

# Множества и операции над ними

*Множество и его элементы*

*Пустое множество*

*Способы задания множеств*

*Подмножества данного множества*

*Операции над множествами*

# Цель урока:

- **Формировать знания учащихся**
  - о множествах и его элементах,**
  - о пустом множестве,**
  - о способах задания множеств,**
  - об операциях над множествами:**
    - объединение, пересечение, разность**



# Понятия теории множеств

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918). Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ✓ ***Множество - совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***

Например:

- Множество цифр:

0;1;2;3;4;5;6;7;8;9

- Множество букв русского алфавита

**Предметы, из которых состоит  
множество, называются его  
ЭЛЕМЕНТАМИ**

Например:

- 1). Цифра 6 – элемент множества цифр.
- 2). Буква Л – элемент множества букв русского алфавита



Для обозначения множеств используют большие буквы латинского алфавита или фигурные скобки, внутри которых записывают элементы множества (при этом порядок элементов не имеет значения).

- Например:

- 1).  $A$  — множество цифр:  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .

- 2).  $W$  — множество букв русского алфавита:

$W = \{А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И; Й; К; Л; М; Н; О; П; Р; С; Т; У; Ф; Х; Ц; Ч; Ш; Щ; Ъ; Ы; Ь; Э; Ю; Я \}$



- Для обозначения элементов множества используют малые буквы латинского алфавита



Например:

- 1).  $f = 6$  – элемент множества цифр
- 2).  $a = P$  – элемент множества букв русского алфавита
- Принадлежность предмета данному множеству обозначается  $\in$
- Непринадлежность – символом  $\notin$

Например:

- 1).  $f = 6$  ;  $6 \in A$ , где  $A$ — множество цифр.
- 2).  $K \in W$ , где  $W$ — множество букв русского алфавита

## Множество может быть:

### ● 1). Конечное :

Например:  $A$  — множество цифр

### ● 2). Бесконечное:

Например:  $\mathbb{N}$  — множество натуральных чисел

### ● 3). Пустое:

$\emptyset$  — множество, в котором нет ни одного элемента

Например:  $X$  — множество решений уравнения

$$\tilde{\delta}^2 = -25$$

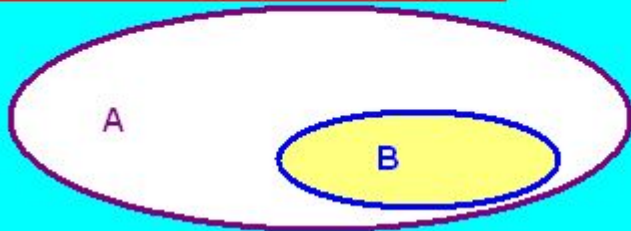
Если множество В состоит из некоторых элементов  
множества А

(и только из них),

то множество В называется **ПОДМНОЖЕСТВОМ**

*множества А*

В подмножество множества А



$$\hat{A} \subset \grave{A}$$

Подмножеством  
данного множества  
А является и само  
множество А

Например:

1).  $B = \{5; 9; 0\}$ ,  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ , то

$$\hat{A} \subset \grave{A} \quad (\text{читается В содержится в А})$$

2).  $C = \{Л; Е; Т; О\}$ ,

$W = \{А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И; Й; К; Л; М; Н; О; П; Р; С; Т; У; Ф; Х; Ц; Ч; Ш; Щ; Ъ; Ы; Ь; Э; Ю; Я\}$ ,

$$C \subset W$$

(читается С содержится в W)

Пустое множество, по  
определению, считают  
подмножеством  
всякого множества





# СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

---

- *Перечислением элементов множества;*
- *Описанием общего (характеристического) свойства, объединяющего элементы.*

**Например:**

- 1).  $K = \{x : -5 \leq x \leq 6\}$  - описанием характеристического свойства элементов
- 2).  $T = \{x : 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}\}$  - описанием характеристического свойства элементов
- 3). Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале - перечислением элементов
- 4). Множество цифр:  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  - перечислением элементов



