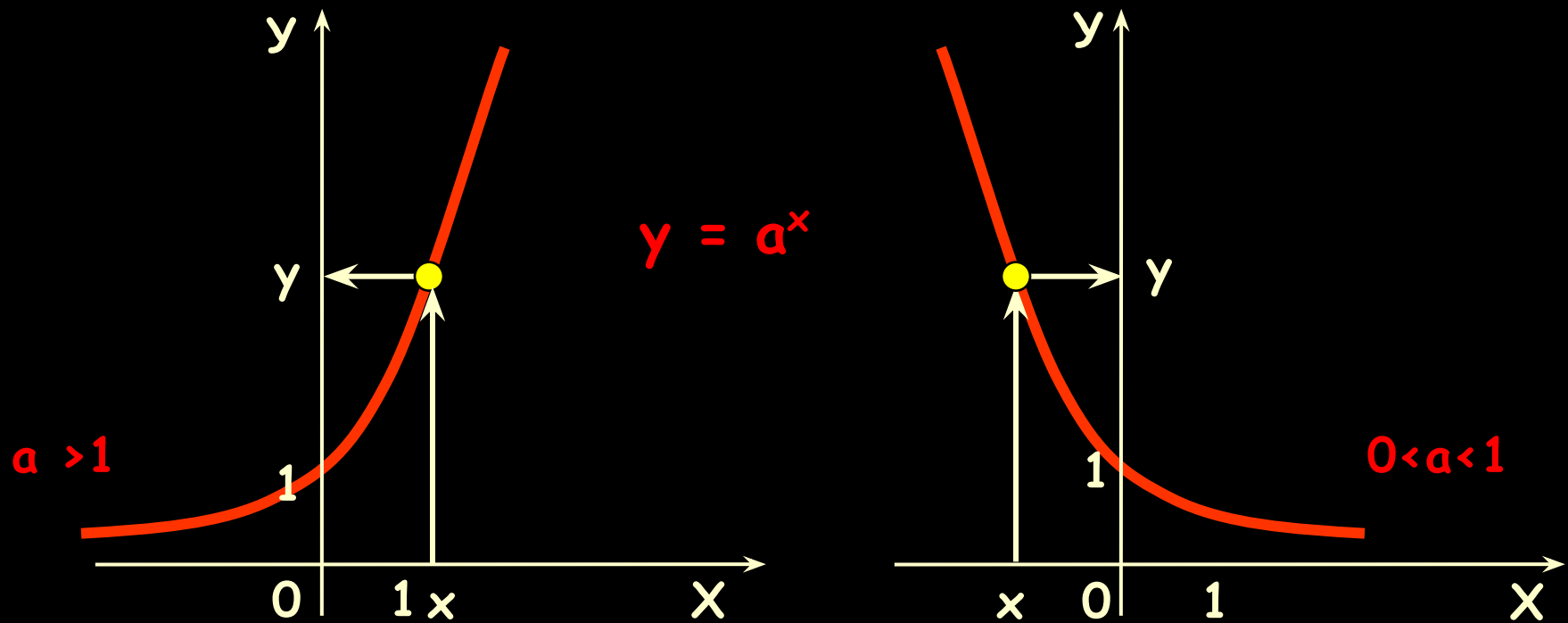




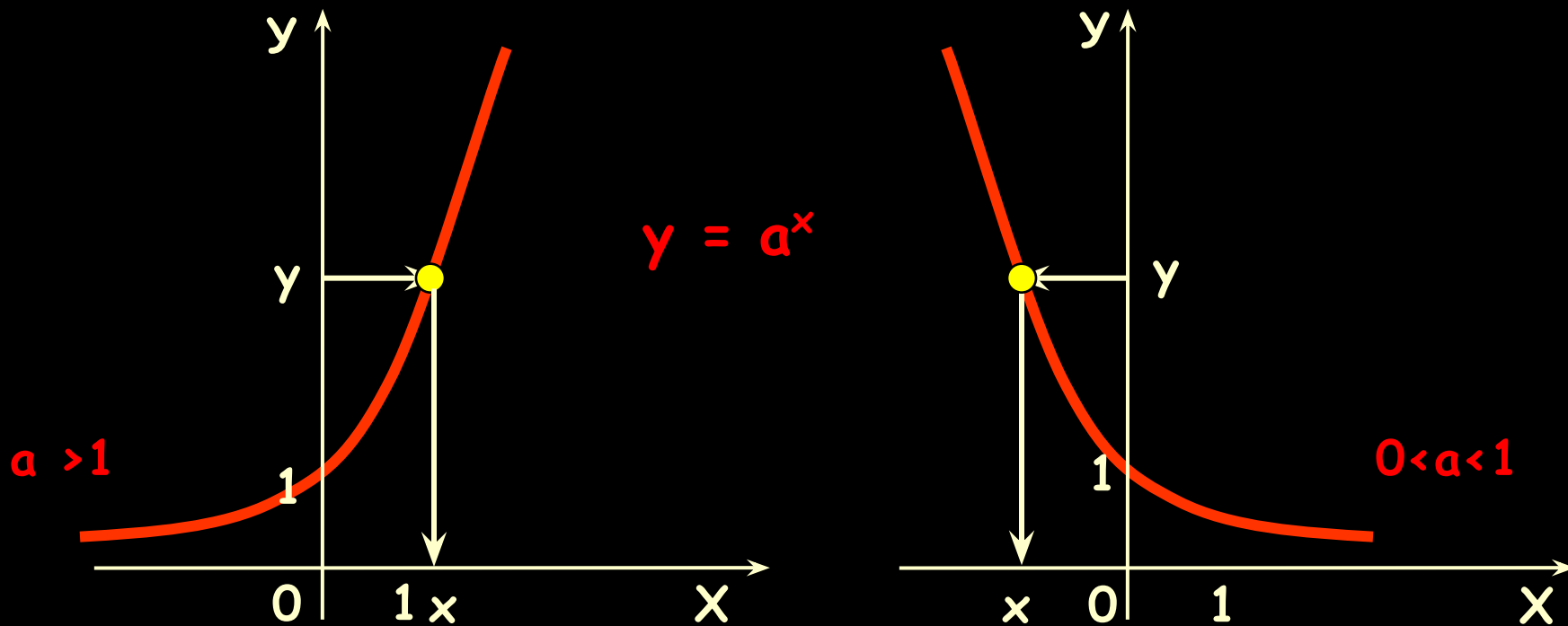
**Логарифмічна  
функція, її графіки  
та властивості**

Функція  $y=a^x$  ( $a>0$  ,  $a\neq 1$ ) при:  $a > 1$  монотонно зростає на  $\mathbb{R}$  ;  
 $0 < a < 1$  монотонно спадає на  $\mathbb{R}$ .



Кожному значенню  $x$  з області визначення функції **відповідає**  
**єдине** значення  $y$  з області значення цієї функції.

Функція  $y=a^x$  ( $a>0$  ,  $a\neq 1$ ) при:  $a > 1$  монотонно зростає на  $\mathbb{R}$  ;  
 $0 < a < 1$  монотонно спадає на  $\mathbb{R}$ .



Кожному значенню  $y$  з області значення функції **відповідає**  
**єдине** значення  $x$  з області визначення цієї функції.

Нехай маємо функцію  $y=a^x$  ,  $a>0$ ,  $a\neq 1$ .  
Поміняємо місцями  $x$  і  $y$ . Дістанемо:  $x=a^y$  .  
За означенням логарифма:  $y=\log_a x$ .

## Означення:

Функцію, яку можна задати формулою  
 $y = \log_a x$  (  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  ),  
називають логарифмічною функцією.

