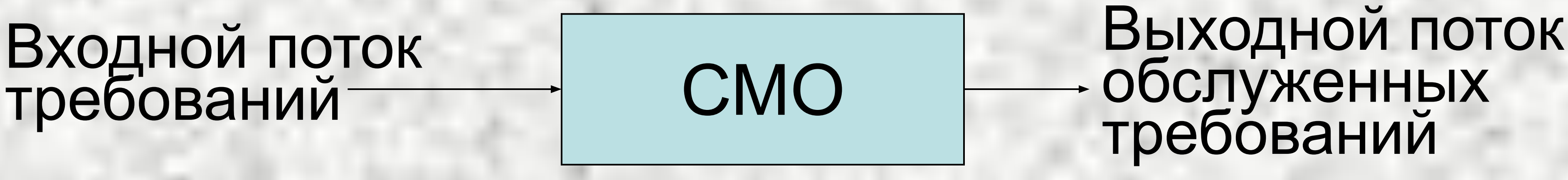
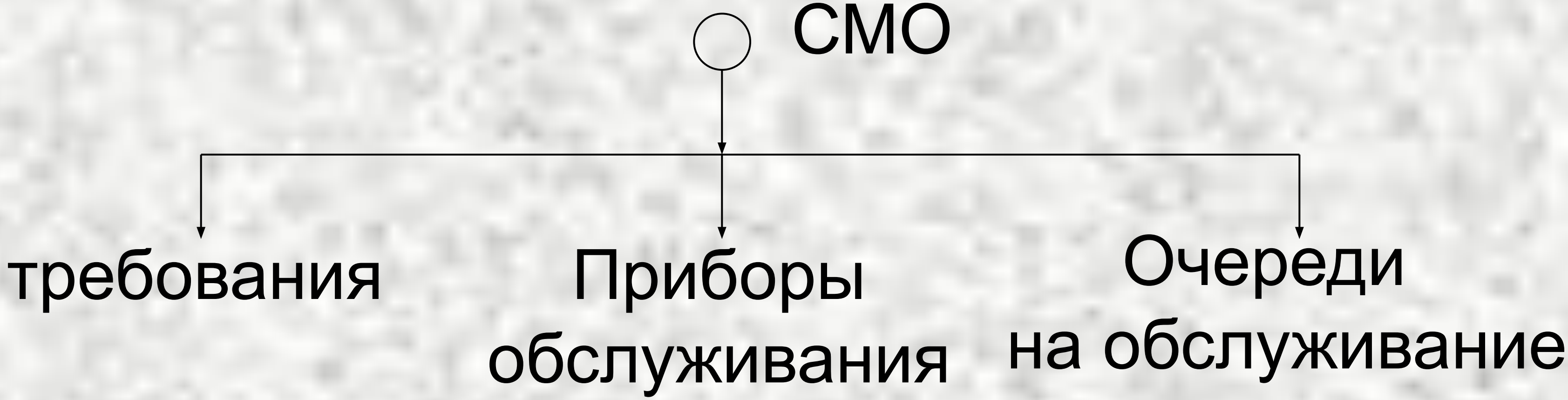
Системы массового обслуживания (СМО)

СМО

функционирование состоит в обслуживании требований.

