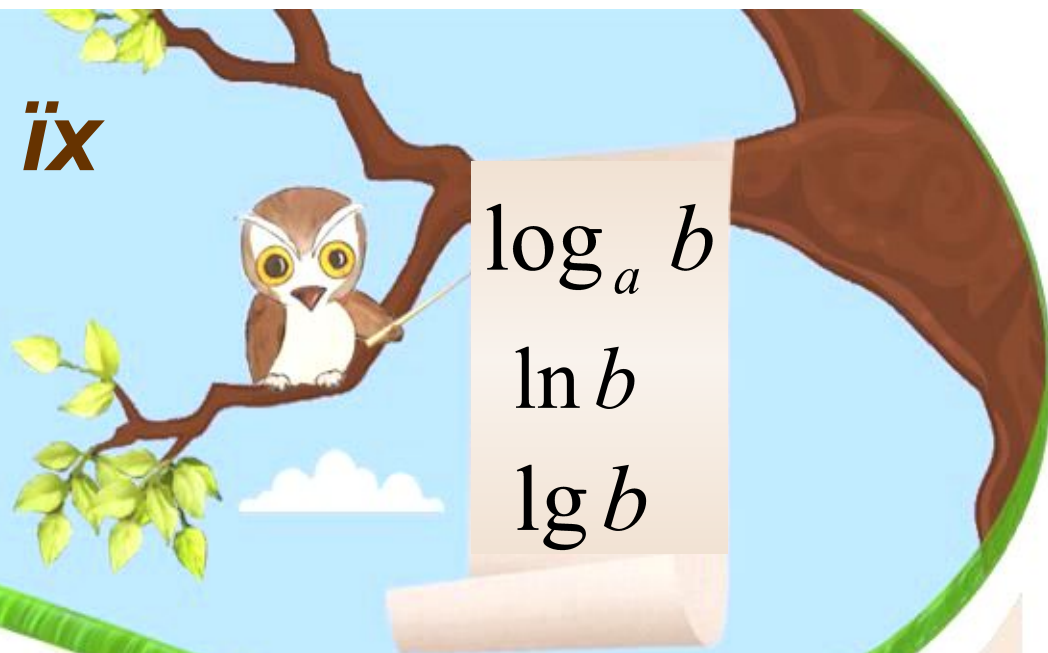


# Логарифми та їх властивості



Логарифмічна  
функція та її графік



# Властивості степеня

$$a^0 = 1$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \div a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} = \left(\frac{1}{a^n}\right)^{-1} = a^{-n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Логарифмом числа  $b$  за основою  $a$  називається показник степеня  $x$ , до якого потрібно піднести основу  $a$  щоб отримати число  $b$ , і позначається  $\log_a b$

$$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_a b$$

*Наприклад:*

$$\log_2 8 = 3, \text{ оскільки } 2^3 = 8$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = -2, \text{ оскільки } 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\log_7 1 = 0, \text{ оскільки } 7^0 = 1$$

Логарифм числа  $b$  з основою 10 називається **десятковим логарифмом** і позначається  $\lg b$

*Наприклад:*

$$\lg 100 = 2, \quad \lg 0,0001 = -4$$

Логарифм числа  $b$  з основою  $e$  називається **натуральним логарифмом** і позначається  $\ln b$

