

Обобщение понятия о показателе степени

5. функция не ограничена сверху, но

6. $y_{\text{н.им}} = 0$

8. функция выпукла вверх на $(0; +\infty)$

7. функция непрерывна на $[0; +\infty)$

$$a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}} = (a \cdot b)^{\frac{p}{q}}$$

$$a^{\frac{p}{q}} : b^{\frac{p}{q}} = (a : b)^{\frac{p}{q}}$$

ограничена снизу

Пример:

Перемножить радикалы: $y = \sqrt[n]{x}$ и $y = \sqrt[n]{x}$

1

Решение:

I способ:

$$y = x^{\frac{1}{n}} \quad y = \sqrt[n]{x}$$

$$1 \quad 1 \quad y$$

$$y = x^n$$

x

0

1

II способ:

$$1. D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$3. f(-x) = \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x} = -f(x)$$

4. функция возрастает на $(-\infty; +\infty)$

Если $\frac{p}{q}$ – обыкновенная дробь ($q \neq 1$) и $a > 0$, то:

$$a^{-\frac{p}{q}} = \frac{1}{a^{\frac{p}{q}}}, a > 0.$$

$$a^{-\frac{p}{q}} \cdot a^{-\frac{s}{t}} = a^{-\frac{p}{q} + \left(-\frac{s}{t}\right)}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$$

$$= \sqrt[nk]{a}$$

Свойства $\sqrt[n]{a}$, $a \geq 0$, n – натуральное число:

$$a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{-\frac{s}{t}} = a^{-\frac{p}{q} - \left(-\frac{s}{t}\right)}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

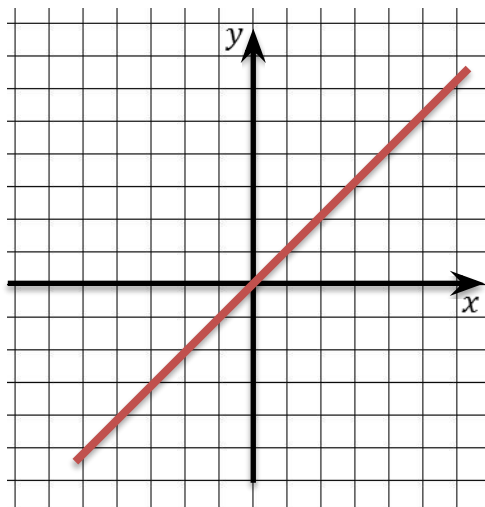
$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Степенные функции, их свойства и графики

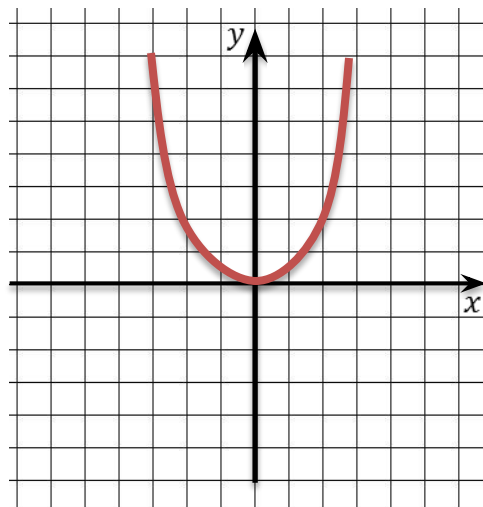
$y = x^r$, где r – любое действительное число

