



---

# Математические модели рыночной ЭКОНОМИКИ

# Паутинообразная модель

---

- В экономической теории важным является понятие равновесия.
- **Равновесие - это такое состояние экономического объекта, которое сохраняется достаточно долго при отсутствии внешних воздействий.**
- Рассмотрим модель установления равновесной цены на рынке одного товара, с помощью которой можно достичь конкурентного равновесия.

# Паутинообразная модель

---

- В теории равновесия рассматривается три аспекта:
  - **1) существование;**
  - **2) единственность;**
  - **3) устойчивость.**
- Для доказательства существования рассмотрим функции спроса и предложения на товар и их свойства.

# Построение функции спроса на товар

---

- ⊗ Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:

# Построение функции спроса на товар

---

- ⊗ Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:
  - $x_i = F(I, \bar{p})$

## Свойства функции спроса

Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на

# Построение функции предложения

- Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:

# Построение функции предложения

---

- ⊗ Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:
  - $x_i = F(I, \bar{p})$

## Свойства функции предложения

- Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары.

# Взаимодействие спроса и предложения

---

- Напомним, что анализируется рынок с одним продуктом, спрос на который характеризуется убывающей функцией спроса  $\phi(p)$ , а предложение – возрастающей функцией совокупного предложения  $\psi(p)$ .
- Предполагается, что эти функции определены и непрерывны для всех  $p > 0$ .
-

# Взаимодействие спроса и предложения

---

Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменяется и положение равновесия, что порождает функцию спроса на

# Взаимодействие спроса и предложения: устойчивость

---

- Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:

- $x_i = F(I, \bar{p})$

# Взаимодействие спроса и предложения

---

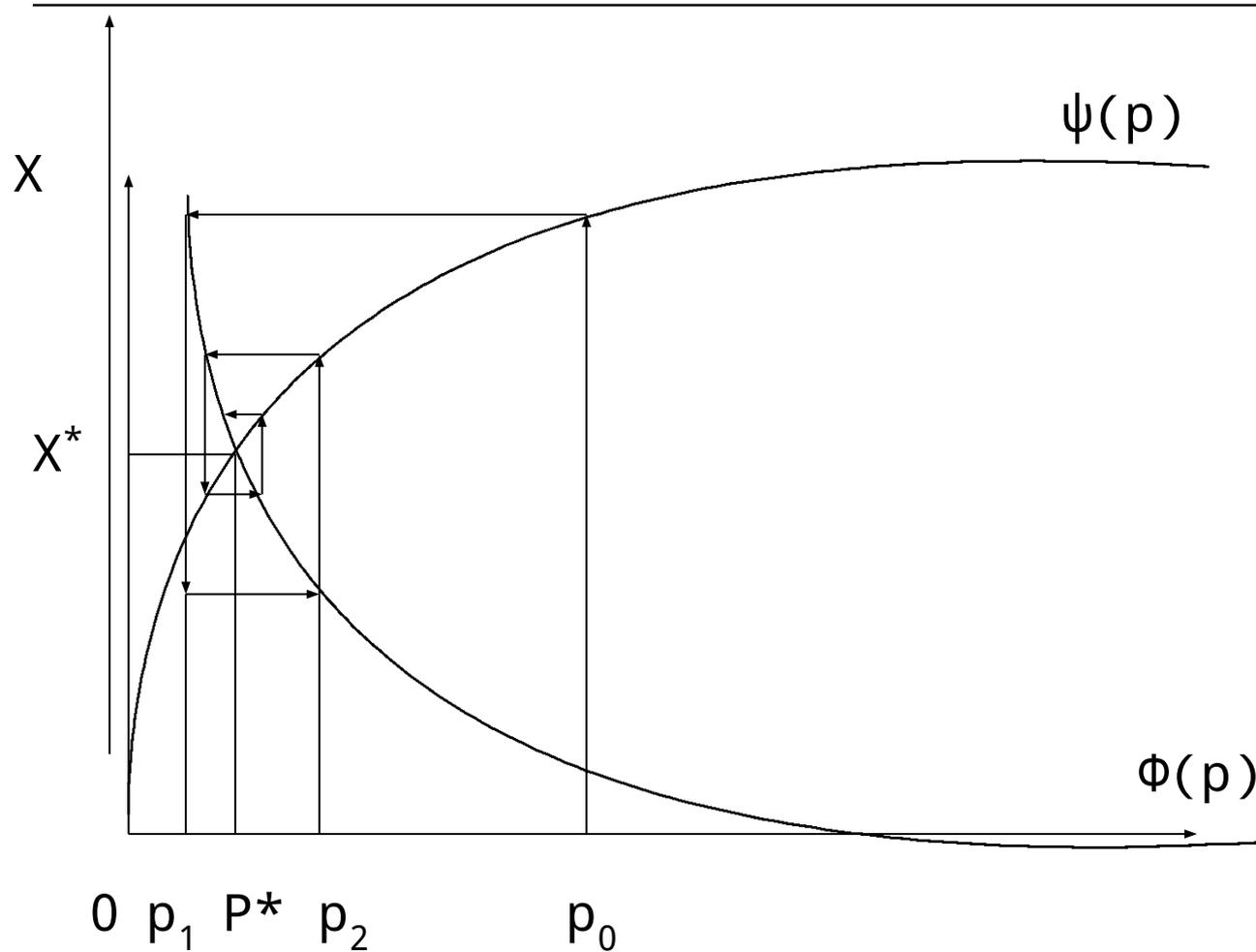
Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на товары:

