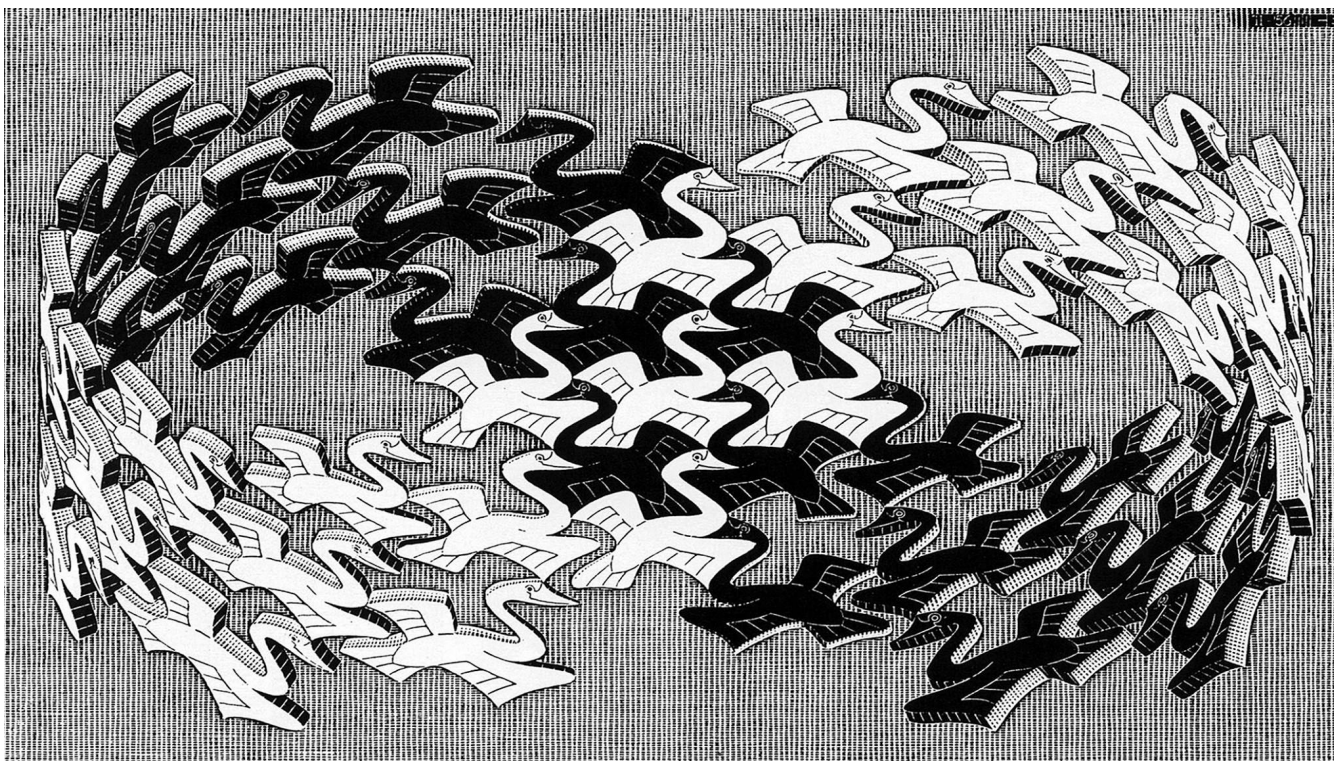
