

Гидростатика

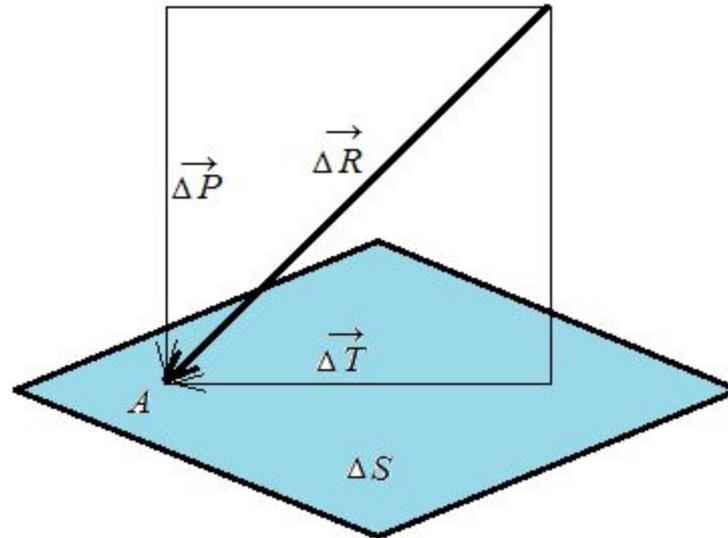
Силы, действующие в жидкости.

Гидростатическое давление

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЖИДКОСТЬ

ВНУТРЕННИЕ – СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ В ЖИКОСТИ

ВНЕШНИЕ – ОБЪЕМНЫЕ
ПОВЕРХНОСТНЫЕ



В общем случае поверхностная сила действует на т.н. площадку действия

ΔS под некоторым углом

В этом случае сила ΔP силой давления, а ΔT – силой трения.
Плотность распределения сил давления называется нормальным напряжением :

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S} .$$

Плотность распределения сил трения называется касательным напряжением

$$\tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta S} .$$

Для описания массовых сил используют понятие плотности их распределения внутри некоторого объема ΔW :

$$\vec{F} = \lim_{\Delta W \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{f}}{\rho \Delta W} ,$$

Размерность напряжений $[\sigma] = [\tau] = \text{н}/\text{м}^2$. Единицы измерения напряжений:

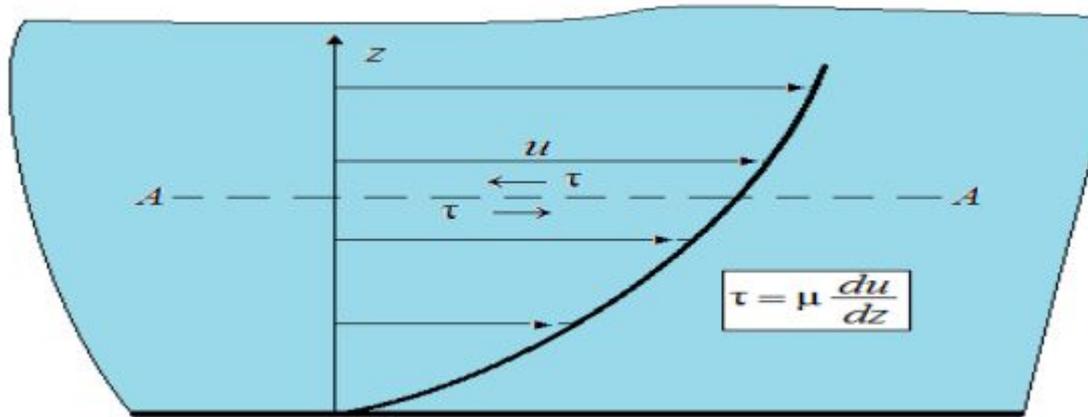
$$1 \frac{\text{н}}{\text{м}^2} = 1 \text{Па} = 10^{-3} \text{кПа} = 10^{-6} \text{МПа};$$

$$1 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} = 1 \text{ат} = 98,1 \text{кПа} \approx 100 \text{кПа};$$

$$10 \text{ ат} = 981 \text{ кПа} \approx 1000 \text{ кПа} = 1 \text{ МПа}.$$

Давлением в жидкости называется скалярная величина

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) ,$$



Силы внутреннего
трения

Касательное напряжение прямо пропорционально градиенту скорости

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} .$$

СВОЙСТВА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

1-е свойство гидростатического давления: гидростатическое давление не зависит от ориентировки площадки действия.