- $x_i = F(I, \bar{p})$

Решая задачу потребительского выбора мы получаем точку локального рыночного равновесия потребителя при фиксированных ценах и доходе. Если цены и доход изменятся, то изменится и положение равновесия, что порождает функцию спроса на

товары и

# Паутинообразная модель



# Классическая модель рыночной ЭКОНОМИКИ

---

Классическую модель рыночной экономики можно рассматривать как систему взаимосвязанных моделей, каждая из которых выражает поведение одного из трех рынков: рабочей силы, денег и товаров.

Модель подходит для описания экономики с совершенной конкуренцией. В условиях монопольного рынка она не работает.

# Рынок рабочей силы

---

Рынок рабочей силы описывается с помощью трех зависимостей: **функции спроса, функции предложения и условия равновесия.**

В классической модели функция спроса на рабочую силу выводится из двух гипотез:

- 1) фирмы полностью конкуренты при предложении товаров и найме рабочей силы;
- 2) при прочих равных условиях предельный продукт труда снижается по мере роста рабочей силы.

Из этих гипотез вытекает, что в состоянии равновесия предельный продукт труда в стоимостном выражении равен ставке заработной платы .

$$p \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = w \quad (1)$$

Из соотношения (1), а следовательно из гипотез 1 и 2, вытекает, что при падении ставки заработной платы предельный продукт также будет падать, пока снова не будет достигнуто равновесие.

Обозначим через  **$Pr$**  прибыль, тогда в предположении, что все факторы производства, кроме труда, фиксированы, получаем:

$$Pr = pF(K, L) - wL - rK$$

# Рынок рабочей силы

Необходимое условие максимума прибыли:

$$\frac{\partial \text{Pr}}{\partial L} = p \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0, \text{ но поскольку } \frac{\partial^2 \text{Pr}}{\partial L^2} = p \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

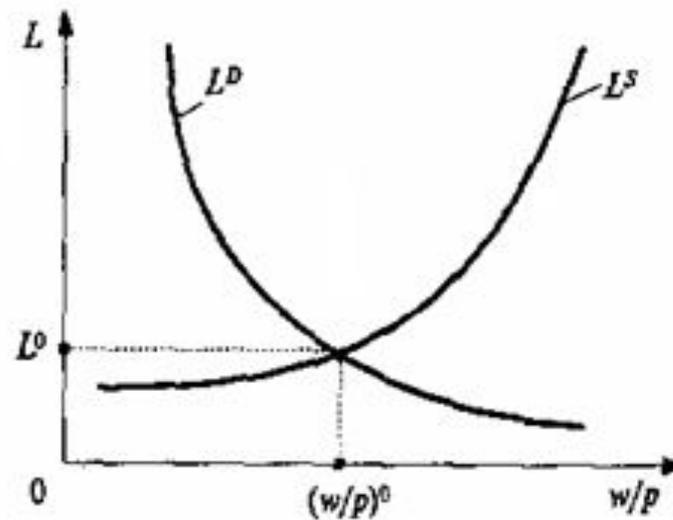
то, действительно, условие (1) – это условие максимума прибыли.