**Множества называются РАВНЫМИ, если они  
состоят из одних и тех же элементов**

**Равенство множеств А и В записывают в виде  $A=B$**

**Отношение "=" называется отношением равенства**

*Например:*

*1). Равными являются все пустые множества*

*2). Множество корней уравнения  $x^2=49$ ;  $L = \{-7; 7\}$ ,  
Множество корней уравнения  $|x|=7$ ;  $M = \{-7; 7\}$ ,*

$$\Rightarrow L=M$$





# Решение задач

1. Задайте перечислением элементов множества:

а)  $A$ —множество гласных букв русского алфавита.

*Решение*

$$A = \{a, e, ё, и, о, у, ы, э, ю, я\}$$

б)  $B$ —множество корней уравнения  $x^3 - 4x = 0$ .

*Решение*

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = \pm 2$$

$$B = \{-2; 0; 2\}$$

в)  $C$ —множество простых четных чисел.

*Решение*

$$C = \{2\}$$



2. Перечислить элементы следующих множеств:

а)  $A = \{x : x \text{ ученикам вашего класса, которые сейчас отсутствуют} \}$ .

*Решение*

$$A = \{ \text{Будникова; Стадницкая} \}$$

б)  $B = \{ x : (x-2)(x+3)=0 \}$

*Решение*

$$B = \{ -3; 2 \}$$

в)  $C = \{ x : x^2 - 8x + 15 = 0 \}$

*Решение*

*По теореме Виета находим корни квадратного уравнения*

$$C = \{ 3; 5 \}$$

### 3. Какие из следующих множеств являются пустыми?

множество решений уравнений  $x^2-4=0$

множество решений уравнений  $x=x+2$

множество решений уравнений  $x+1 \neq x+1$

множество кругов, у которых диаметр меньше радиуса

*Правильно!*



5. Даны множества:

а) множество А всех трапеций.

б) множество В всех прямоугольников.

в) множество С всех четырехугольников.

г) множество D всех квадратов.

д) множество Н всех параллелограммов.

е) множество F всех многоугольников.

Запишите с помощью знака  $\subset$  эти множества в таком порядке,

чтобы каждое предыдущее множество являлось подмножеством последующего.

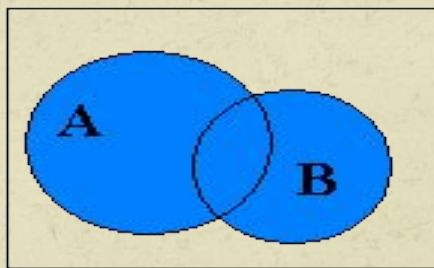
*Решение*

$D \subset B \subset H \subset A \subset C \subset F$



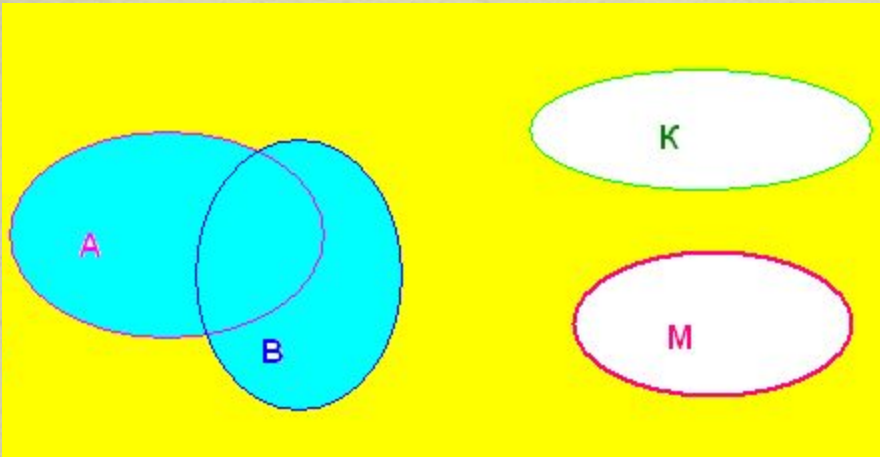
# Операции над множествами

- **Суммой, или объединением** произвольного конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A, B$ .
- Объединение множеств обозначается  $A \cup B$
- На диаграмме Эйлера-Венна объединение двух множеств выглядит так