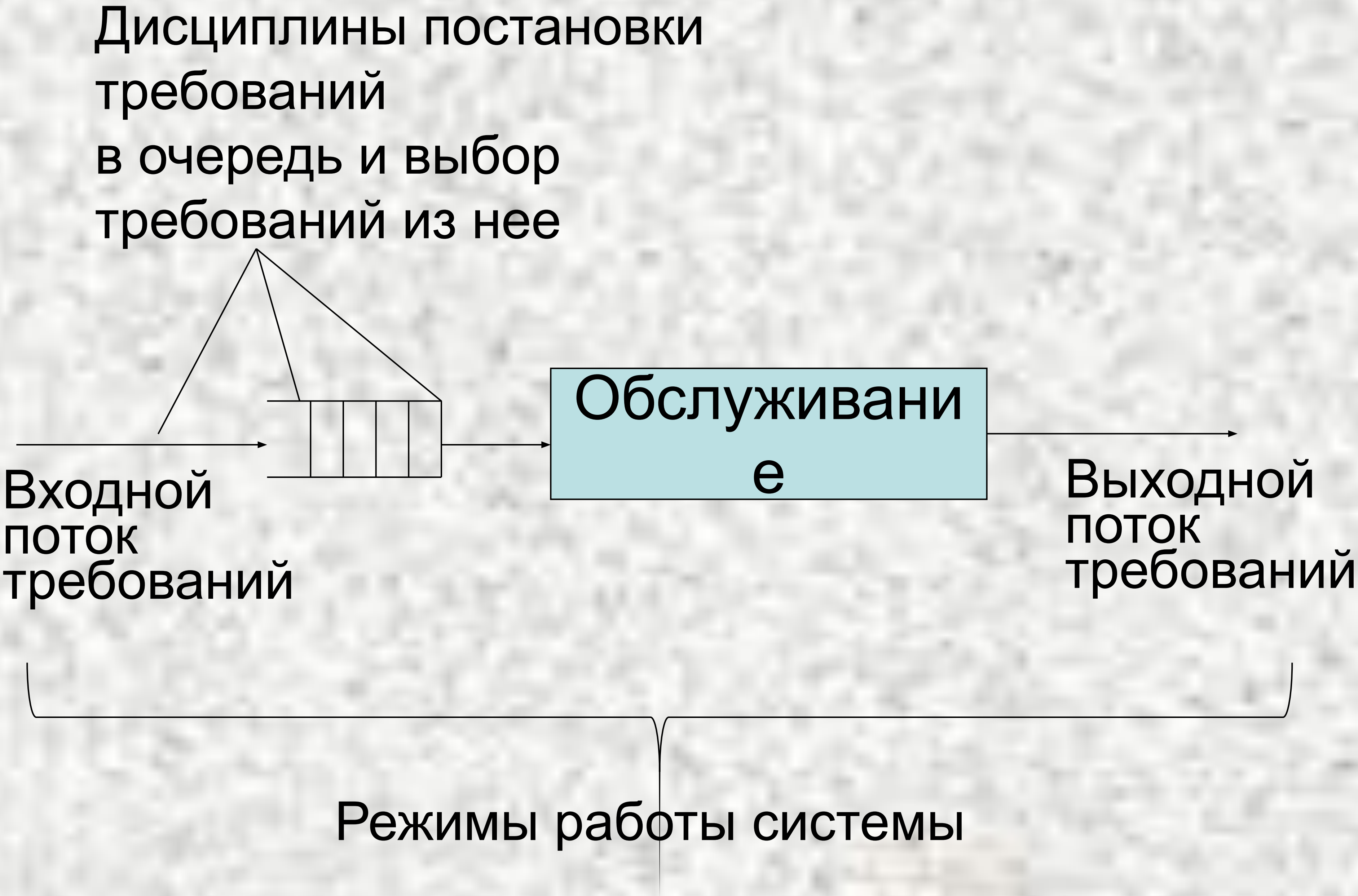




Теория систем массового обслуживания ~
~ Теория очередей

Показатели СМО

1. Среднее количество требований, которые СМО обслуживает за единицу времени,
2. Средний процент требований, которые не были обслужены,
3. Вероятность того, что пришедшее в систему требование будет принято на обслуживание,
4. Среднее время ожидания требования в очереди,
5. Закон распределения времени ожидания,
6. Среднее количество требований в очереди,
7. Закон распределения числа требований в очереди,
8. Коэффициент загрузки прибора обслуживания,
9. Среднее количество приборов занятых обслуживанием.


Дисциплины постановки требований
в очередь и выбор требований из нее
Обслуживание
Входной поток требований
Выходной поток требований
Режимы работы системы

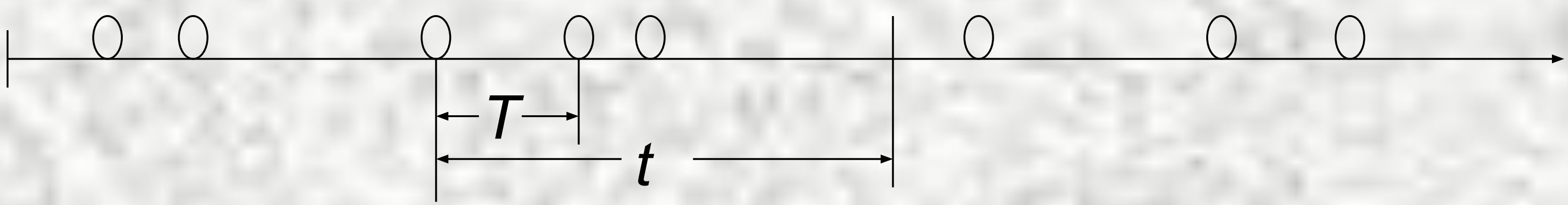
Входной поток требований

Пуассоновский (простейший) поток

$$P_k(t) = \frac{(\lambda - t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, k \geq 0, t \geq 0$$

$\lambda -$ èíòåíñèâíî ñòü ïîòîêà

(êîëè÷åñòâî òðåáîâàíèé âåäèíèöó âðåìåíè).