Тогда по определению давления

$$p = \frac{1}{3} (-\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) = \frac{1}{3} (-\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) = \frac{1}{3} (-\sigma - \sigma - \sigma) = -\sigma,$$

или $p = -\sigma = \sigma$, т.е. гидростатическое давление – это модуль нормального напряжения.

2-е свойство гидростатического давления: элементарная сила гидростатического давления всегда действует по внутренней нормали к площадке действия.

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const.}$$

Пусть при $z = z_0$ известно $p = p_0$ (рис.1.3), тогда

$$z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma}, \text{ или}$$

$$p = p_0 + \gamma (z_0 - z) = p_0 + \gamma h.$$

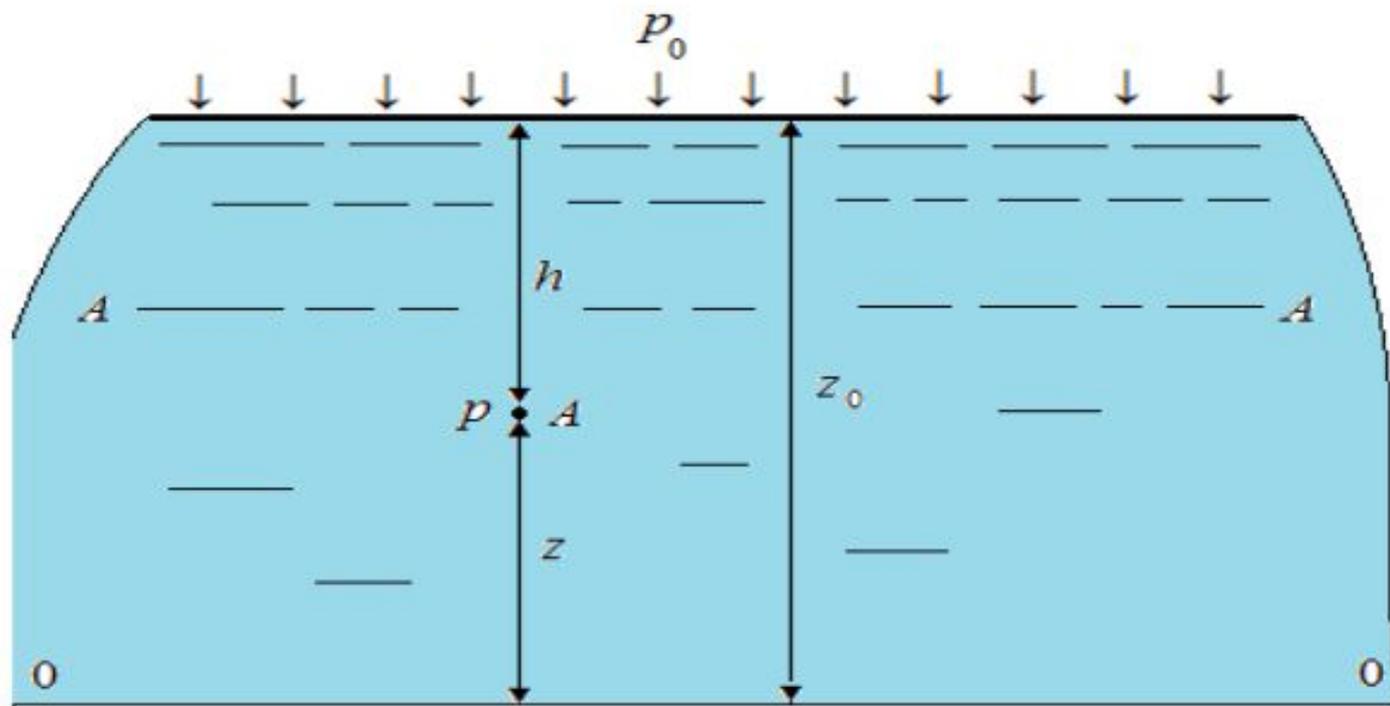


Рис.1.3

ГИДРОСТАТИЧЕСКИЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ

ЭПЮРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ДАВЛЕНИЯ

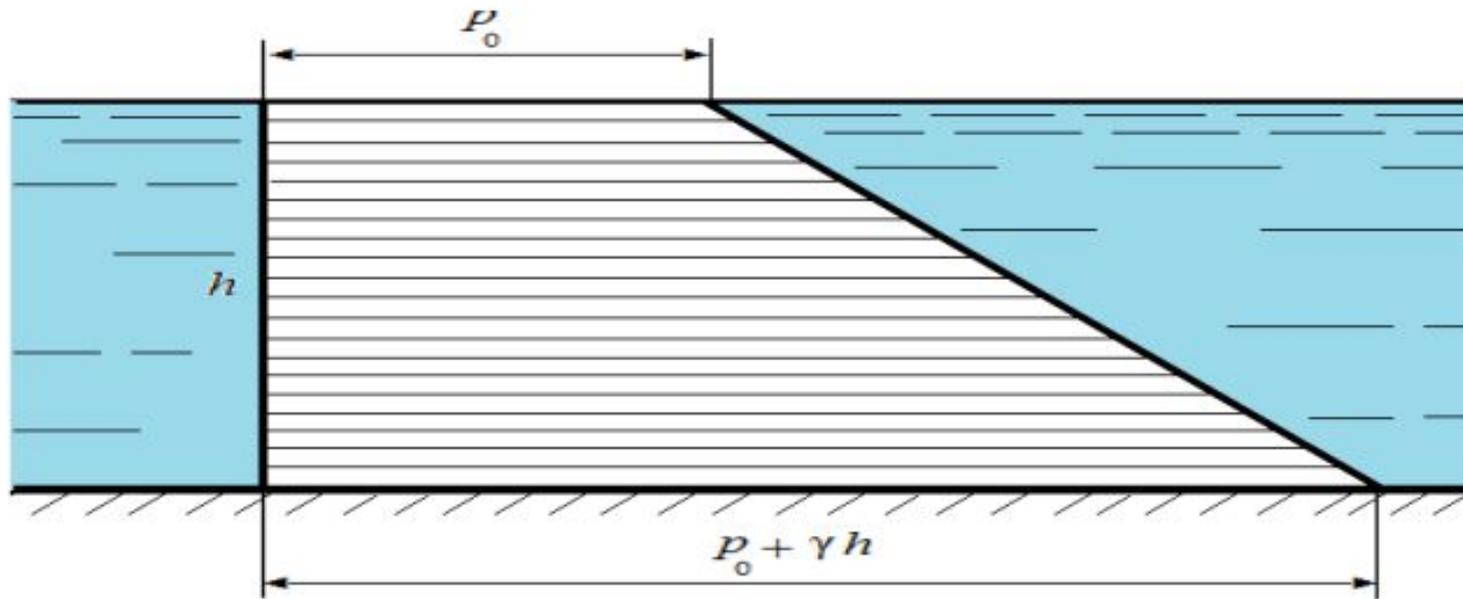


Рис.1.4

МАНОМЕТРИЧЕСКОЕ
ДАВЛЕНИЕ

$$p_{ман} = p_{изб} = p - p_{ат} = p_0 - p_{ат} + \gamma h.$$

а) для воды $h = \frac{p_{ат}}{\gamma} = \frac{98,1}{9,81} = 10$ м вод. ст.;

б) для ртути $h = \frac{p_{ат}}{\gamma} = \frac{98,1}{133,4} = 0,735$ вод. ст.