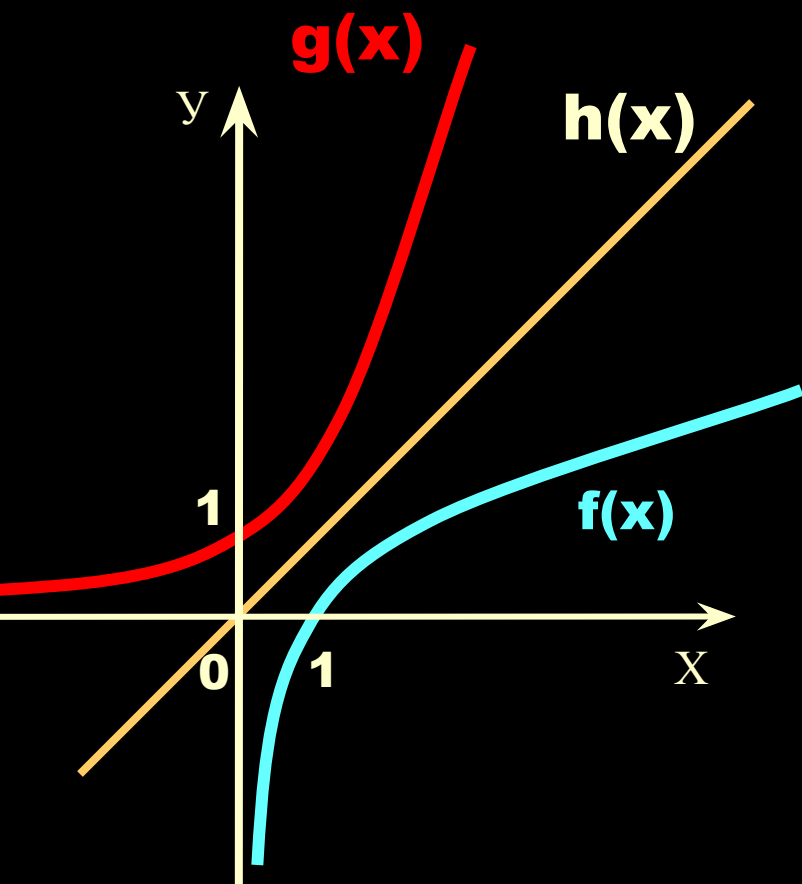
| При<br>( $a > 0, a \neq 1$ ) | $g(x) = a^x$         | $f(x) = \log_a x$    |
|------------------------------|----------------------|----------------------|
| 1                            | $D(g) = \mathbb{R}$  | $D(f) = (0; \infty)$ |
| 2                            | $E(g) = (0; \infty)$ | $E(f) = \mathbb{R}$  |

За означенням функції

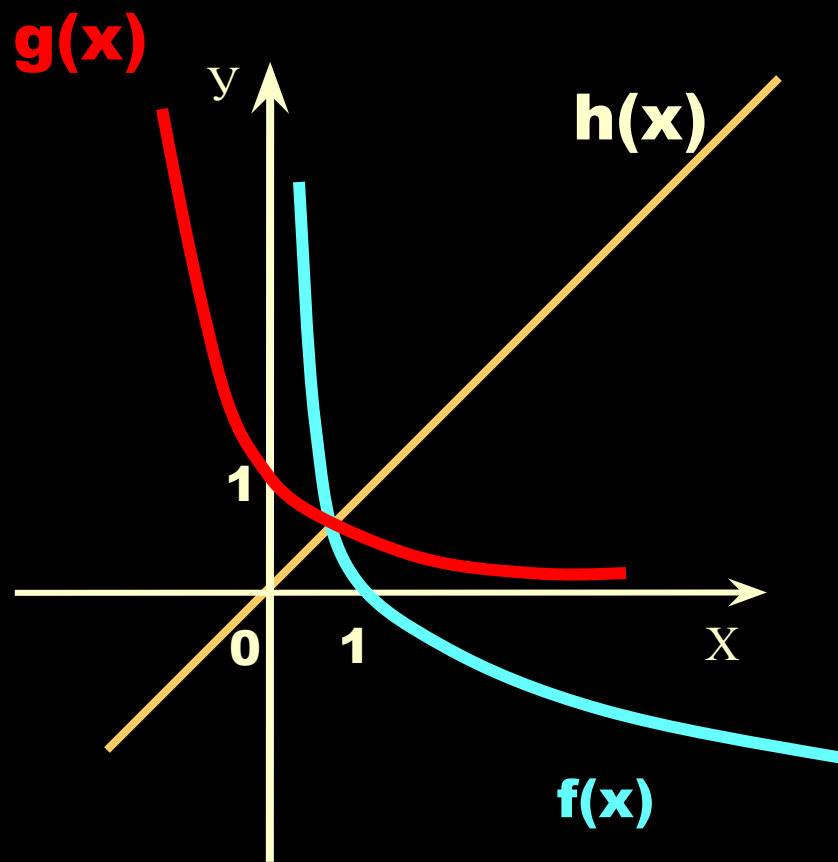
$g(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$  и  $f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

