

*ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ*

Математическая статистика - раздел прикладной математики, непосредственно примыкающий к теории вероятностей. Основное отличие математической статистики от теории вероятностей состоит в том, что в математической статистике рассматриваются не действия над законами распределения и числовыми характеристиками случайных величин, а приближенные методы отыскания этих законов и числовых характеристик по результатам экспериментов.

Основными понятиями математической статистики являются:

- ✓ *Генеральная совокупность;*
- ✓ *выборка;*
- ✓ *вариационный ряд;*
- ✓ *мода;*
- ✓ *медиана;*
- ✓ *процентиль,*
- ✓ *полигон частот,*
- ✓ *гистограмма.*

Генеральная совокупность - большая статистическая совокупность, из которой отбирается часть объектов для исследования

(Пример: все население области, студенты вузов данного города и т.д.)

Выборка (выборочная совокупность) - множество объектов, отобранных из генеральной совокупности.

Выборка должна быть представительной (репрезентативной)!

Вариационный ряд - статистическое распределение, состоящее из вариантов (значений случайной величины) и соответствующих им частот.

Пример:

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X, кг | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| m | 2 | 1 | 6 | 8 | 21 | 20 | 18 | 12 | 3 | 4 | 2 | 3 |

x - значение случайной величины (масса девочек в возрасте 10 лет);

m - частота встречаемости.

Задача:

В результате исследования содержания кальция в сыворотке крови здоровых обезьян были получены следующие результаты, мг%: 8, 9, 8, 5, 6, 9, 7, 7, 8, 9, 8, 8, 7, 7, 8, 9, 11, 9, 8, 8, 9, 10, 7, 9, 7, 8, 8, 10, 8, 8, 8, 7, 7, 7, 8, 7, 10, 7, 8, 6, 10, 8.

Построить вариационный ряд в виде таблицы вида:

| | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-------|
| X_i | X_1 | X_2 | ... | X_n |
| m_i | m_1 | m_2 | ... | m_n |

Решение:

1. Построение вариационного ряда.

Объем выборки $n=42$ элемента.

| | | | | | | | |
|---------------------|---|---|----|----|---|----|----|
| $X_i, \text{ МГ\%}$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| m_i | 1 | 2 | 11 | 16 | 7 | 4 | 1 |

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

При исследовании скорости распространения механической волны в коже щеки после процедуры криомассажа у пациенток с жирным типом кожи были получены следующие результаты, м/с: 54, 54, 41, 41, 64, 39, 54, 42, 56, 56, 42, 56, 56, 65, 65, 54, 54, 41, 41, 64, 42, 56, 56, 42, 56, 56, 65, 65, 39, 54.

Построить вариационный ряд в виде таблицы вида:

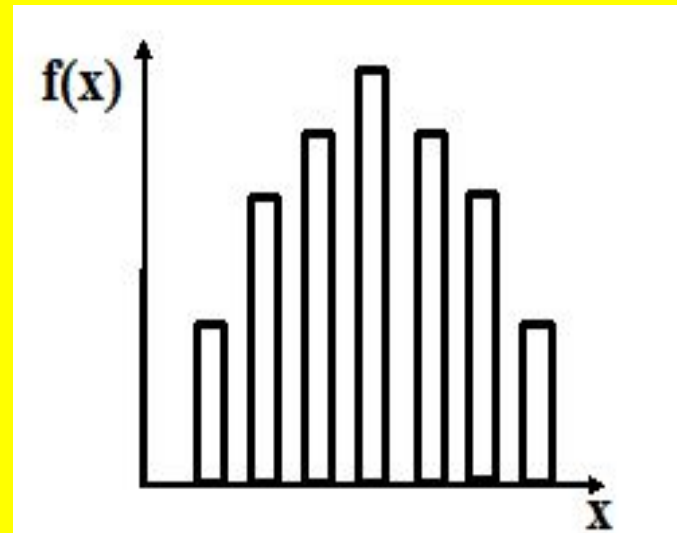
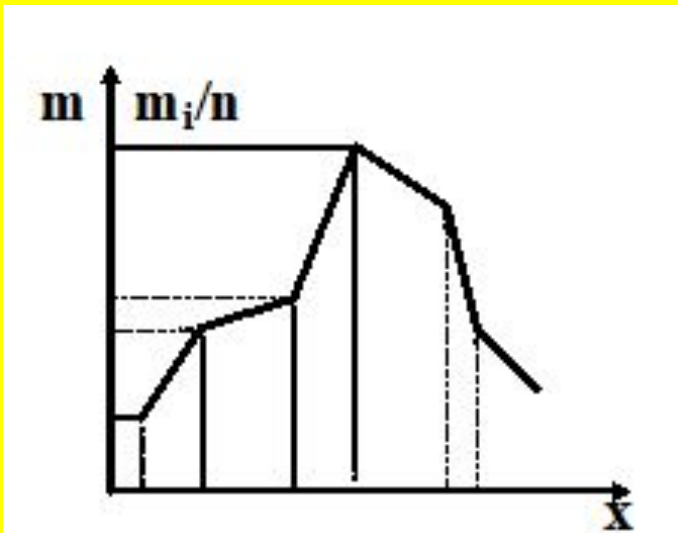
| | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-------|
| X_i | X_1 | X_2 | ... | X_n |
| m_i | m_1 | m_2 | ... | m_n |

