, c, \dots$   
или  $AB, BC, CD, \dots$

плоскость  $\alpha, \beta, \gamma,$

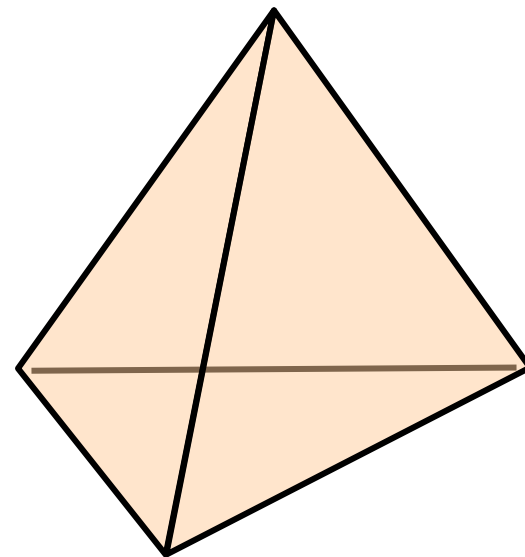
# Геометрические тела



*Куб.*



*Параллелепипед.*



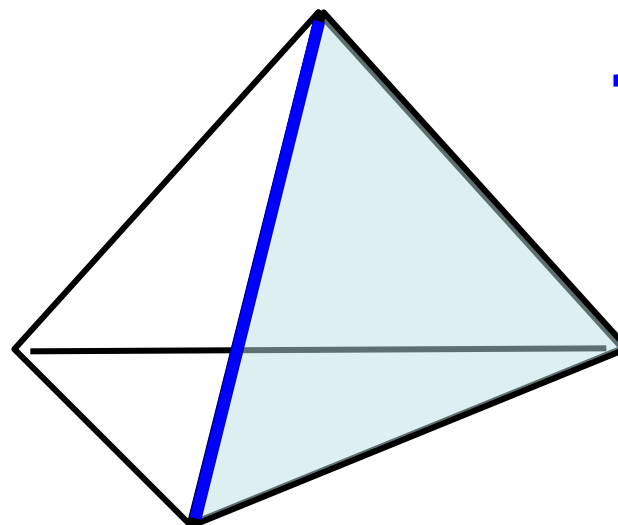
*Тетраэдр.*

# Геометрические понятия

- Плоскость – грань
- Прямая – ребро
- Точка – вершина



вершина



грань

ребро

# Аксиома

(от греч. *αξίωμα* – принятие положения)

**исходное положение  
научной теории,  
принимаемое без  
доказательства**

# АКСИОМЫ

## планиметрия

*Характеризуют взаимное расположение точек и прямых*

1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки.
2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой.
3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

*Основное понятие геометрии «лежать между»*

4. Из трех точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

## стереометрия

**A1.** Через любые две точки плоскости проходит единственная прямая.

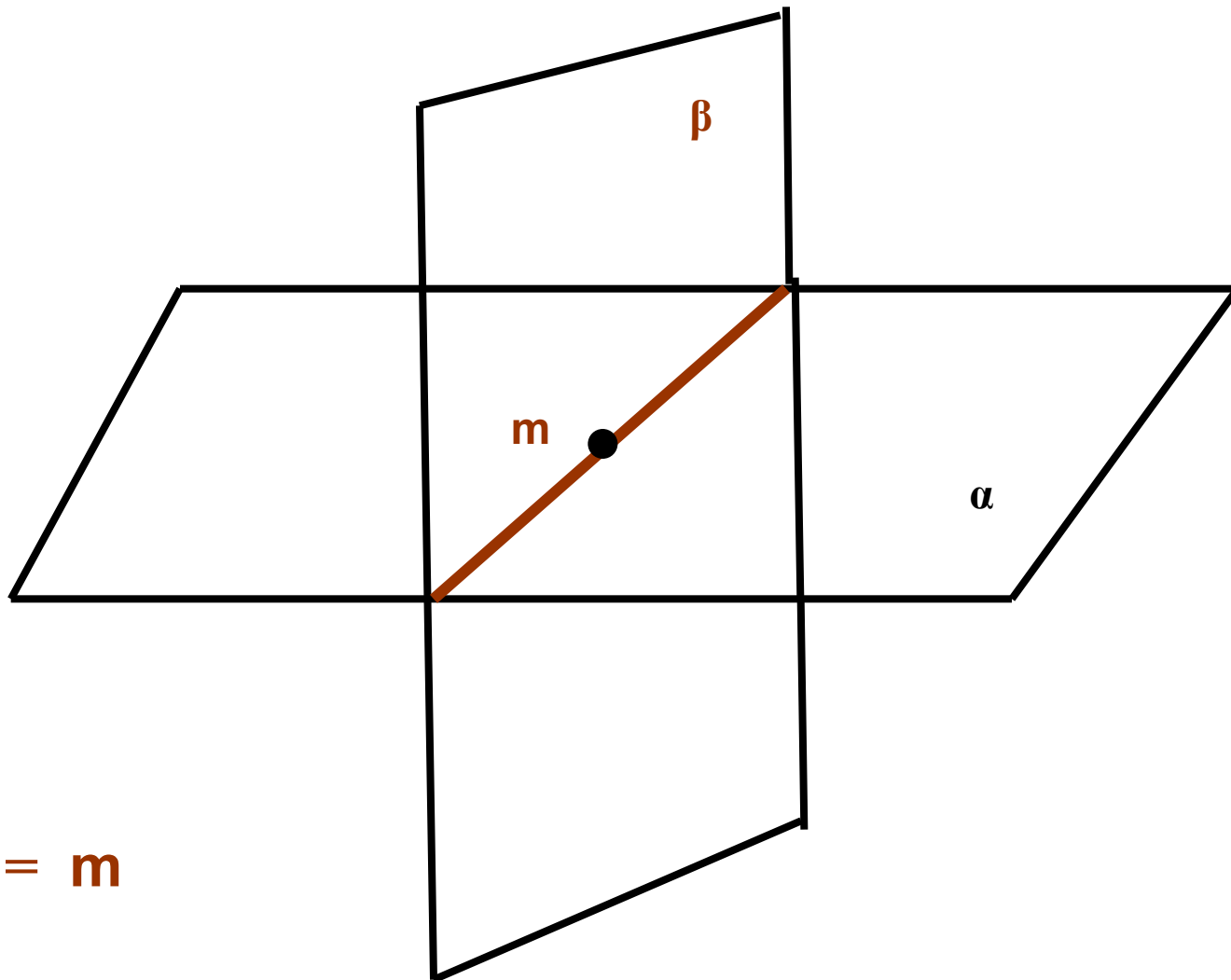
**A2.** Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.