$F(t) = P, T < t -$ âåðîÿòíîñòü òîãî ,÷òî $T < t$

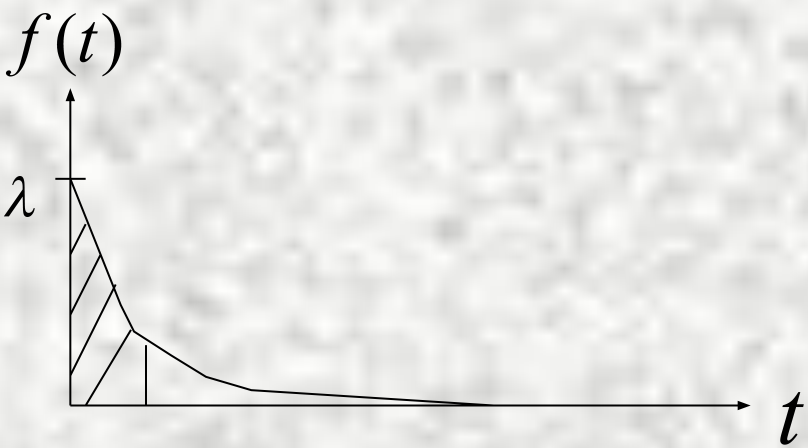
$$F(t) = 1 - P_0,$$

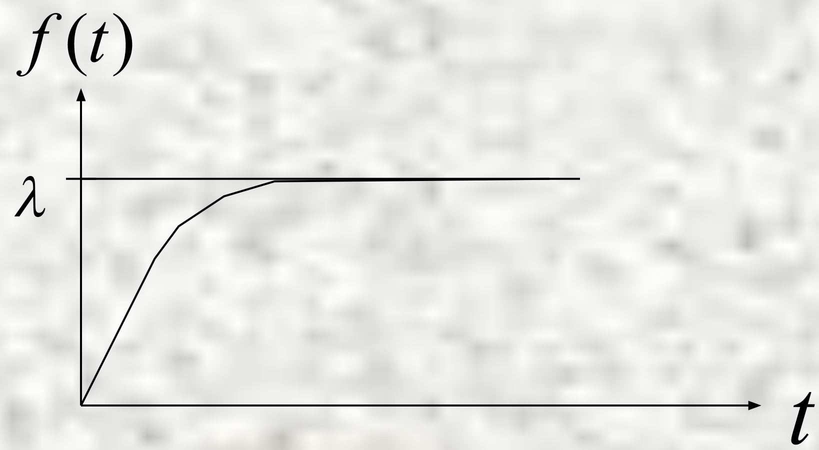
$$P_0 = \frac{(\lambda t)^0}{0!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t},$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, t > 0,$$

Ïëîòíîñòü

$$\mathrm{f(t)} = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}$$





Свойства пуассоновского потока

- стационарность
- отсутствие последствий
- ординарность

<u>Стационарность</u>: вероятность прихода определенного количества требований за время *t* зависит только от длины *t и λ.*

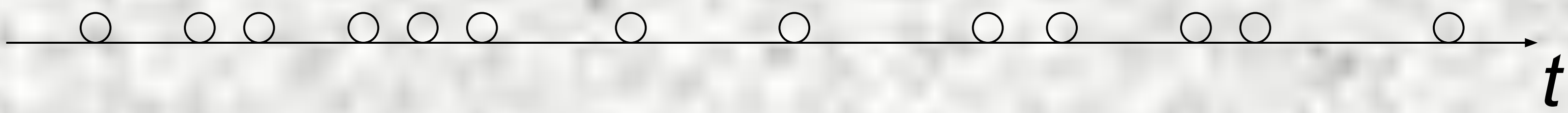
<u>Отсутствие последствия</u>: вероятность прихода определенного количества требований за промежуток *t* зависит от числа требований, поступивших в систему (предистории).

<u>Ординарность</u>

Поток ординарен, если невозможен приход двух и Более требований одновременно.

