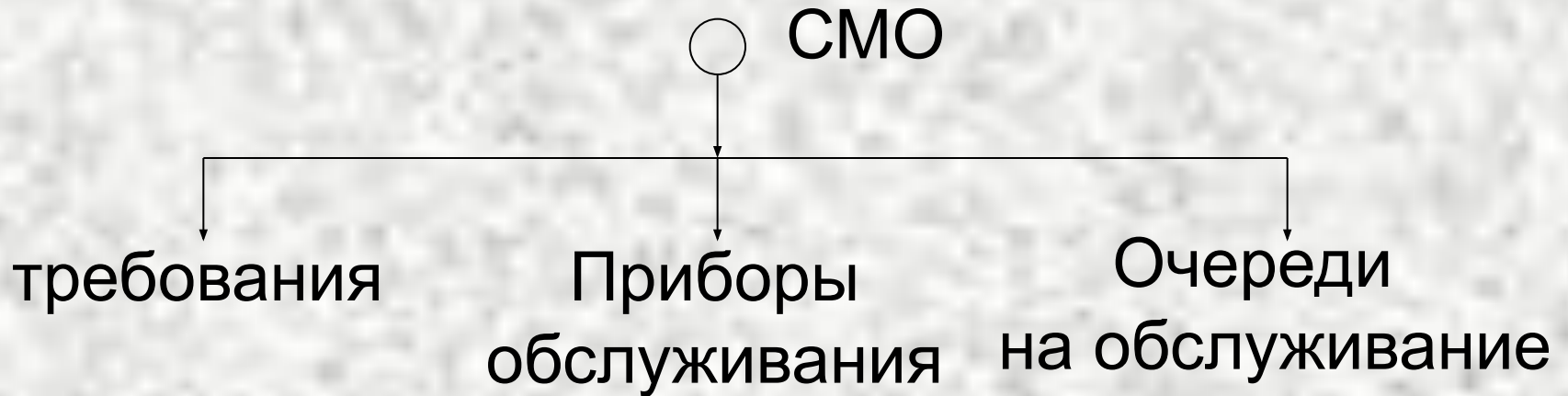
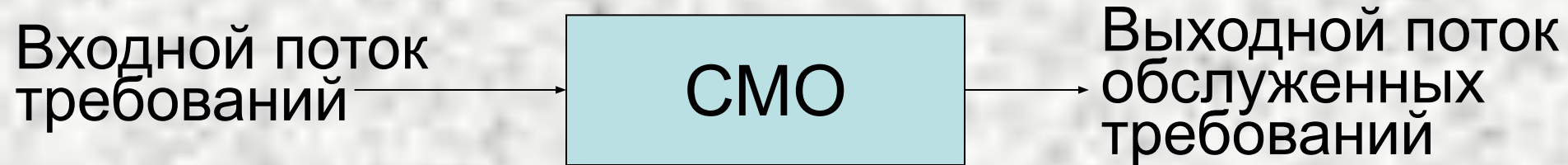


Системы массового обслуживания (СМО)

СМО

функционирование состоит в обслуживании требований.