Используют *дискретное* (точечное) статистическое распределение и *непрерывное* (интервальное) статистическое распределение.

Для наглядности статистические распределения изображают графически в виде *полигона частот* или - *гистограммы*.

Полигон частот - ломаная линия, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_1, m_1) , (x_2, m_2) , ..., или для полигона относительных частот - с координатами (x_1, p^*_1) , (x_2, p^*_2) , .

Гистограмма частот - совокупность смежных прямоугольников, построенных на одной прямой линии (Рис.2), основания прямоугольников одинаковы и равны dx , а высоты равны отношению частоты к dx , или p^* к dx (плотность вероятности).



Наиболее распространёнными характеристиками статистического распределения являются средние величины: мода, медиана и выборочная средняя.

Мода – значение случайной величины, которому соответствует наибольшая частота встречаемости.

Медиана – значение случайной величины, которое делит распределение пополам: половина значений расположена правее медианы, половина (не больше) – левее.

Выборочная средняя - определяется как среднее арифметическое значение вариант статистического ряда:

$$\bar{X}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot m_i$$

ЗАДАЧИ

Задача № 1.

Найдите моду выборки показателей ЧСС группы легкоатлетов:
70, 65, 75, 60, 80, 70, 60, 70.

Решение:

1. Составим статистическое распределение:

| | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|
| X_i | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 |
| m_i | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 |

По определению: Мода – значение случайной величины, которому соответствует наибольшая частота встречаемости. Таким образом мода: $M_o=70$.

Ответ: $M_o=70$.

Задача № 2.

Найдите медиану выборки показателей систолического давления у студентов первого курса медицинского факультета: 120, 110, 125, 115, 130, 110, 120.

Решение:

1. Составим статистическое распределение:

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| X_i | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 |
| m_i | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |

По определению Медиана – значение случайной величины, которое делит распределение пополам: половина значений расположена правее медианы, половина (не больше) – левее.

Таким образом $Me=120$.

Ответ: $Me=120$.

Задача № 3.

В средней школе при оценке роста 14 летних мальчиков был получен следующий вариационный ряд: $(X_i, \text{см})$ - 140, 142, 143, 146, 148, 150 и m_i – 1, 2, 4, 5, 3 и 2. Найдите выборочное среднее.

Решение:

1. Составим статистическое распределение:

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X_i | 140 | 142 | 143 | 146 | 148 | 150 |
| m_i | 1 | 2 | 4 | 5 | 3 | 2 |

Объем выборки составляет: **$n=17$**

Выборочное среднее равно: $\overline{X_B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot m_i$

$$\overline{X_B} = \frac{1}{17}(140+142 \cdot 2+143 \cdot 4+146 \cdot 5+148 \cdot 3+150 \cdot 2)=$$

$$= \frac{1}{17}(140+284+572+730+444+300)=\frac{2470}{17}=145,29=145,3$$

Ответ: $X_{\text{ср}} = 145,3$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. При оценке двигательных функций боксеров были получены следующие результаты теппинг-теста (ударов/с): 7, 5, 8, 6, 9, 5, 6 и 4. Найдите медиану данного показателя.
2. Найдите моду выборки показателей частоты дыхания 15 спринтеров перед тренировкой: 10, 12, 9, 14, 10, 9, 14, 12, 10, 12, 14, 10, 8, 12, 10.
3. При оценке частоты сердечных сокращений у учеников перед соревнованием был получен следующий вариационный ряд: (X_i , уд/мин) - 58, 60, 64, 66, 68, 70, 74; m_i – 1, 2, 3, 5, 3, 2, 1. Найдите выборочную среднюю данного показателя.