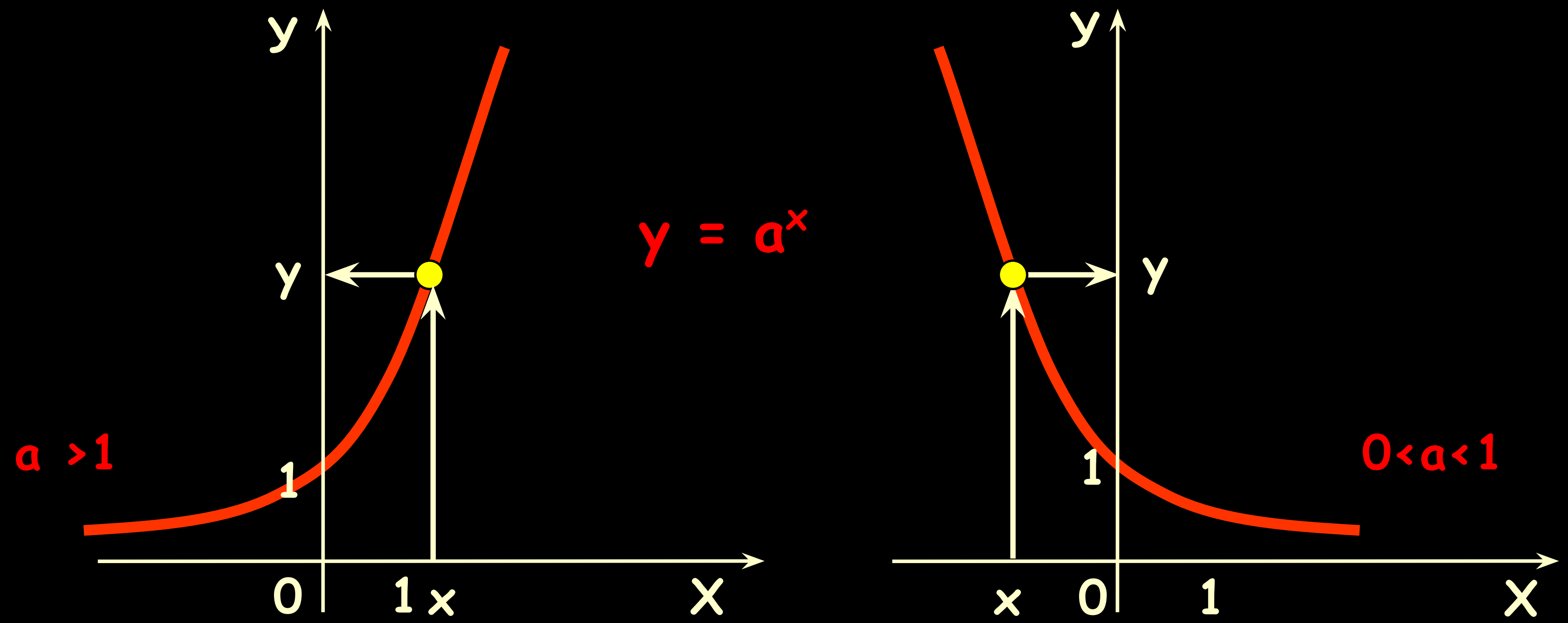
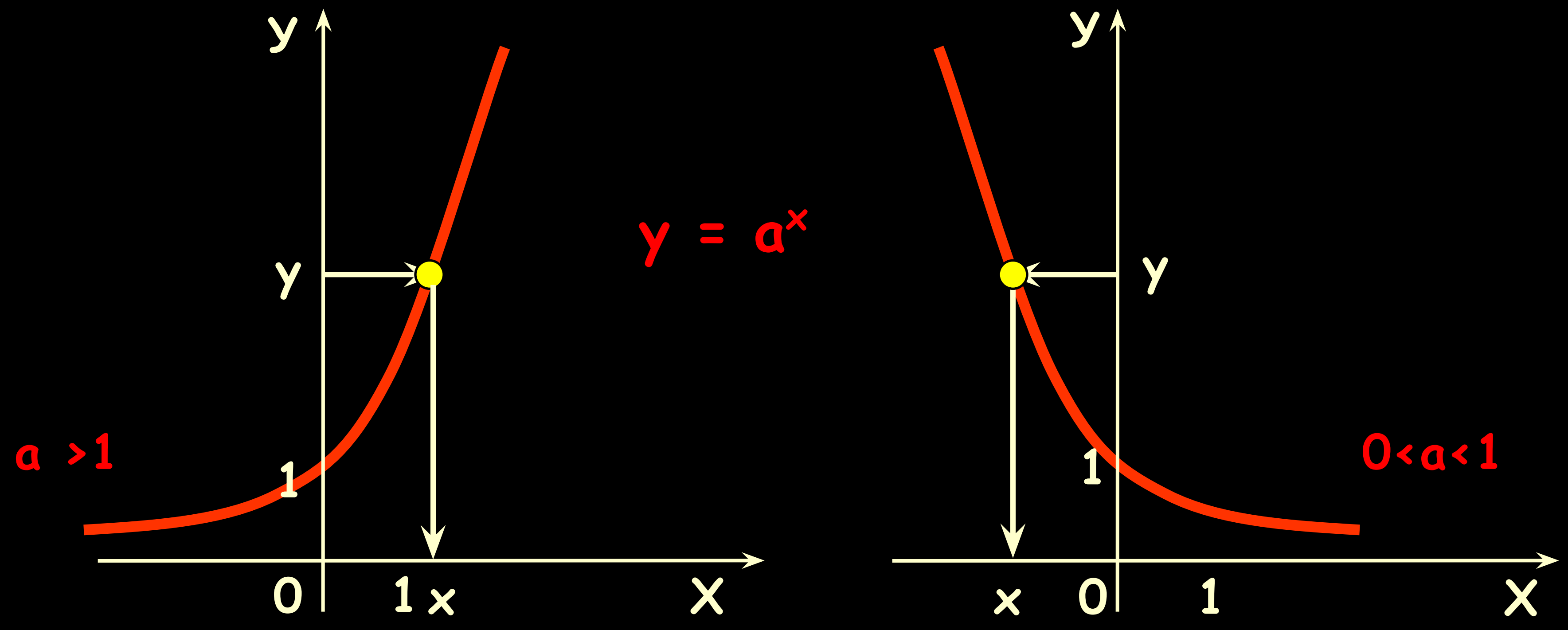
Логарифмічна функція, її графіки та властивості

Функція $y=a^x$ $(a>0\ ,\ a\neq 1)$ при: $a>1$ монотонно <u>зростає</u> на R ;
$0<a<1$ монотонно <u>спадає</u> на R.



Кожному значенню x з області визначення функції відповідає єдине значення y з області значенння цієї функції.

Функція $y=a^x$ $(a>0\ ,\ a\neq1)$ при: $a>1$ монотонно <u>зростає</u> на R ;
$0<a<1$ монотонно <u>спадає</u> на R.



Кожному значенннню **y** з області значення функції **відповідає єдине** значення **x** з області визначення цієї функції.

Нехай маємо функцію $y=a^x$, $a>0$, $a\neq 1$.
Поміняємо місцями x і y. Дістанемо: $x=a^y$.
За означенням логарифма: $y=\log_a x$.

Означення:

Функцію, яку можна задати формулою
$y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$),
називають логарифмічною функцією.