**A3.** Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

**A4.** Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.



**A4.** Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.

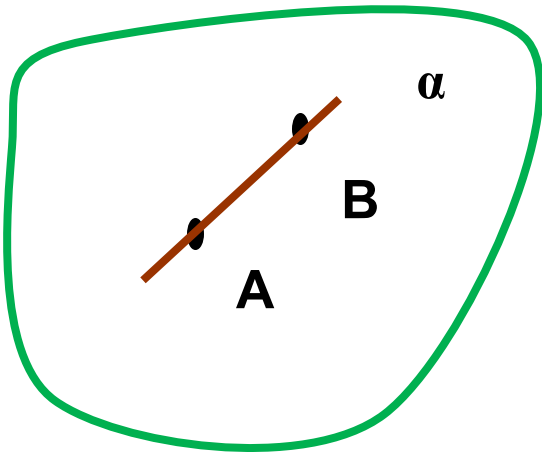


$$\alpha \cap \beta = m$$

# Аксиомы стереометрии описывают:

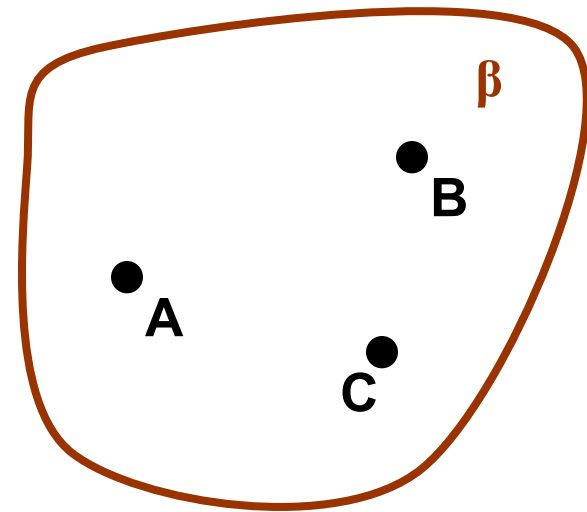
**A1.**

**Способ задания  
прямой**



**A2.**

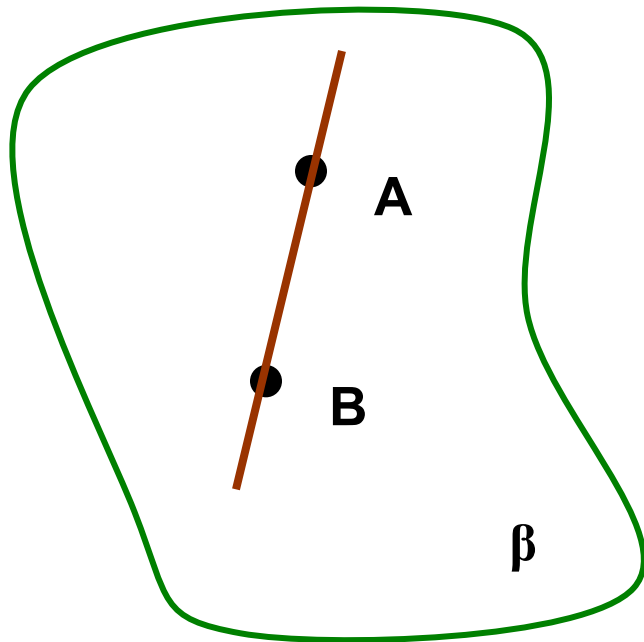
**Способ задания  
плоскости**



# Аксиомы стереометрии описывают:

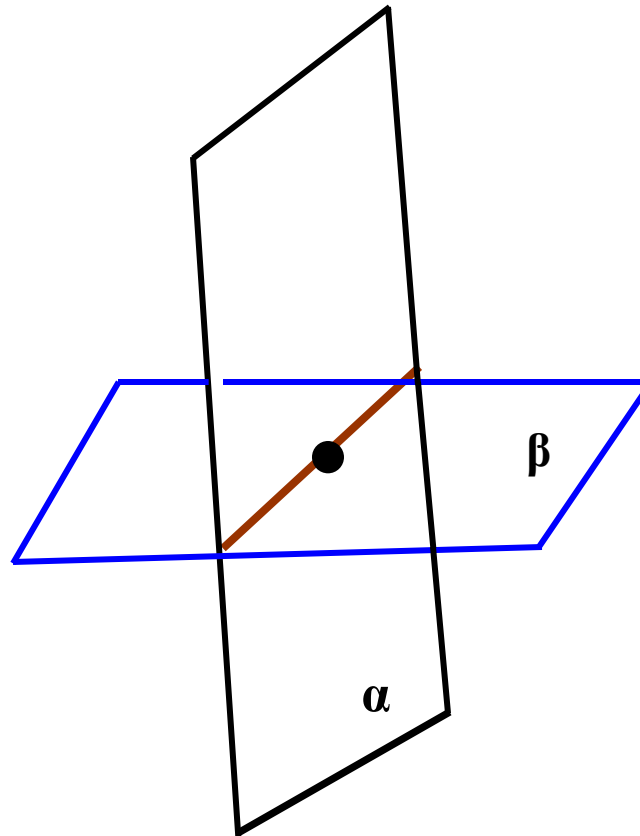
**A3.**

*Взаимное  
расположение  
прямой и  
плоскости*



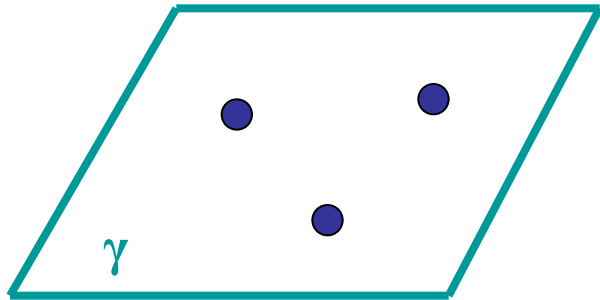
**A4.**

*Взаимное  
расположение  
плоскостей*



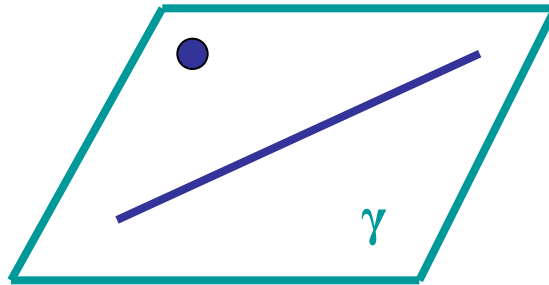
# Способы задания плоскости

1. Плоскость можно провести через три точки.



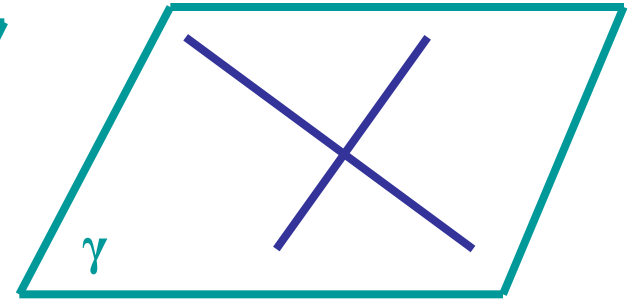
**Аксиома 2**

2. Можно провести через прямую и не лежащую на ней точку.



**Следствие 1**

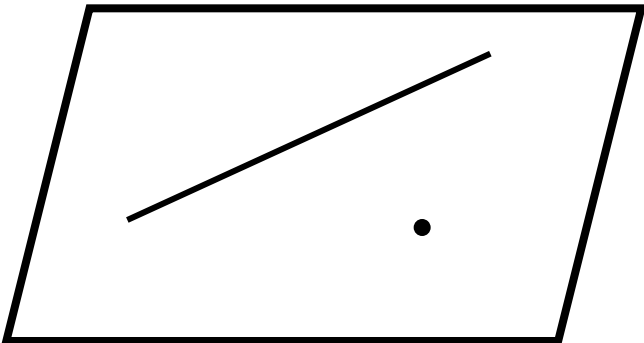
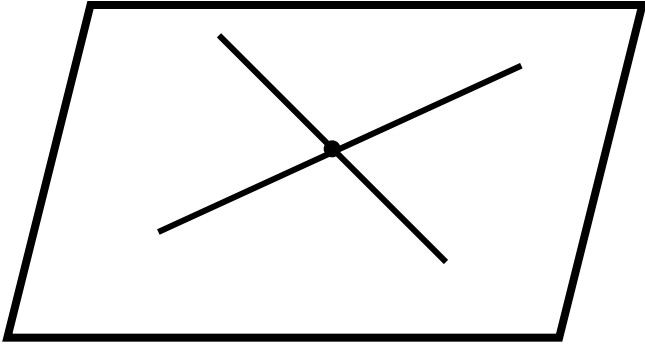
3. Можно провести через две пересекающиеся прямые.



**Следствие 2**

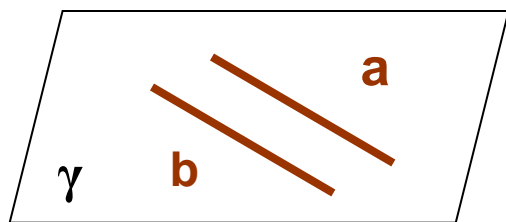
# Следствия из аксиом стереометрии



Следствие	Чертеж	формулировка
№ 1		Через прямую и не лежащую на ней точку проходит единственная плоскость.
№ 2		Через две пересекающиеся прямые проходит единственная плоскость.

