Системы массового обслуживания (СМО)

СМО

функционирование состоит в обслуживании требований.

Входной поток требований → СМО → Выходной поток обслуженных требований

СМО

требования

Приборы обслуживания

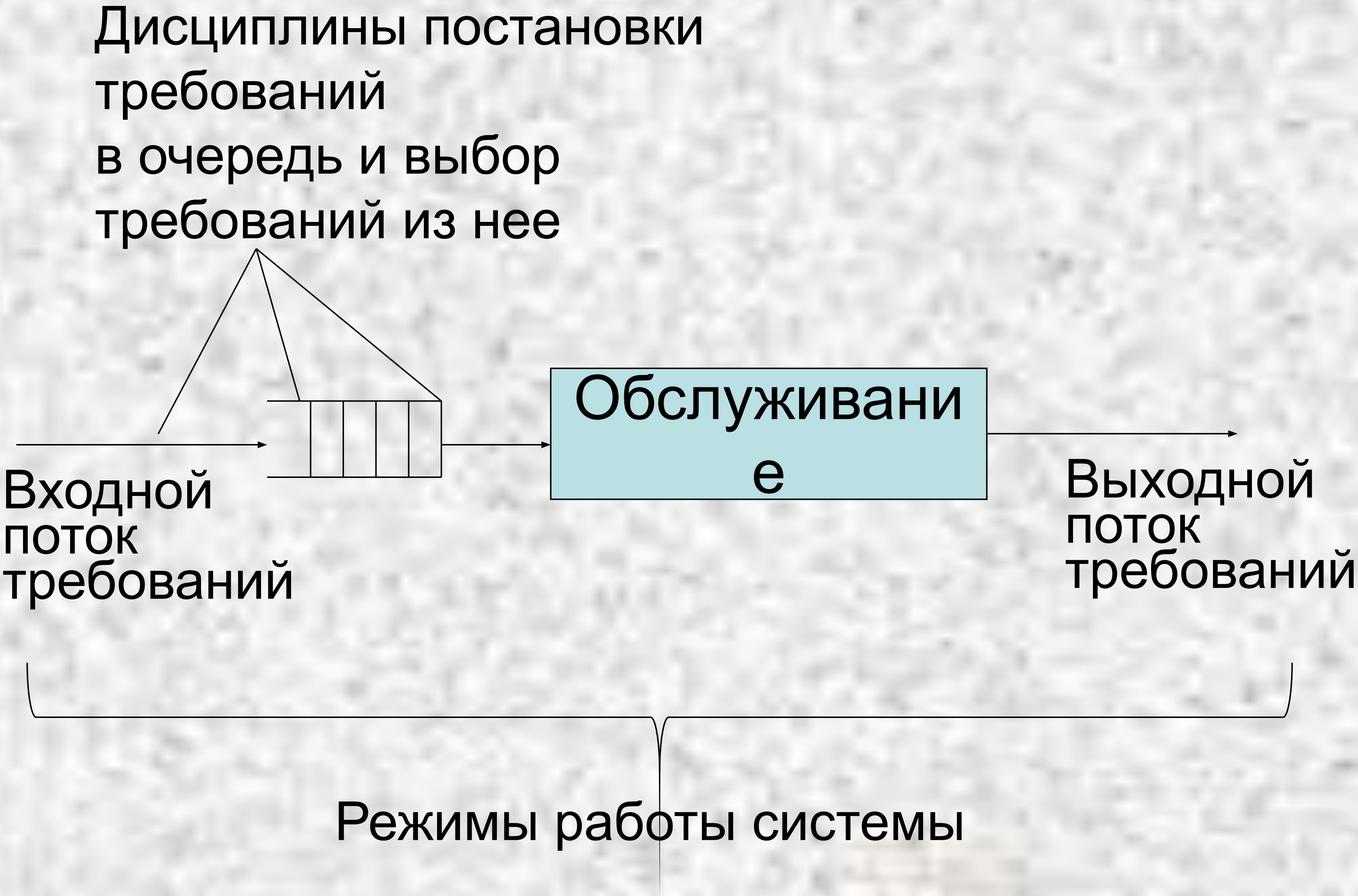
Очереди на обслуживание

Теория систем массового обслуживания ~

~ Теория очередей

<u>Показатели СМО</u>

1. Среднее количество требований, которые СМО обслуживает за единицу времени,
2. Средний процент требований, которые не были обслужены,
3. Вероятность того, что пришедшее в систему требование будет принято на обслуживание,
4. Среднее время ожидания требования в очереди,
5. Закон распределения времени ожидания,