*Наприклад:*

$$\ln e = 1, \quad \ln e^2 = 2, \quad \ln \frac{1}{e} = -1$$

# Число $e$ —

фундаментальна

математична —

фундаментальна

математична константа —

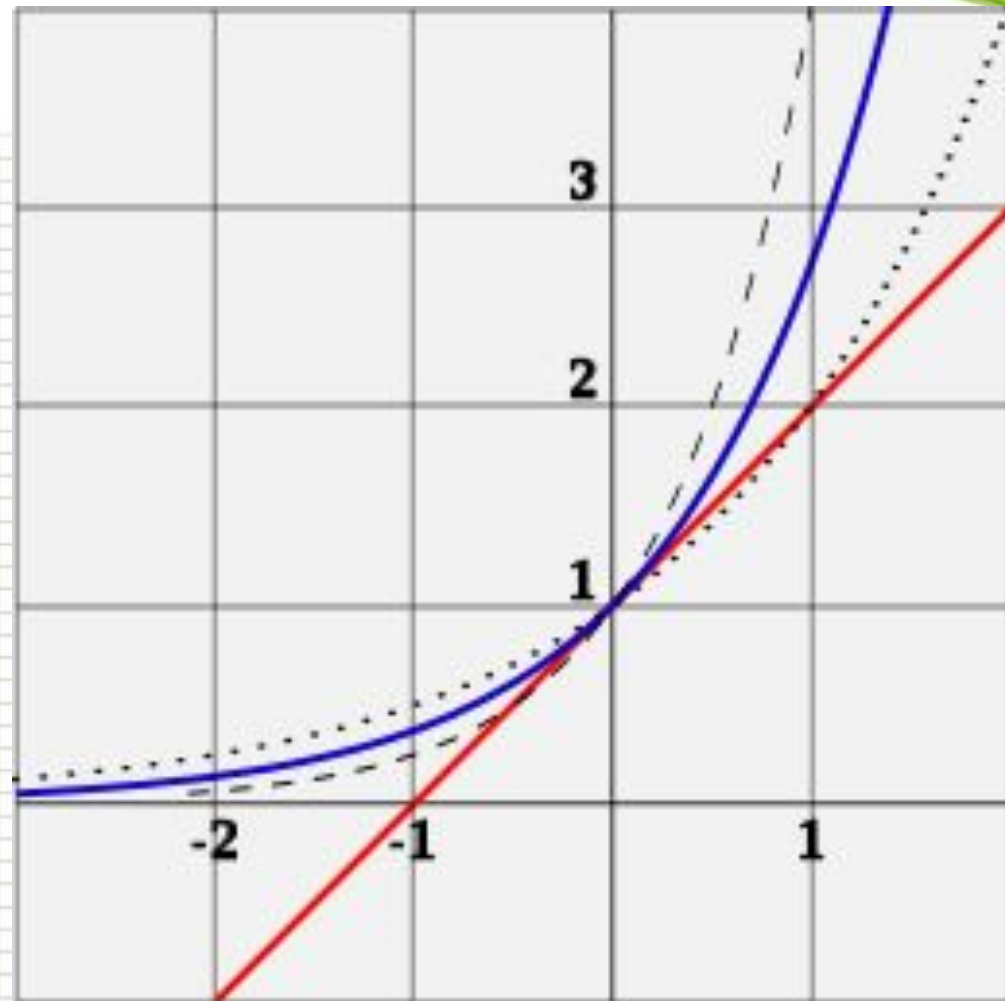
фундаментальна

математична константа,  
математична величина, що

є основою натуральних  
логарифмів. Іноді **число  $e$**   
називають *числом Ейлера*  
або *неперовим числом*.

Відіграє важливу роль в  
диференціальному.

Відіграє важливу роль в  
диференціальному і  
інтегральному численні, а



Число  $e$  – ірраціональне,  
 $e \approx 2,718281828459045\dots$



$a^{\log_a b} = b, b > 0, a > 0, a \neq 1$  — основна логарифмічна тотожність

Наприклад:

$$2^{\log_2 5} = 5, \quad 2^{-\log_2 5} = \left(2^{\log_2 5}\right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Обчисліть логарифми:

1)  $\log_3 9 =$

2)  $\log_2 \frac{1}{16} =$

3)  $\log_{\frac{1}{3}} 27 =$

4)  $5^{\log_5 4} =$

## Основні властивості логарифмів

$$1. \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$4. \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$5. \log_a x^p = p \log_a x, (p \in R)$$

$$6. \log_{a^p} x = \frac{1}{p} \log_a x, (p \in R)$$

$$7. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}, (b > 0, b \neq 1)$$

Наприклад: 1)  $\log_6 18 + \log_6 2 =$

2)  $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 =$

3)  $\log_3 \sqrt{3} =$

4)  $\log_{125} 5 =$

5)  $\frac{\log_3 16}{\log_3 4} =$

1)  $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 (18 \cdot 2) = \log_6 36 = 2$   
2)  $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} \frac{48}{4} = \log_{12} 12 = 1$   
3)  $\log_3 \sqrt{3} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$   
4)  $\log_{125} 5 = \log_{5^3} 5 = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3}$   
5)  $\frac{\log_3 16}{\log_3 4} = \frac{\log_3 2^4}{\log_3 2^2} = \frac{4 \log_3 2}{2 \log_3 2} = 2$

## Усне виконання вправ

Обчислити логарифми:

	1	2	3	4	5
1	$\log_2 8$	$\log_6 36$	$\log_3 9$	$\log_2 \frac{1}{16}$	$\log_5 \sqrt{5}$
2	$\log_4 2$	$\log_9 3$	$\log_{\frac{1}{2}} 4$	$\log_{\frac{1}{3}} 27$	$\log_{\sqrt{3}} 3$
3	$\log_{\sqrt{3}} 1$	$\log_{81} 3$	$5^{\log_5 4}$	$2^{1+\log_2 3}$	$3^{\log_3 2} - 1$