# Взаимное расположение двух прямых в пространстве

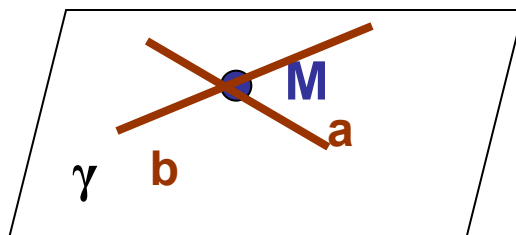
*Прямые  
параллельны*



$$a \parallel b$$

*Лежат в одной  
плоскости и не  
имеют общих  
точек*

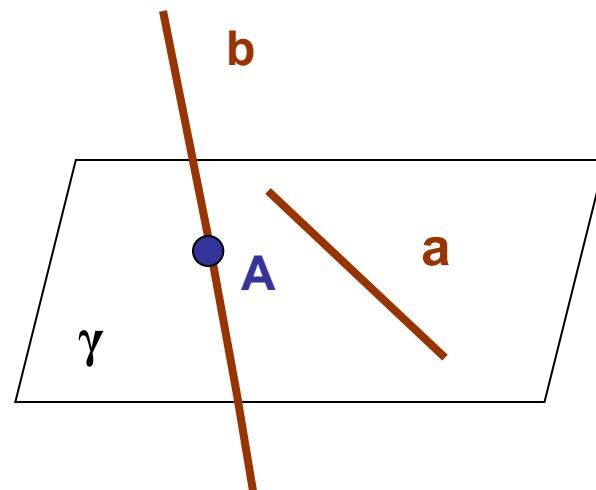
*Прямые  
пересекаются*



$$a \cap b = M$$

*Единственная  
общая точка*

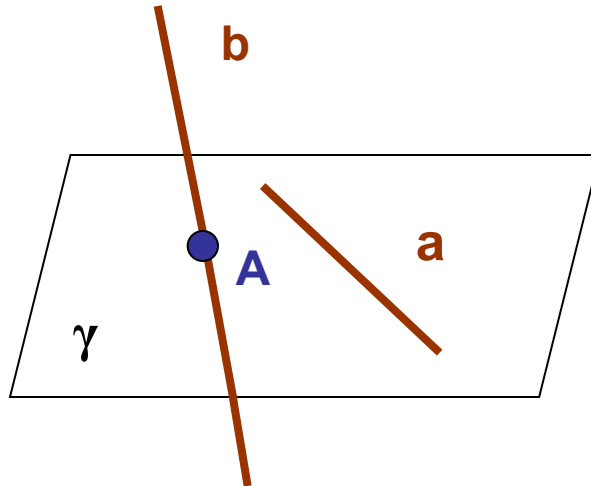
*Прямые  
скрещиваются*



$$a \subset \gamma \quad b \cap \gamma$$

*Не лежат в одной  
плоскости*

# Признак скрещивающихся прямых

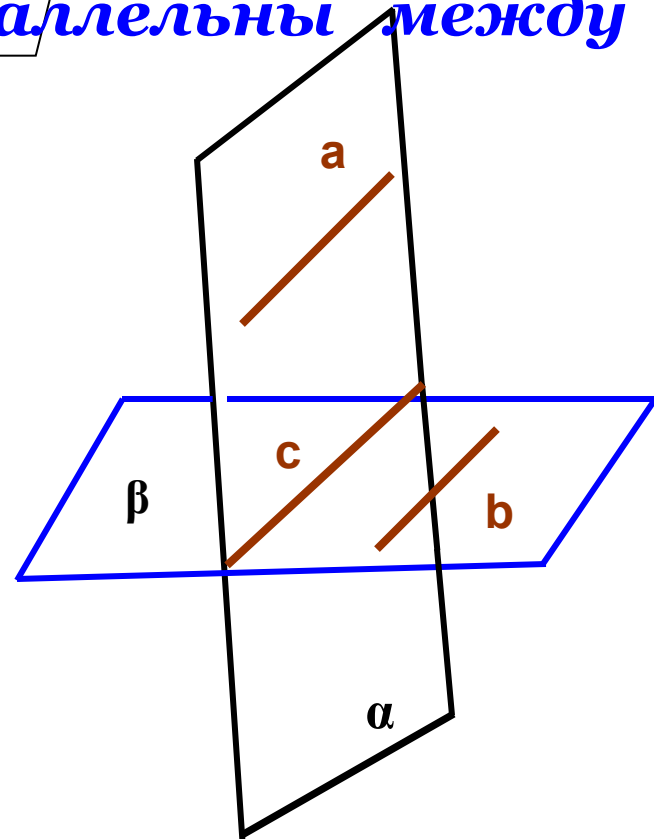
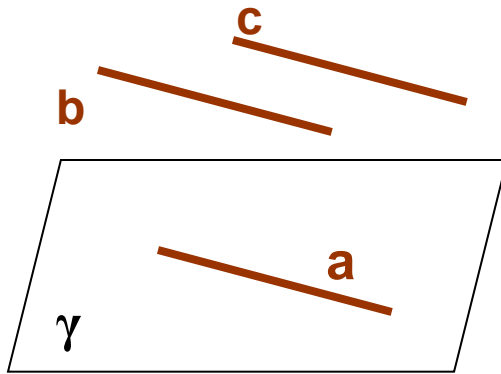


*Если одна прямая лежит на плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке не принадлежащей первой прямой, то прямые **скрещиваются**.*

# Свойства параллельных прямых

**Теорема 1.** Если через точку не принадлежащую данной прямой, провести плоскость, и плоскости пересекутся, параллельная данной.

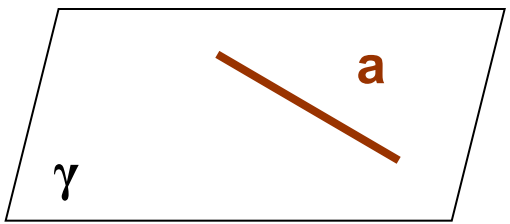
**Теорема 2.** Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой.