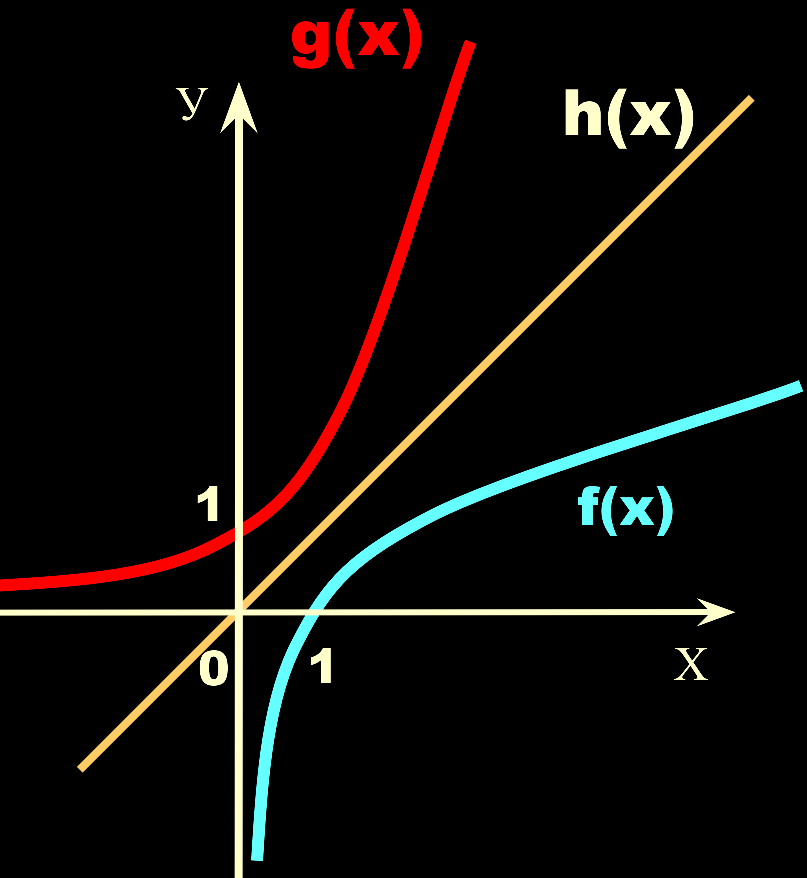
При ($a>0,\ a\neq 1$)	$g(x)=a^x$	$f(x)=\log_a x$
1	$D(g)=R$	$D(f)=(0;\infty)$
2	$E(g)=(0;\infty)$	$E(f)=R$

За означенням функції

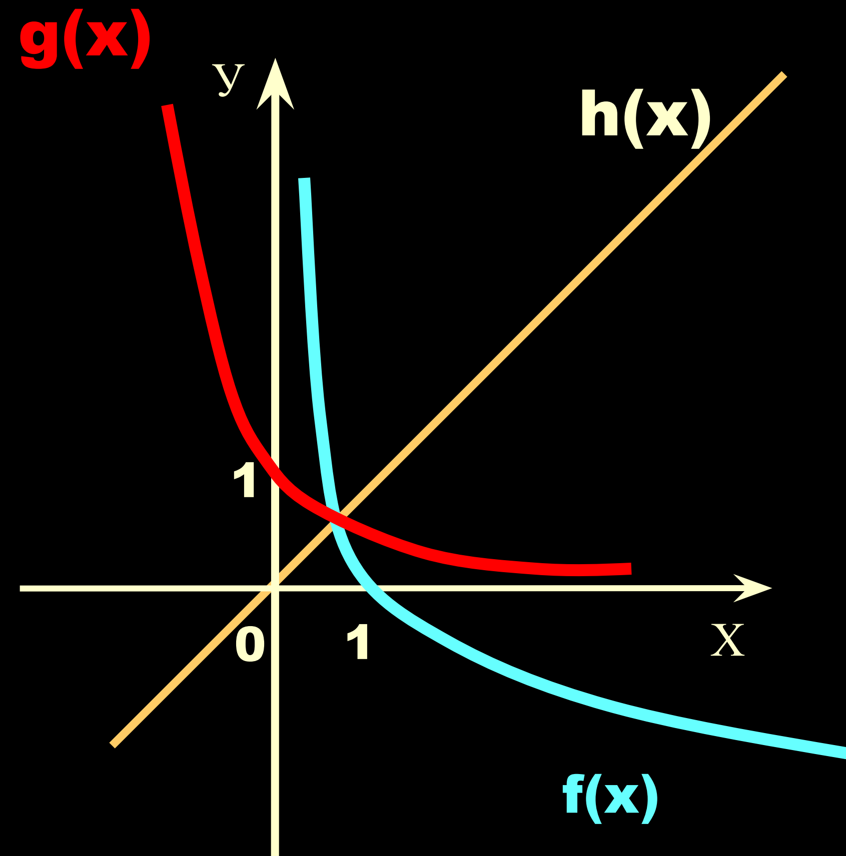
$g(x)=a^x,\ a>0,\ a\neq 1$ и $f(x)=\log_a x,\ a>0,\ a\neq 1$