если r – натуральное, то $y = x^n$

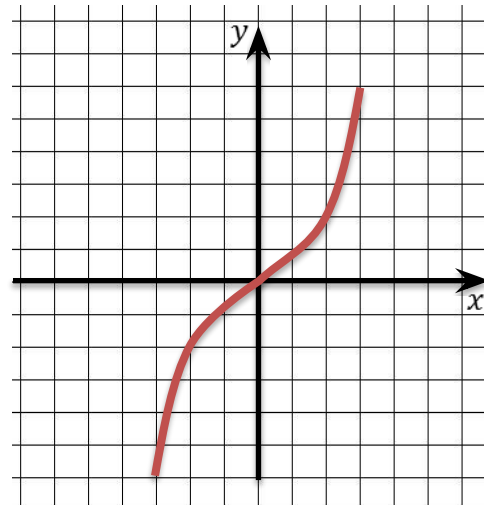
$$n = 1 \Rightarrow y = x$$



$$n = 2k \Rightarrow y = x^{2k}$$



$$n = 2k + 1 \Rightarrow y = x^{2k+1}$$

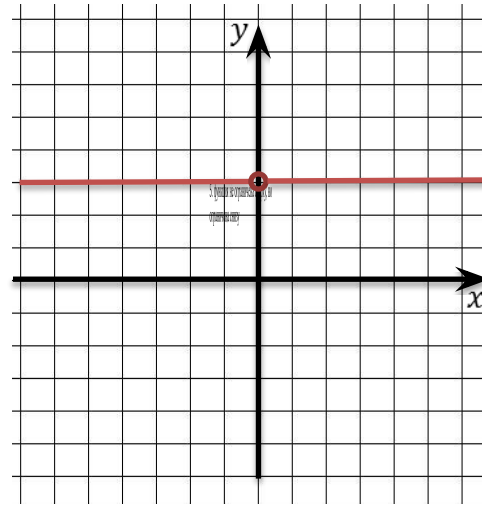
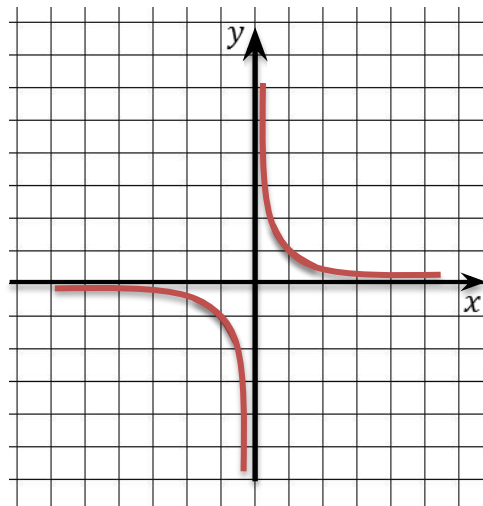
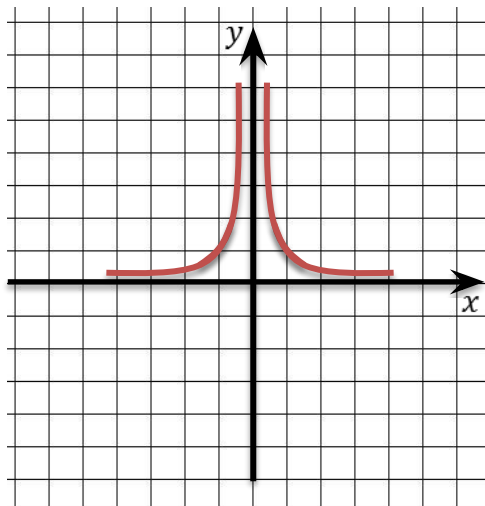