# Взаимное расположение прямой и плоскости

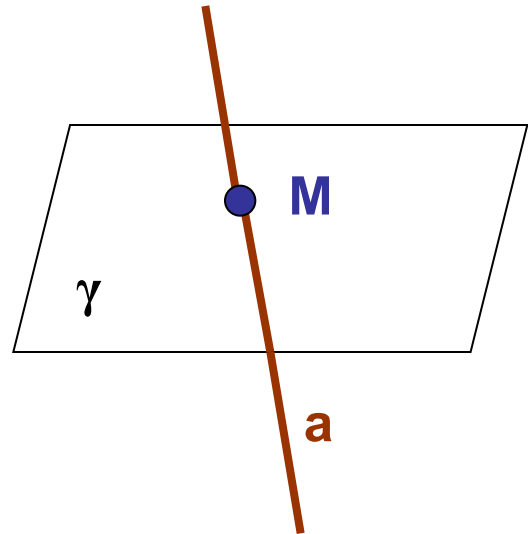
Прямая  
лежит в  
плоскости



$$a \subset \gamma$$

Множество  
общих точек

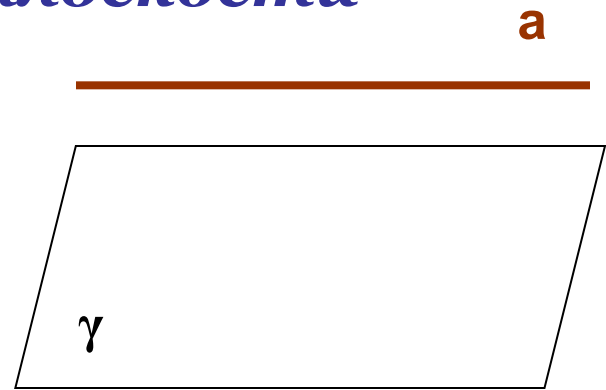
Прямая  
пересекает  
плоскость



$$a \cap \gamma = M$$

Единственная  
общая точка

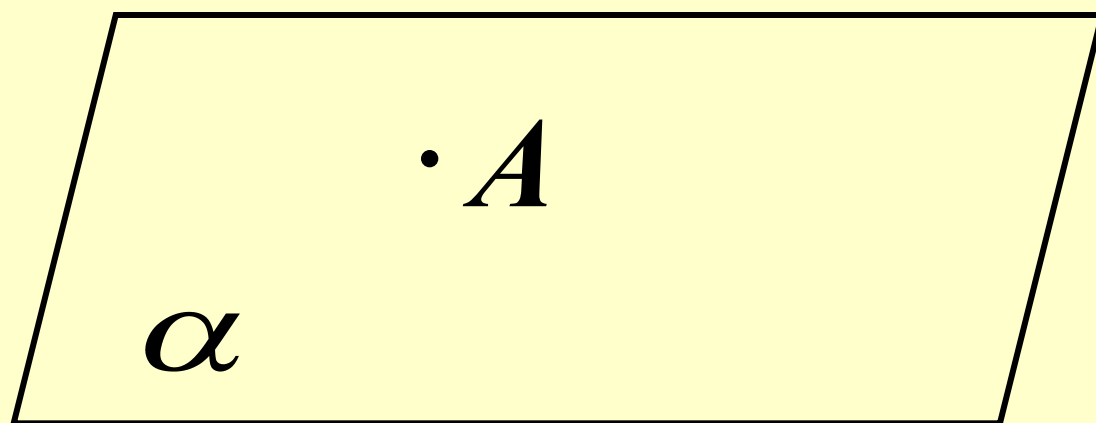
Прямая  
параллельна  
плоскости



$$a \parallel \gamma$$

Нет общих точек

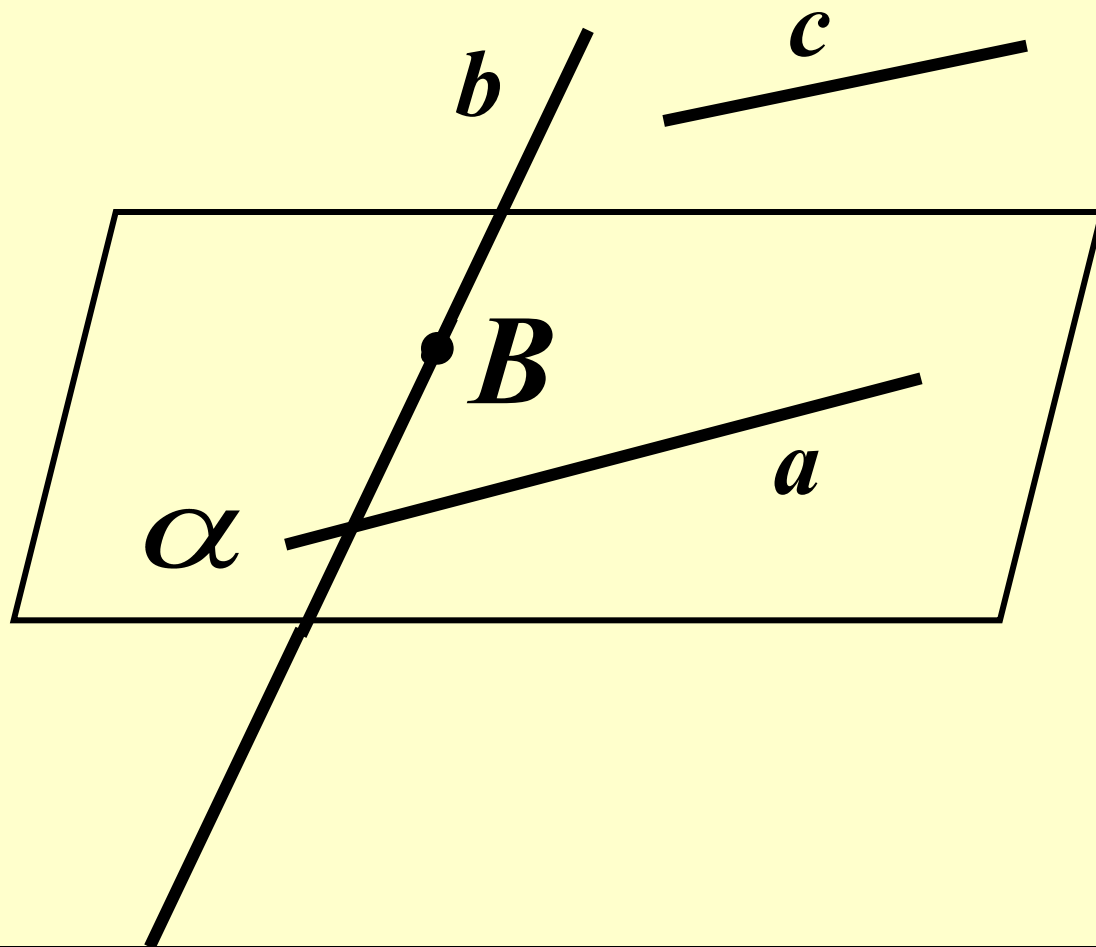
# Прочти чертеж



$$A \in \alpha$$

$$C \notin \alpha$$

# Прочти чертеж



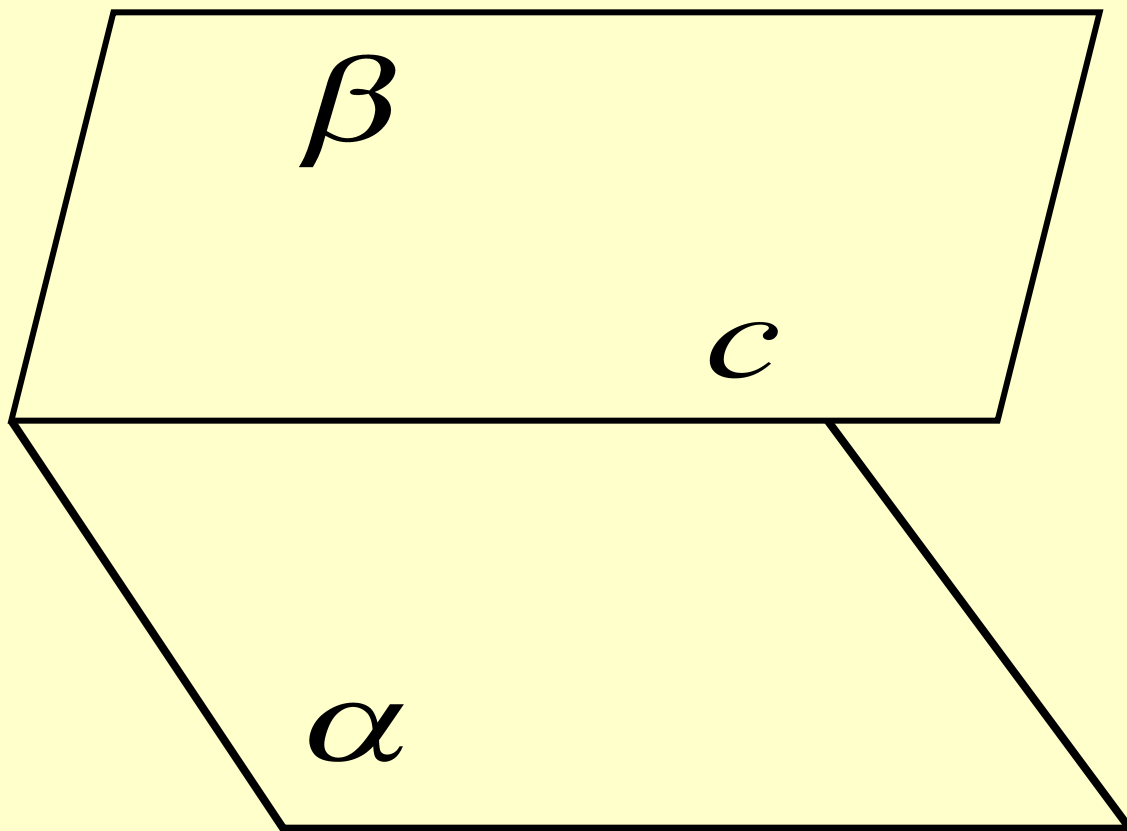
$$a \in \alpha$$

$$b \cap \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

$$a \parallel c$$