Перепишем соотношение (1) в следующем виде:

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = \frac{w}{p}$$

и продифференцируем его по реальной заработной плате:

$$\left( \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \right) \left( \frac{\partial L}{\partial (w/p)} \right) = 1, \text{ поскольку } \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0, \text{ то } \frac{\partial L}{\partial (w/p)} < 0$$

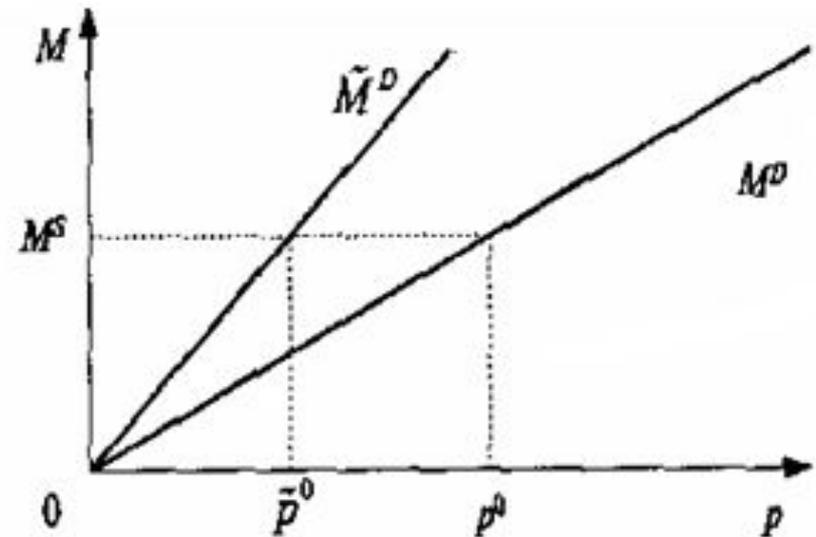


# Рынок денег

Теория спроса на деньги (без других финансовых активов) в классической модели основывается на гипотезе, что *совокупный спрос на деньги* — это функция денежного дохода (т.е. функция от  $Yp$ , где  $Y$  — валовой внутренний продукт в натуральном исчислении), причем прямо пропорциональная денежному доходу:

$$M^D = kYp$$

*Предложение денег*  $M^S$  рассматривается как фиксированная, экзогенно заданная величина.



# Рынок товаров

---

- Предложение товаров

$$Y = F(K, L^*)$$

$L^*$  - число занятых, определенных на рынке рабочей силы.

- Спрос на товары (планируемые расходы) — это сумма спроса на потребительские и инвестиционные товары  $E = C + I$ . Согласно модели  $C = C(r)$ ,  $I = I(r)$ , причем  $C(r)$ ,  $I(r)$  как функции нормы процента  $r$  убывают с ростом  $r$ .

Условие равновесия состоит в том, что предложение товаров равно спросу на товары:

$$E = Y$$

# Общий вид классической модели

---

| Рынки              | Функция спроса                      | Функция предложения                 | Точка равновесия  |
|--------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------|
| Рынок рабочей силы | $L^D = L^D\left(\frac{w}{p}\right)$ | $L^S = L^S\left(\frac{w}{p}\right)$ | $L^D = L^S = L^*$ |
| Рынок денег        | $M^D = kpY$                         | $M^S = const$                       | $M^D = M^S$       |
| Рынок товаров      | $E = C(r) + I(r)$                   | $Y = F(K, L^*)$                     | $E = Y$           |

# Модель Кейнса

---

## **Предпосылки возникновения нового подхода:**

### 1. Исторические:

- характеристика рынков, как рынков совершенной конкуренции, не соответствует действительности;
- появление и укрепление монополий;
- профсоюзы и рабочий класс требовали сохранения соответствующего уровня заработной платы;

### 2. Экономические:

- не подтвердилось предположение о том, что предложение товаров всегда найдет рынок сбыта (закон Сея);
- равновесие на рынке рабочей силы не является необходимым условием общего экономического равновесия, так как рабочая сила является особым товаром.

# Общий вид модели Кейнса

| Рынки              | Функция спроса      | Функция предложения                 | Точка равновесия |
|--------------------|---------------------|-------------------------------------|------------------|
| Рынок рабочей силы | $L^D = L^D(Y_0)$    | $L^S = L^S\left(\frac{w}{p}\right)$ | —                |
| Рынок денег        | $M^D = kpY + Lq(r)$ | $M^S = const$                       | $M^D = M^S$      |
| Рынок товаров      | $E = C(Y_0) + I(r)$ | $Y_0 = F(K, L_0)$                   | $Y_0 = E$        |