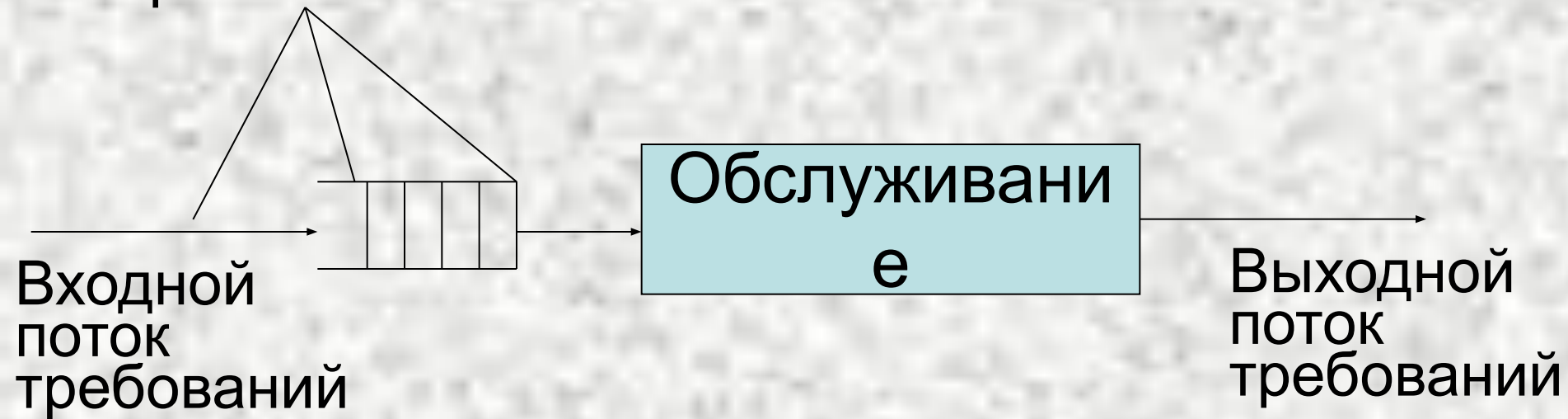


Теория систем массового обслуживания ~
Теория очередей

Показатели СМО

1. Среднее количество требований, которые СМО обслуживает за единицу времени,
2. Средний процент требований, которые не были обслужены,
3. Вероятность того, что пришедшее в систему требование будет принято на обслуживание,
4. Среднее время ожидания требования в очереди,
5. Закон распределения времени ожидания,
6. Среднее количество требований в очереди,
7. Закон распределения числа требований в очереди,
8. Коэффициент загрузки прибора обслуживания,
9. Среднее количество приборов занятых обслуживанием.

Дисциплины постановки
требований
в очередь и выбор
требований из нее



Режимы работы системы

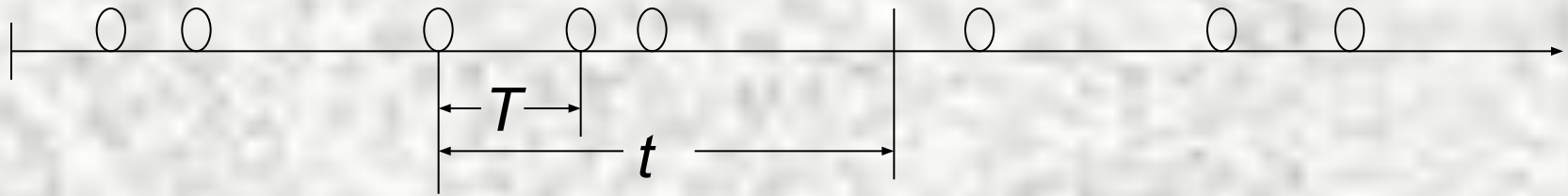
Входной поток требований

Пуассоновский (простейший) поток

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, k \geq 0, t \geq 0$$

λ – среднее число требований, поступающих в систему за единицу времени

(средняя интенсивность поступления требований в систему).



$$F(t) = P, T < t - \text{вероятность того, что время ожидания } T < t$$

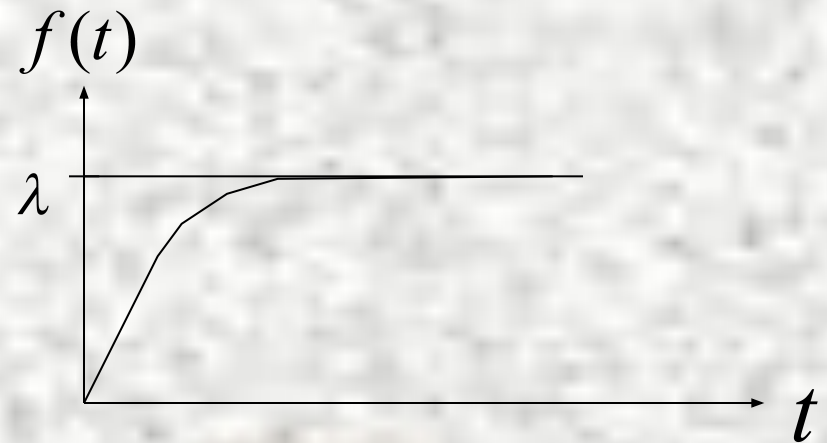
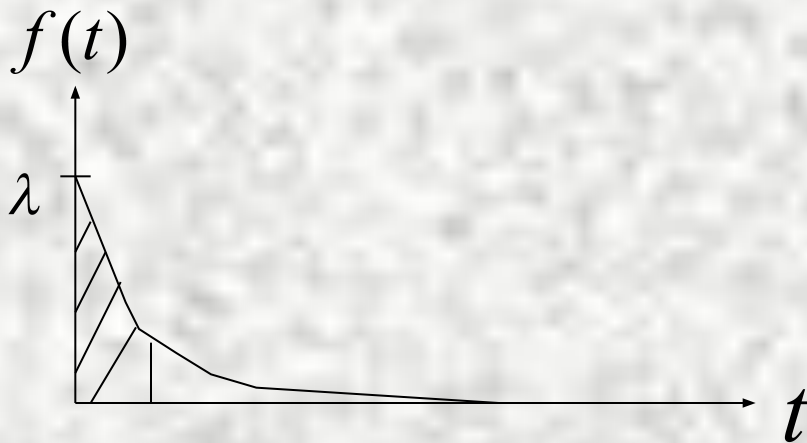
$$F(t) = 1 - P_0,$$

$$P_0 = \frac{(\lambda t)^0}{0!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t},$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, t > 0,$$

İëîòíñòü

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$



Свойства пуассоновского потока

стационарность

отсутствие
последствий

ординарность

Стационарность: вероятность прихода определенного количества требований за время t зависит только от длины t и λ .