є взаємно оберненими

# Графіки взаємно обернених функцій симетричні відносно прямої $y=x$



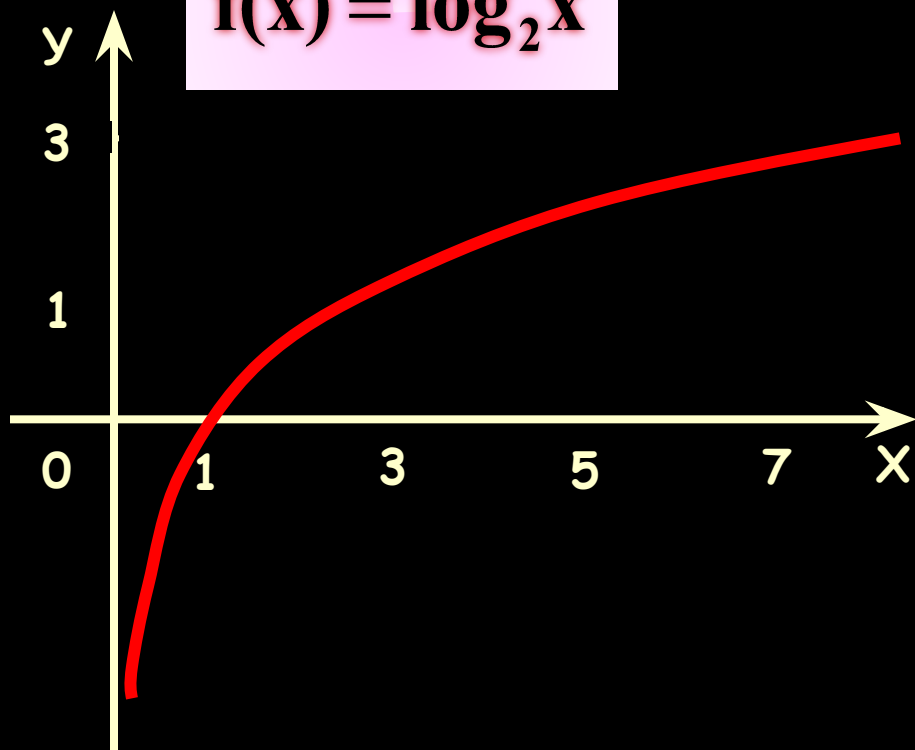
при  $a > 1$



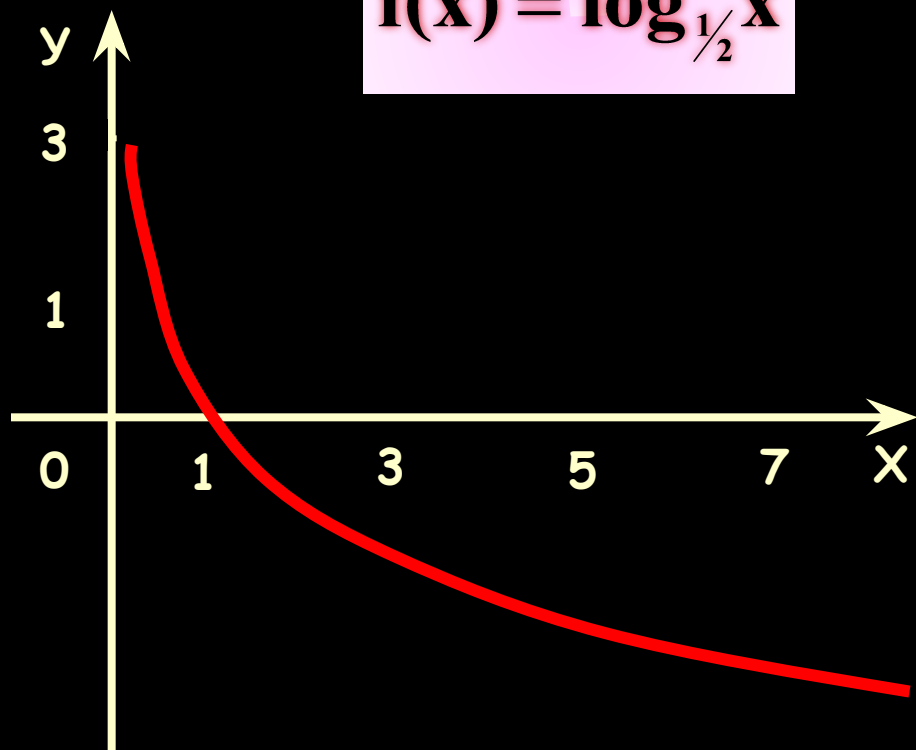
при  $0 < a < 1$

# Побудуємо графіки логарифмічних функцій

$$f(x) = \log_2 x$$



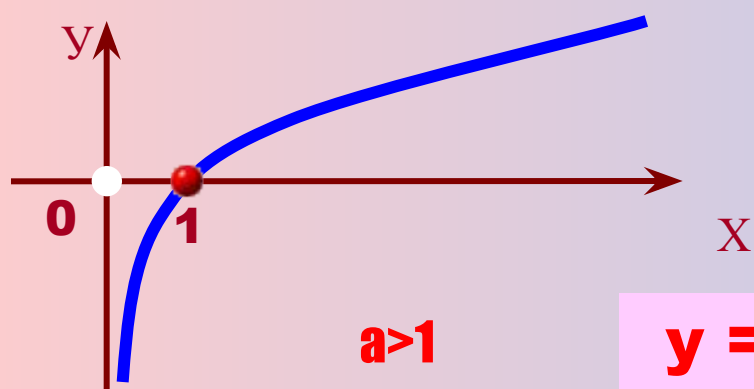
$$f(x) = \log_{1/2} x$$



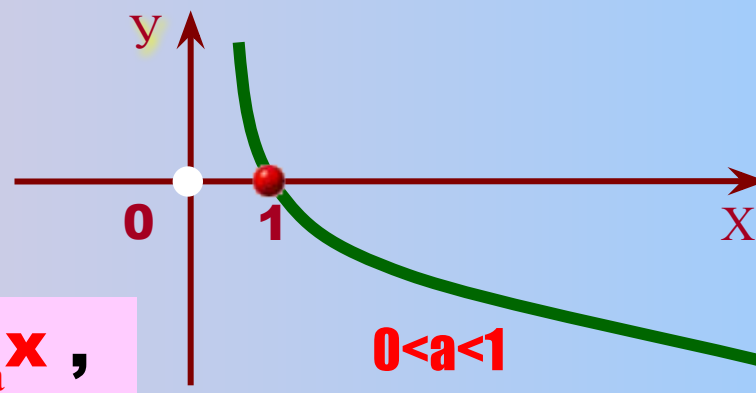
|          |               |               |               |   |   |   |   |
|----------|---------------|---------------|---------------|---|---|---|---|
| <b>X</b> | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 | 8 |
| <b>Y</b> | -3            | -2            | -1            | 0 | 1 | 2 | 3 |

|          |               |               |               |   |    |    |    |
|----------|---------------|---------------|---------------|---|----|----|----|
| <b>X</b> | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2  | 4  | 8  |
| <b>Y</b> | 3             | 2             | 1             | 0 | -1 | -2 | -3 |

|           | <b>Властивості функції</b>                      | <b>при <math>a &gt; 1</math></b>                                  | <b>при <math>0 &lt; a &lt; 1</math></b>                           |
|-----------|---|---|---|
| <u>1.</u> | Область визначення                              | $(0; \infty)$ ;   |   |
| <u>2.</u> | Область значень                                 | $\mathbb{R}$  |   |
| <u>3.</u> | Парність, непарність                            | Є ні парною, ні непарною  |   |
| <u>4.</u> | Нулі функції                                    | $y=0$ при $x=1$   |   |
| <u>5.</u> | Проміжки знакосталості:                         | $y > 0$ при $x \in (1; \infty)$ ;<br>$y < 0$ при $x \in (0; 1)$ ; | $y > 0$ при $x \in (0; 1)$ ;<br>$y < 0$ при $x \in (1; \infty)$ ; |
| <u>6.</u> | Екстремуми                                      | немає   |   |
| <u>7.</u> | Проміжки монотонності при $x \in (0; \infty)$ : | Функція зростає   | Функція спадає  |
| <u>8.</u> | Асимптота                                       | $x=0$   |   |