# Описание модели Кейнса

---

*Рынок рабочей силы:*

$$L^S = L^S(w/p), \quad L^D = L^D(Y^0).$$

*Рынок денег:*

$$M^S = M^S; \quad M^D = \kappa p Y + Lq(r), \quad \frac{dLq}{dr} < 0, \\ M^S = M^D.$$

*Рынок товаров:*

$$Y = Y(L), \quad E = C(Y) + I(r), \quad \frac{dC}{dY} > 0, \quad \frac{dI}{dr} < 0, \\ Y = E.$$

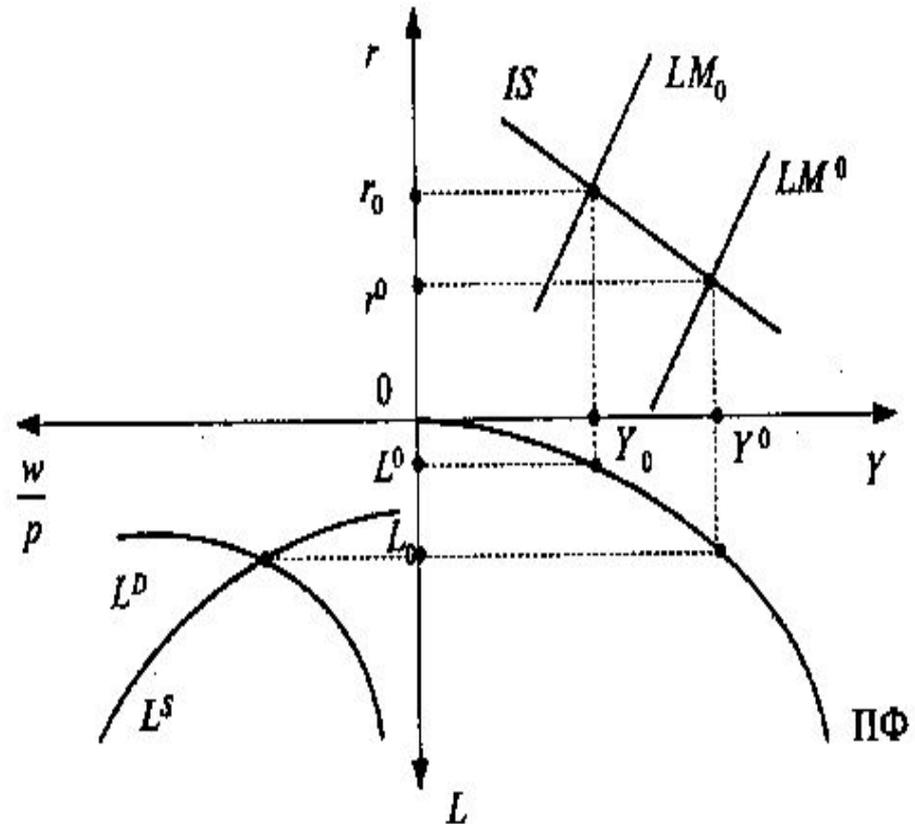
# Концептуальная модель Кейнса

Кривая равновесия на рынке товаров

$$Y^G = \left( \frac{a+d}{1-b} \right) - \left( \frac{f}{1-b} \right) r$$

Кривая равновесия на рынке денег

$$Y^M = \frac{M^s - h}{k\rho} + \frac{jr}{k\rho}$$



# Рычаги государственного регулирования

---

- понижение ставки процента;
- увеличение государственных расходов;
- регулирование налоговой базы;
- создание системы буферных запасов
- умеренное денежное предложение («умелая инфляция»)

# Модификации модели Кейнса

**Первая модель:**

$$\begin{cases} C_t = a + bY_t + \varepsilon_t & \text{функция потребления} \\ Y_t = C_t + I & \text{тождество дохода} \end{cases}$$

**Модель Кейнса с учетом сбережений:**

$$\begin{cases} C_t = a + bY_t + \varepsilon_1 \\ R_t = T + k(C_t + I_t) + \varepsilon_2 \\ Y_t = C_t + I - R_t \end{cases}$$

# Модификации модели Кейнса

---

**Модифицированная модель Кейнса:**

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11}Y_t + b_{12}C_{t-1} + \varepsilon_1 \\ I_t = a_2 + b_{21}r_t + b_{22}I_{t-1} + \varepsilon_2 \\ r_t = a_3 + b_{31}Y_t + b_{32}M_t + \varepsilon_3 \\ Y_t = C_t + I_t + G_t \end{cases}$$

*$M_t, G_t$  – экзогенные*