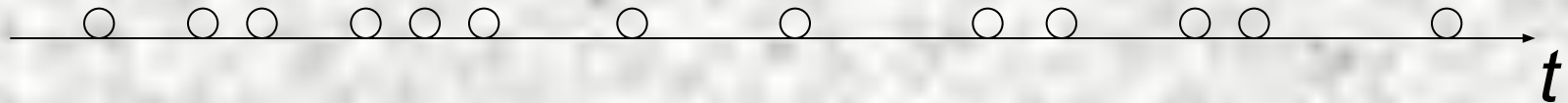
Отсутствие последствия: вероятность прихода определенного количества требований за промежуток t зависит от числа требований, поступивших в систему (предистории).

Ординарность

Поток ординарен, если невозможен приход двух и более требований одновременно.

Поток Эрланга (ПЭ)

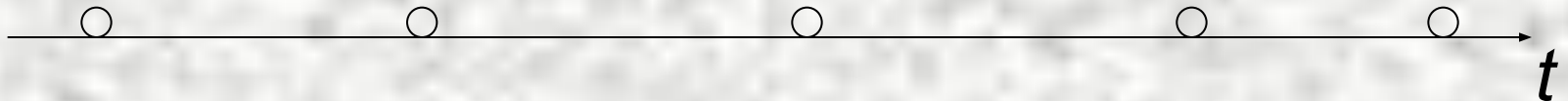
ПЭ 1-го порядка (пуассоновский)



ПЭ 2-го порядка



ПЭ 3-го порядка



Дисциплины обслуживания очередей

FIFO

LIFO

Random

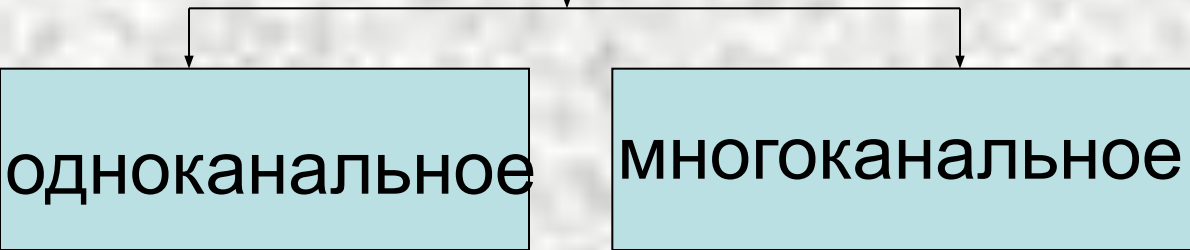
Выходной поток требований

Выходной
поток обслуженных
требований

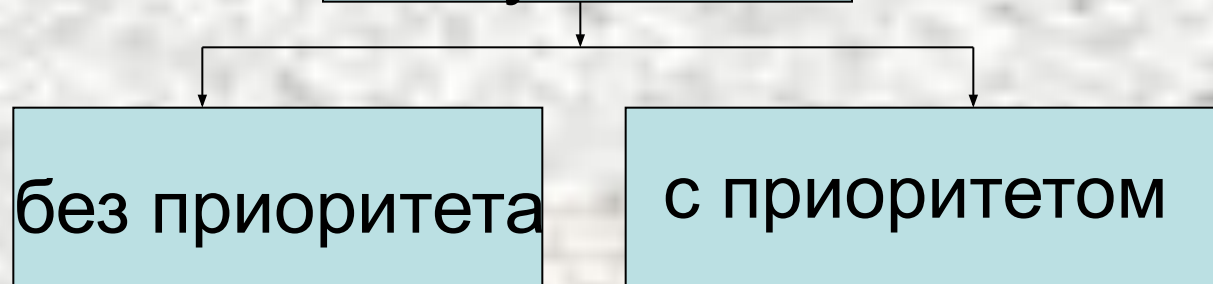
Выходной
поток не обслуженных
требований

Правила обслуживания требований

Обслуживание
в СМО



Дисциплины
обслуживания



приоритет

```
graph TD; A[приоритет] --> B[статический]; A --> C[динамический]
```

статический

динамический

приоритет

```
graph TD; A[приоритет] --> B[абсолютный]; A --> C[относительный]
```

абсолютный

относительный

Типы моделей СМО

$X/Y/Z$

где X - распределение времени прибытия требований,
 Y - распределение времени обслуживания,
 Z - количество приборов.