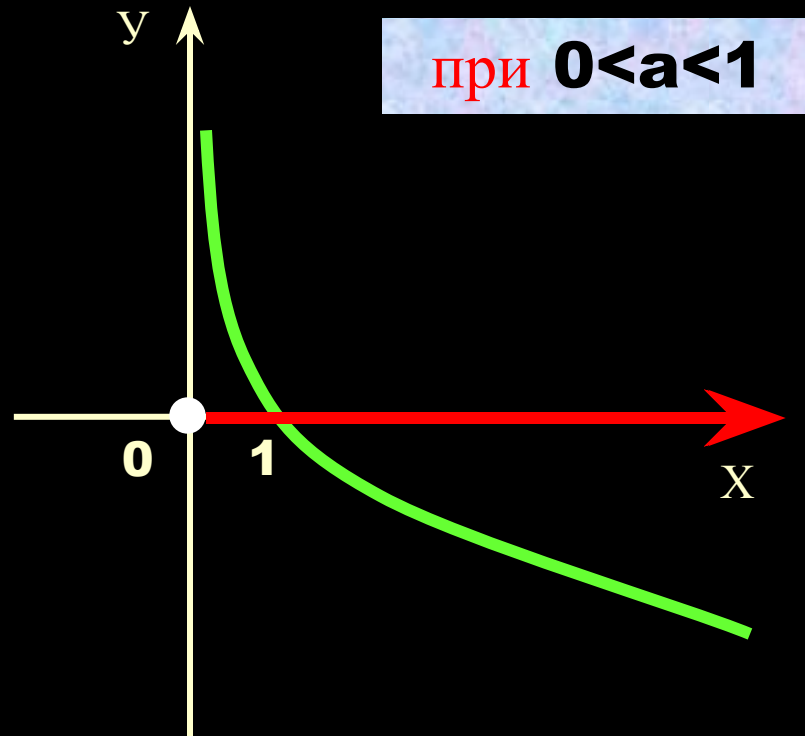
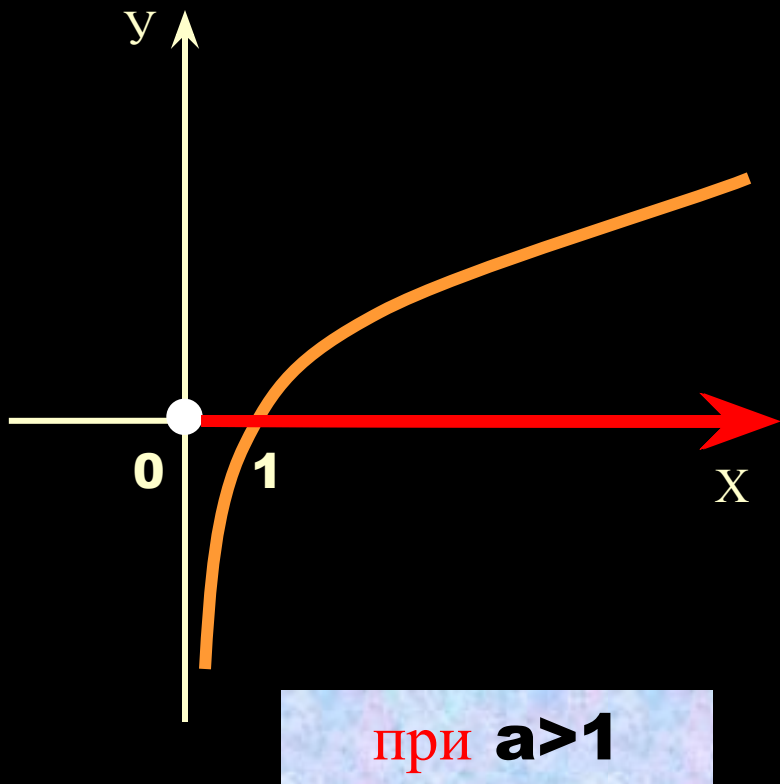


$$y = \log_a x ,$$

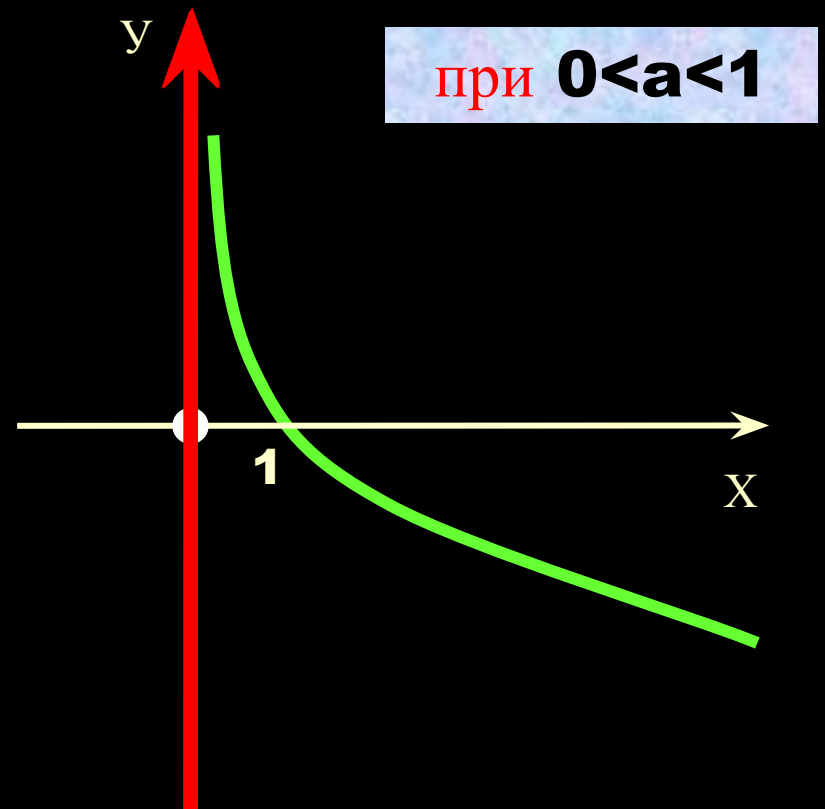
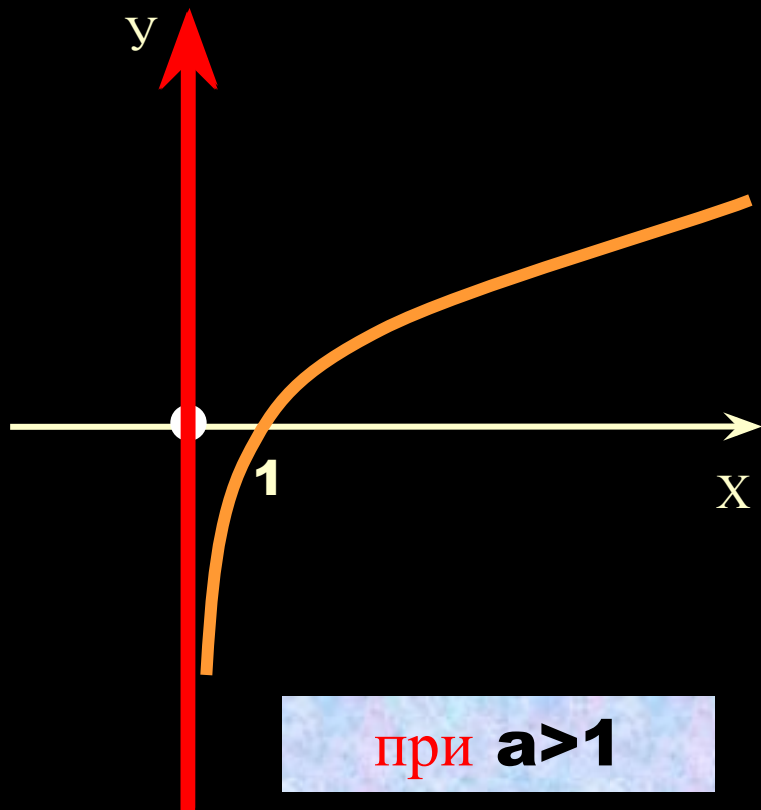




