

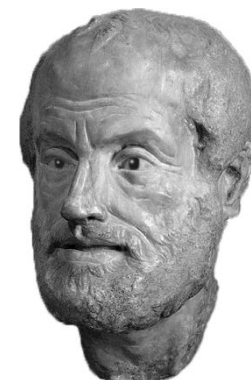
# Математическая ЛОГИКА

# Логика, высказывания

---

**Логика** (др.греч. *λογικος*) – это наука о том, как правильно рассуждать, делать выводы, доказывать утверждения.

**Формальная логика** отвлекается от конкретного содержания, изучает только истинность и ложность высказываний.



Аристотель  
(384-322 до н.э.)

**Логическое высказывание** – это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

## Высказывание или нет?

---

✓ Сейчас идет дождь.

✓ Жирафы летят на север.

~~История – интересный предмет.~~

✓ У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

# Логика и компьютер

двоичная логика

! Любое высказывание может быть **ложно (0)** или **истинно (1)**.

Логика изучает операции между 0 и 1!



! Связь с двоичным кодированием!

**Алгебра логики** — это математический аппарат, с помощью которого записывают, упрощают и преобразуют логические высказывания, вычисляют их значения.

Алгебра высказываний,  
булева алгебра



**Джордж Буль**

## Простые и составные высказывания

**A** – Сейчас идет дождь.  
**B** – Форточка открыта.

простые  
высказывания  
(элементарные)

**Составные высказывания** строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

**A и B** Сейчас идет дождь и открыта форточка.

**A или не B** Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

**если A, то B** Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

**A тогда и только тогда, когда B** Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

## Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «**не A**» ложно, и наоборот.

A	не A
0	1
1	0

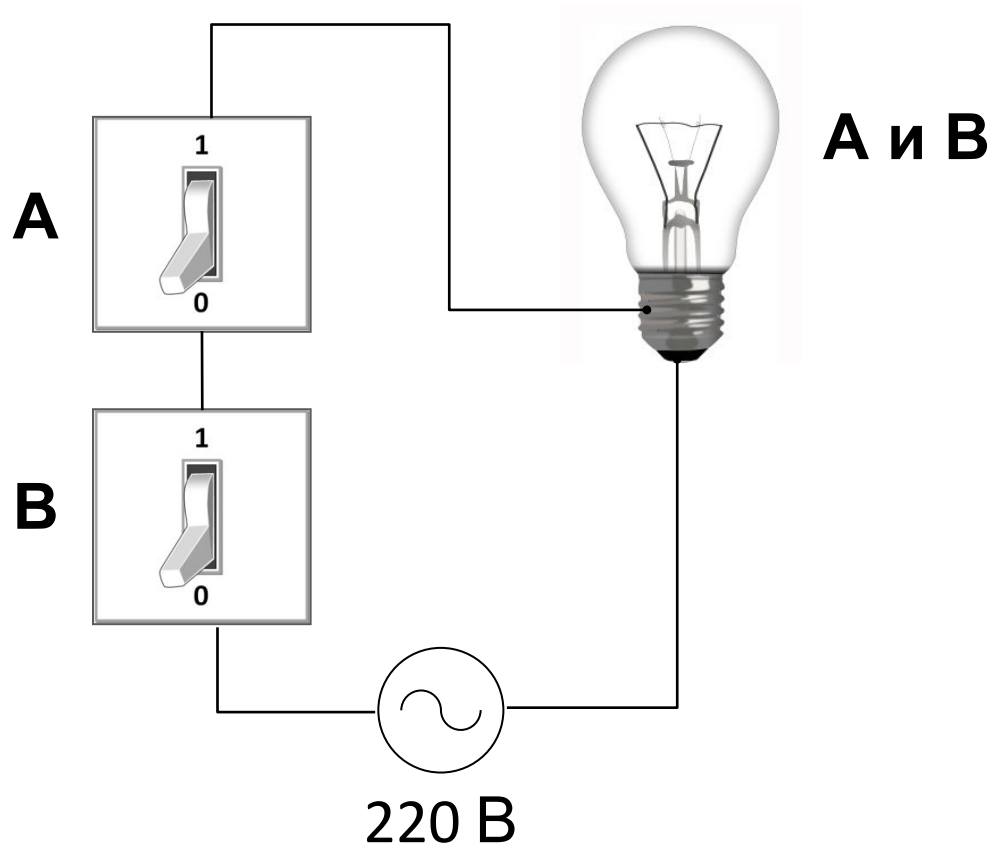
Также  $\bar{A}$ ,  $\neg A$

таблица  
истинности  
операции НЕ

**Таблица истинности логического выражения X** – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

# Операция И

Высказывание «**A и B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.



## Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также  $A \cdot B$ , A and B



Почему умножение?