если $r = -n$, то $y = \frac{1}{x^n}$

$$n = 2k \Rightarrow y = \frac{1}{x^{2k}}$$

$$n = 2k + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x^{2k+1}}$$

$$n = 0 \Rightarrow y = 1, x \neq 0$$





6. Унаим

= 0

функция непрерывна на $[0; +\infty)$



$$\frac{a^p}{b^q} \cdot \frac{b^p}{b^q} = (a \cdot b)^{\frac{p}{q}}$$

$$\frac{a^p}{b^q} : \frac{b^p}{b^q} = (a : b)^{\frac{p}{q}}$$

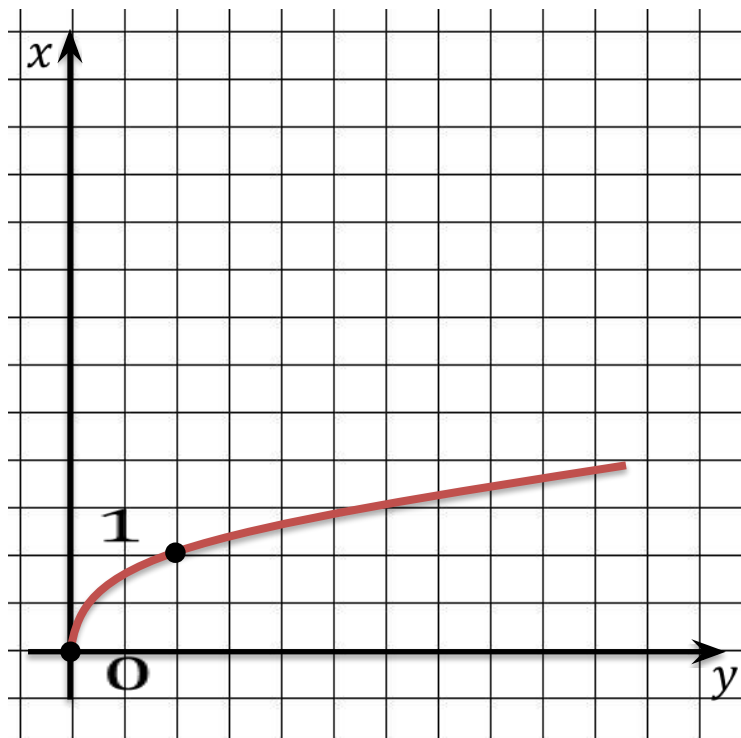
8. функция выпукла вверх на $[0; +\infty)$



Решить уравнение $\sqrt{x} = 2 - x$.

Решение:
Переносим радикалы: \sqrt{x} и $\sqrt{2-x}$.
 $y = \sqrt{x}$
Решение: $y = 2 - x$

Ответ: $x = 1$.