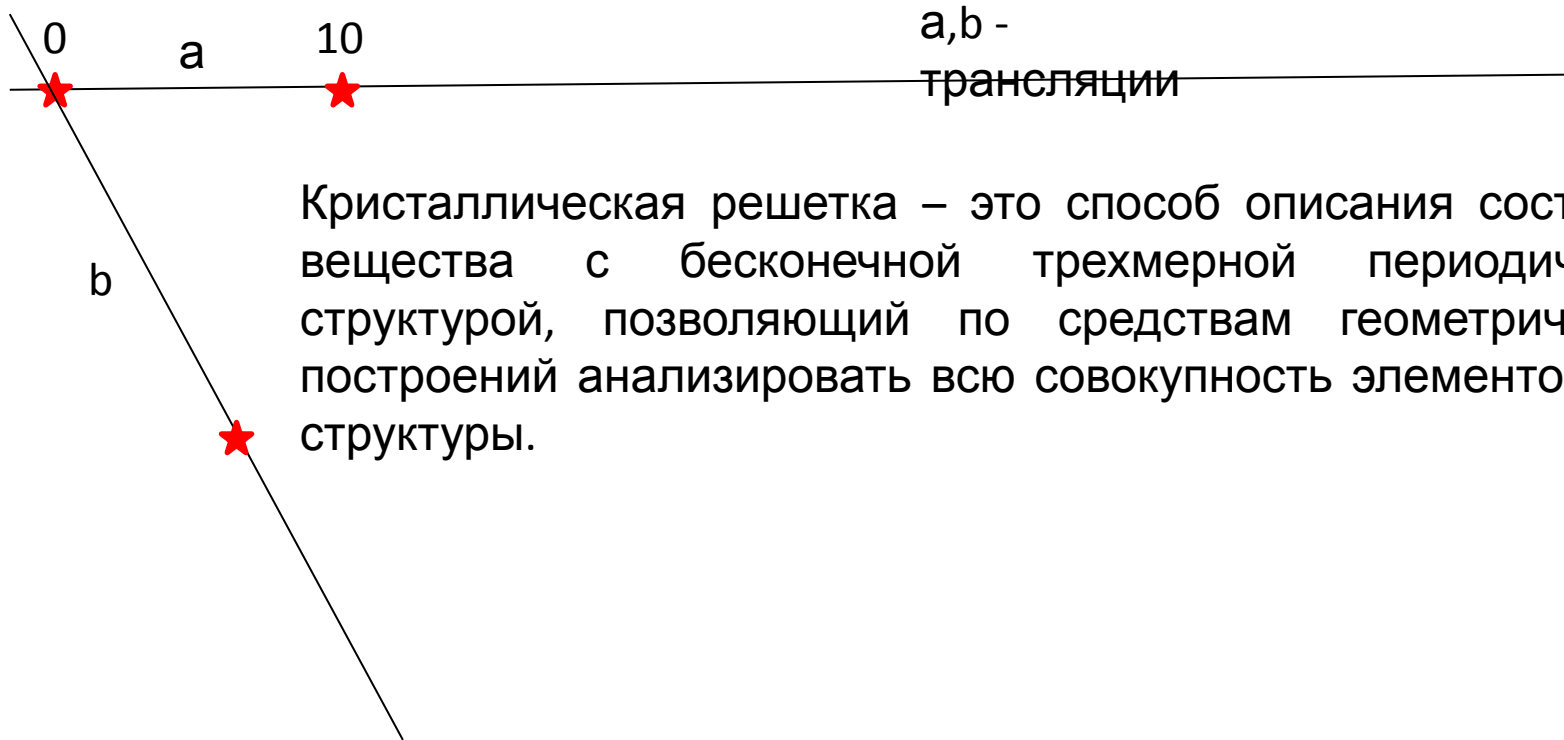