є <u>**взаємно оберненими**</u>

Графіки взаємно обернених функцій симетричні відносно прямої y=x



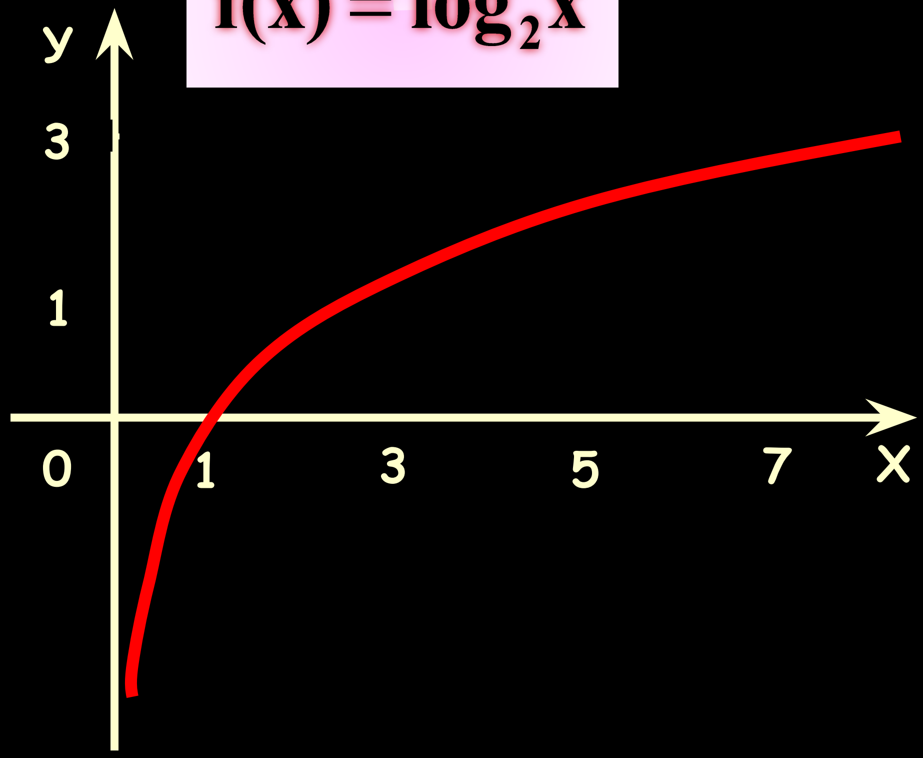
при **a>1**



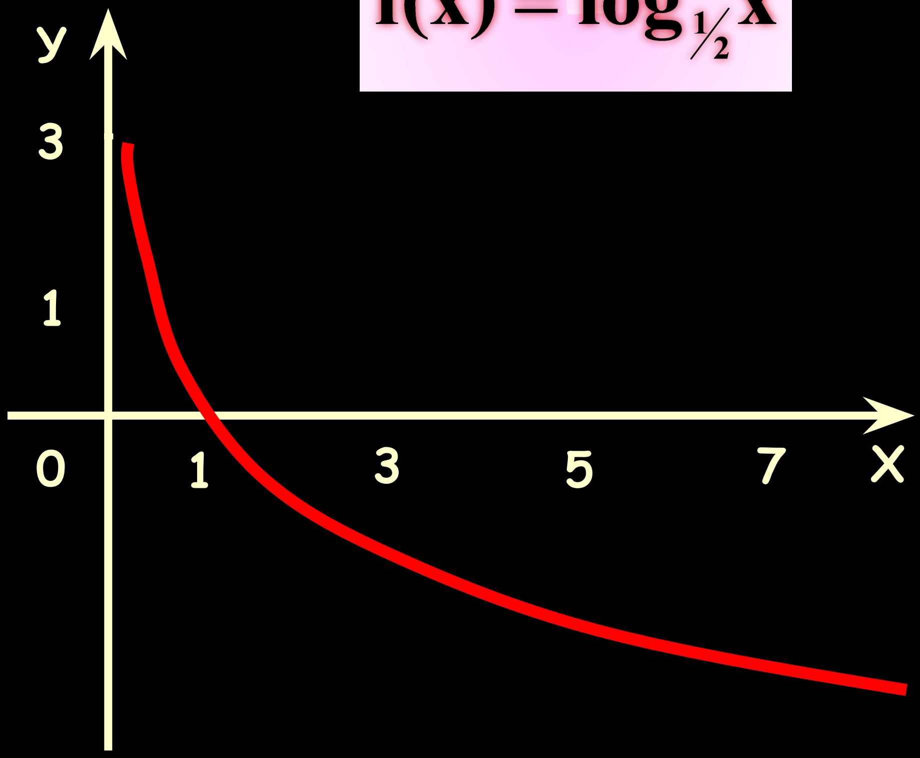
при **0<a<1**

Побудуємо графіки логарифмічних функцій

$f(x) = \log_2 x$



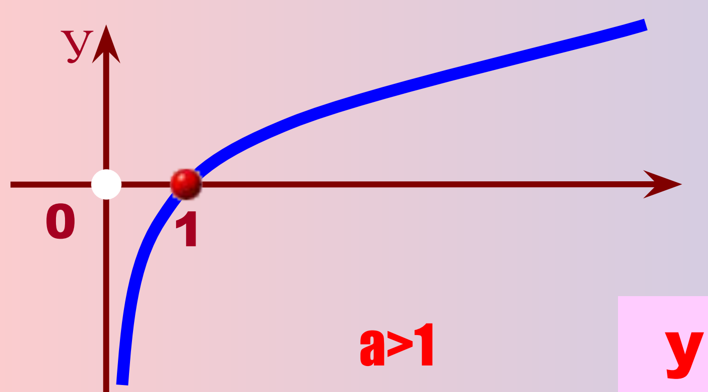
$f(x) = \log_{1/2} x$



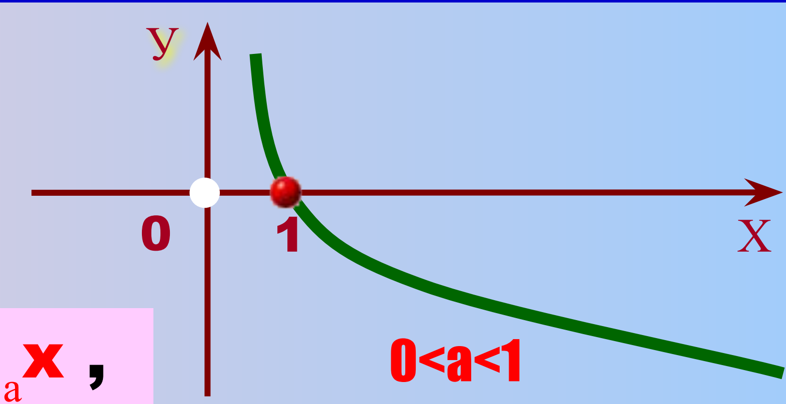
X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	-3	-2	-1	0	1	2	3

X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	3	2	1	0	-1	-2	-3

	Властивості функції	при a>1	при 0<a<1
1.	**Область визначення**	$(0;\ \infty)$;	
2.	**Область значень**	R	
3.	**Парність, непарність**	Є ні парною, ні непарною	
4.	**Нулі функції**	$y=0$ при $x=1$	
5.	**Проміжки знакосталості:**	$y>0$ при $x\in(1;\infty)$; $y<0$ при $x\in(0;1)$;	$y>0$ при $x\in(0;1)$; $y<0$ при $x\in(1;\ \infty)$;
6.	**Екстремуми**	немає	
7.	**Проміжки монотонності при $x\in(0;\infty)$:**	Функція зростає	Функція спадає
8.	**Асимптота**	$x=0$	

