ФГОБУ
Финуниверситет при Правительстве РФ

# Эконометрика

- **Семинар 5**

# Уравнение множественной линейной регрессии (построение уравнения)

# Множественная линейная регрессия

## 5.1 Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии

Обычно на любой экономический показатель влияет не один, а несколько факторов. Например, спрос на некоторый товар определяется не только его ценой, но и ценами на замещающие и дополняющие товары, доходом потребителей и другими факторами.

В этом случае вместо функции парной регрессии

$$M(Y|X = x) = \varphi(x)$$

рассматривается функция множественной регрессии:

$$M(Y|X_1 = x_1;\ X_2 = x_2; \ldots ;X_p = x_p) = \varphi(x_1; x_2; \ldots ; x_p). \qquad (5.1)$$

Теоретическая модель множественной линейной регрессии имеет вид:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \qquad (5.2)$$

или для индивидуальных наблюдений:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \qquad (5.3)$$

$$i = 1, 2, \dots N,$$

где $N$ – объем генеральной совокупности.

После выбора в качестве модели линейной функции множественной регрессии необходимо оценить коэффициенты регрессии.

Пусть имеется *n* наблюдений вектора объясняющих переменных $X = (X_1; X_2; \ldots X_m)$ и зависимой переменной *Y*:

$$(x_{i1}; x_{i2}; \ldots; x_{im}; y_i), \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (5.4)$$

Если $n = m + 1$, то оценки коэффициентов рассчитываются *единственным* образом. Здесь $m$ – число объясняющих переменных.

Если $n < m + 1$, то система будет иметь *бесконечное* множество решений.

Если $n > m + 1$, то *нельзя подобрать линейную функцию (5.2), точно удовлетворяющую всем наблюдениям,* и возникает необходимость оптимизации, т.е. нахождения оценок параметров модели (5.3), при которых линейная функция дает наилучшее приближение для имеющихся наблюдений.

Самым распространенным методом оценки параметров модели множественной линейной регрессии является метод наименьших квадратов (МНК).

Для применения МНК необходима выполнимость ряда предпосылок, которые позволят проводить анализ в рамках классической линейной модели множественной регрессии (КЛММР). Ранее были рассмотрены предпосылки МНК для парной линейной регрессии. Для случая множественной линейной регрессии необходимо выполнение дополнительных предпосылок. В следующем разделе перечислены все предпосылки, выполнение которых требуется для нахождения коэффициентов КЛММР.

## 5.1.1. Предпосылки МНК

1) Математическое ожидание случайных отклонений $\varepsilon_i$ равно нулю:

$$M(\varepsilon_i) = 0$$

для всех наблюдений. Это означает, что случайное отклонение не должно иметь систематического смещения.

2) Дисперсия случайных отклонений постоянна для всех наблюдений:

$$D(\varepsilon_i) = M(\varepsilon_i^2) = \sigma^2, \qquad i = 1, 2, \dots, n.$$

Выполнимость данной предпосылки называется гомоскедастичностью, а невыполнимость ее называется гетероскедастичнстью.

3) Случайные отклонения $\varepsilon_i$ и $\varepsilon_j$ ( $i \neq j$ ) не коррелируют (отсутствует автокорреляция ):

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \qquad i \neq j.$$

4) Случайные отклонения должны быть статистически независимы (некоррелированы) от объясняющих переменных.

5) Отсутствие *мультиколлинеарности*. Между объясняющими переменными отсутствует строгая (сильная) линейная зависимость.

6) Отклонения $\varepsilon_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$ имеют нормальные распределения $\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$. Выполнимость данной предпосылки важна для проверки статистических гипотез и построения интервальных оценок.

*Замечание*: При построении классических линейных регрессионных моделей считается также, что объясняющие переменные не являются случайными величинами.

*Теорема Гаусса – Маркова*

При выполнении приведенных предпосылок МНК оценки коэффициентов $b_j$ $j = 0; 1; 2; \ldots; m$, являются несмещенными, эффективными и состоятельными.

