Постоянные финансовые ренты

ЛЕКЦИЯ 8

Годовая рента постнумерандо

Годовая рента постнумерандо, член которой равен R, срок ренты — n, ежегодное дисконтирование. В этих условиях дисконтированная величина первого платежа равна Rv, второго - Rv^2, последнего - Rv^n. Эти величины образуют ряд, соответствующий геометрической прогрессии с первым членом и знаменателем v.

$$A = R\sum_{t=1}^{n} v^t = Rv\frac{v^n - 1}{v - 1} = R\frac{1 - v^n}{i} = R\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = Ra_{n;i}$$

$a_{n;i}$ - коэффициент приведения ренты

v^n - дисконтный множитель

Годовая рента, начисление процентов m раз в году

$$A = R\frac{1-(1+\frac{j}{m})^{-mn}}{(1+\frac{j}{m})^{m}-1}$$

Рента p-срочная (m=1)

Если платежи производятся не один, а p раз в году, то коэффициенты приведения находятся так же, как это было сделано для годовой ренты. Только теперь размер платежа равен R/p, а число членов составит np

$$A = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}}-1\right]}$$

Рента p-срочная (m=p)

Число членов ренты здесь равно числу начислений процентов; величина члена ренты составляет R / m

$$A = R\frac{1-(1+\frac{j}{m})^{-mn}}{j}$$

Рента p-срочная (m≠p)

$$A = R\frac{1-(1+\frac{j}{m})^{-mn}}{p[(1+\frac{j}{m})^{\frac{m}{p}}-1]}$$

Зависимость между наращенной и современной стоимостью ренты

$$A(1+i)^n = S$$

$$S(1+i)^{-n} = A$$

$$A(1+\frac{j}{m})^{mn} = S$$

$$S(1+j/m)^{-mn} = A$$

Определение размера члена ренты

Годовая рента постнумерандо

$$R = S/\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$R = A/\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Расчет срока ренты

$$n = \frac{\ln(\frac{S}{R}i + 1)}{\ln(1 + i)}$$

$$n = \frac{\ln(1 - \frac{A}{R}i)^{-1}}{\ln(1 + i)}$$

$p = 1$	$m = 1$	$n = \dfrac{\ln(\frac{S}{R}i + 1)}{\ln(1 + i)}$	$n = \dfrac{\ln(1 - \frac{A}{R}i)^{-1}}{\ln(1 + i)}$
	$m > 1$	$n = \dfrac{\ln\{\frac{S}{R}[(1 + j/m)^m - 1] + 1\}}{m\ln(1 + j/m)}$	$n = \dfrac{\ln\{1 - \frac{A}{R}[(1 + j/m)^m - 1]\}^{-1}}{m\ln(1 + j/m)}$
$p > 1$	$m = 1$	$n = \dfrac{\ln\{\frac{S}{R}p[(1 + i)^{1/p} - 1] + 1\}}{\ln(1 + i)}$	$n = \dfrac{\ln\{1 - \frac{A}{R}p[(1 + i)^{1/p} - 1]\}^{-1}}{\ln(1 + i)}$
	$m = p$	$n = \dfrac{\ln(\frac{S}{R}j + 1)}{m\ln(1 + j/m)}$	$n = \dfrac{\ln(1 - \frac{A}{R}j)^{-1}}{m\ln(1 + j/m)}$
	$m \neq p$	$n = \dfrac{\ln\{\frac{S}{R}p[(1 + j/m)^{m/p} - 1] + 1\}}{m\ln(1 + j/m)}$	$n = \dfrac{\ln\{1 - \frac{A}{R}p[(1 + j/m)^{m/p} - 1]\}^{-1}}{m\ln(1 + j/m)}$

Ренты пренумерандо

Под рентой пренумерандо понимается рента с платежами в начале периодов. Легко понять, что каждый член такой ренты “работает” на один период больше, чем в ренте постнумерандо.

$$\ddot{S} = S(1+i)$$

$$\ddot{s}_{n;i} = s_{n;i}(1+i) \quad - \text{коэффициент наращения ренты пренумерандо}$$

$$\ddot{S} = S\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m}$$

$$\ddot{S} = S(1+i)^{\frac{1}{p}}$$

$$\ddot{S} = S\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m/p}$$

Точно такая же зависимость наблюдается и между современными стоимостями и коэффициентами приведения рент постнумерандо и пренумерандо

$$\ddot{A} = A(1+i)$$

$$\ddot{a}_{n;i} = a_{n;i}(1+i)$$

Задача 1

Годовая рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: $R = 5$ млн тенге, $n = 6$, дисконтировано по сложной процентной ставке 16,5% годовых. Определить текущую стоимость ренты

Задача 2

В первой лекции упоминается авария на химическом заводе в Бхопале, Индия. Компания Union Carbide предложила пострадавшим компенсацию в размере 200 миллионов долларов, выплачиваемую ежемесячно в течение 35 лет. Предложение было отклонено. Поскольку предлагаемая компенсация эквивалентна 57,5 миллионам долларов, выплачивается единовременно. Проверим, верно ли это, если процентная ставка равна 10%.

Задача 3

Параметры постнумерандо ренты: R= 100 (годовой платеж), $n = 5$, $p = m = 2$.
Процентная ставка за полгода 6%. Определить текущую стоимость ренты

Задача 4

Известно, что принц Чарльз заплатил Диане 17 миллионов фунтов стерлингов при разводе. Как сообщалось, эта сумма была определена с расчетом на то, что принцесса проживет еще 50 лет (к сожалению, это не оправдалось). Эту сумму можно рассматривать как текущую стоимость постоянной ренты. Определим размер члена этой ренты при условии, что процентная ставка составляет 10%, а платежи производятся ежегодно.

Задача 5

Сколько времени нужно, чтобы накопить 110 млн тенге, при условии, что ежемесячно вносится 1,5 млн тенге, а на сбережения начисляются проценты по ставке 15% годовых?