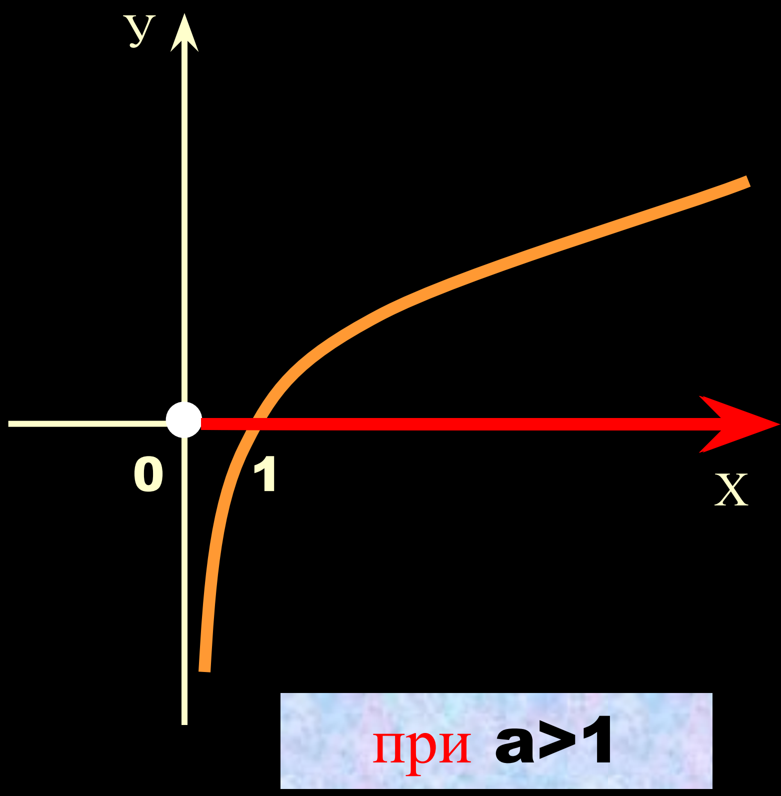


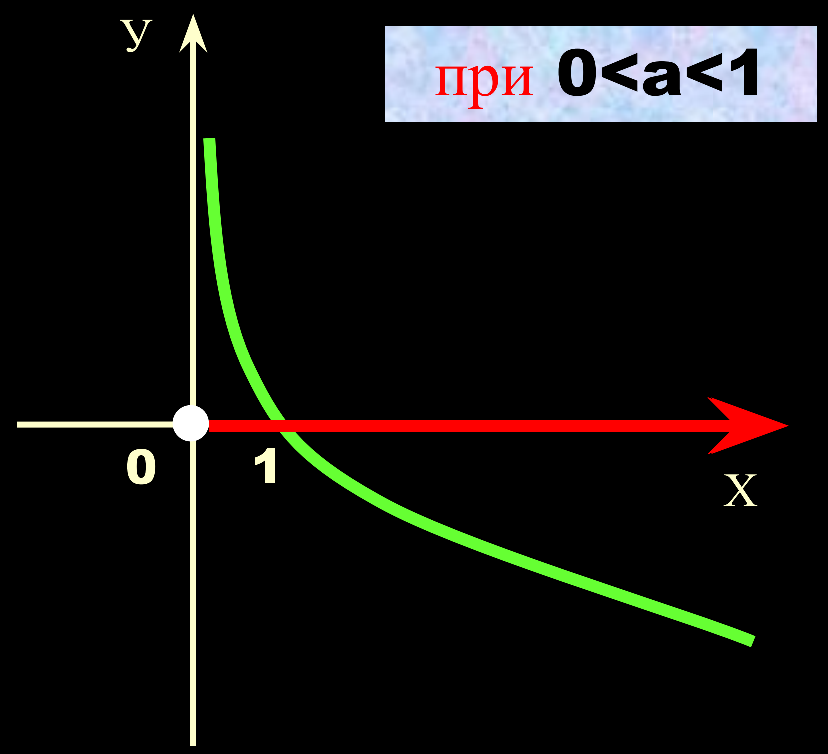
$y = \log_a x$,



Логарифмічна функція

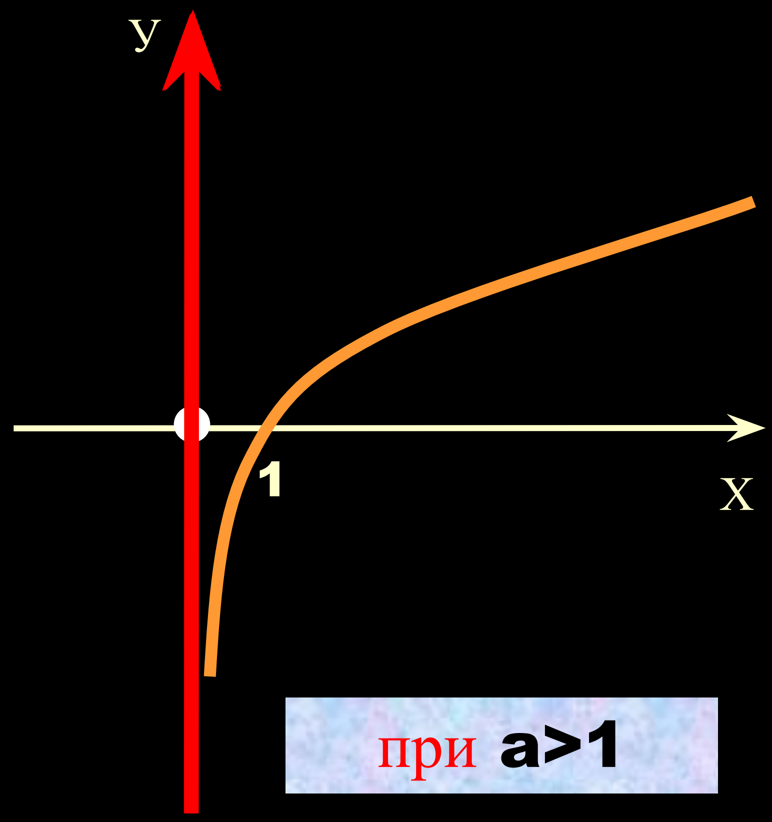
$y = \log_a x$, где $a>0$, $a \neq 1$

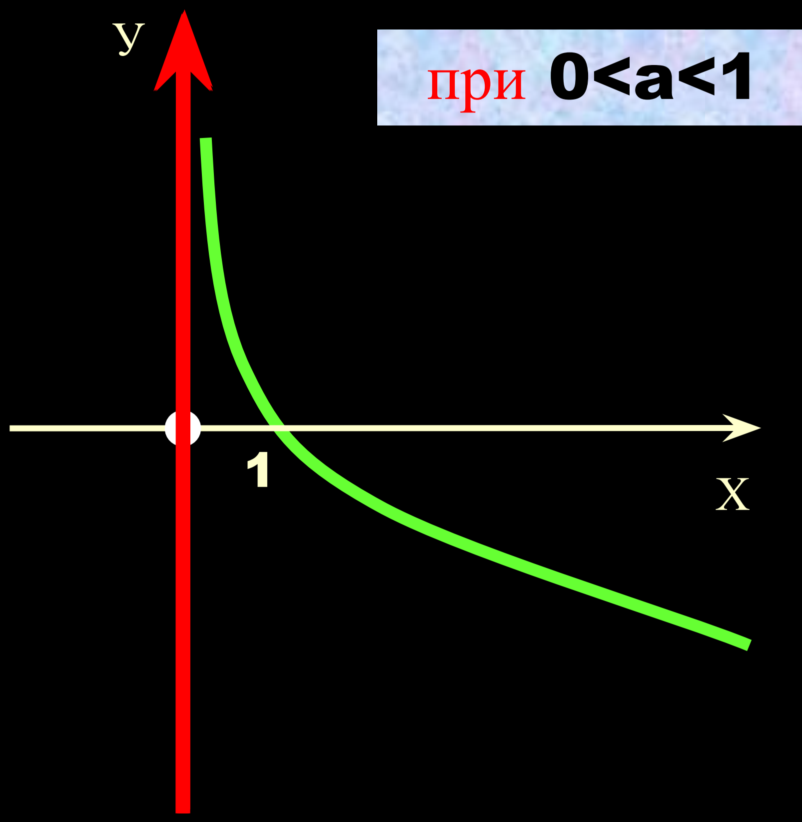




Логарифмічна функція

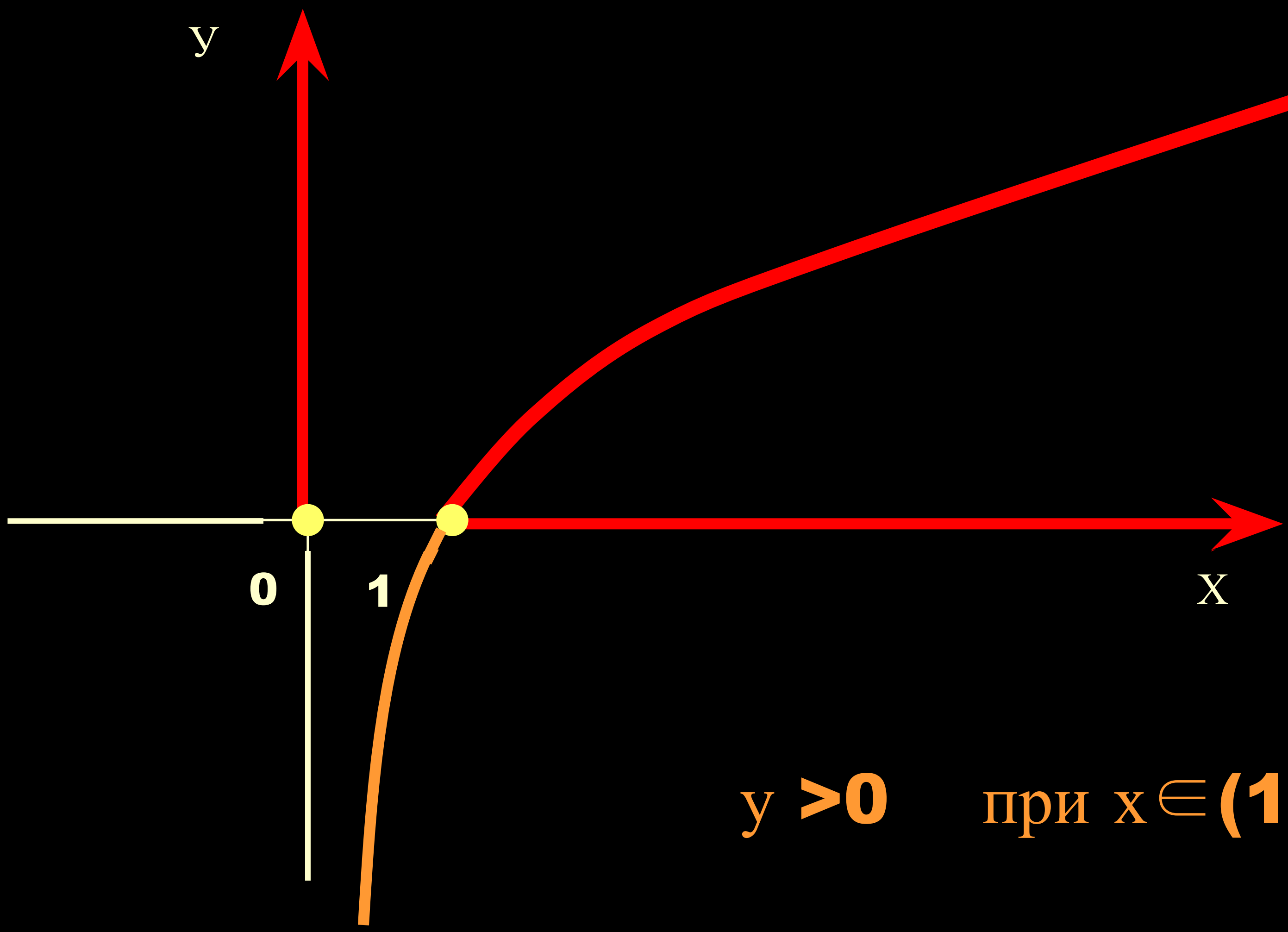
$y = \log_a x$, где $a>0$, $a\neq 1$





Логарифмічна функція