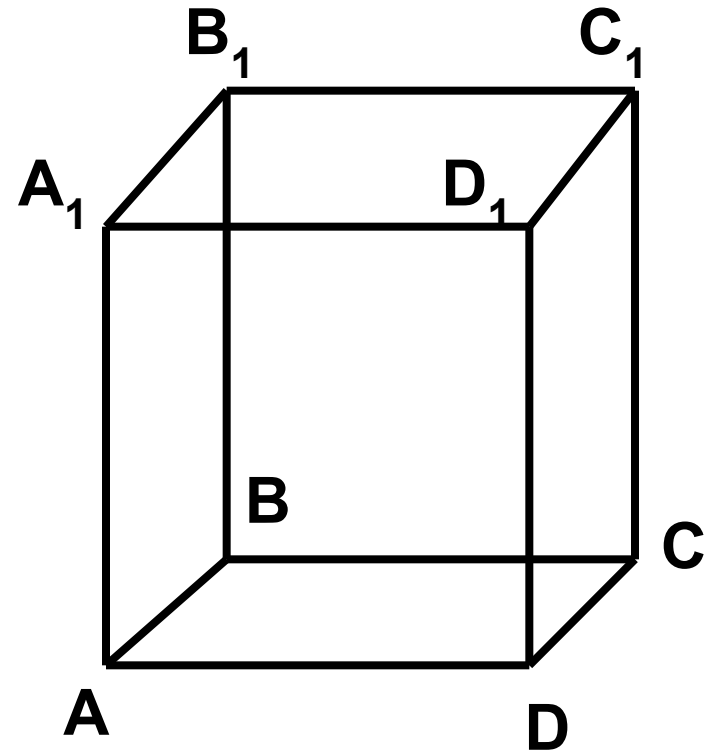
# Прочти чертеж



$$\alpha \cap \beta = c$$

• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- **а) три прямые, параллельные прямой  $B_1C_1$ ;**
- **б) четыре прямые, пересекающие прямую  $AD$ ;**
- **в) четыре прямые, скрещивающиеся с прямой  $AA_1$ .**



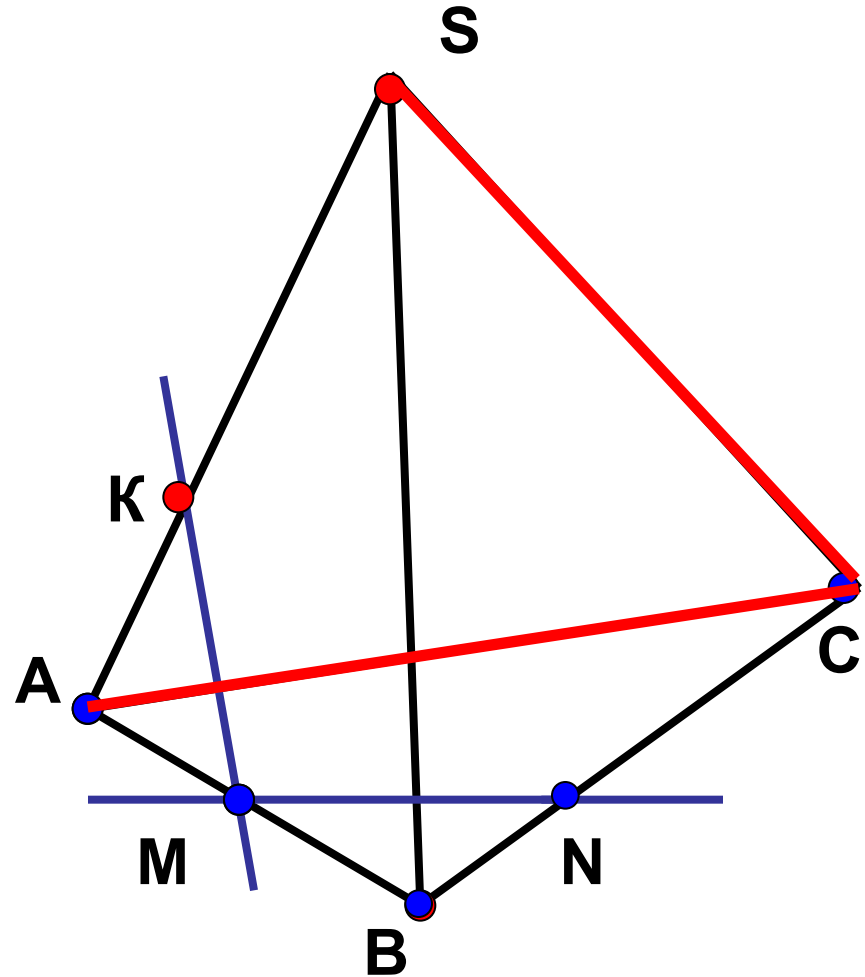
• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

• **а) пять точек, лежащих в плоскости  $SAB$ ,  
в плоскости  $ABC$ ;**

• **б) плоскость, в которой лежит прямая  $MN$ ,  
прямая  $KM$ ;**

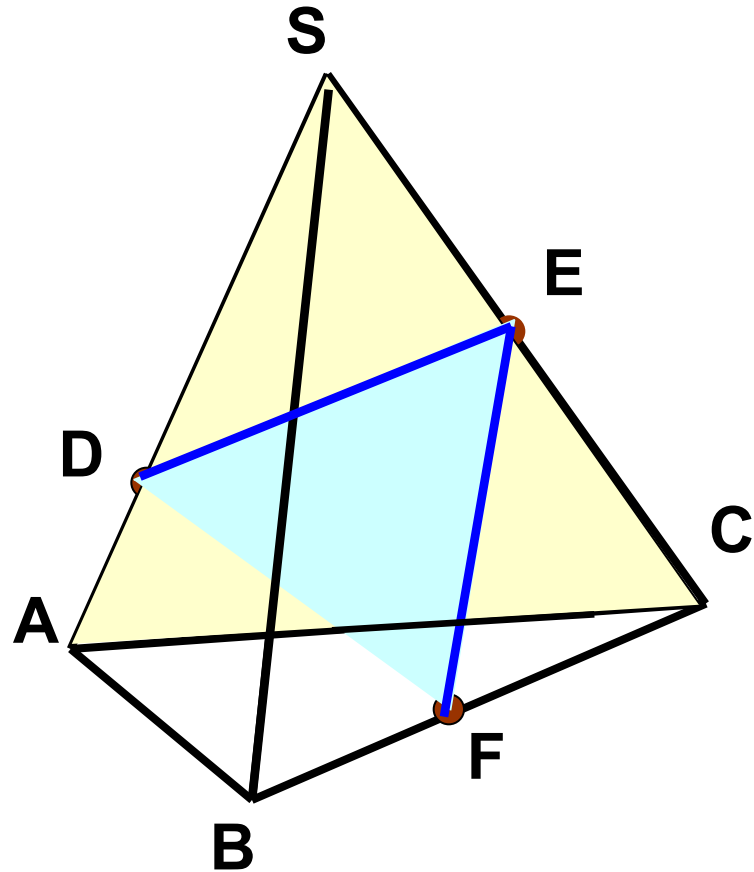
• **в) прямую, по которой пересекаются плоскости  $ASC$  и  $SBC$ ,**