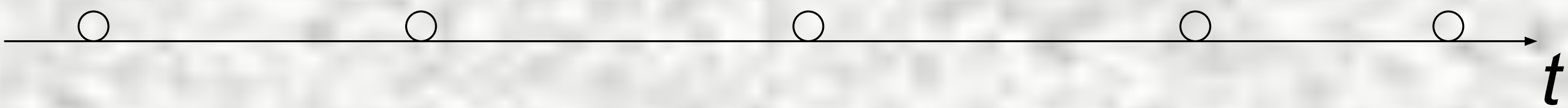
Поток Эрланга (ПЭ)

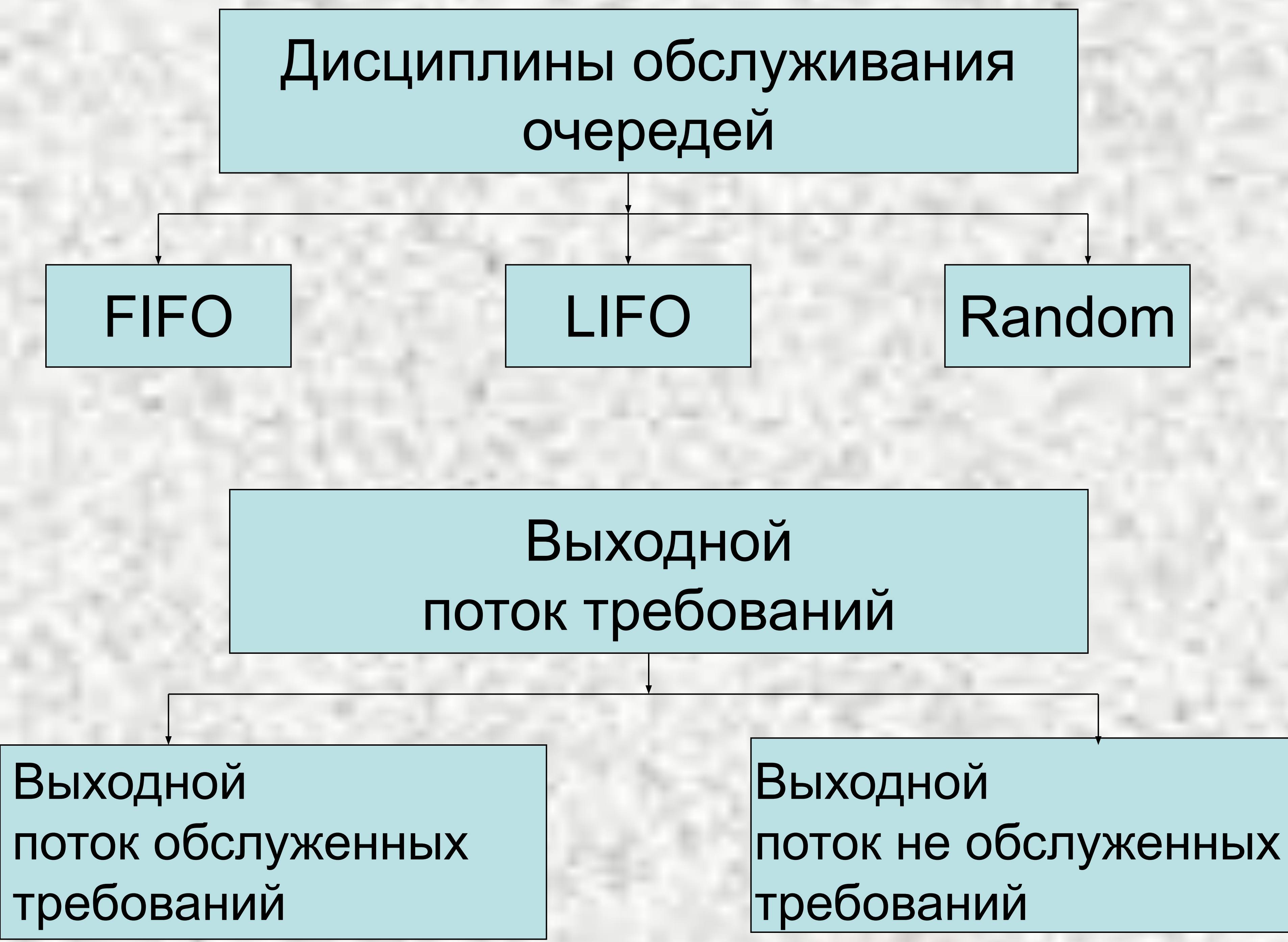
ПЭ 1-го порядка (пуассоновский)