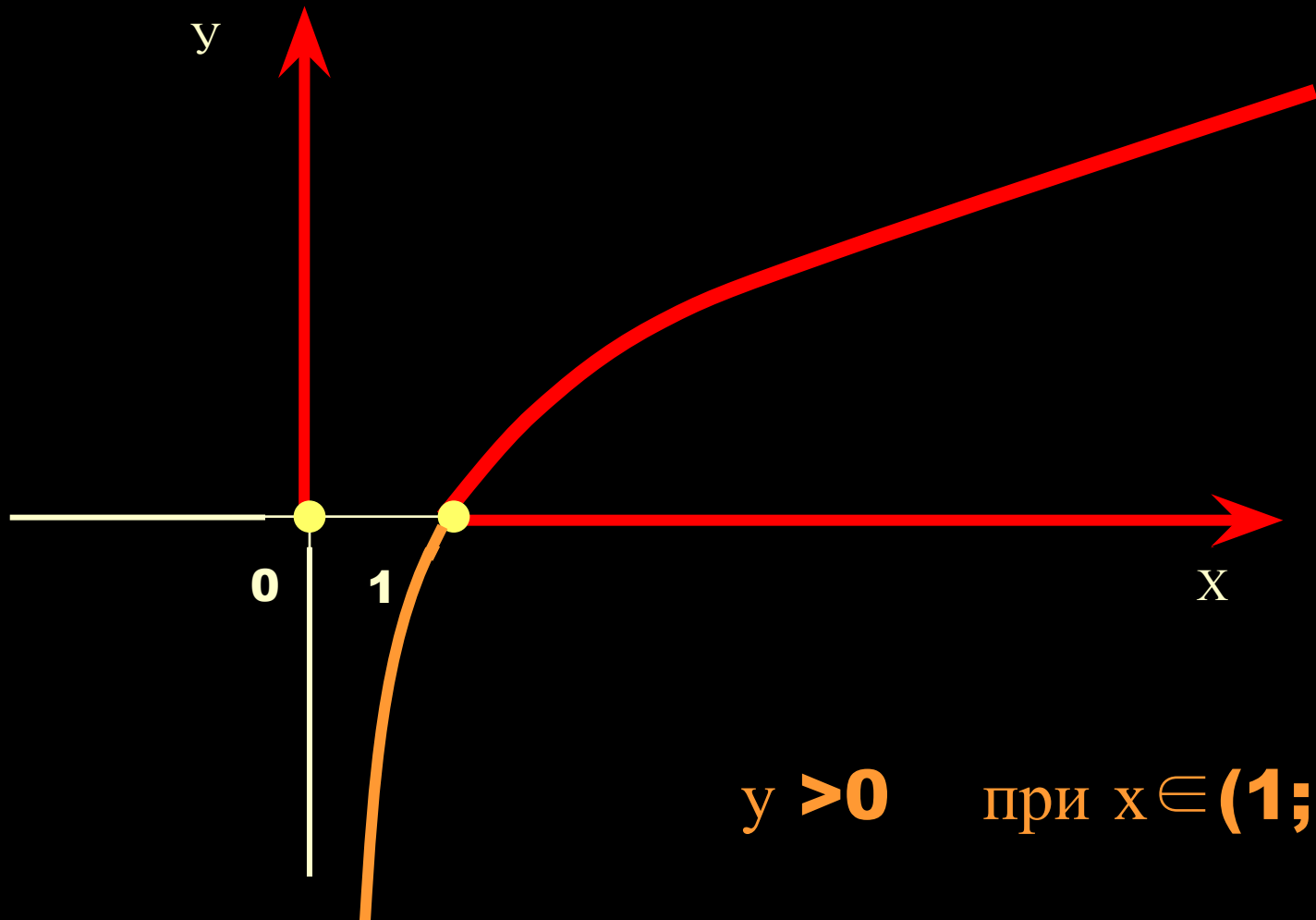
# Логарифмічна функція $y = \log_a x$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$