# Нахождение коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии

Немного теории

$$Q = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \left(b_0 + \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij}\right)\right)^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_j} = 0$$

Получили систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \left(b_0 + \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij}\right)\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \left(b_0 + \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij}\right)\right) x_{ik} = 0 \end{cases}$$

Решение системы нормальных уравнений возможно разными способами. Рассмотрим метод Крамера и матричный метод.

**Пример.** Найти коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии по данным, приведенным в таблице:

| | x1 | x2 | Y |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 |
| 2 | 1 | 7 | 7 |
| 3 | 5 | 2 | 5 |
| 4 | 4 | 1 | 4 |
| 5 | 9 | 2 | 2 |
| 6 | 9 | 1 | 8 |
| 7 | 3 | 3 | 1 |
| 8 | 1 | 7 | 3 |
| 9 | 2 | 4 | 4 |
| 10 | 8 | 8 | 2 |

$$
\begin{cases}
\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\left(b_0+\sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij}\right)\right)=0\\
\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\left(b_0+\sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij}\right)\right)x_{ik}=0
\end{cases}
$$

Решение (система нормальных уравнений для случая двух объясняющих переменных):

$$
\begin{cases}
\sum y_i = b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum x_{1i} + b_2 \cdot \sum x_{2i}\\
\sum y_i \cdot x_{1i} = b_0 \cdot \sum x_{1i} + b_1 \cdot \sum x_{1i}^2 + b_2 \cdot \sum x_{1i} \cdot x_{2i}\\
\sum y_i \cdot x_{2i} = b_0 \cdot \sum x_{2i} + b_1 \cdot \sum x_{1i} \cdot x_{2i} + b_2 \cdot \sum x_{2i}^2
\end{cases}
$$

| | $x_1$ | $x_2$ | $y$ | $x_1y$ | $x_2y$ | $x_1^2$ | $x_2^2$ | $x_1*x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 21 | 35 | 9 | 25 | 15 |
| 2 | 1 | 7 | 7 | 7 | 49 | 1 | 49 | 7 |
| 3 | 5 | 2 | 5 | 25 | 10 | 25 | 4 | 10 |
| 4 | 4 | 1 | 4 | 16 | 4 | 16 | 1 | 4 |
| 5 | 9 | 2 | 2 | 18 | 4 | 81 | 4 | 18 |
| 6 | 9 | 1 | 8 | 72 | 8 | 81 | 1 | 9 |
| 7 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 9 | 9 | 9 |
| 8 | 1 | 7 | 3 | 3 | 21 | 1 | 49 | 7 |
| 9 | 2 | 4 | 4 | 8 | 16 | 4 | 16 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 2 | 16 | 16 | 64 | 64 | 64 |
| | **45** | **40** | **43** | **189** | **166** | **291** | **222** | **151** |

$$43 = \beta_0 \cdot 10 + \beta_1 \cdot 45 + \beta_2 \cdot 40$$
$$189 = \beta_0 \cdot 45 + \beta_1 \cdot 291 + \beta_2 \cdot 151$$
$$166 = \beta_0 \cdot 40 + \beta_1 \cdot 151 + \beta_2 \cdot 222$$

$$\begin{cases} 43 = a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot 45 + a_2 \cdot 40 \\ 189 = a_0 \cdot 45 + a_1 \cdot 291 + a_2 \cdot 151 \\ 166 = a_0 \cdot 40 + a_1 \cdot 151 + a_2 \cdot 222 \end{cases}$$

Решаем систему по методу Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 45 & 40 \\ 45 & 291 & 151 \\ 40 & 151 & 222 \end{vmatrix} = 46460$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 43 & 45 & 40 \\ 189 & 291 & 151 \\ 166 & 151 & 222 \end{vmatrix} = 246623$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & 43 & 40 \\ 45 & 189 & 151 \\ 40 & 166 & 222 \end{vmatrix} = -4530$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & 45 & 43 \\ 45 & 291 & 189 \\ 40 & 151 & 166 \end{vmatrix} = -6615$$

$$\square_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = 5{,}308287$$

$$\square_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -0{,}0975$$

$$\square_2 = -0{,}14238$$

$$\square_{\square} = 5{,}3 - 0{,}097\square_{1\square} - 0{,}143\square_{2\square}◄$$