• **плоскости  $SAC$  и  $CAB$ .**



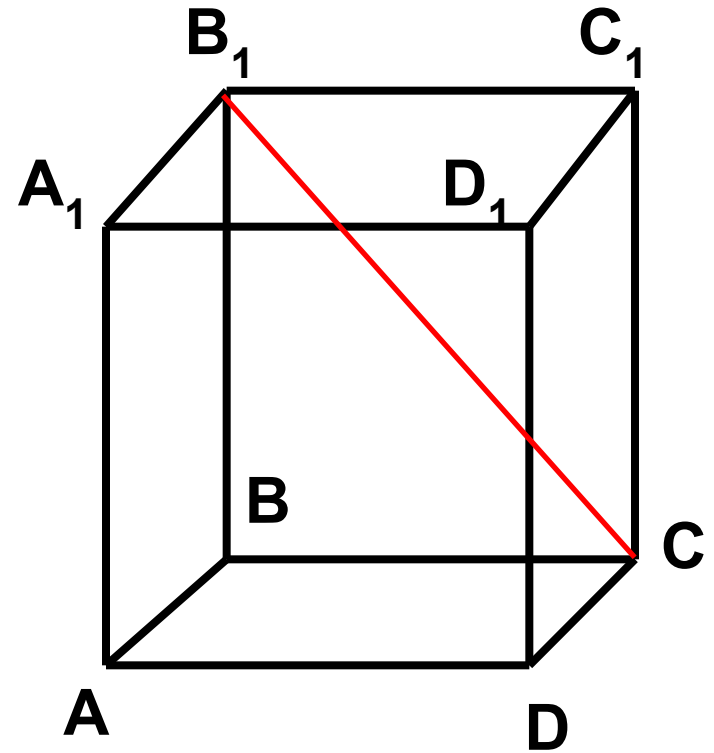
• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- **а) две плоскости, содержащие прямую  $DE$ , прямую  $EF$ ;**
- **б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $DEF$  и  $SBC$ ;**
- **плоскости  $FDE$  и  $SAC$ ;**
- **в) две плоскости, которые пересекает прямая  $SB$ ; прямая  $AC$ .**



• *Пользуясь данным рисунком, назовите:*

• *а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;*

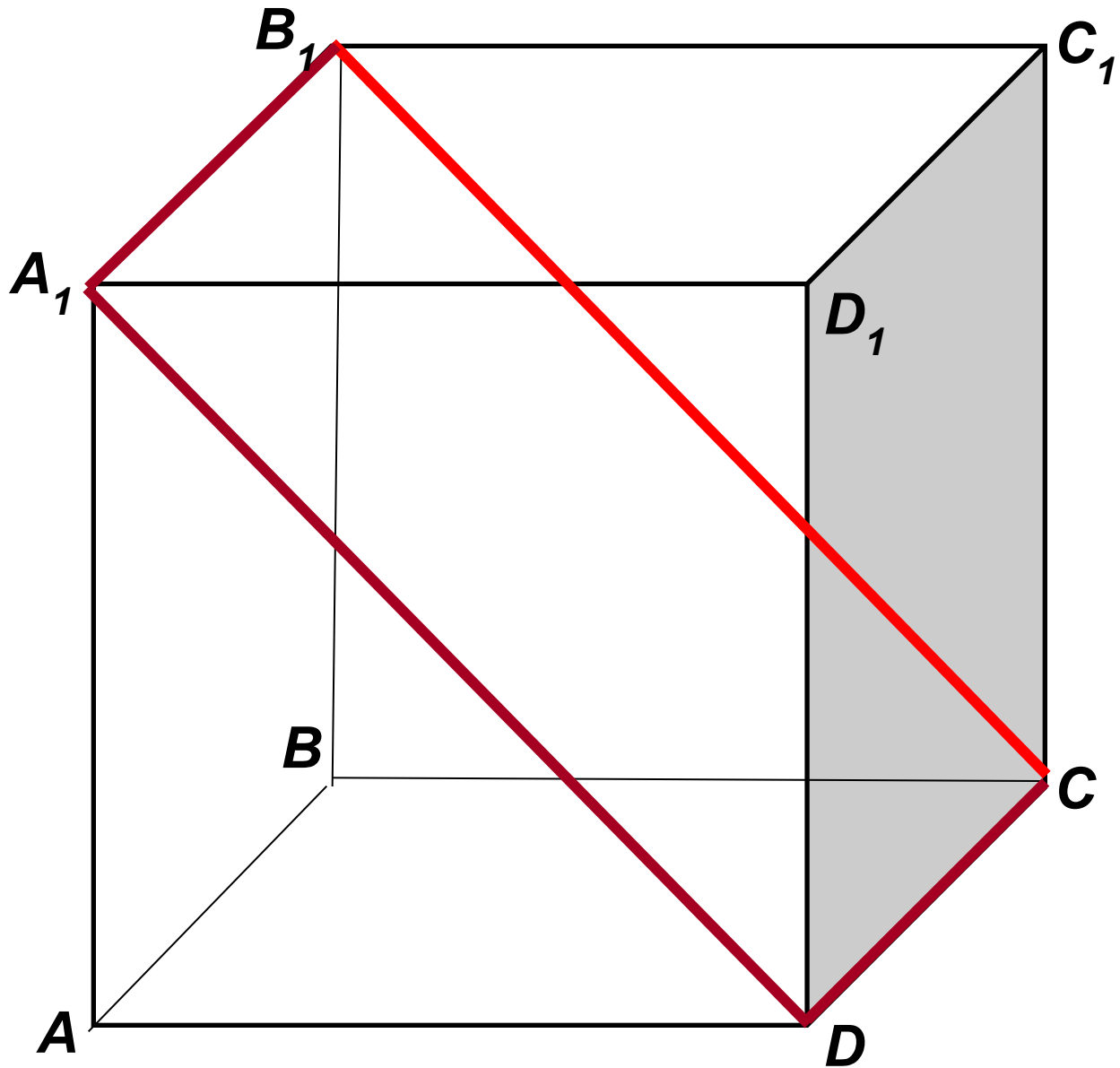




a)

$B_1C$

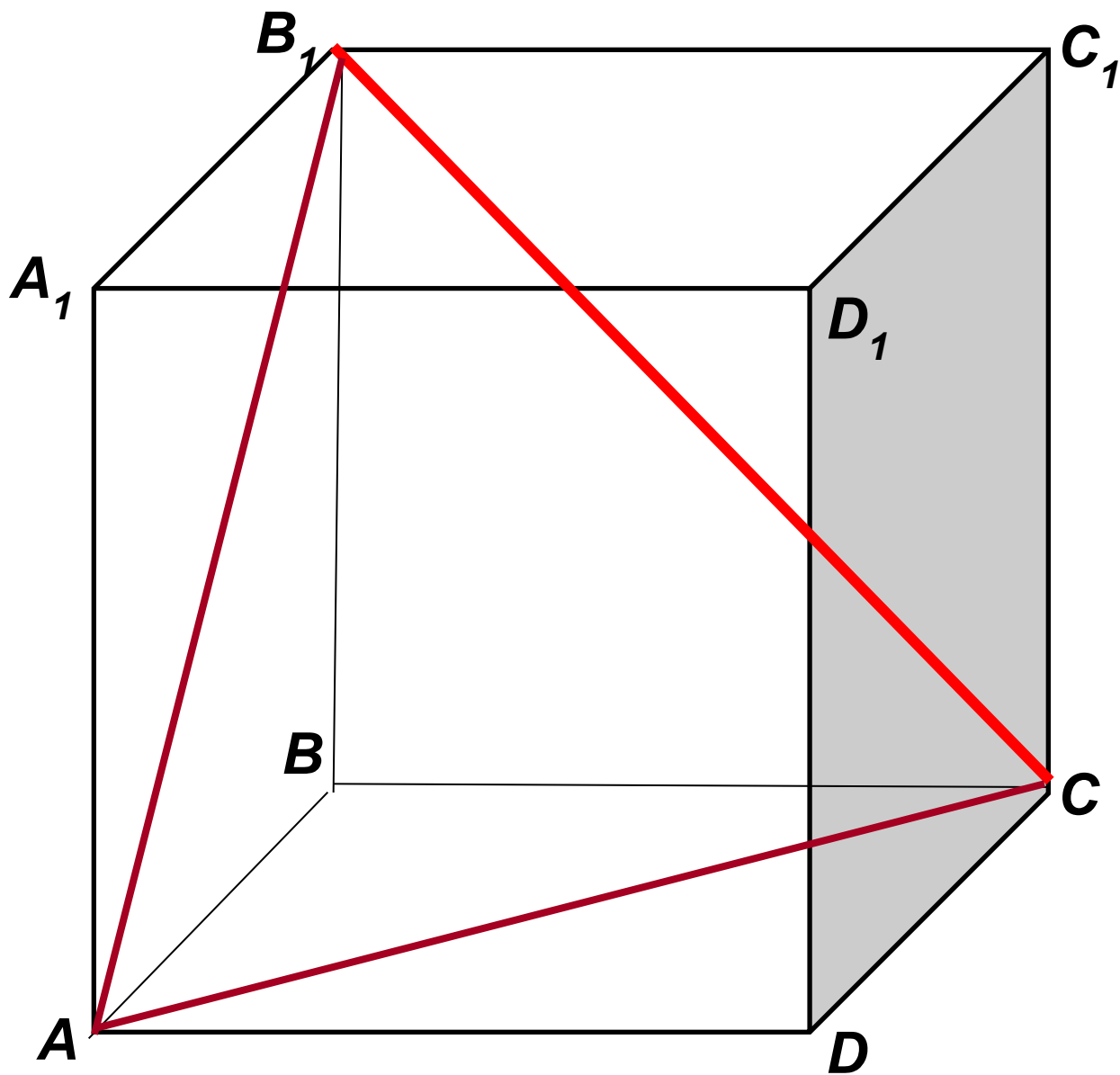
?