# Логарифмічна функція $y = \log_a x$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$

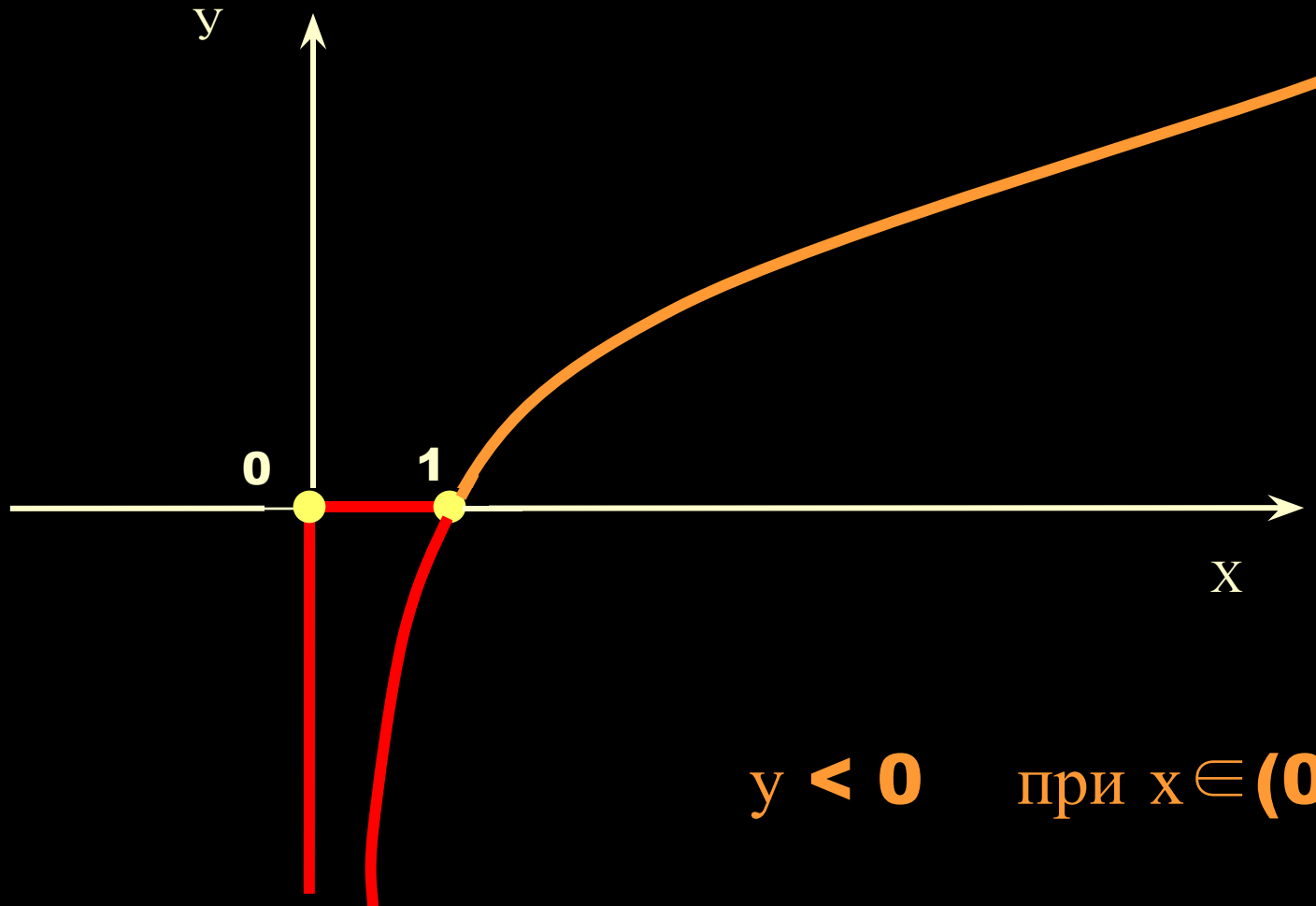


Логарифмічна функція  
 **$y = \log_a x$** , при  **$a > 1$**



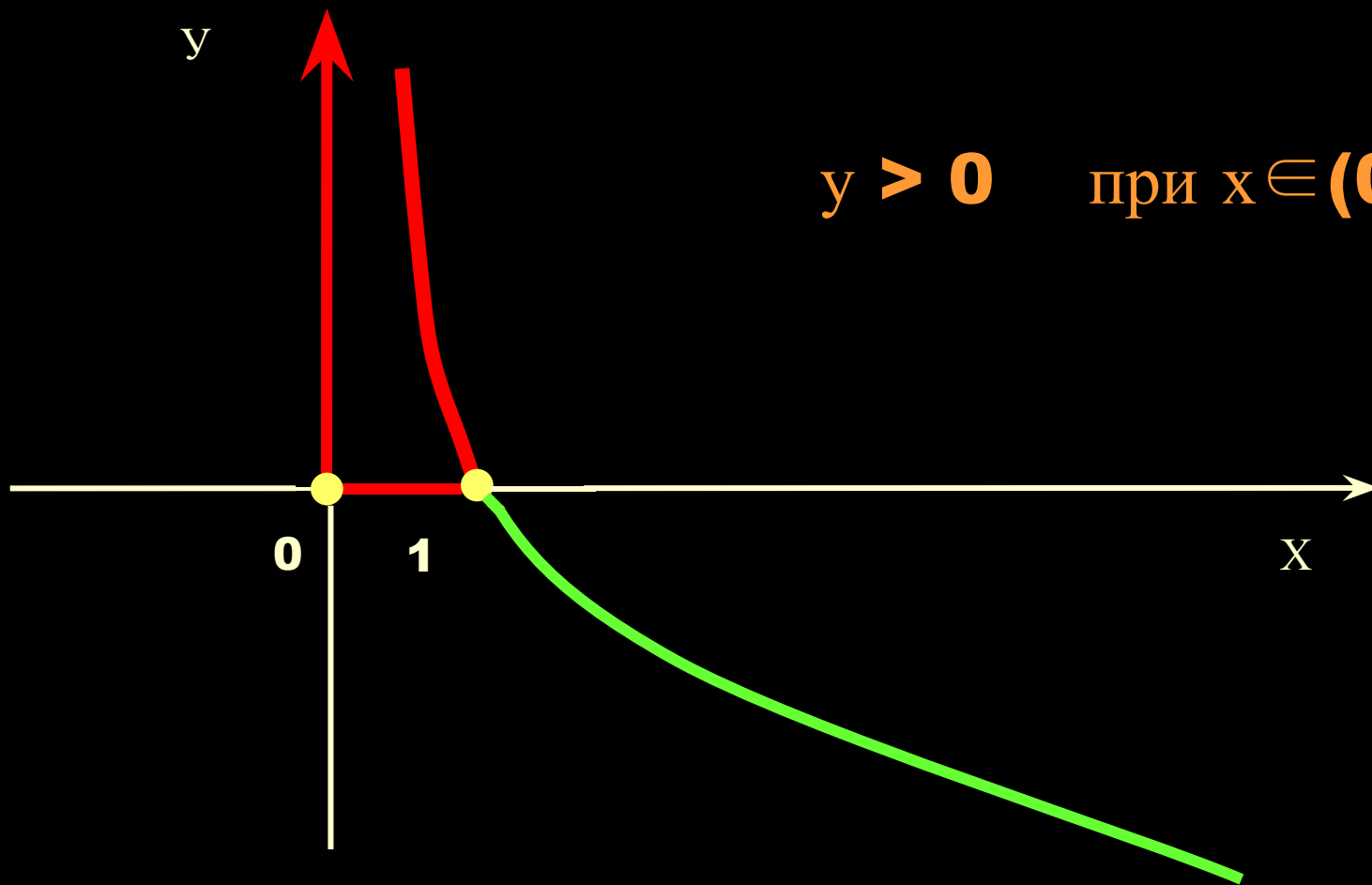
**$y > 0$**  при  **$x \in (1; \infty)$**