ПЭ 2-го порядка

ПЭ 3-го порядка




Дисциплины обслуживания очередей
FIFO
LIFO
Random
Выходной поток требований
Выходной поток обслуженных требований
Выходной поток не обслуженных требований

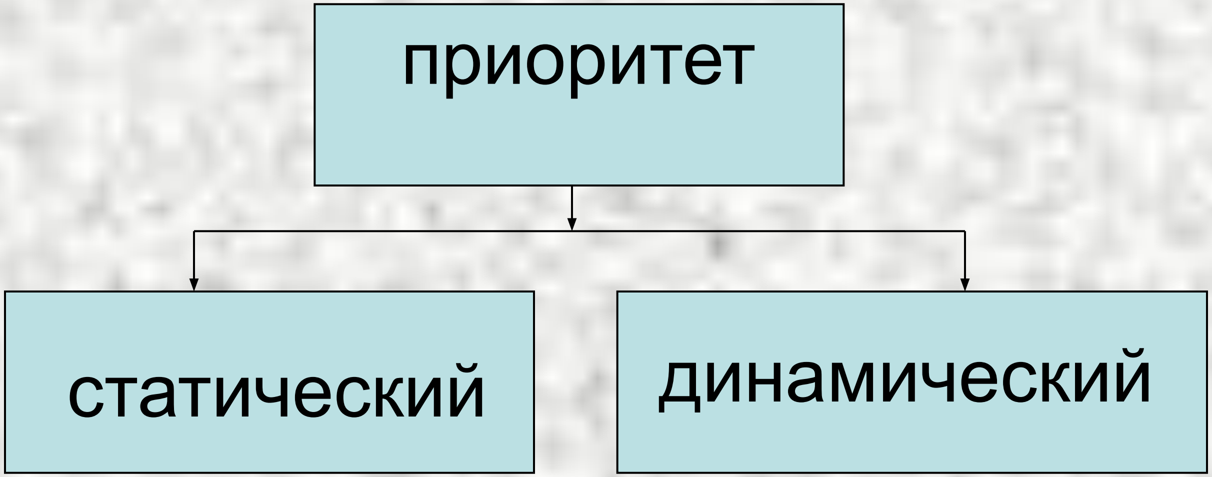
Правила обслуживания требований

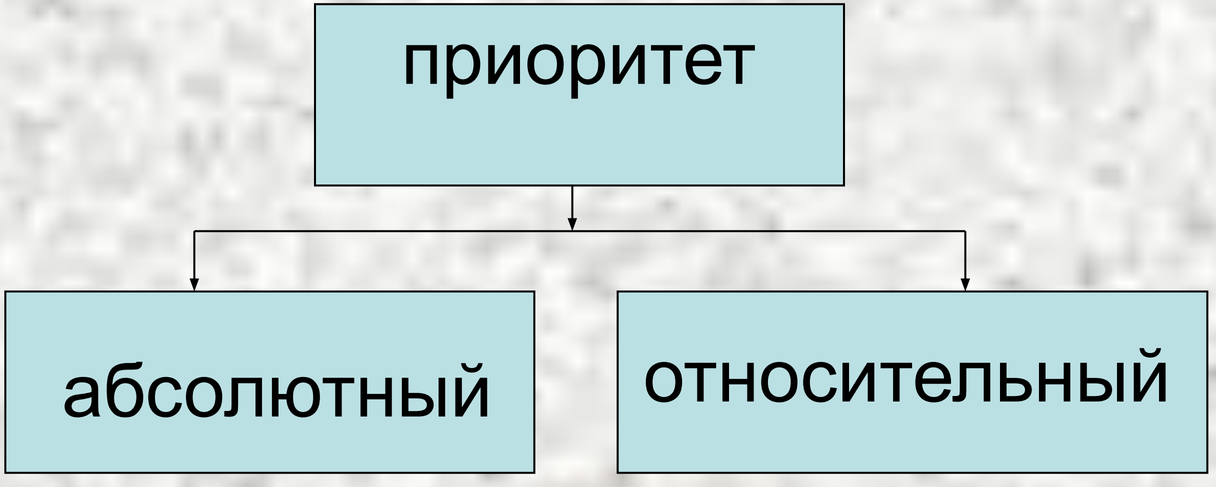
Обслуживание в СМО

- одноканальное
- многоканальное

Дисциплины обслуживания

- без приоритета
- с приоритетом


приоритет
статический
динамический


приоритет
абсолютный
относительный

Типы моделей СМО

X/Y/Z

где X - распределение времени прибытия требований,

Y - распределение времени обслуживания,

Z - количество приборов.