6. Среднее количество требований в очереди,
7. Закон распределения числа требований в очереди,
8. Коэффициент загрузки прибора обслуживания,
9. Среднее количество приборов занятых обслуживанием.


Дисциплины постановки требований
в очередь и выбор требований из нее
Обслуживание
Входной поток требований
Выходной поток требований
Режимы работы системы

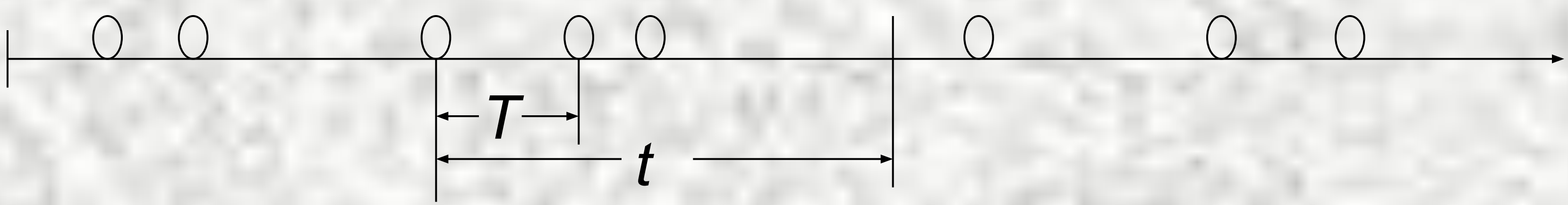
Входной поток требований

Пуассоновский (простейший) поток

$$P_k(t) = \frac{(\lambda - t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, k \geq 0, t \geq 0$$

$\lambda -$ *èíòåíñèâíî ñòü ïîòîêà*

(*êîëè÷åñòâî òðåáîâàíèé âåäèíèöó âðåìåíè*).