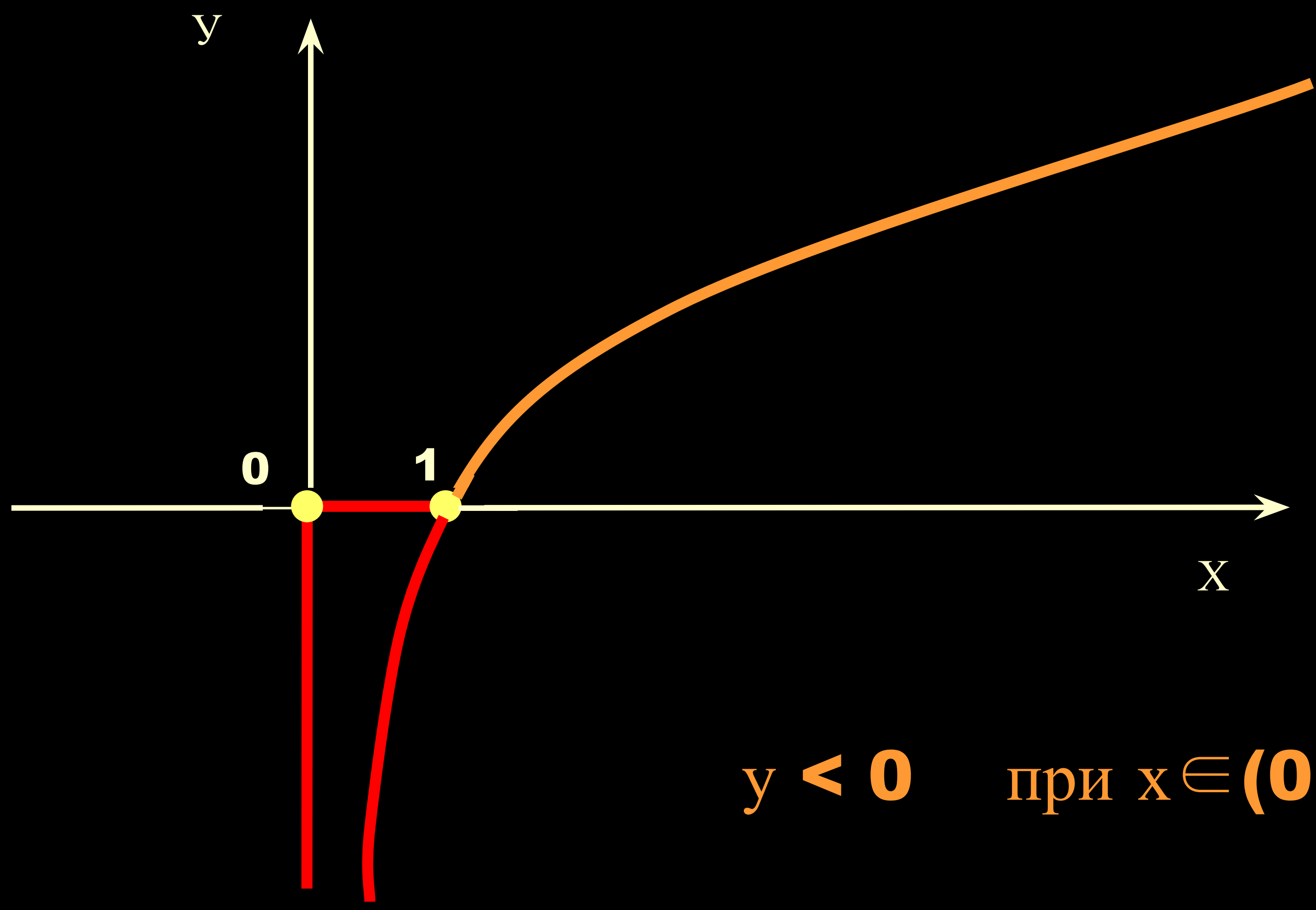
$y = \log_a x$,   при $a>1$



$y > 0$ при $x \in (1; \infty)$

Логарифмічна функція

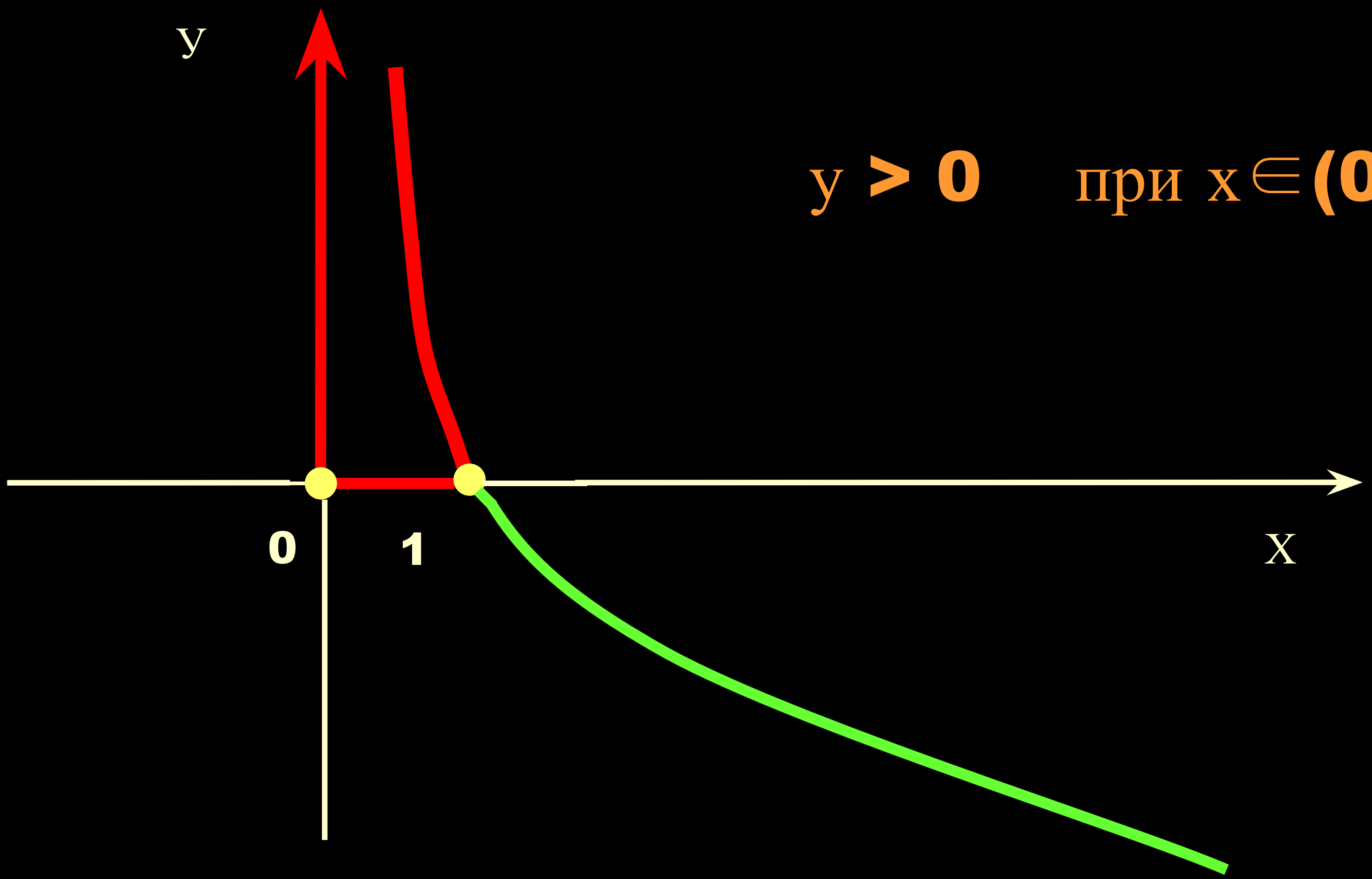
$y = \log_a x$, при $a>1$



$y < 0$ при $x \in (0;1)$

Логарифмическая функция

$y = \log_a x$, при $0<a<1$

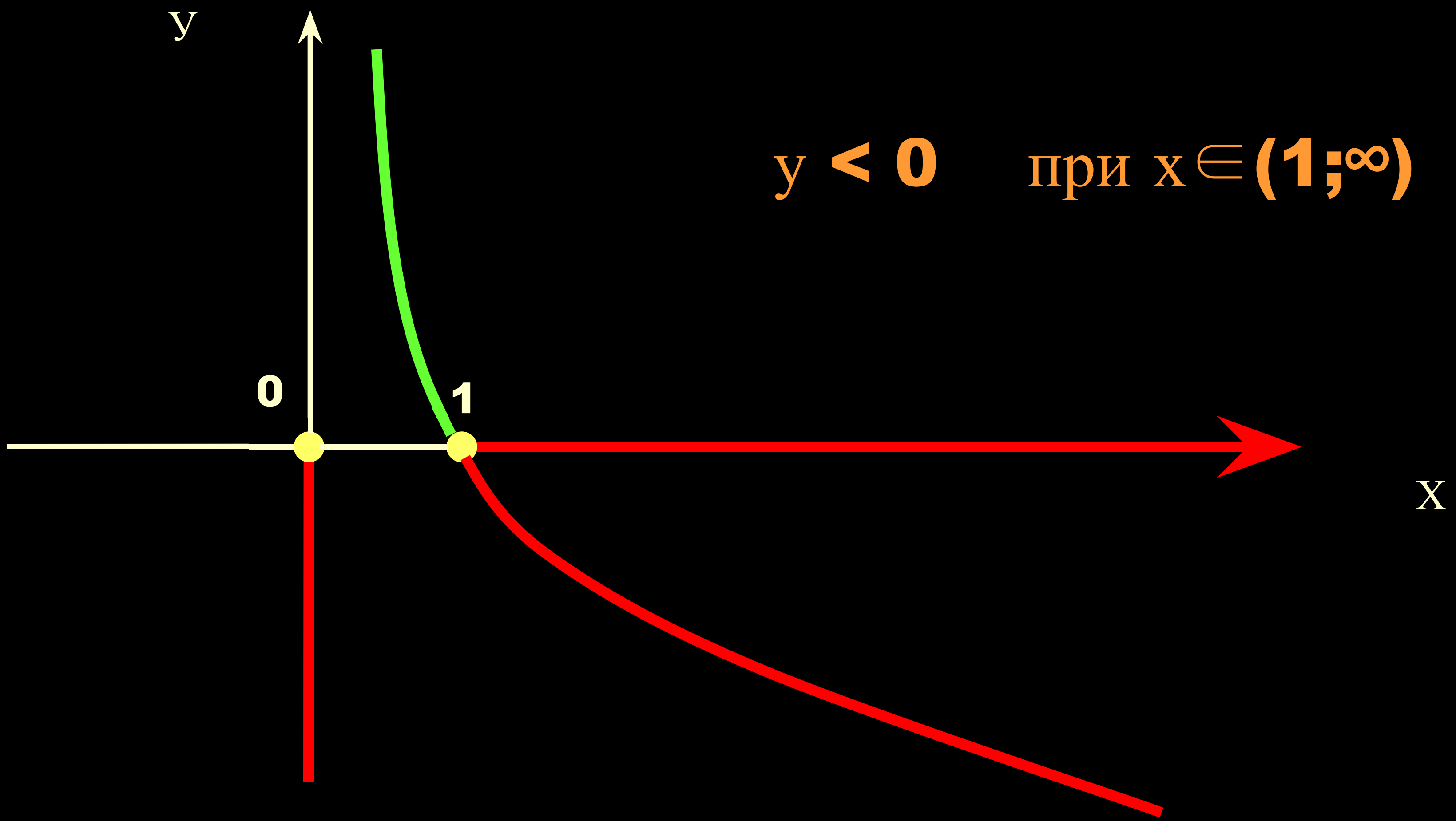


$y > 0$ при $x \in (0;1)$

Логарифмічна функція

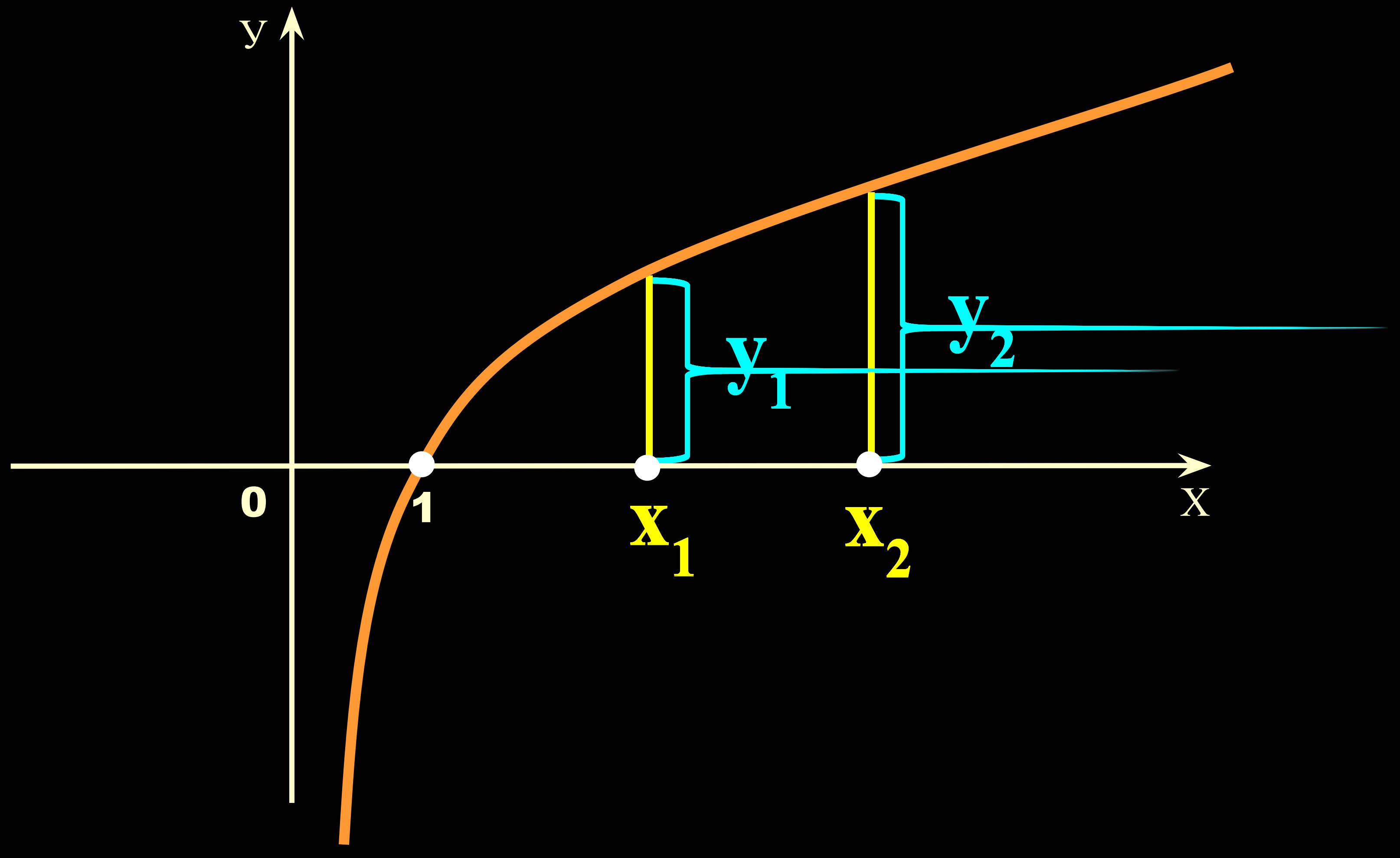