**Задача 1**. Найти коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии по данным, приведенным в таблице:

| | x1 | x2 | Y |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 |
| 2 | 2 | 7 | 7 |
| 3 | 5 | 2 | 5 |
| 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 9 | 2 | 7 |
| 6 | 9 | 1 | 8 |
| 7 | 3 | 3 | 1 |
| 8 | 2 | 7 | 3 |
| 9 | 2 | 4 | 4 |
| 10 | 8 | 8 | 6 |

Самостоятельно, используя систему нормальных уравнений (метод Крамера)!

Решение (система нормальных уравнений для случая двух объясняющих переменных):

$$
\begin{cases}
\sum y_i = b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum x_{1i} + b_2 \cdot \sum x_{2i} \\
\sum y_i \cdot x_{1i} = b_0 \cdot \sum x_{1i} + b_1 \cdot \sum x_{1i}^2 + b_2 \cdot \sum x_{1i} \cdot x_{2i}. \\
\sum y_i \cdot x_{2i} = b_0 \cdot \sum x_{2i} + b_1 \cdot \sum x_{1i} \cdot x_{2i} + b_2 \cdot \sum x_{2i}^2
\end{cases}
$$

| | $x_1$ | $x_2$ | $y$ | $x_1y$ | $x_2y$ | $x_1^2$ | $x_2^2$ | $x_1{*}x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 21 | 35 | 9 | 25 | 15 |
| 2 | 2 | 7 | 7 | 14 | 49 | 4 | 49 | 14 |
| 3 | 5 | 2 | 5 | 25 | 10 | 25 | 4 | 10 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| 5 | 9 | 2 | 7 | 63 | 14 | 81 | 4 | 18 |
| 6 | 9 | 1 | 8 | 72 | 8 | 81 | 1 | 9 |
| 7 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 9 | 9 | 9 |
| 8 | 2 | 7 | 3 | 6 | 21 | 4 | 49 | 14 |
| 9 | 2 | 4 | 4 | 8 | 16 | 4 | 16 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 6 | 48 | 48 | 64 | 64 | 64 |
| | 47 | 43 | 52 | 276 | 220 | 297 | 237 | 177 |

$$\begin{cases} 52 = b_0 \cdot 10 + b_1 \cdot 47 + b_2 \cdot 43 \\ 276 = b_0 \cdot 47 + b_1 \cdot 297 + b_2 \cdot 177 \\ 220 = b_0 \cdot 43 + b_1 \cdot 177 + b_2 \cdot 237 \end{cases}$$

$\Delta = 33348$

$\Delta_0 = 77952$

$\Delta_1 = 15560$

$\Delta_2 = 5192$

Ответ: $\hat{y} = 2,337 + 0,466 x_1 + 0,156 x_2$ ◄

**Задача 2**. Найти коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии по данным, приведенным в таблице:

| | x1 | x2 | y |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 7 |
| 2 | 8 | 4 | 9 |
| 3 | 4 | 5 | 8 |
| 4 | 5 | 3 | 5 |
| 5 | 3 | 6 | 9 |
| 6 | 9 | 7 | 5 |
| 7 | 6 | 5 | 7 |
| 8 | 4 | 8 | 8 |
| 9 | 8 | 6 | 4 |
| 10 | 2 | 4 | 3 |
| 11 | 3 | 5 | 7 |
| 12 | 5 | 4 | 8 |

Самостоятельно, используя метод определителей.

$$80 = b_0 \cdot 12 + b_1 \cdot 62 + b_2 \cdot 62$$
$$409 = b_0 \cdot 62 + b_1 \cdot 374 + b_2 \cdot 326$$
$$417 = b_0 \cdot 62 + b_1 \cdot 326 + b_2 \cdot 342$$

$$\Delta = 13568$$

$$\Delta_0 = 83840$$

$$\Delta_1 = -1376$$

$$\Delta_2 = 2656$$

Ответ: $\hat{y} = 6,179 - 0,101 x_1 + 0,195 x_2$ ◄

Решим эту же задачу матричным методом

$$□ = \left(□^{□} □ □\right)^{-1} □ □^{□} □ □$$

## Вспомним:

1) Умножение матриц

[illegible] = [illegible], $b = c$, $a = e$, $d = f$

Выделяем на листе ***Exel*** прямоугольник ячеек $a*d$ ,

вызываем МУМНОЖ и вводим массивы матриц $A$ и $B$, умножения двух матриц $A$ и $B$, получаем матрицу $C$ размерностью $a*d$. (**ctrl+shift** вызываются на клавиатуре слева).