$$y = x^n$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

1

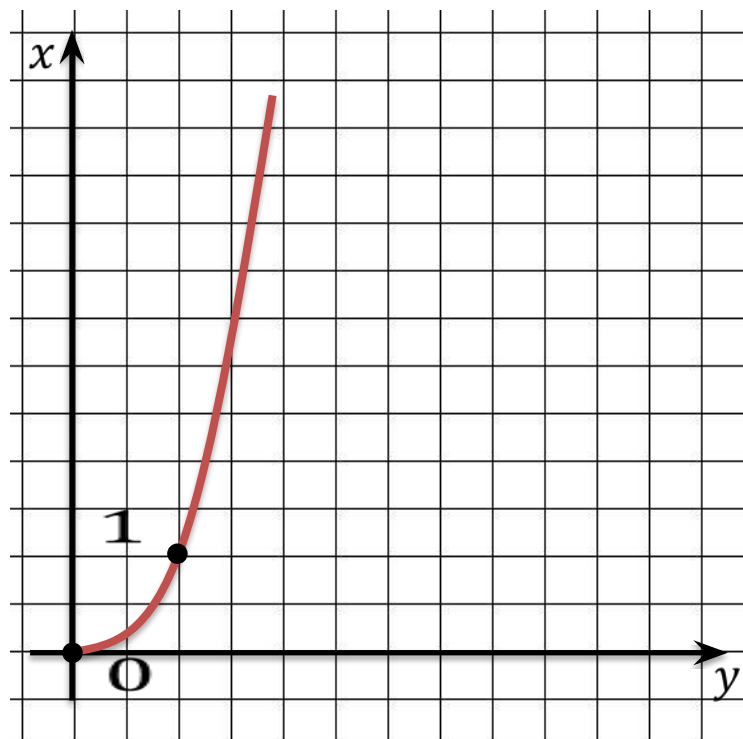
2

3

4

5

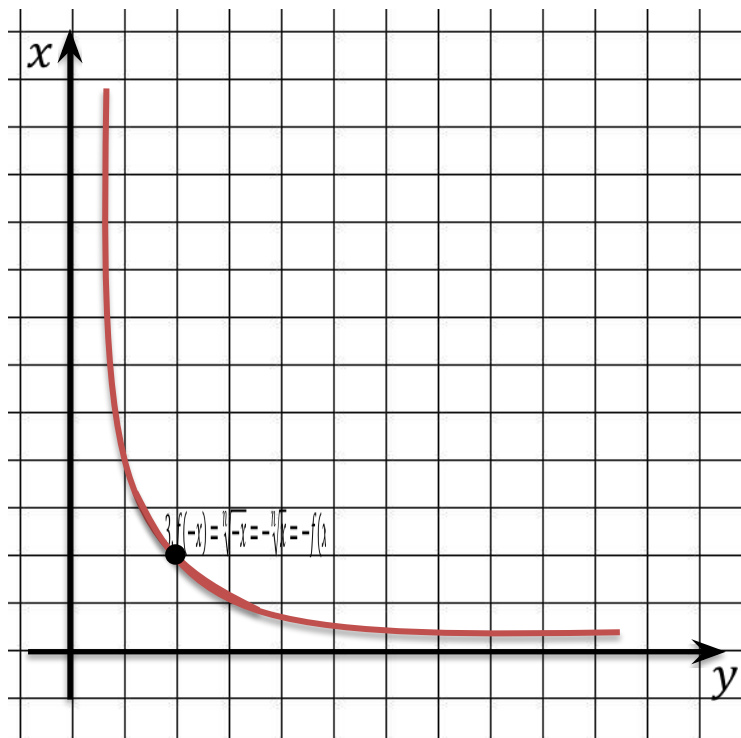
$$y = \sqrt[n]{x}, n - \text{нечетное}$$



$$y = x^n$$
$$y = \sqrt[n]{x}$$

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

$$2. E(y) = (-\infty; +\infty)$$



$$1. D(y) = (0; +\infty)$$

4. функция возрастает на $(-\infty; +\infty)$

$$y = \sqrt[3]{x}$$

4. функция убывает при $x \in D(y)$

$$x$$

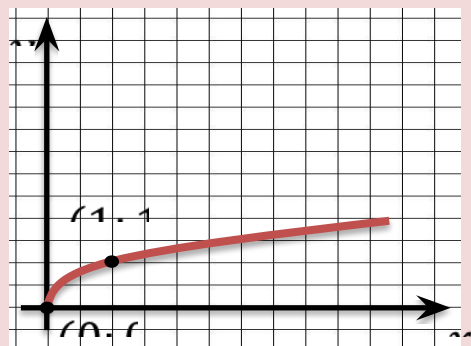
6. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ – не существуют

$$1$$

$$1. D(y) = (-\infty; +\infty)$$

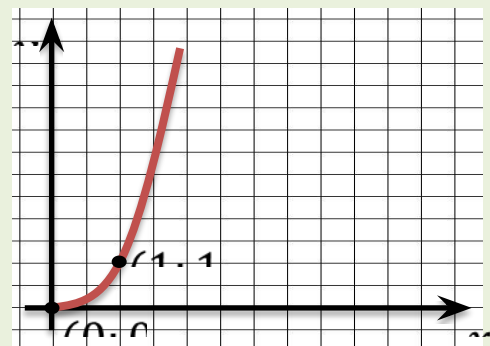
$$y = x^r, r = \frac{m}{n}, 0 < \frac{m}{n} < 1$$

1. $D(y) = [0; +\infty)$
2. $E(y) = [0; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает при $x \in D(y)$
5. функция не ограничена сверху, но ограничена снизу
6. $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ – не существует
7. функция непрерывна при $x \in D(y)$
8. график функции выпуклый вверх при $x \in D(y)$



$$y = x^r, r = \frac{m}{n}, \frac{m}{n} > 1$$

1. $D(y) = [0; +\infty)$
2. $E(y) = [0; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает при $x \in D(y)$
5. функция не ограничена сверху, но ограничена снизу
6. $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ – не существует
7. функция непрерывна при $x \in D(y)$
8. график функции выпуклый вниз при $x \in D(y)$



$$y = x^r, r = \frac{m}{n}, \frac{m}{n} < 0$$

1. $D(y) = (0; +\infty)$
2. $E(y) = (0; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция убывает при $x \in D(y)$
5. функция не ограничена сверху, но ограничена снизу
6. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ – не существуют
7. функция непрерывна при $x \in D(y)$
8. график функции выпуклый вниз при $x \in D(y)$



Пример:

Построить и прочесть график функции

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0 \\ x^{\frac{5}{3}}, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

Решение:

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$
2. $E(y) = (-\infty; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает при $x \in D(y)$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ – не существует
7. функция непрерывна при $x \in D(y)$
8. график функции выпуклый вниз при $x \in (0; +\infty)$