$y = \log_a x$, при $0<a<1$

$y < 0$ при $x \in (1;\infty)$



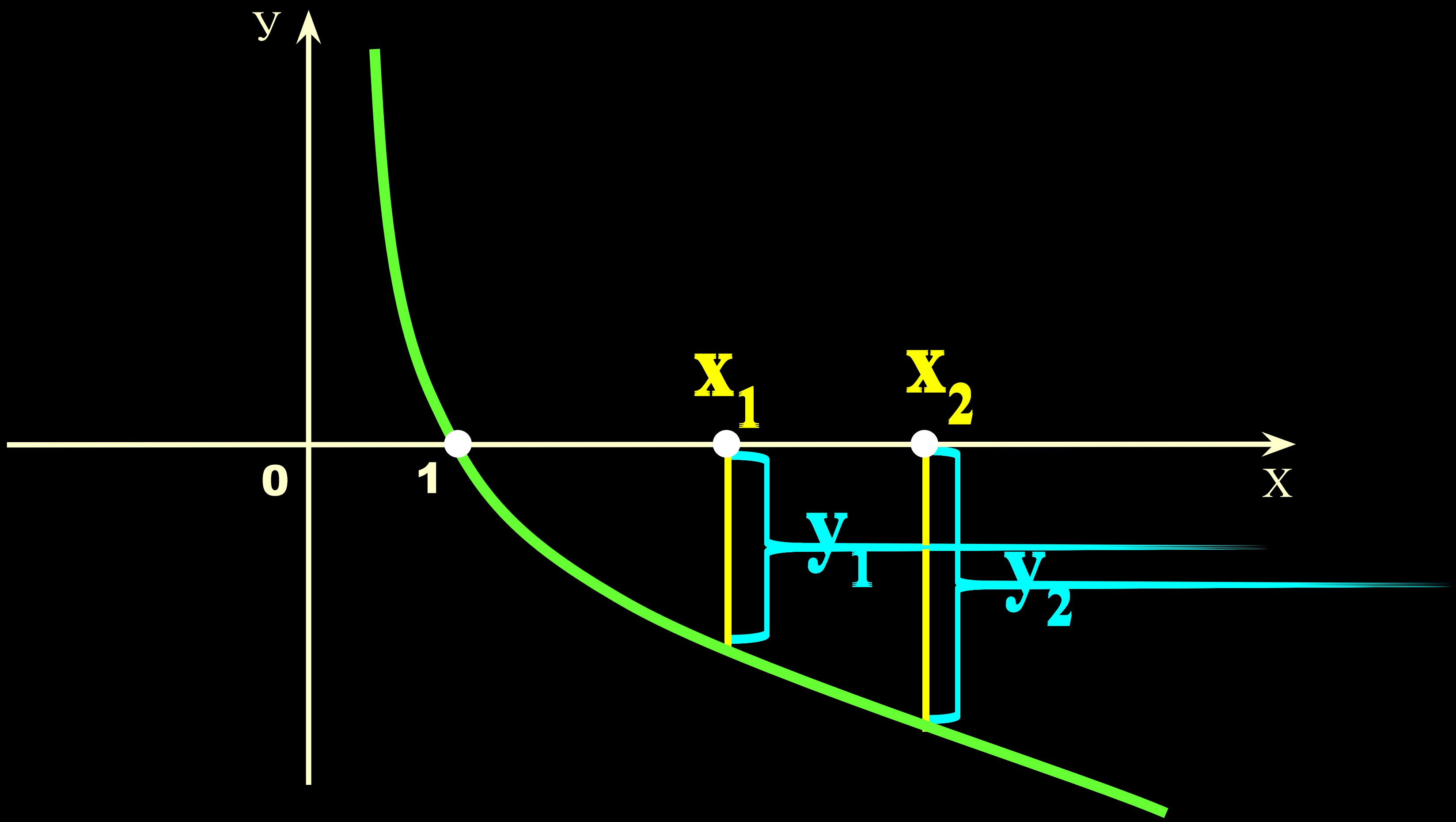
Логарифмічна функція

$y = \log_a x$, при $a>1$



Логарифмічна функція

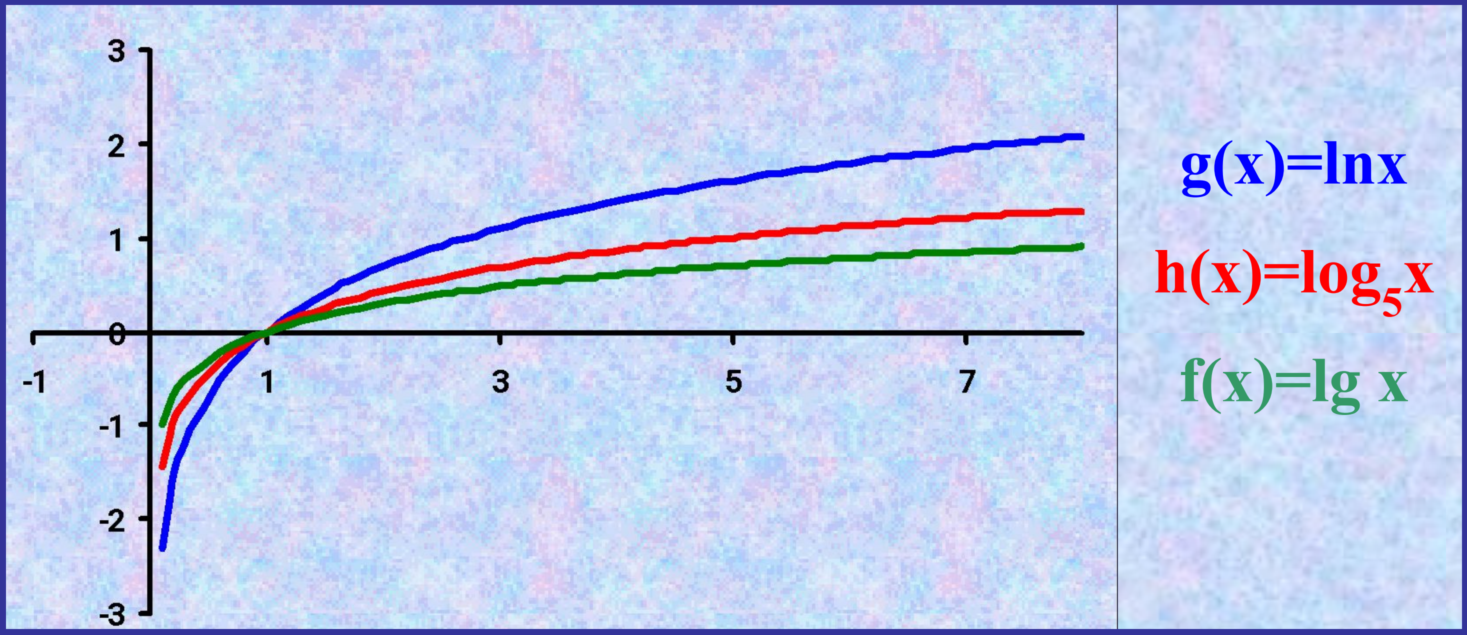
$y = \log_a x$, при $0<a<1$



Які з нижче перерахованих функцій є зростаючими, а які спадними?

$y = \log_2 x$	зростаюча,	$2 > 1$