Лекция 3. Кристаллы. Дефекты в кристаллах. Симметрия и способы её описания.



М. Эшер. Три  
мира

Как описать структуру  
кристалла?



Кристаллическая решетка – это способ описания состояние вещества с бесконечной трехмерной периодической структурой, позволяющий по средствам геометрических построений анализировать всю совокупность элементов этой структуры.

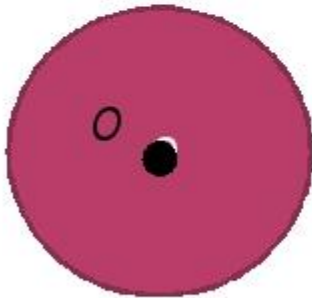
# Симметрии

- свойство геометрической <sup>я</sup>фигуры при определенном преобразовании пространства приобретать новое положение неотличимое от исходного (самосовмещаться)

**Операция симметрии** – отражение геометрической фигуры самой в себя при некотором изометрическом преобразовании пространства.

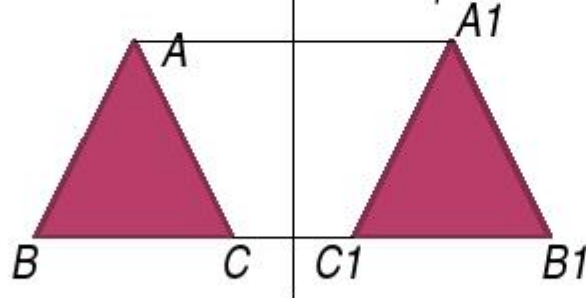
**Элемент симметрии** – геометрическое место точек, переходящее в себя при симметрическом преобразовании пространства

Центральная симметрия



$O$  – центр симметрии

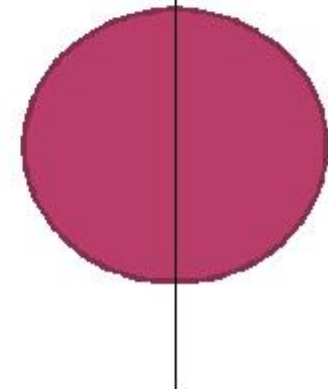
Плоскостная симметрия



$m$  – плоскость симметрии

$L$  – ось симметрии

Ось симметрии



# Примеры действия элементов симметрии

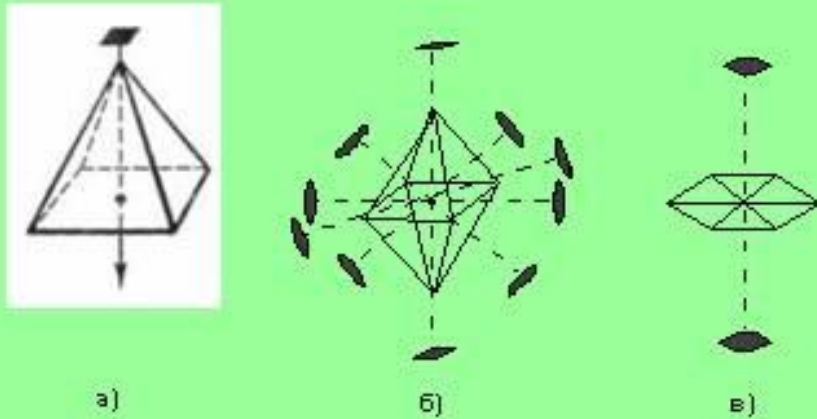


Рис.1. Примеры действия осей симметрии различного порядка: а) – ось 4-го порядка; б) оси 2-го и 4-го порядков; в) ось 6-го порядка.

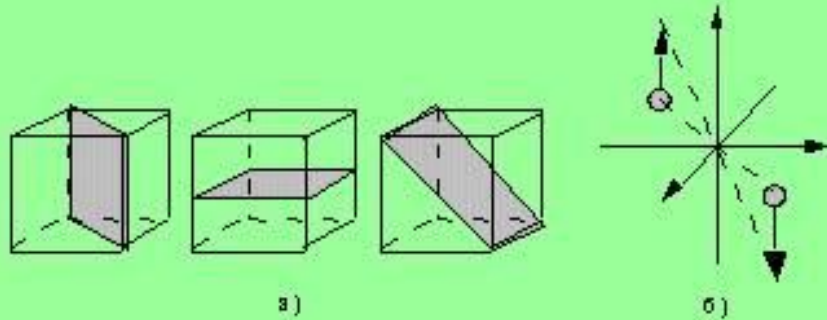


Рис.2. Примеры действия плоскостей симметрии (а) и центра инверсии (б).