ВАКУУМЕТРИЧЕСКОЕ
ДАВЛЕНИЕ

$$p_{вак} = p_{ат} - p = p_{ат} - p_0 - \gamma h.$$

СЖИМАЕМОСТЬ. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЛЛЯ ГАЗОВ

Сжимаемость – свойство жидкостей изменять объем при изменении давления. Сжимаемость капельных жидкостей характеризуется *коэффициентом объемного сжатия*, который представляет собой относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления

$$\beta_V = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p},$$

МОДУЛЬ
УПРУГОСТИ

$$E_0 = \frac{1}{\beta_V}.$$

$$E_{\text{воды}} = 2 \times 10^9 \text{ Па}, \quad E_{\text{стали}} = 2 \times 10^{11} \text{ Па}$$

Сжимаемость характеризуется также отношением изменения давления к изменению плотности, равным квадрату скорости распространения звука в среде:

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho}.$$

Для оценки сжимаемости среды при ее движении важно не абсолютное значение скорости звука a , а относительное, которое называется числом Маха:

$$\text{Ma} = u/a.$$

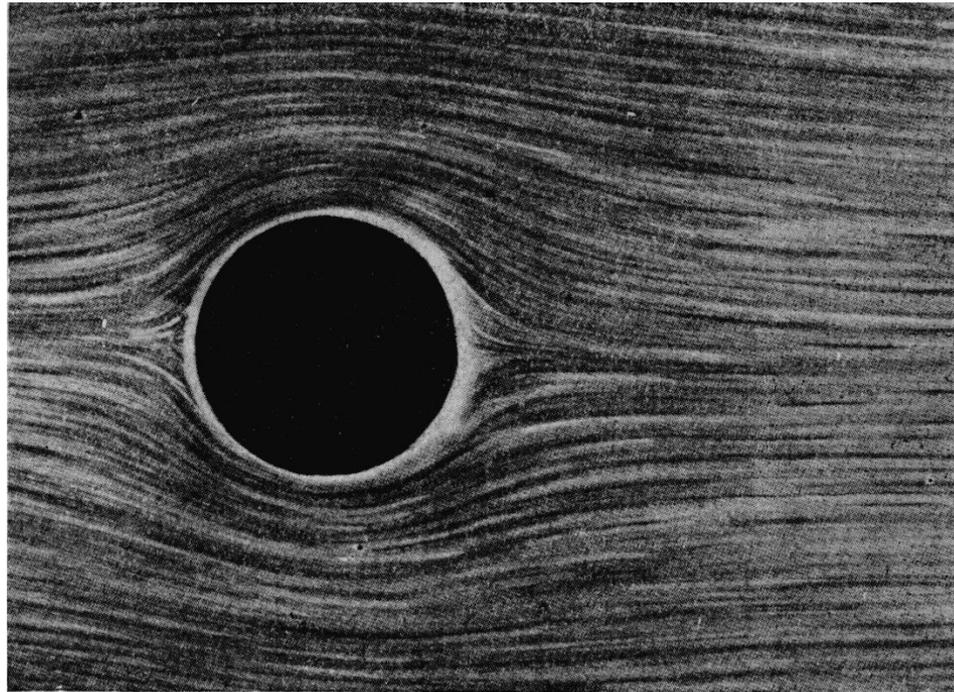
УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad \rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T},$$

Режимы движения жидкости и газа

Многочисленными экспериментальными исследованиями установлено, что в природе существует два режима движения жидкости и газа: *ламинарный режим движения*; *турбулентный режим движения*.