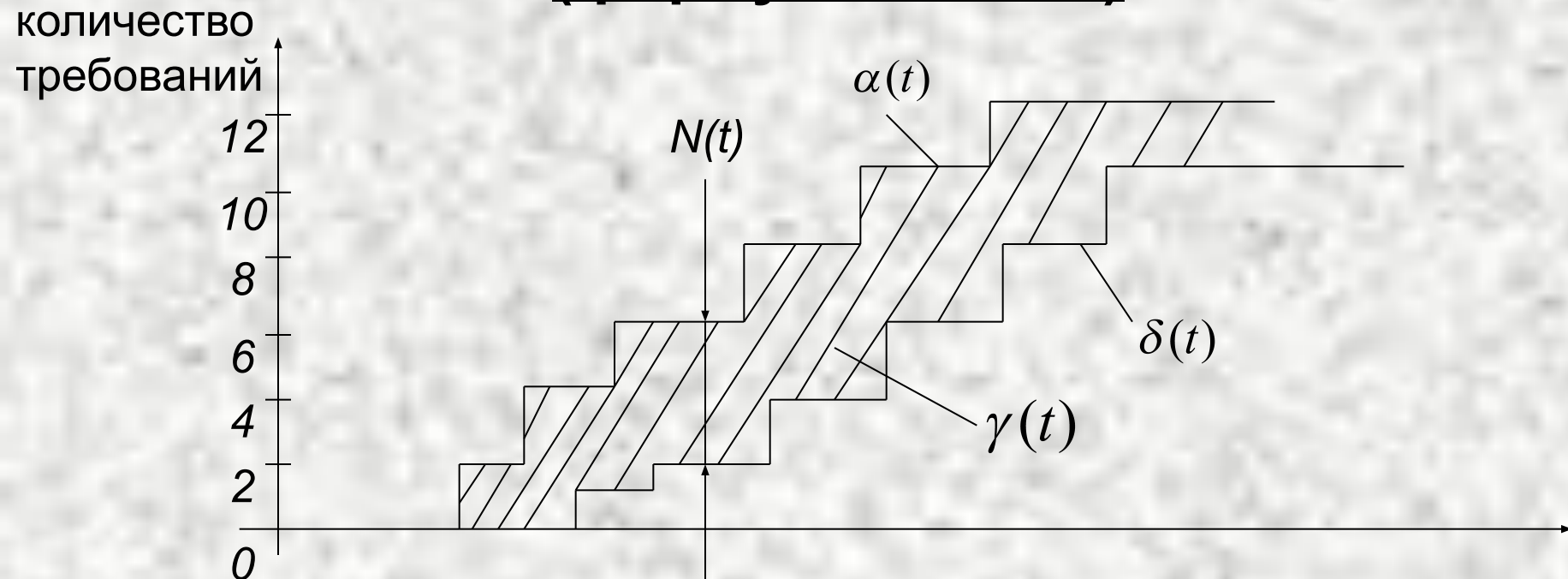
Например,

$M/M/1$ $G/G/m$

$D/D/1$ $M/G/1$

где M - марковский процесс,
 D - дискретный процесс,
 G - произвольное распределение.

Закон сохранения стационарной очереди (формула Литтла)



$\alpha(t)$ - случайный процесс прихода требований за промежуток $(0, t)$,

$\delta(t)$ - выходной поток требований из системы на промежутке $(0, t)$,

$\gamma(t)$ - общая «работа» (произведение количества требований на время их пребывания в СМО за промежуток $(0, t)$),

$$N(t) = \alpha(t) - \delta(t)$$

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{t} - \text{ειοάιñèáií} \quad \text{ñòü iĩñòóïëáíè} \quad \text{ÿ òðááíáàíèé} \quad ,$$

$$T(t) = \frac{\gamma(t)}{t} - \text{ñðáäíáã áðáìÿ} \quad \text{iðááúáàíèÿ} \quad \text{òðááíáàíèé} \quad \hat{a}$$

$$\text{ñèñòáìá} \quad \text{çà áðáìÿ} \quad (0, t),$$

$$N_t = \lambda_t T_t,$$

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t,$$

$$\overline{N} = \lim_{t \rightarrow \infty} \overline{N}_t,$$

$$T = \lim_{t \rightarrow \infty} T_t,$$

$$\overline{N} = \lambda T.$$