## 1. Обчислити логарифми:

а)  $\log_2 \frac{1}{4}$ ;    б)  $\log_{\sqrt{5}} 5$ ;    в)  $\log_{0,2} 25$

## 2. Знайдіть значення виразу:

а)  $\log_9 40,5 + \log_9 2$ ;

б)  $\log_3 45 - \log_3 5$ ;    в)  $\lg 500 - \lg 5$ ;

3.  
Обчислити:  $\frac{\log_2 25}{\log_2 5}$ .

*4. Розв'язати завдання використовуючи означення логарифма:*

1) Знайти  $x$ , якщо відомі  $a$  й  $N$ .

а)  $\log_5 125 = x$ ;      б)  $\log_{0,5} 4 = x$ ;

2) Знайти  $N$ , якщо відомі  $a$  й  $x$ .

а)  $\log_5 N = 2$ ;      б)  $\log_7 N = 1$ ;      в)  $\ln N = 1$

3) Знайти  $a$ , якщо відомі  $N$  і  $x$

а)  $\log_a 81 = 4$ ;      б)  $\log_a 0,25 = -2$ ;

5. Розв'язати вправи використовуючи основну логарифмічну тотожність:

$$a) 1,7^{\log_{1,7} 2};$$

$$б) \pi^{\log_{\pi} 5,2};$$

$$в) 3^{2\log_3 7};$$

$$г) 10^{\lg 2 + \lg 3}.$$

## 8. Перевірити справедливість рівності:

1)  $\log_5 1 = 0$ ; 2)  $\log_5 25 = 2$ ; 3)  $\log_2 32 = 5$ ; 4)  $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ ;

5)  $\log_5 0,04 = -2$ ; 6)  $\log_7 343 = 3$ ; 7)  $\lg 0,1 = -1$ ; 8)  $\log_3 \frac{1}{243} = -5$ ;

9)  $\log_{\sqrt{2}} 4 = 4$ ; 10)  $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 27 = -6$ ; 11)  $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$ ;

12)  $\log_{0,5} 8 = -3$ ; 13)  $\log_{2\sqrt{2}} 128 = \frac{14}{3}$ ; 14)  $\log_{0,2} 0,0016 = 4$ ;

15)  $\log_{\sqrt{5}} 0,04 = -4$ ; 16)  $\log_{0,2} 125 = -3$ .

## ДОМАШНЯ РОБОТА:

1)  $\log_2 (2 \log_7 49)$ ; 2)  $\log_{12} (3 \log_{\sqrt{6}} 36)$ ; 3)  $\lg(51 \lg 100)^2$ .

### 7. Обчислити:

1)  $\log_{36} 84 - \log_{36} 14$ ; 2)  $\log_2 48 + \log_2 \frac{1}{3}$ ; 3)  $\frac{\lg 81}{\lg 3}$  ;

4)  $\frac{\lg 27 + \lg 12}{\lg 2 + 2 \lg 3}$ .

N 4.8

$$1) \log_9 9^{\frac{1}{9}} = -1$$

$$9^x = \frac{1}{9}$$

$$2) \log_3 \frac{1}{81} = -4$$

$$3) \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$$

$$4) \log_{15} 81 = 8$$

$$2) \log_2 \frac{1}{16} = -4$$

$$4) \lg 0,001 = -3$$

$$6) \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$$

$$8) \log_{10} 10^x =$$

$$10^x = 10^1 \cdot 10^{\frac{1}{2}}$$

$$x = 1,5$$

N 4.10

$$1) \log_a a^8 = 8$$

$$2) \log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}$$

$$3) \log_a \frac{1}{a} = -1$$

$$4) \log_a \frac{1}{a^4} = -4$$

N 4.12

$$\log_2 64 = 6$$

$$\log_2 \frac{1}{8} = -3$$

$$\log_2 \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3}$$

$$\log_2 \sqrt[5]{2} = \frac{1}{5}$$

4.14

$$1) 2^x = 7$$

$$x = \log_2 7$$

$$2) 4^{x+1} = 9$$

$$x+1 = \log_4 9$$

$$x = \log_4 9 - 1$$

4.16

$$\frac{1}{2} \log_5 25 - \frac{1}{4} \log_2 128 = \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{4} \cdot 7 = 1 - \frac{7}{4} = -\frac{3}{4}$$