$y = \log_{0,5} x^2$	спадна,	$0 < 0,5 < 1$
$y = \lg\sqrt{x}$	зростаюча,	$10 > 1$
$y = \ln x + 2$	зростаюча,	$e > 1$
$y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$	спадна,	$0 < \sqrt{0,7} < 1$

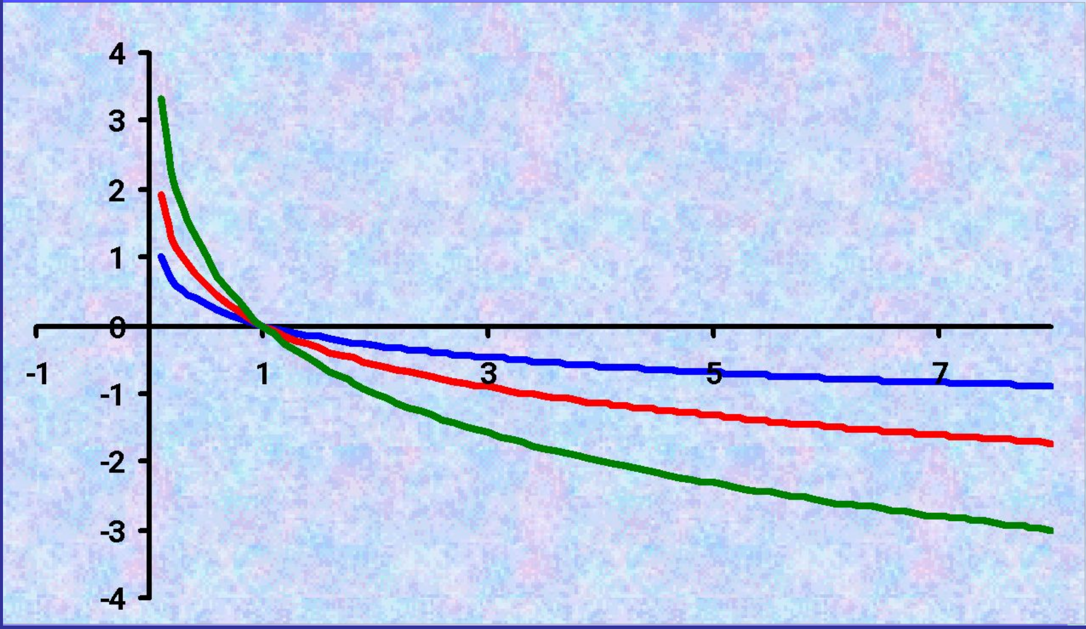
В одній координатній площині побудовані графіки функцій $g(x)=\ln x$, $h(x)=\log_5 x$, $f(x)=\lg x$



Висновок:

при a>1 чим більша основа a логарифмічної функції, тим ближче до координатних осей розташовується графік .

В одній координатній площині побудовані графіки функцій $g(x)=\log_{0,1}x$, $h(x)=\log_{0,3}x$, $f(x)=\log_{0,5}x$



$g(x)=\log_{0,1}x$

$h(x)=\log_{0,3}x$

$f(x)=\log_{0,5}x$

Висновок:

при <u>0<a<1</u> чим <u>більша</u> основа <u>a</u> логарифмічної функції,тим <u>далі від осей</u> координат розташовується графік .