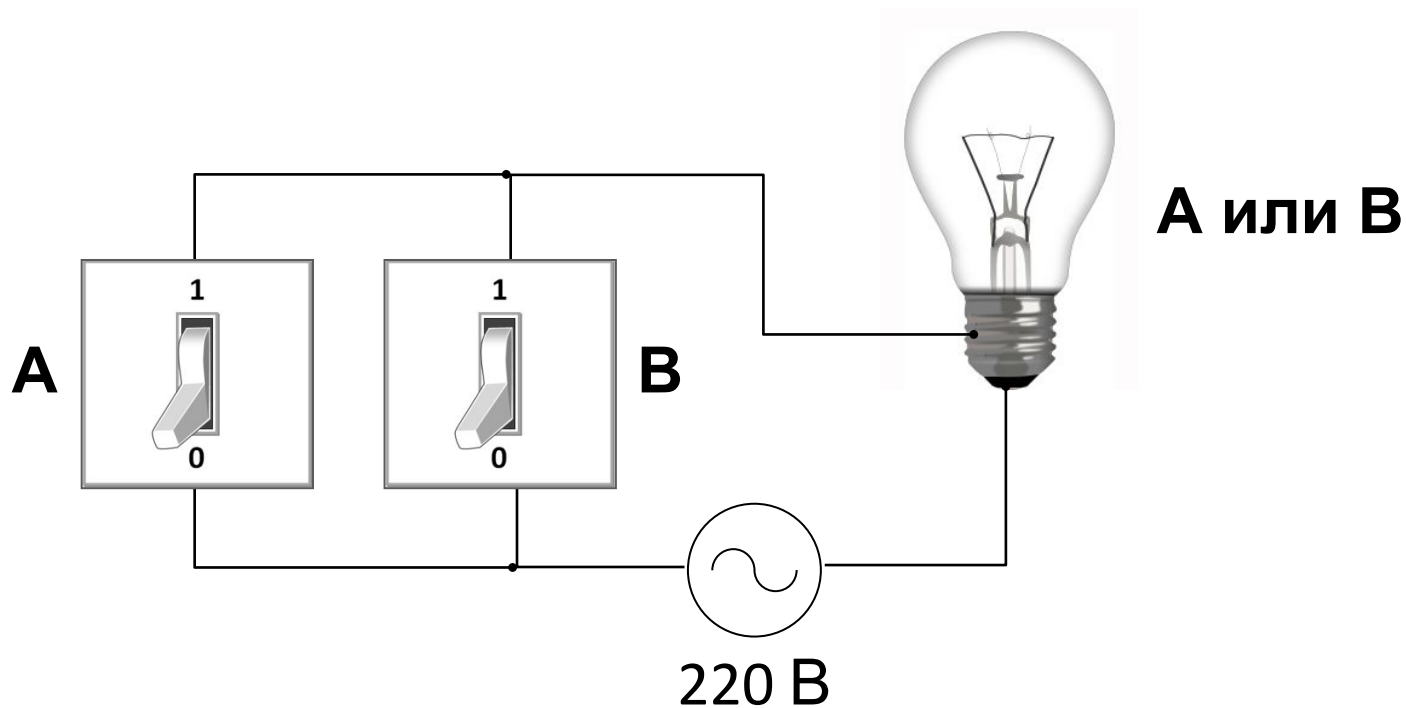
**КОНЪЮНКЦИЯ** – от лат. *conjunctio* — соединение

$$A \text{ и } B = \min(A, B)$$



## Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

Высказывание «**A или B**» истинно тогда, когда истинно **A** или **B**, или оба вместе.



# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также:  $A+B$ , A or B



Почему сложение?



$1+1=1$

**ДИЗЪЮНКЦИЯ** – от лат. *disjunctio* — разъединение

$$A \text{ или } B = \max(A, B)$$

## Упрощение логических выражений

---

$$A \text{ и } 0 = A \cdot 0 = 0$$

$$A \text{ и } 1 = A \cdot 1 = A$$

$$A \text{ или } 0 = A + 0 = A$$

$$A \text{ или } 1 = A + 1 = 1$$

$$A \text{ и не } A = A \cdot \bar{A} = 0$$

$$A \text{ или (не } A) = A + \bar{A} = 1$$

# Логические выражения

**Логическое выражение** — это выражение, результат вычисления которого — логическое значение (истина или ложь).

Авария = вышли из строя 2 из 3-х двигателей.

**A** — «Двигатель № 1 неисправен».

**B** — «Двигатель № 2 неисправен».

**C** — «Двигатель № 3 неисправен».

**Аварийный сигнал:**  $X = (A \cdot B) + (A \cdot C) + (B \cdot C)$

**X** = «Неисправны два двигателя»

= (A и B) или (A и C) или (B и C)

логическое  
выражение

**!** **Формализация** – это переход к записи на формальном языке!

## Порядок вычисления

---

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ

$$X = A \cdot B + (\bar{A} \cdot B + \bar{B})$$

# Таблицы истинности

$$X = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

	A	B	$A \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	X
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	0

# Таблицы истинности

---

Составьте таблицы истинности для логических выражений:

$$Z = (A + B) \bullet (\bar{A} + B)$$

$$X = (A + \bar{B}) \bullet (\bar{A} + B) + \overline{A \bullet B}$$