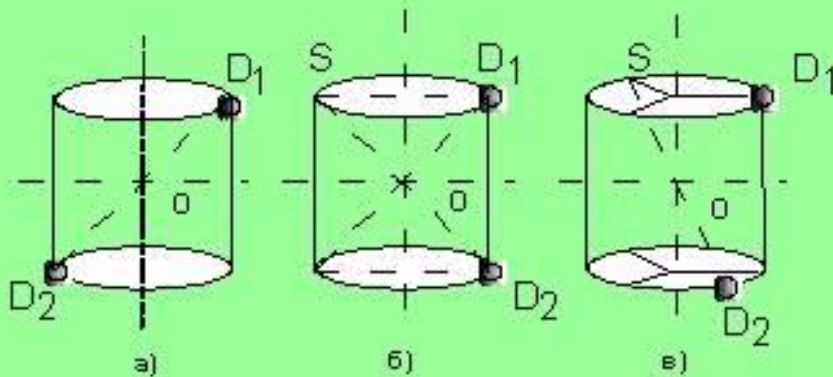
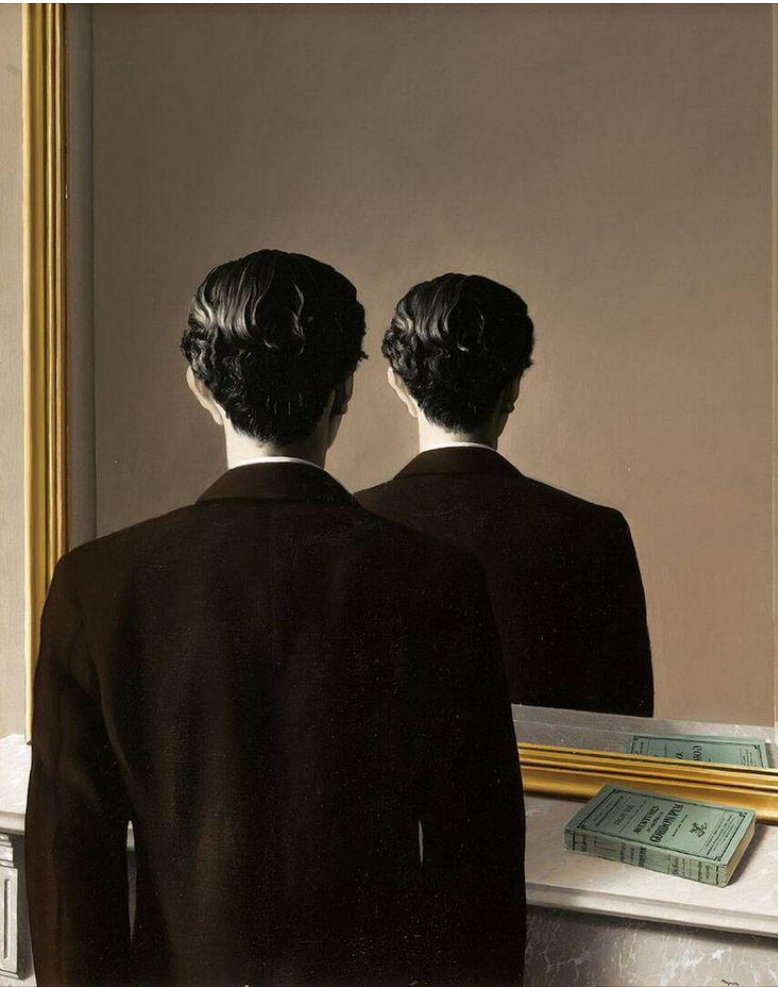