Логарифмічна функція  
 **$y = \log_a x$** , при  **$a > 1$**



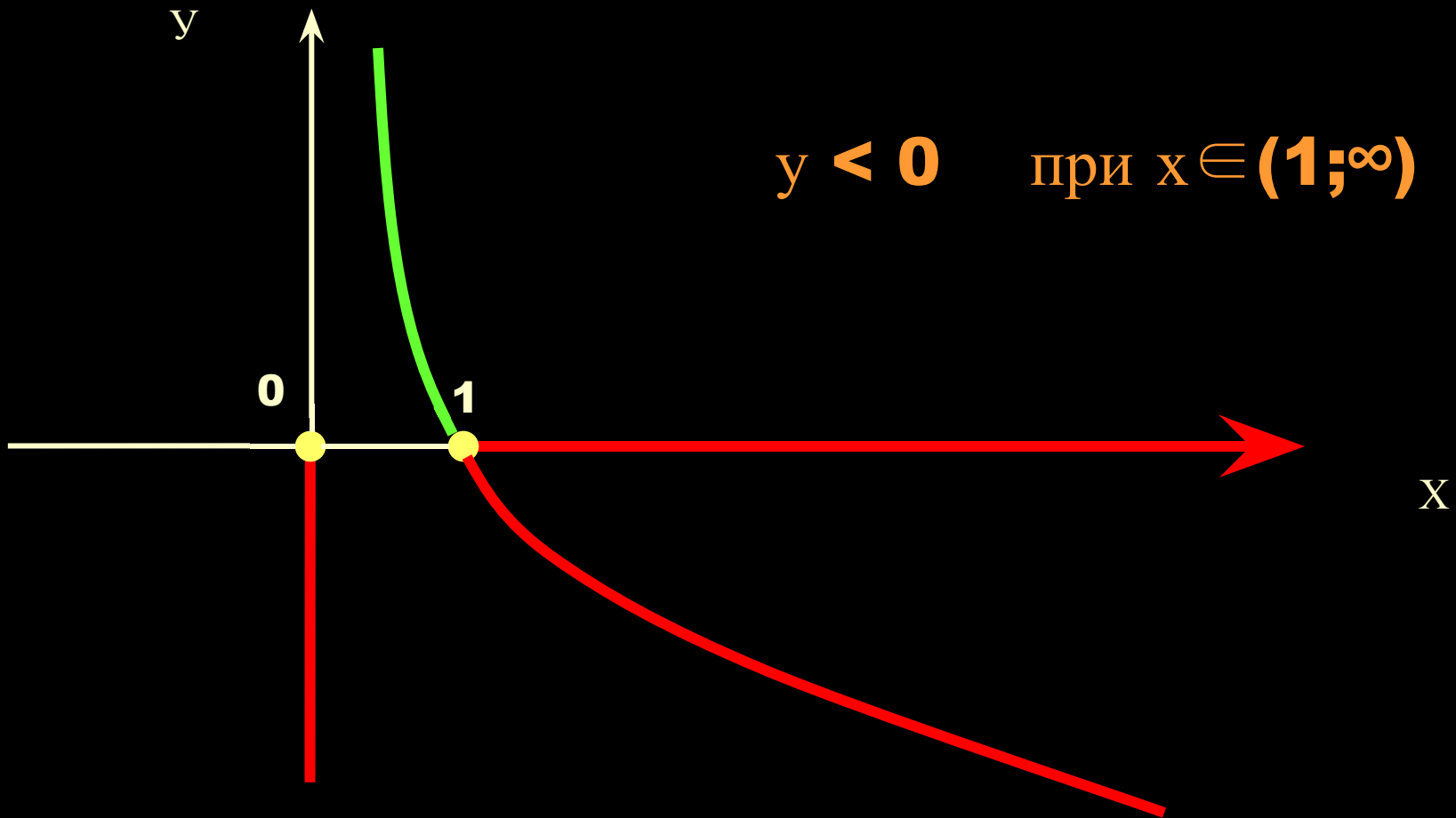
**$y < 0$**  при  **$x \in (0;1)$**

Логарифмическая функция  
 $y = \log_a x$ , при  $0 < a < 1$

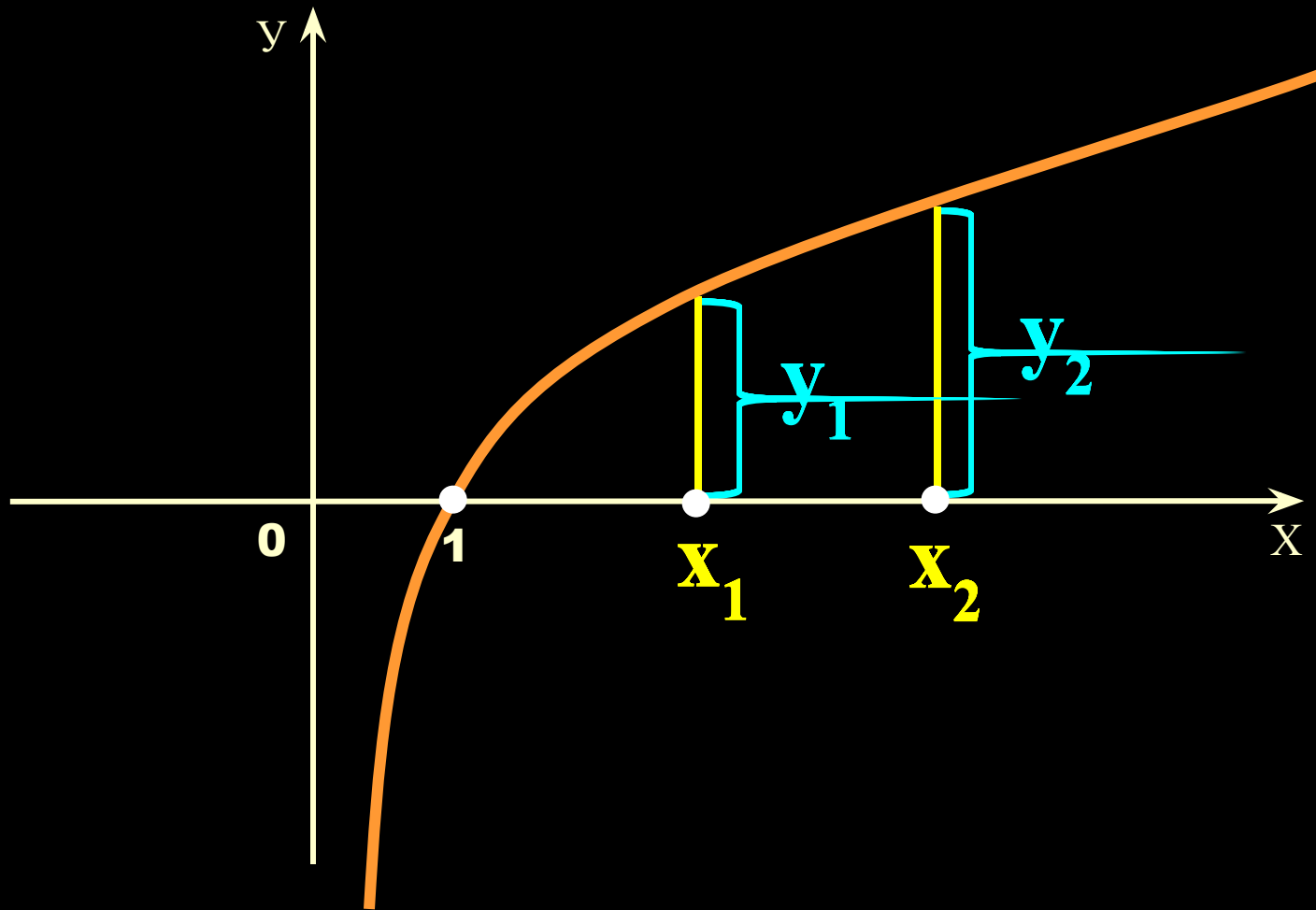


$y > 0$  при  $x \in (0; 1)$

Логарифмічна функція  
 $y = \log_a x$ , при  $0 < a < 1$

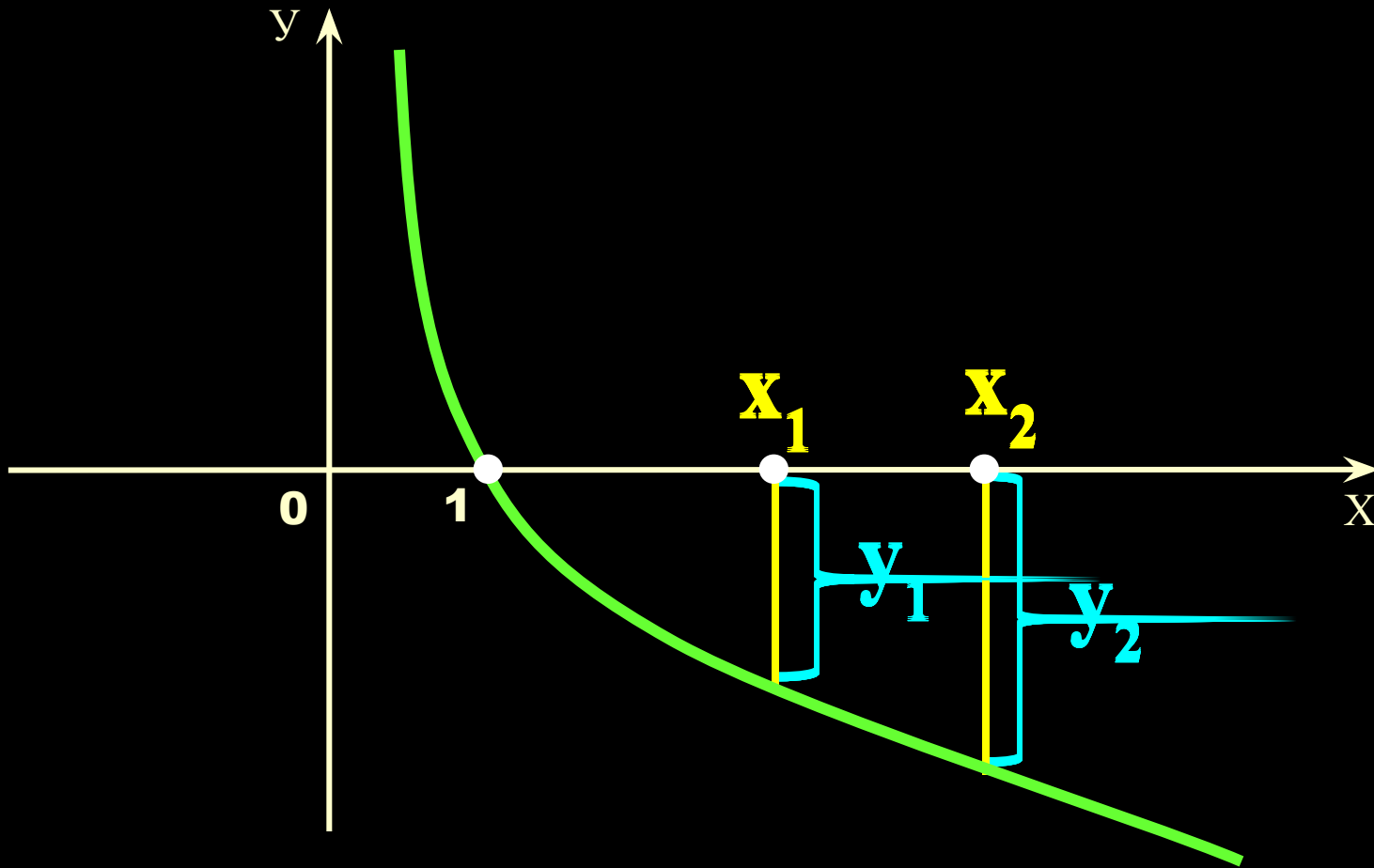


Логарифмічна функція  
 $y = \log_a x$ , при  $a > 1$



# Логарифмічна функція

$y = \log_a x$ , при  $0 < a < 1$

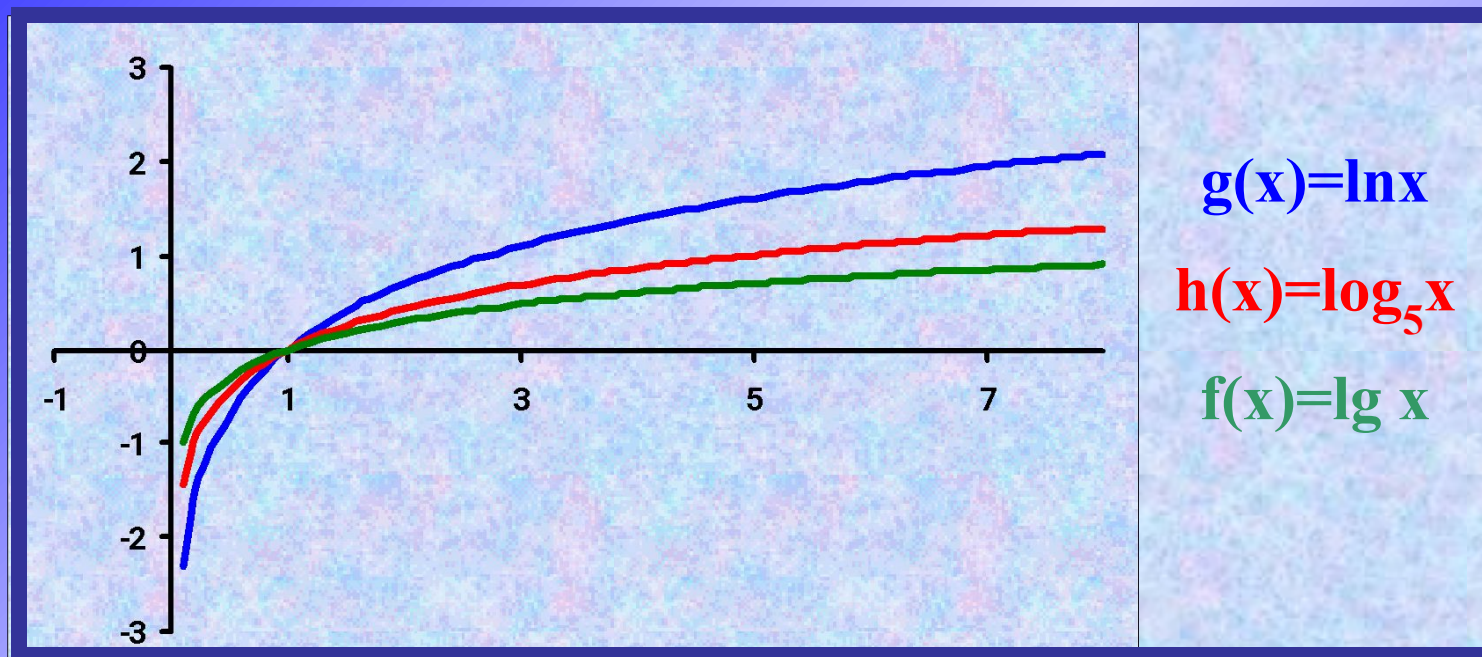




Які з нижче перерахованих функцій є зростаючими, а які спадними?

|                               |            |                      |
|-------------------------------|------------|----------------------|
| $y = \log_2 x$                | зростаюча, | $2 > 1$              |