a)

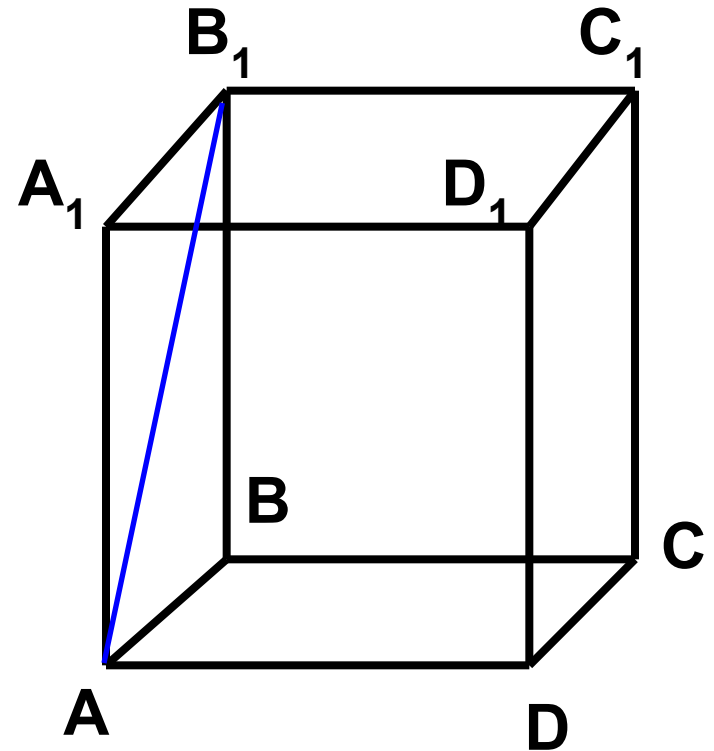
$B_1C$

?

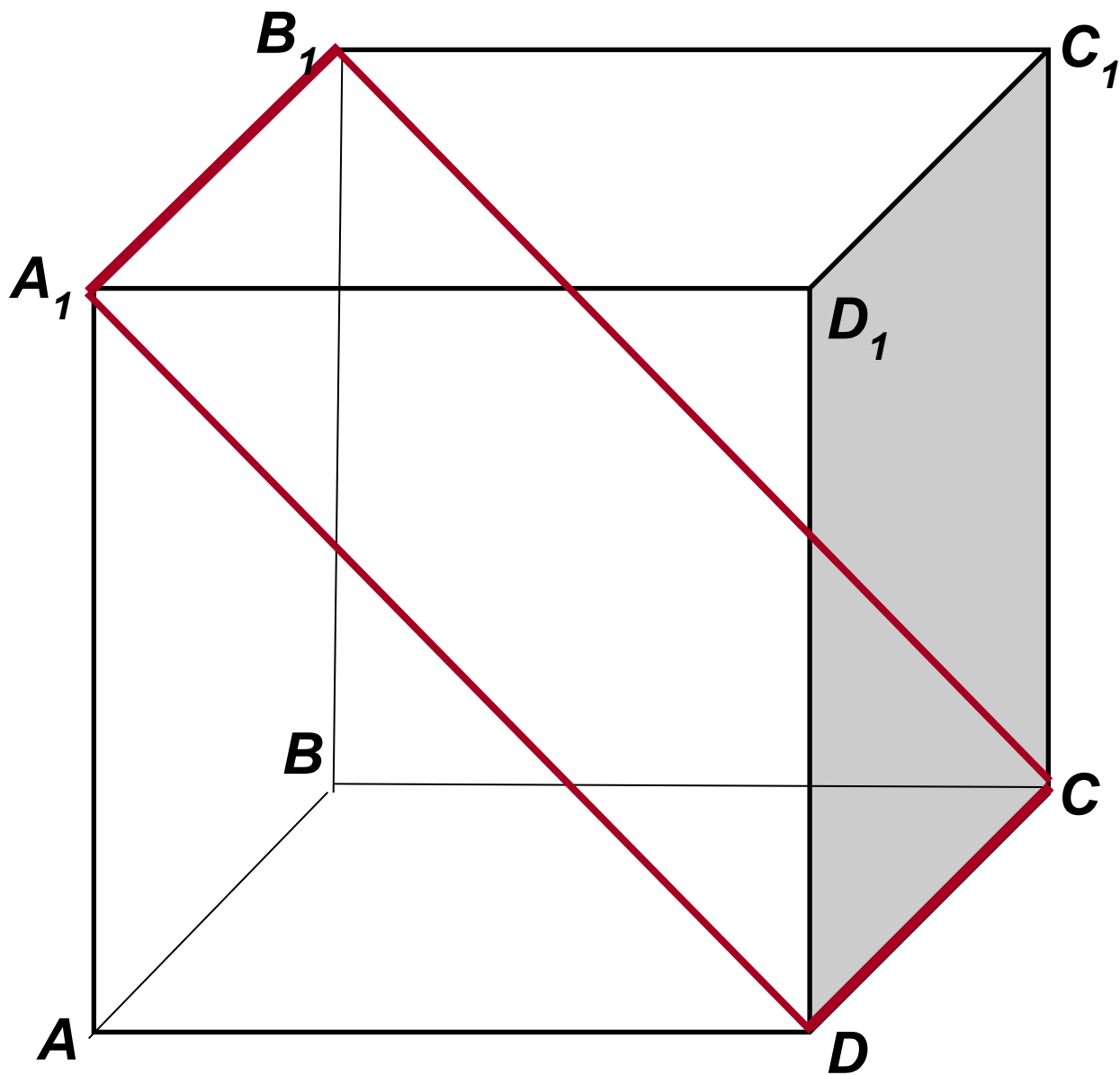


**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $ADC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**

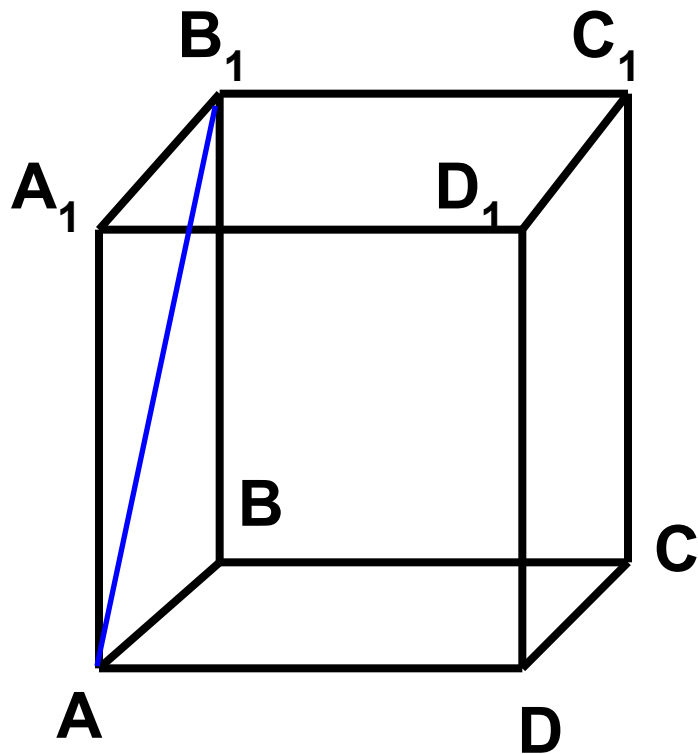


б)