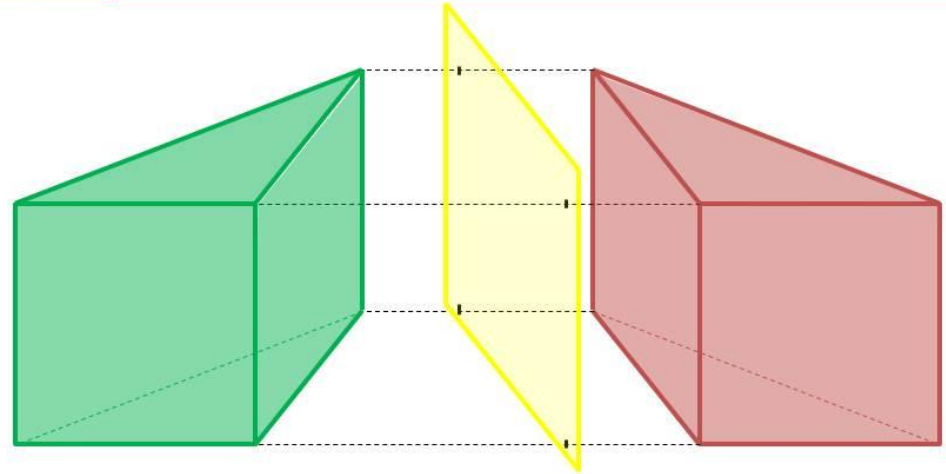
Рис.3. Примеры действия инверсионных осей симметрии: 1-го (а), 2-го (б) и 3-го порядка (в).