$F(t) = P, T < t -$ *âåðîÿòíîñò ü òîãî ,÷òî* $T < t$

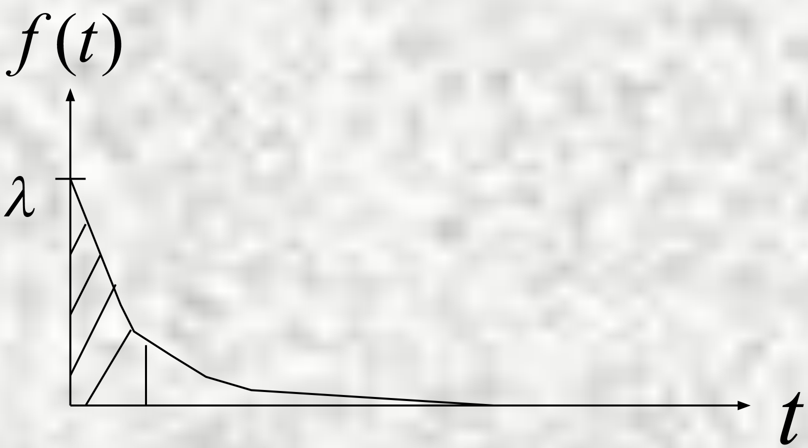
$$F(t) = 1 - P_0,$$

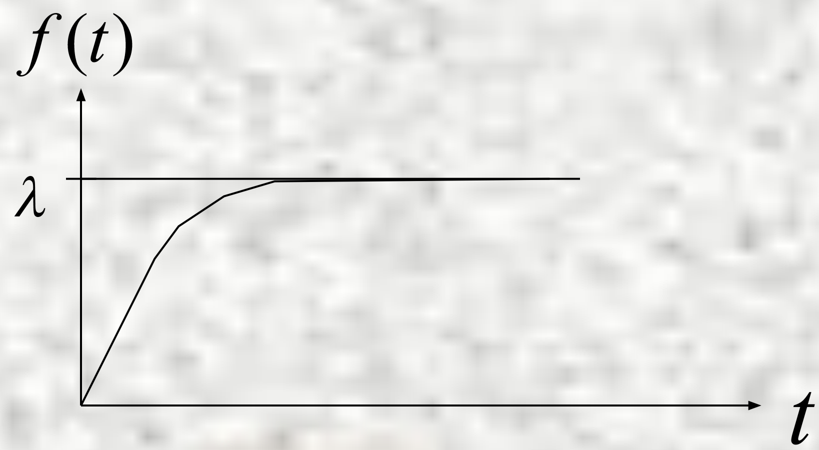
$$P_0 = \frac{(\lambda t)^0}{0!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t},$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, t > 0,$$

Ïëîòíîñòü

$$\mathbf{f(t) = \lambda e^{-\lambda t}}$$





Свойства пуассоновского потока

стационарность | отсутствие последствий | ординарность

Стационарность: вероятность прихода определенного количества требований за время *t* зависит только от длины *t и λ.*

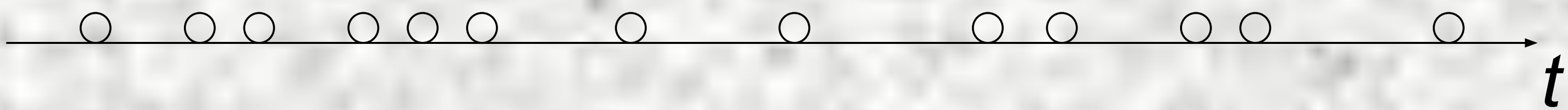
Отсутствие последствия: вероятность прихода определенного количества требований за промежуток *t* зависит от числа требований, поступивших в систему (предистории).

Ординарность

Поток ординарен, если невозможен приход двух и Более требований одновременно.

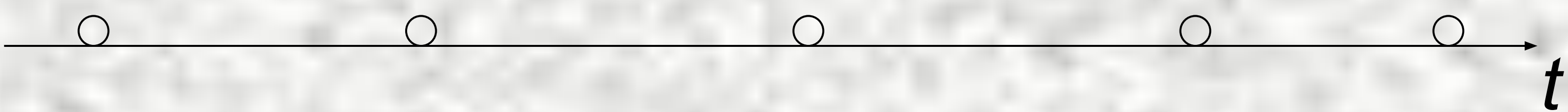
Поток Эрланга (ПЭ)

ПЭ 1-го порядка (пуассоновский)



ПЭ 2-го порядка

ПЭ 3-го порядка



Дисциплины обслуживания очередей

- FIFO
- LIFO
- Random

Выходной поток требований

- Выходной поток обслуженных требований
- Выходной поток не обслуженных требований