**Пример:**  $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$ .

# ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ А И В



$C = A \cup B$

$K \cup M$

- Например:
- $L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \}$ ,
- $W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \} \Rightarrow$
- $L \cup W = \{ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 \}$

*Решение задач:*

1. Дано:  $A = \{ 1; 3; 5; 7 \}$ ,  $B = \{ 1; 5; 7; 9 \}$ ,  $C = \{ 2; 4 \}$ .

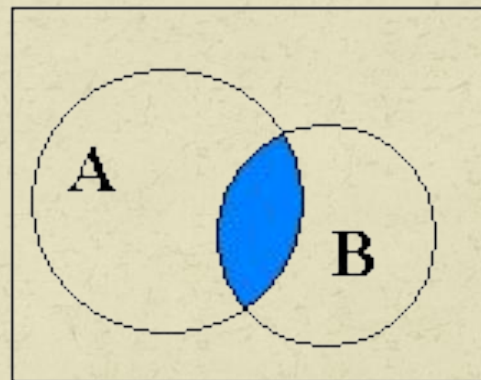
Найти: а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cup C$ ; в)  $B \cup C$ ; г)  $A \cup B \cup C$ .

2. Дано:  $A = \{ x : x^2 - 5x + 6 = 0 \}$ ,  $B = \{ x : x^2 - 3x + 2 \}$ .

Найти:  $A \cup B$ .

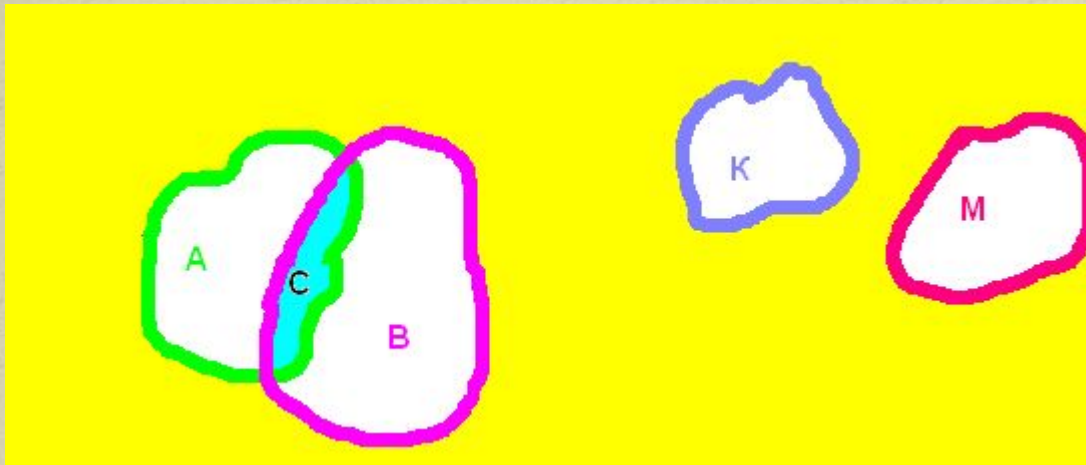


- **Пересечением** любого конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам А и В одновременно.
- Пересечение множеств обозначается  $A \cap B$
- На диаграмме Эйлера-Венна пересечение двух множеств выглядит так