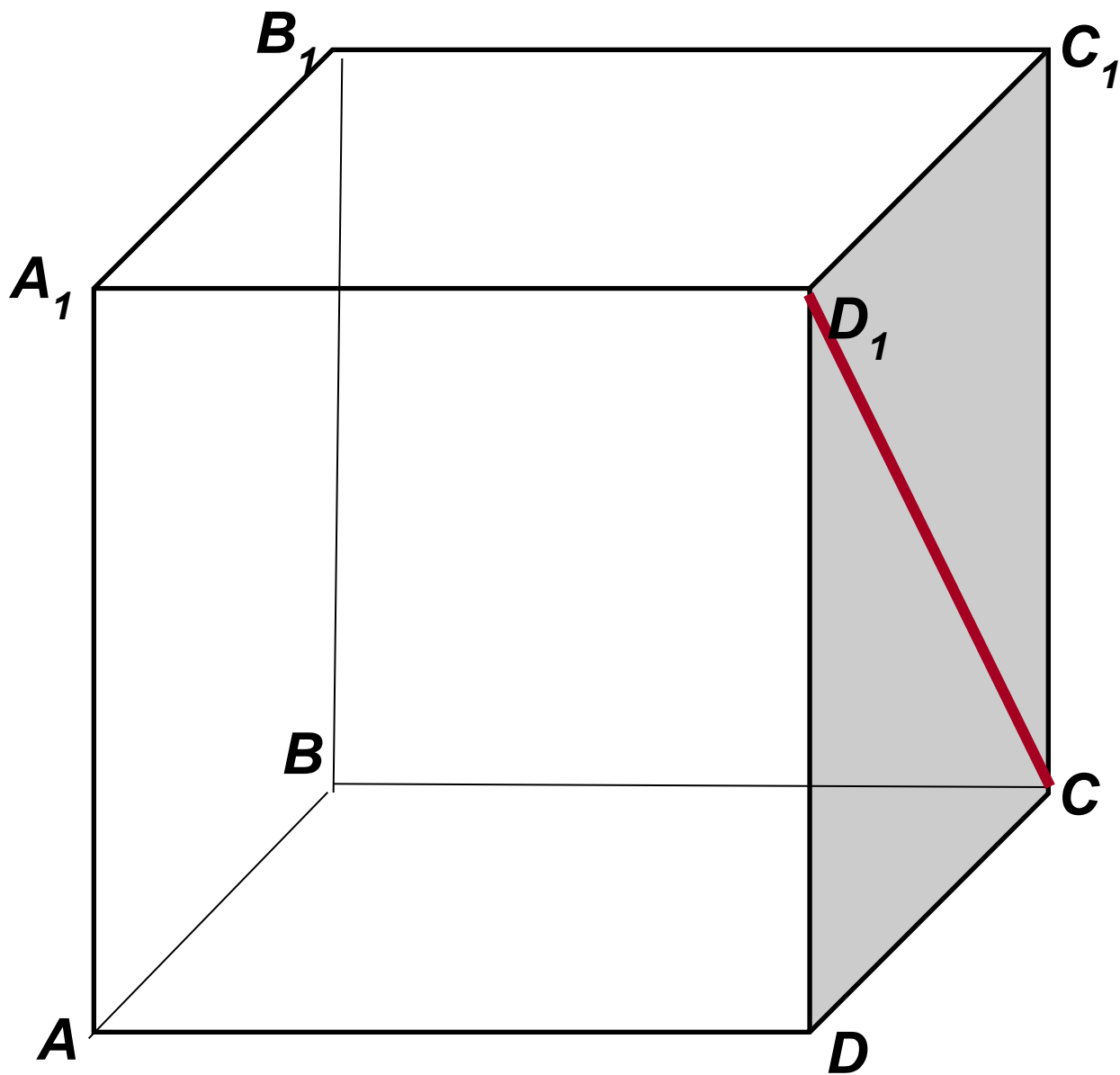


**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $A_1DC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**
- в) плоскость, не пересекающуюся с прямой  $CD_1$ ; с прямой  $BC_1$**

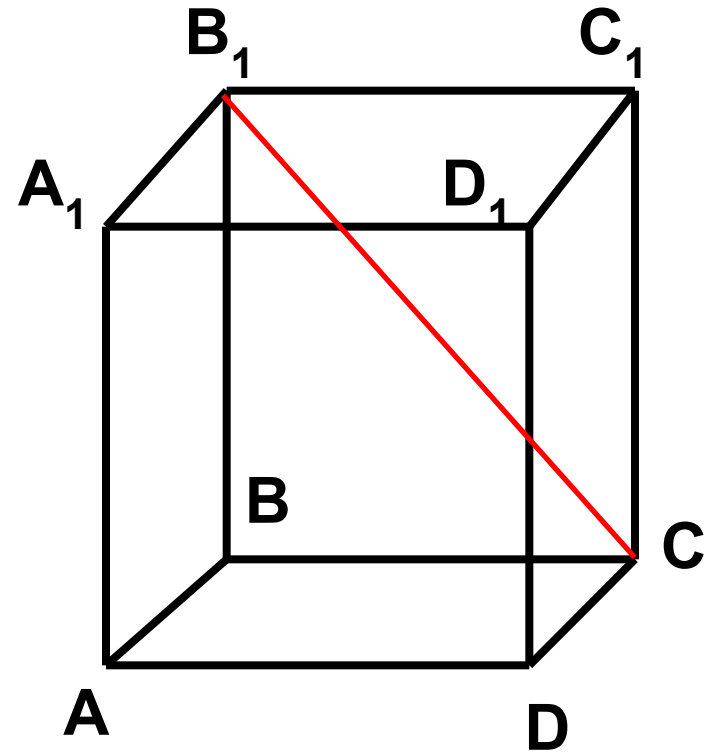


**в)**

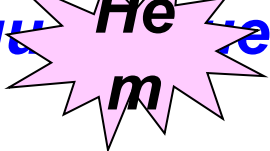



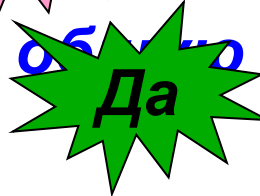



**• Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую  $B_1C$ ; прямую  $AB_1$ ;**
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости  $B_1CD$  и  $AA_1D_1$ ; плоскости  $A_1DC_1$  и  $A_1B_1B$ ;**
- в) плоскость, не пересекающуюся с прямой  $CD_1$ ; с прямой  $BC_1$**



## Ответьте на вопросы:

- Верно ли, что две прямые параллельны, если они не имеют общих точек?  Нет
- Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?  Нет
- Верно ли, что через две точки можно провести множество плоскостей?  Да
- Верно ли, что если две прямые лежат в одной плоскости, то они параллельны?  Нет
- Верно ли, что если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой?  Да
- Могут ли две пересекающиеся прямые не лежать в одной плоскости?  Да



# *Домашнее задание:*



*1) Выучить аксиомы и следствия из них.*

*2) Выучить определения и теоремы*

*Успехов!*