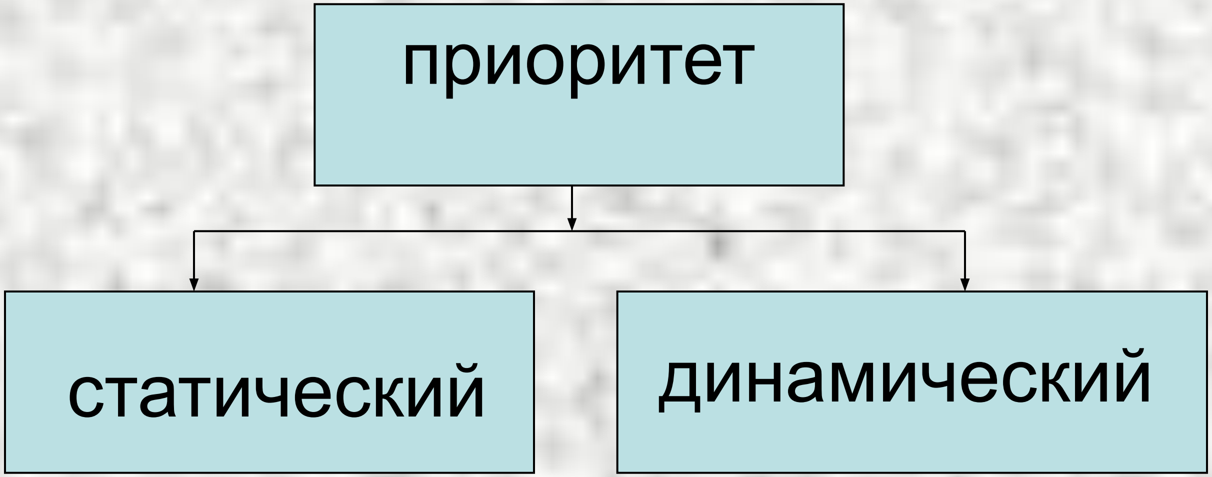
Правила обслуживания требований

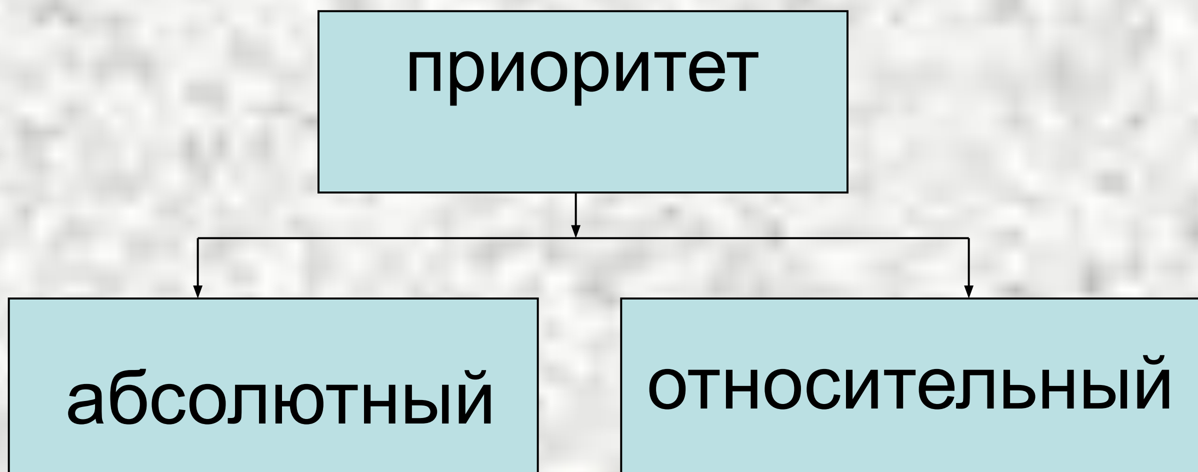
Обслуживание в СМО

- одноканальное
- многоканальное

Дисциплины обслуживания

- без приоритета
- с приоритетом


приоритет
статический
динамический


приоритет
абсолютный
относительный

Типы моделей СМО

X/Y/Z

где X - распределение времени прибытия требований,

Y - распределение времени обслуживания,

Z - количество приборов.