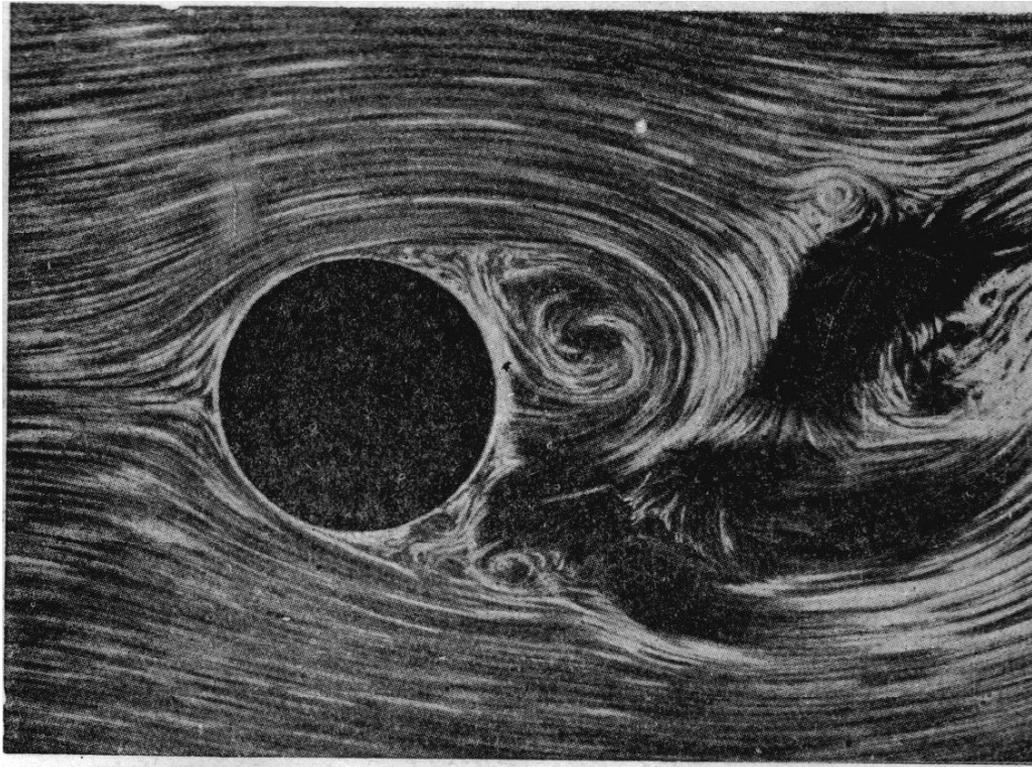
Ламинарный режим характеризуется параллельным движением слоев жидкости без перемешивания последних.



Режимы движения жидкости и газа

Многочисленными экспериментальными исследованиями установлено, что в природе существует два режима движения жидкости и газа: *ламинарный режим движения*; *турбулентный режим движения*.

При турбулентном режиме движения жидкости наблюдается интенсивное хаотическое перемешивание жидких частиц.