2) Определитель матрицы: вызываем МОПРЕД, вводим массив *квадратной* матрицы и нажимаем **enter.** Результат в ячейке, где находился курсор.

3) Обратная матрица: выделяем на листе ***Exel*** *квадрат* ячеек, равный исходной матрице, вызываем МОБР, вводим массив исходной матрицы и нажимаем **ctrl+shift+enter. П**олучаем результат в выделенном квадрате ячеек.

Вспомним исходные данные:

| | x1 | x2 | y |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 7 |
| 2 | 8 | 4 | 9 |
| 3 | 4 | 5 | 8 |
| 4 | 5 | 3 | 5 |
| 5 | 3 | 6 | 9 |
| 6 | 9 | 7 | 5 |
| 7 | 6 | 5 | 7 |
| 8 | 4 | 8 | 8 |
| 9 | 8 | 6 | 4 |
| 10 | 2 | 4 | 3 |
| 11 | 3 | 5 | 7 |
| 12 | 5 | 4 | 8 |

Матрица $X_{12x3}$ (**1** – единица в первом столбце соответствует переменной при коэффициенте $b_0$)

| | x1 | x2 |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 |
| 1 | 8 | 4 |
| 1 | 4 | 5 |
| 1 | 5 | 3 |
| 1 | 3 | 6 |
| 1 | 9 | 7 |
| 1 | 6 | 5 |
| 1 | 4 | 8 |
| 1 | 8 | 6 |
| 1 | 2 | 4 |
| 1 | 3 | 5 |
| 1 | 5 | 4 |

## Матрица (вектор столбец) $Y_{12x1}$

| y |
|---|
| 7 |
| 9 |
| 8 |
| 5 |
| 9 |
| 5 |
| 7 |
| 8 |
| 4 |
| 3 |
| 7 |
| 8 |

Матрица $X^T_{3x12}$

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x1 | 5 | 8 | 4 | 5 | 3 | 9 | 6 | 4 | 8 | 2 | 3 | 5 |
| x2 | 5 | 4 | 5 | 3 | 6 | 7 | 5 | 8 | 6 | 4 | 5 | 4 |

Произведение матриц (получено с использованием *Excel*):

$$(X^{\text{т}} * X)_{3x3} = \begin{vmatrix} 12 & 62 & 62 \\ 62 & 374 & 326 \\ 62 & 326 & 342 \end{vmatrix}$$

В нашем случае $X^{\text{T}}{}_{3*12}$; $X_{12*3}$

Обратная матрица (получено с использованием Excel):

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(X^T * X)^{-1}{}_{3x3}=$ | 1,59434 | -0,07311 | -0,21934 |
| | -0,07311 | 0,019163 | -0,00501 |
| | -0,21934 | -0,00501 | 0,047465 |

$$B = (X^T * X)^{-1} * X^T * Y$$

| | | |
|---|---|---|
| $X^T*Y=$ | 80 | |
| | 409 | |
| | 417 | |
| | | |
| $B_{3x1}=$ | 6,179245 | |
| | -0,10142 | |
| | 0,195755 | |

**Задача 2-а**. Найти коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии по данным, приведенным в таблице:

| № | y | x1 | x2 |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 8 | 8 |
| 2 | 9 | 9 | 9 |
| 3 | 10 | 10 | 10 |
| 4 | 11 | 11 | 11 |
| 5 | 8 | 8 | 8 |
| 6 | 11 | 10 | 10 |
| 7 | 8 | 9 | 8 |
| 8 | 9 | 10 | 10 |
| 9 | 11 | 10 | 11 |
| 10 | 9 | 8 | 7 |