Например,

M/M/1 G/G/m

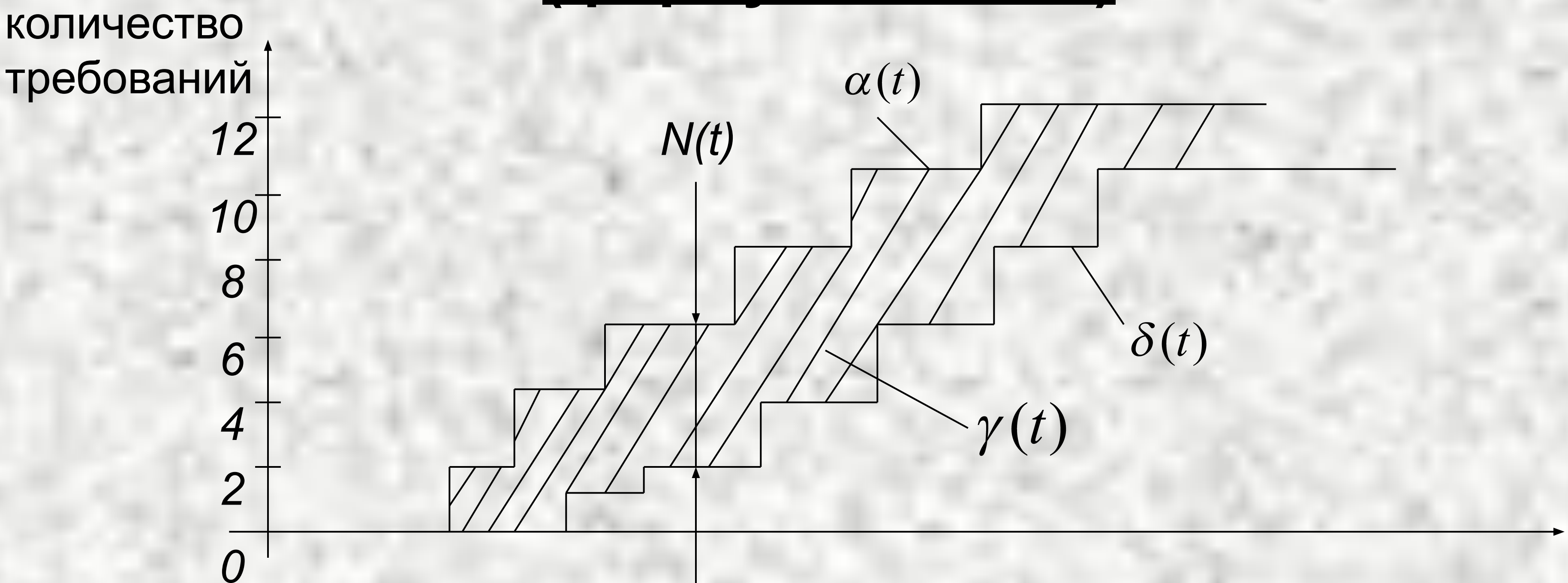
D/D/1 M/G/1

где M - марковский процесс,

D - дискретный процесс,

G - произвольное распределение.

Закон сохранения стационарной очереди (формула Литтла)



$\alpha(t)$ - случайный процесс прихода требований за промежуток (0, t),

$\delta(t)$ - выходной поток требований из системы на промежутке (0, t),

$\gamma(t)$- общая «работа» (произведение количества требований на время их пребывания в СМО за промежуток (0, t)),

$$N(t) = \alpha(t) - \delta(t)$$

$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{t} -$ *èíòåíñèâíî ñòü ïîñòóïëåíè ÿ òðåáîâàíèé* ,

$\mathrm{T(t)} = \frac{\gamma(\mathrm{t})}{\mathrm{t}} -$ *ñðåäíåå âðåìÿ ïðåáûâàíèÿ òðåáîâàíèé â*

ñèñòåìå çà âðåìÿ $(0, \mathrm{t})$,

$$\mathrm{N_t} = \lambda_t T_t,$$

$$\lambda = \lim_{t \to \infty} \lambda_t, \qquad \overline{N} = \lim_{t \to \infty} \overline{N}_t,$$

$$T = \lim_{t \to \infty} T_t,$$

$$\overline{N} = \lambda T.$$