**Пример:**  $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



$$C = A \cap B$$

$$K \cap M = \emptyset$$

Например:

$$L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \},$$

$$W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \}$$

$$\Rightarrow K = L \cap W = \{ 1; 5 \}$$

*Решение задач:*

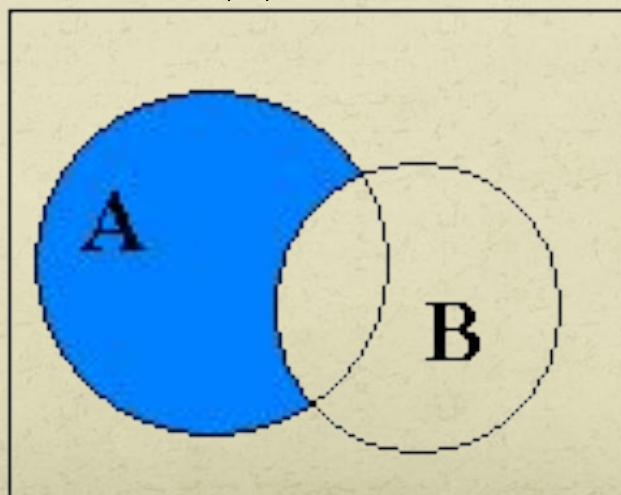
1. Дано:  $A = \{ a; c; k; 1; 3 \}$ ,  $B = \{ c; e; 6; 3 \}$ ,  $C = \{ c; 1; 6 \}$ .

Найти: а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cap C$ ; в)  $B \cap C$ ; г)  $A \cap B \cap C$ .

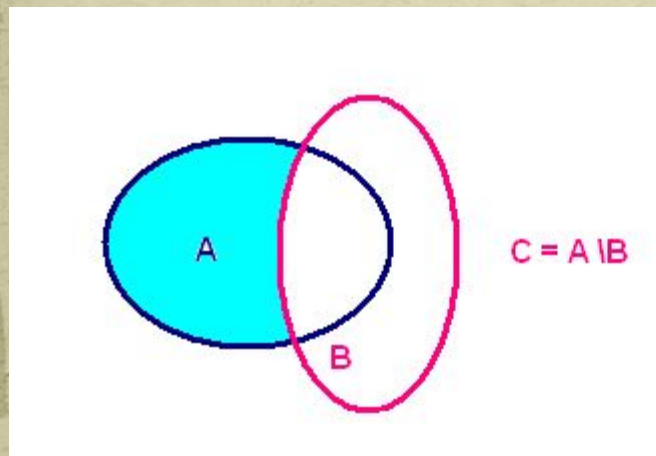
2. Дано:  $A = \{ x : x^2 - 5x + 6 = 0 \}$ ,  $B = \{ x : x^2 - 3x + 2 = 0 \}$ .

Найти  $A \cap B$ .

- **Разностью** между множеством В и множеством А называется множество всех элементов из В, не являющихся элементами из А.
- Разность двух множеств обозначается  $A \setminus B$
- На диаграмме Эйлера-Венна разность двух множеств выглядит так



# РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ А И В



*Решение задач:*

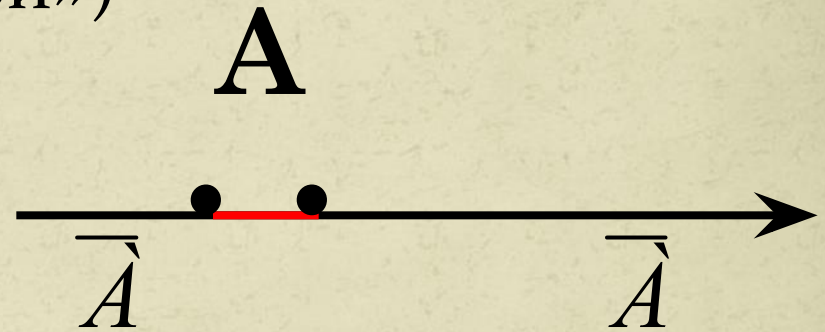
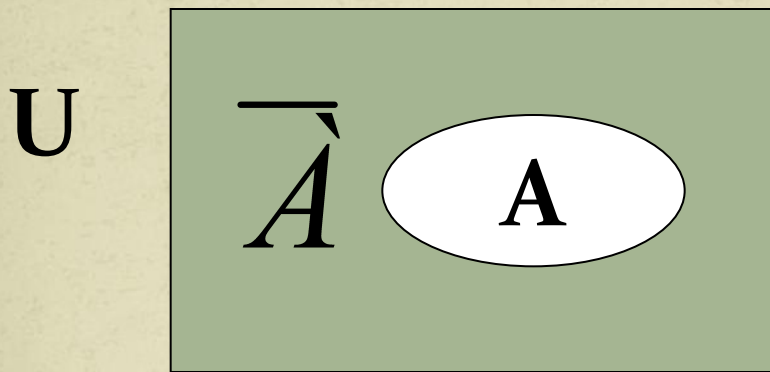
1. Дано:  $M = \{ a; b; c; d \}$ ,  $N = \{ b; d \}$ .  
Найти: а)  $M \setminus N$ ; б)  $N \setminus M$ ; в)  $(M \setminus N) \cup (N \setminus M)$

2. Найти разность множеств  $K = \{ 1; 2; 3; 7; 8; 9; \}$  и  $M = \{ 2; 0; 8 \}$ .



• **Дополнением** множества  $A$  называется множество, состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству  $A$  (но принадлежащих универсальному множеству  $U$ )

Дополнение множества  $A$  обозначается  $\bar{A}$  (можно читать: « $A$  с чертой»)



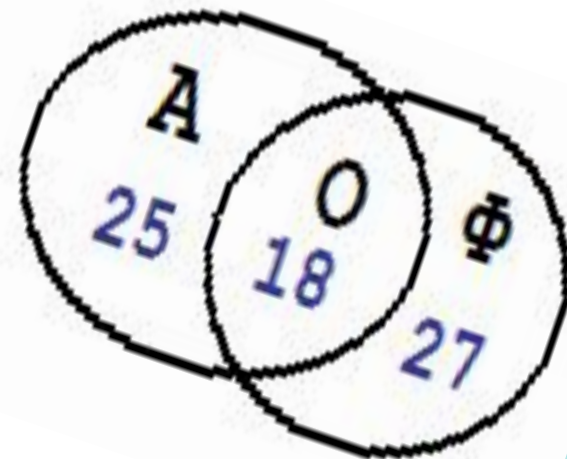
$$U = R, A = [0;1] \Rightarrow \bar{A} = (-\infty;0) \boxtimes (1;+\infty)$$

**Задача.** Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 25 учащихся, французский — 27 учащихся, а два языка — 18 учащихся. Сколько учащихся в классе?

**Решение:**

*Пусть  $A$  - множество учащихся изучающих английский язык,  $\Phi$  - множество учащихся изучающих французский язык,  $O$  - множество учащихся изучающих английский и французский язык.*

$25 - 18 = 7$  (уч.) — изучают только английский;  
 $27 - 18 = 9$  (уч.) — изучают только французский;  
 $3) 18 + (7 + 9) = 34$  (уч.)



**Ответ:** в классе 34 ученика.

# *Подведение итогов урока:*

Приведите примеры множеств.

Какие бывают множества по количеству элементов?

Как обозначаются множества?

Как обозначается принадлежность или непринадлежность элемента данному множеству?

Какими способами задаются множества (привести примеры) ?

Какие множества называются равными (привести примеры) ?

Какое множество называется подмножеством данного множества ( привести примеры и записать их символически) ?

Что называется пересечением двух множеств ( привести примеры и записать символически ) ?

Что называется объединением двух множеств ( привести примеры и записать символически ) ?

Что называется разностью двух множеств ( привести примеры и записать символически ) ?

**Спасибо за урок!**