Например,

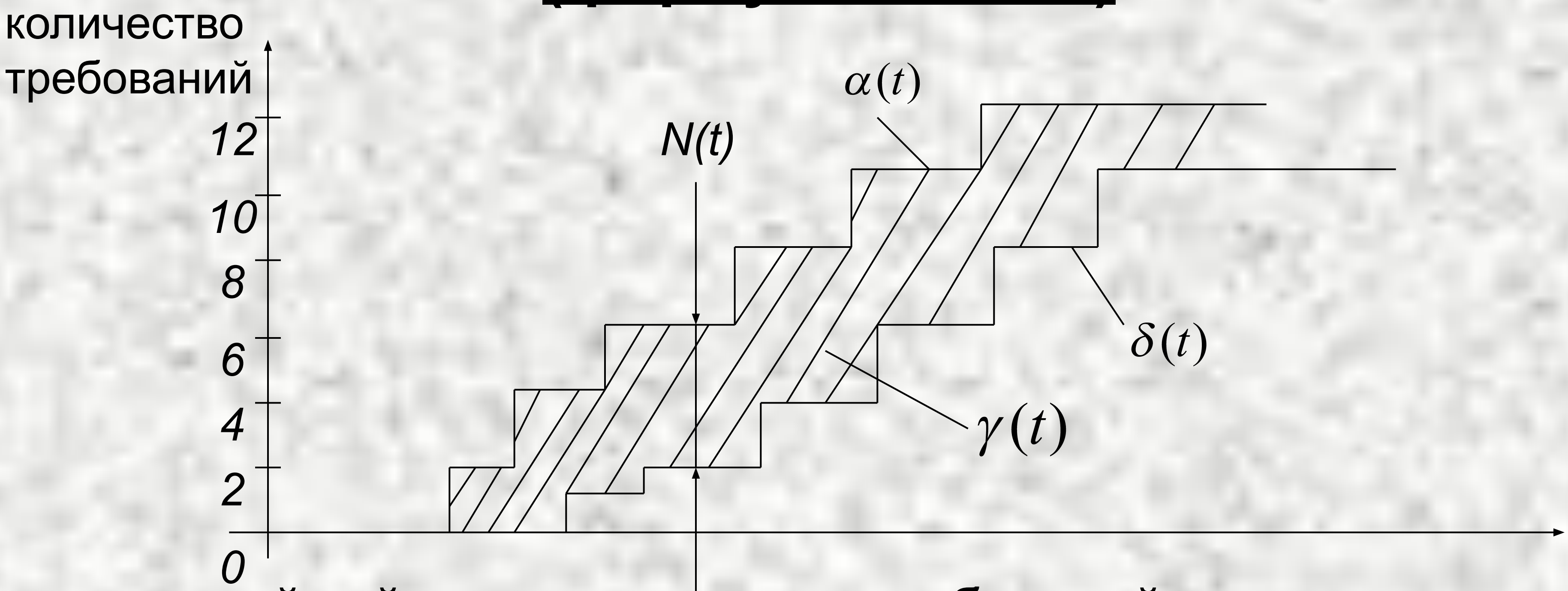
M/M/1	G/G/m
D/D/1	M/G/1

где M - марковский процесс,

D - дискретный процесс,

G - произвольное распределение.

Закон сохранения стационарной очереди (формула Литтла)



$\alpha(t)$ - случайный процесс прихода требований за промежуток (0, *t*),

$\delta(t)$ - выходной поток требований из системы на промежутке (0, *t*),

$\gamma(t)$- общая «работа» (произведение количества требований на время их пребывания в СМО за промежуток (0, *t*)),

$$N(t) = \alpha(t) - \delta(t)$$

$$\lambda(t)=\frac{\alpha(t)}{t}-\text{èíòåíñèâíî ñòü ïîñòóïëåíè ÿ òðåáîâàíèé},$$

$$\mathrm{T(t)}=\frac{\gamma(\mathrm{t})}{\mathrm{t}}-\text{ñðåäíåå âðåìÿ ïðåáûâàíèÿ òðåáîâàíèé â ñèñòåìå çà âðåìÿ } (0,\mathrm{t}),$$

$$\mathrm{N_t}=\lambda_t T_t,$$

$$\lambda=\lim_{t\to\infty}\lambda_t, \qquad \overline{N}=\lim_{t\to\infty}\overline{N}_t,$$

$$T=\lim_{t\to\infty}T_t,$$

$$\overline{N}=\lambda T.$$