Ламинарный и турбулентный режимы движения жидкости

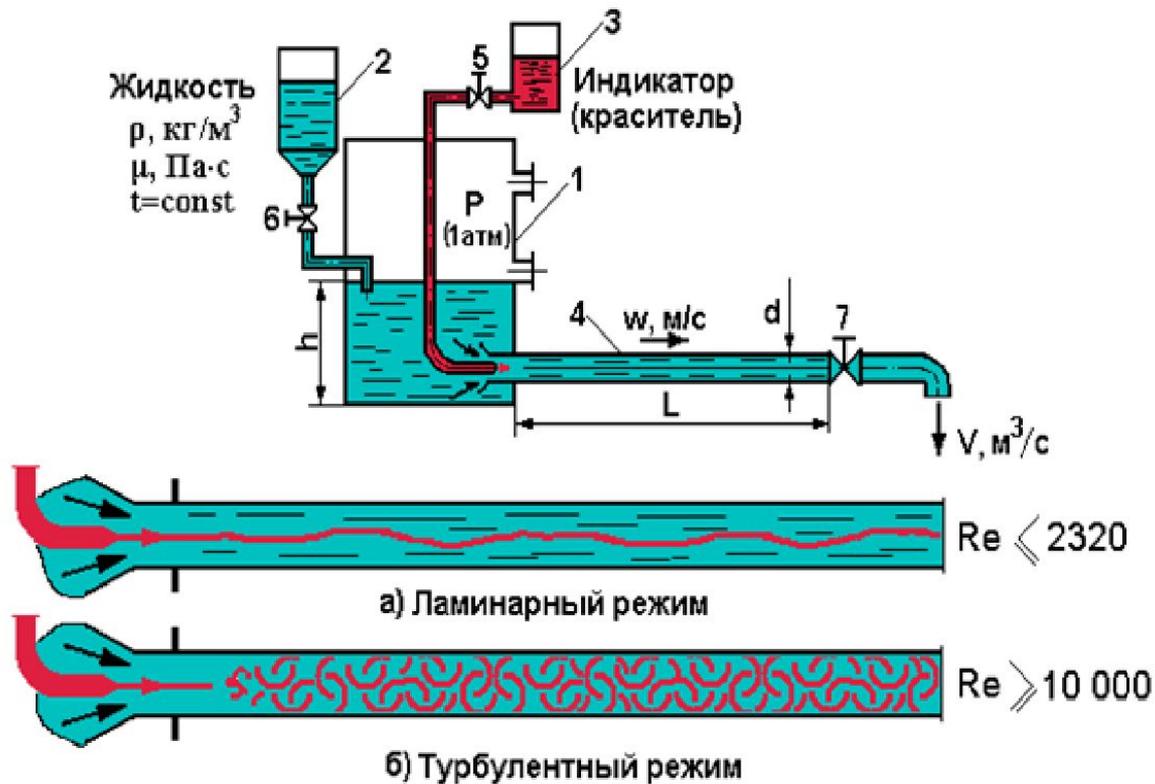


Рис. 1.7. Опыт Рейнольдса по определению гидродинамических режимов течения жидкостей

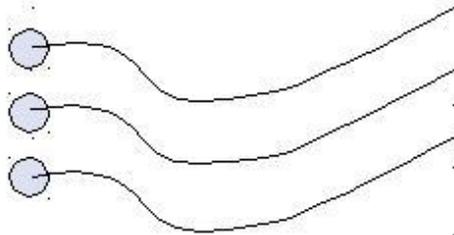
Режимы движения жидкости и газа

Средняя скорость потока, при которой происходит смена режима движения жидкости, называется критической ($V_{кр}$). Величина ее, как показывают опыты в трубопроводах круглого сечения, зависит от рода жидкости, характеризуемого динамической вязкостью μ , и плотностью, а также от диаметра трубопровода d . Одновременно опытами установлено, что величина безразмерного алгебраического комплекса, отвечающей критической скорости

$$Re_{кр(d)} = \frac{v_{кр} d \rho}{\mu} = \frac{v_{кр} d}{\nu} = 2300$$

$Re_{кр(d)} = 2320$ называется критическим числом Рейнольдса. Устойчивый ламинарный режим наблюдается при значениях числа Рейнольдса $Re > Re_{кр(d)}$, а турбулентный – при $Re < Re_{кр(d)}$.

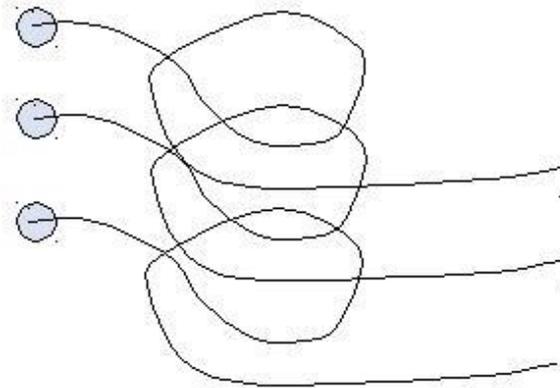
Ламинарное течение
(слоевое)



Траектории отдельных
частиц не пересекаются

$$Re < Re_{кр}$$

Турбулентное течение
(вихревое)



Траектории вихревые,
пересекают друг друга

$$Re > Re_{кр}$$

Характер течения определяется значением критерия

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{v d}{\nu}$$

Рейнольдса:

$$[Re] = [-]$$

Гидравлический радиус для круглого сечения:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4}.$$

Расход элементарной струйки:

$$dQ = \frac{dW}{T} = \frac{ud\omega}{1} = ud\omega.$$

Расход потока:

$$Q = \int_{(\omega)} dQ = \int_{(\omega)} ud\omega = V \int_{(\omega)} d\omega = V\omega,$$

Скорость потока:

$$V = \frac{Q}{\omega} \quad Q = \frac{L^3}{T} = \frac{M^3}{c}.$$