Самостоятельно, используя метод Крамера и матричный метод!

| № | y | x1 | x2 | $x_1y$ | $x_2y$ | $x_1^2$ | $x_2^2$ | $x_1*x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 8 | 8 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| 2 | 9 | 9 | 9 | 81 | 81 | 81 | 81 | 81 |
| 3 | 10 | 10 | 10 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 4 | 11 | 11 | 11 | 121 | 121 | 121 | 121 | 121 |
| 5 | 8 | 8 | 8 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| 6 | 11 | 10 | 10 | 110 | 110 | 100 | 100 | 100 |
| 7 | 8 | 9 | 8 | 72 | 64 | 81 | 64 | 72 |
| 8 | 9 | 10 | 10 | 90 | 90 | 100 | 100 | 100 |
| 9 | 11 | 10 | 11 | 110 | 121 | 100 | 121 | 110 |
| 10 | 9 | 8 | 7 | 72 | 63 | 64 | 49 | 56 |
| | **94** | **93** | **92** | **884** | **878** | **875** | **864** | **868** |

$\Delta = 240 \quad \Delta_0 = 352 \quad \Delta_1 = 88 \quad \Delta_2 = 118$

$$\hat{y}_x = 1,466 + 0,366x_1 + 0,492x_2$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 10 | 93 | 92 |
| $X^T$*X= | 93 | 875 | 868 |
| | 92 | 868 | 864 |
| | | | |
| | 10,73333 | -2,06667 | 0,933333 |
| $(X^T*X)^{-1}$= | -2,06667 | 0,733333 | -0,51667 |
| | 0,933333 | -0,51667 | 0,420833 |
| | | | |
| | 94 | | 1,466667 |
| $X^T$*Y= | 884 | B= | 0,366667 |
| | 878 | | 0,491667 |

$$B = (X^T * X)^{-1} * X^T * Y$$

**Задача 3**. Найти коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии по данным, приведенным в таблице:

| | x1 | x2 | y |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 6 | 7 |
| 2 | 9 | 8 | 9 |
| 3 | 7 | 3 | 8 |
| 4 | 3 | 2 | 5 |
| 5 | 8 | 8 | 9 |
| 6 | 7 | 6 | 5 |
| 7 | 8 | 7 | 7 |
| 8 | 2 | 9 | 8 |
| 9 | 4,5 | 4 | 4 |
| 10 | 3 | 6 | 3 |

Самостоятельно, используя метод Крамера и матричный метод!

Ответ:

$$\hat{y}_i = 2{,}072 + 0{,}387x_{1i} + 0{,}360x_{2i}$$

| | $x_1$ | x2 | y | $x_1y$ | $x_2y$ | $x_1^2$ | $x_2^2$ | $x_1*x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 6 | 7 | 56 | 42 | 64 | 36 | 48 |
| 2 | 9 | 8 | 9 | 81 | 72 | 81 | 64 | 72 |
| 3 | 7 | 3 | 8 | 56 | 24 | 49 | 9 | 21 |
| 4 | 3 | 2 | 5 | 15 | 10 | 9 | 4 | 6 |
| 5 | 8 | 8 | 9 | 72 | 72 | 64 | 64 | 64 |
| 6 | 7 | 6 | 5 | 35 | 30 | 49 | 36 | 42 |
| 7 | 8 | 7 | 7 | 56 | 49 | 64 | 49 | 56 |
| 8 | 2 | 9 | 8 | 16 | 72 | 4 | 81 | 18 |
| 9 | 4,5 | 4 | 4 | 18 | 16 | 20,25 | 16 | 18 |
| 10 | 3 | 6 | 3 | 9 | 18 | 9 | 36 | 18 |
| | 59,5 | 59 | 65 | 414 | 405 | 413,25 | 395 | 363 |

$$65 = \square_0 \square 10 + \square_1 \square 59{,}5 + \square_2 \square 59$$
$$414 = \square_0 \square 59{,}5 + \square_1 \square 413{,}25 + \square_2 \square 363$$
$$405 = \square_0 \square 59 + \square_1 \square 363 + \square_2 \square 395$$

$$\Delta = 26348{,}5$$

$$\Delta_0 = 54595{,}5$$

$$\Delta_1 = 10211$$

$$\Delta_2 = 9477$$

Эта же задача, решенная матричным способом:

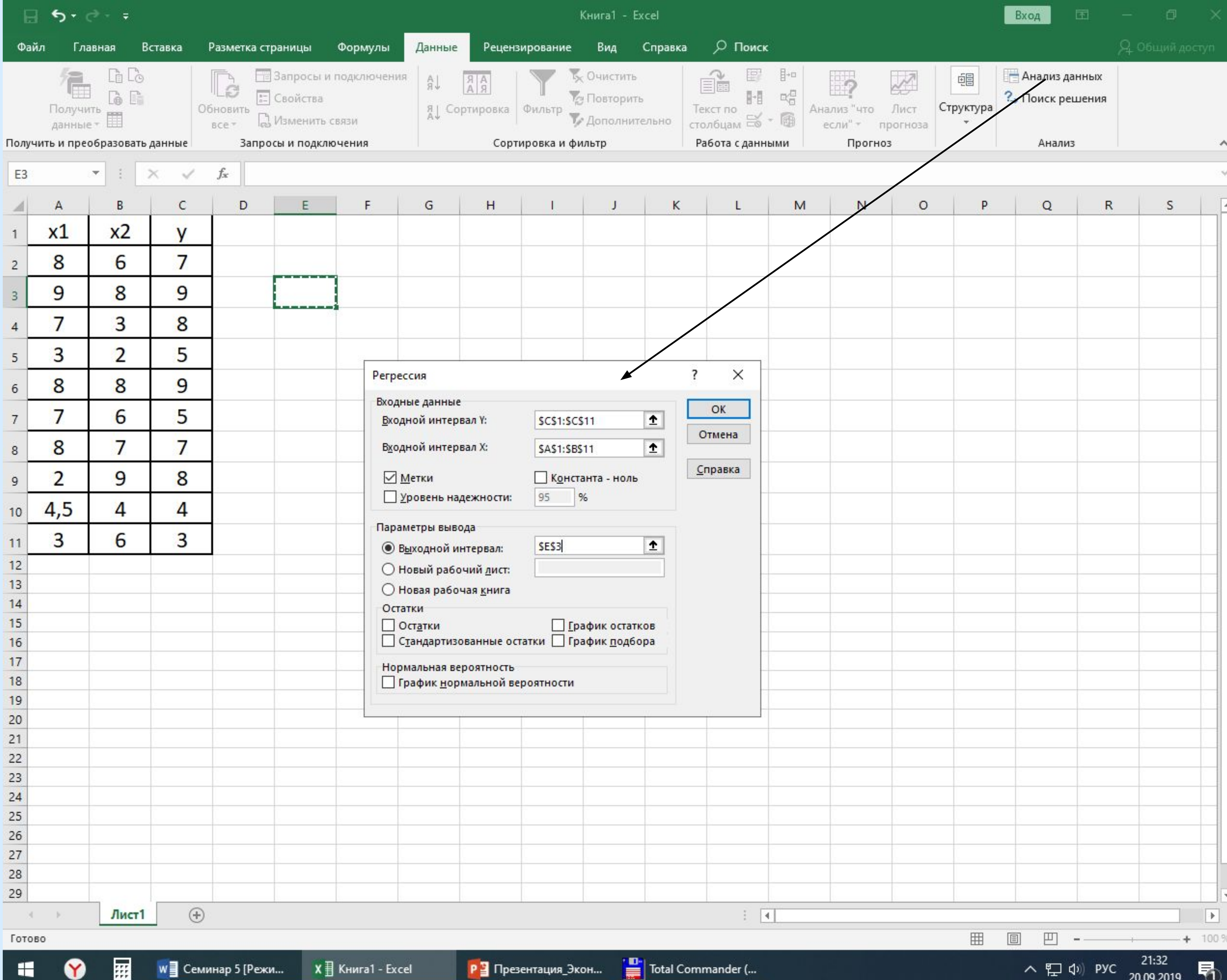
$$X^T*X=\begin{vmatrix} 10 & 59{,}5 & 59 \\ 59{,}5 & 413{,}25 & 363 \\ 59 & 363 & 395 \end{vmatrix}$$