| $y = \log_{0,5} x^2$          | спадна,    | $0 < 0,5 < 1$        |
| $y = \lg \sqrt{x}$            | зростаюча, | $10 > 1$             |
| $y = \ln x + 2$               | зростаюча, | $e > 1$              |
| $y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$ | спадна,    | $0 < \sqrt{0,7} < 1$ |

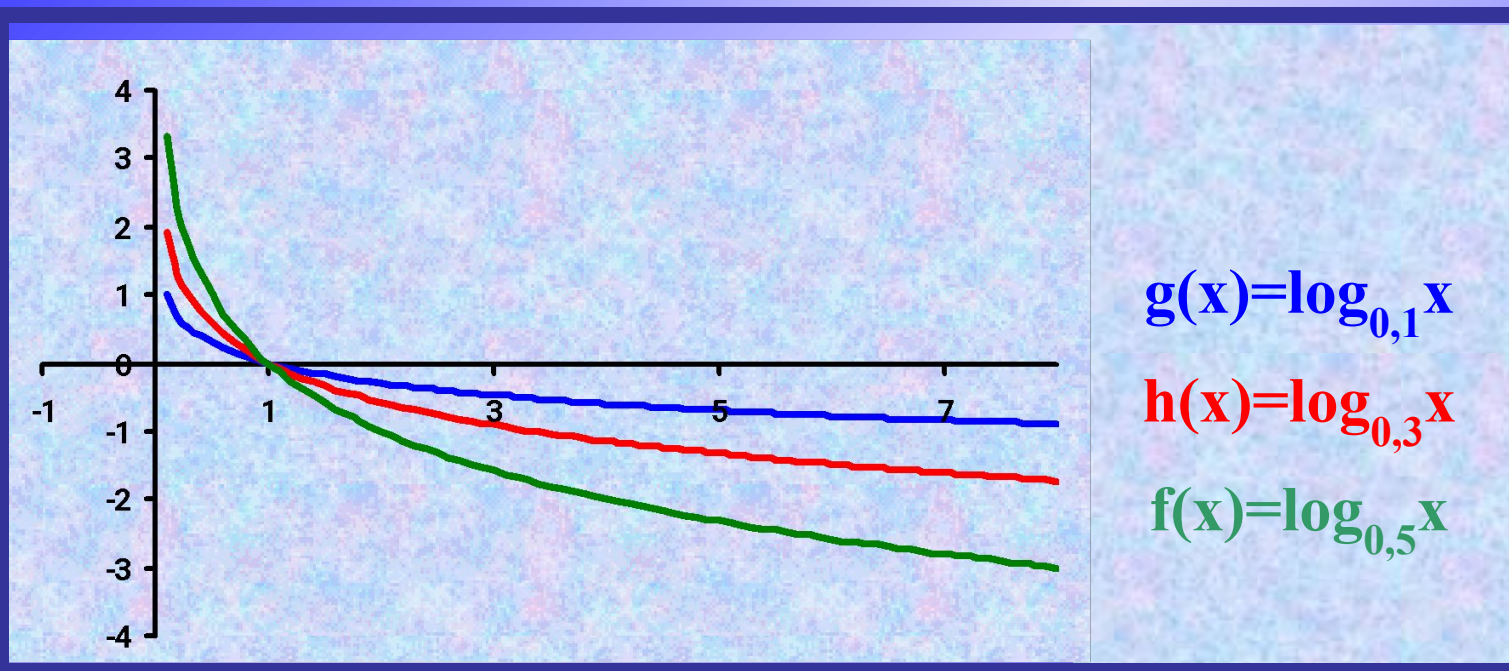
В одній координатній площині побудовані графіки функцій  $g(x)=\ln x$  ,  $h(x)=\log_5 x$  ,  $f(x)=\lg x$



## Висновок:

при  $a > 1$  чим більша основа  $a$  логарифмічної функції, тим ближче до координатних осей розташовується графік .

В одній координатній площині побудовані графіки функцій  $g(x)=\log_{0,1}x$ ,  $h(x)=\log_{0,3}x$ ,  $f(x)=\log_{0,5}x$



## Висновок:

при  $0 < a < 1$  чим більша основа a логарифмічної функції, тим далі від осей координат розташовується графік .