$$(X^T*X)^{-1}=\begin{vmatrix} 1{,}194176 & -0{,}07915 & -0{,}10563 \\ -0{,}07915 & 0{,}0178 & -0{,}00454 \\ -0{,}10563 & -0{,}00454 & 0{,}022478 \end{vmatrix}$$

$$X^T*Y=\begin{vmatrix} 65 \\ 414 \\ 405 \end{vmatrix}$$

$$B=\begin{vmatrix} 2{,}072053 \\ 0{,}387536 \\ 0{,}359679 \end{vmatrix}$$

То же, используя программу *Регрессия Excel*:


Книга1 - Excel
Вход
Файл
Главная
Вставка
Разметка страницы
Формулы
Данные
Рецензирование
Вид
Справка
Поиск
Общий доступ
Получить данные
Запросы и подключения
Свойства
Изменить связи
Обновить все
Сортировка
Фильтр
Очистить
Повторить
Дополнительно
Текст по столбцам
Анализ "что если"
Лист прогноза
Структура
Анализ данных
Поиск решения
Получить и преобразовать данные
Запросы и подключения
Сортировка и фильтр
Работа с данными
Прогноз
Анализ
E3
x1 x2 y
8 6 7
9 8 9
7 3 8
3 2 5
8 8 9
7 6 5
8 7 7
2 9 8
4,5 4 4
3 6 3
Регрессия
Входные данные
Входной интервал Y: $C$1:$C$11
Входной интервал X: $A$1:$B$11
Метки
Константа - ноль
Уровень надежности: 95 %
OK
Отмена
Справка
Параметры вывода
Выходной интервал: $E$3
Новый рабочий лист:
Новая рабочая книга
Остатки
Остатки
График остатков
Стандартизованные остатки
График подбора
Нормальная вероятность
График нормальной вероятности
Лист1
Готово
100 %
Семинар 5 [Режи...
Книга1 - Excel
Презентация_Экон...
Total Commander (...
РУС
21:32
20.09.2019

| | x1 | x2 | y |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 6 | 7 |
| 2 | 9 | 8 | 9 |
| 3 | 7 | 3 | 8 |
| 4 | 3 | 2 | 5 |
| 5 | 8 | 8 | 9 |
| 6 | 7 | 6 | 5 |
| 7 | 8 | 7 | 7 |
| 8 | 2 | 9 | 8 |
| 9 | 4,5 | 4 | 4 |
| 10 | 3 | 6 | 3 |

ВЫВОД ИТОГОВ

*Регрессионная статистика*

| | |
|---|---|
| Множестı | 0,672079 |
| R-квадрат | 0,45169 |
| Нормирон | 0,29503 |
| Стандартı | 1,781113 |
| Наблюдеı | 10 |

Дисперсионный анализ

| | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *ачимость F* |
|---|---|---|---|---|---|
| Регрессия | 2 | 18,29346 | 9,14673 | 2,883255 | 0,122065 |
| Остаток | 7 | 22,20654 | 3,172363 | | |
| Итого | 9 | 40,5 | | | |

| | *Коэффициен* | *артная о* | *татисти* | *Р-Значени* | *ижние 95%* | *ерхние 95%* | *жние 95,0* | *рхние 95,0%* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Y-пересеч | **2,072053** | 1,946371 | 1,064573 | 0,322407 | -2,53038 | 6,674489 | -2,53038 | 6,674489 |
| x1 | **0,387536** | 0,237629 | 1,630844 | 0,146944 | -0,17437 | 0,94944 | -0,17437 | 0,94944 |
| x2 | **0,359679** | 0,267034 | 1,346942 | 0,219972 | -0,27176 | 0,991113 | -0,27176 | 0,991113 |

Спасибо за внимание!