# Плоскости отражения



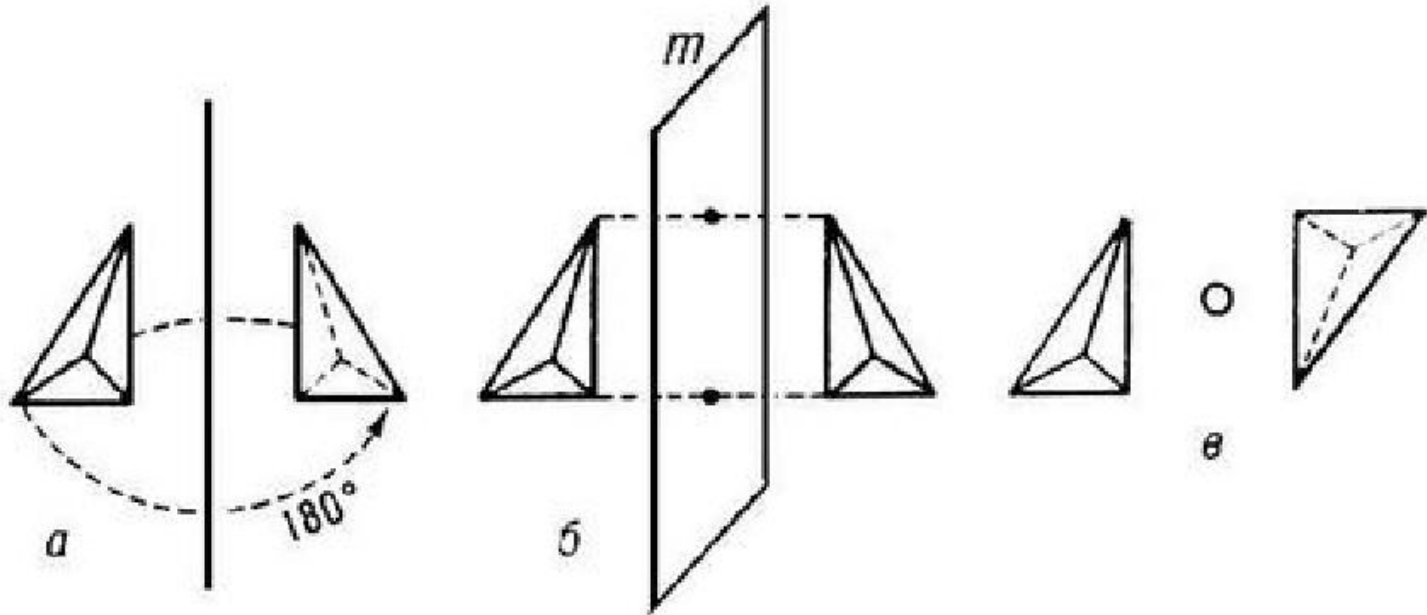
## Определение

**Зеркальная симметрия** — отображение пространства на себя, при котором **каждая точка  $K$**  переходит в симметричную ей относительно **плоскости  $\beta$  точку  $K_1$**



$\sigma$  – плоскость  
отражения

Центр  
инверсии



2  
порядок

# Инверсионные оси, зеркально-поворотные оси

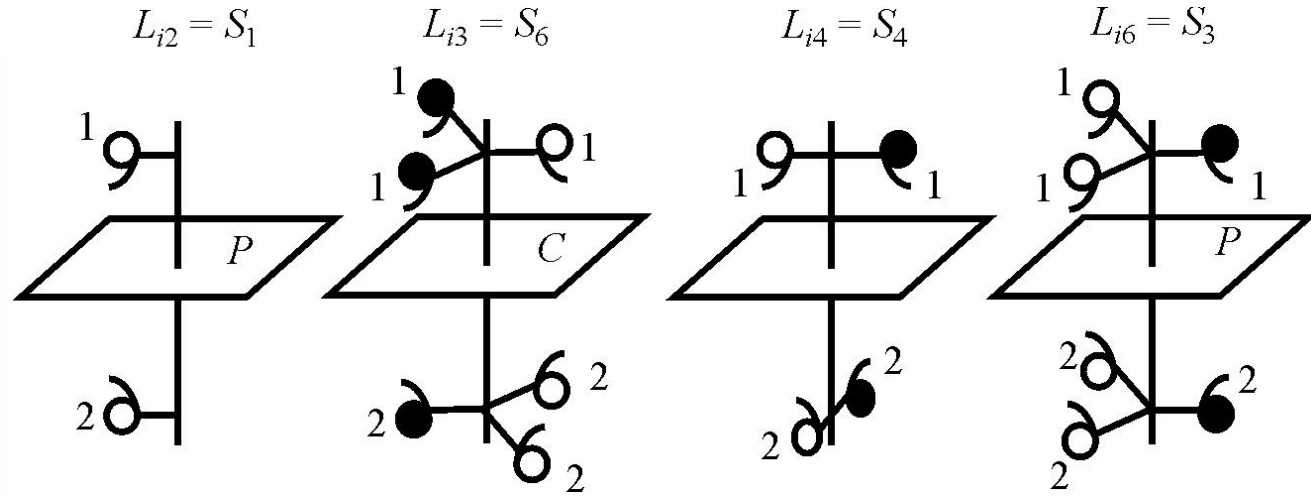
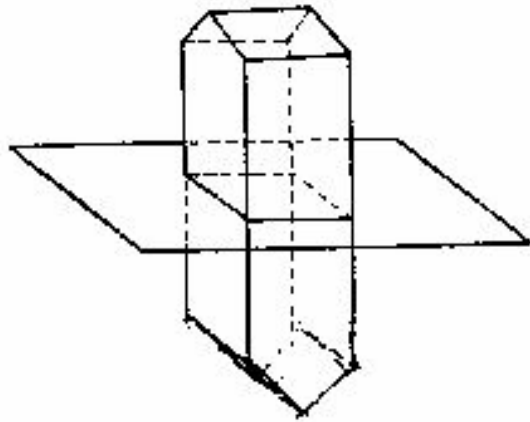


Рис. 69. Зеркально-поворотная ось  $S_4$  в кристалле пентаэритрита



Преобразования симметрии плоского равностороннего треугольника

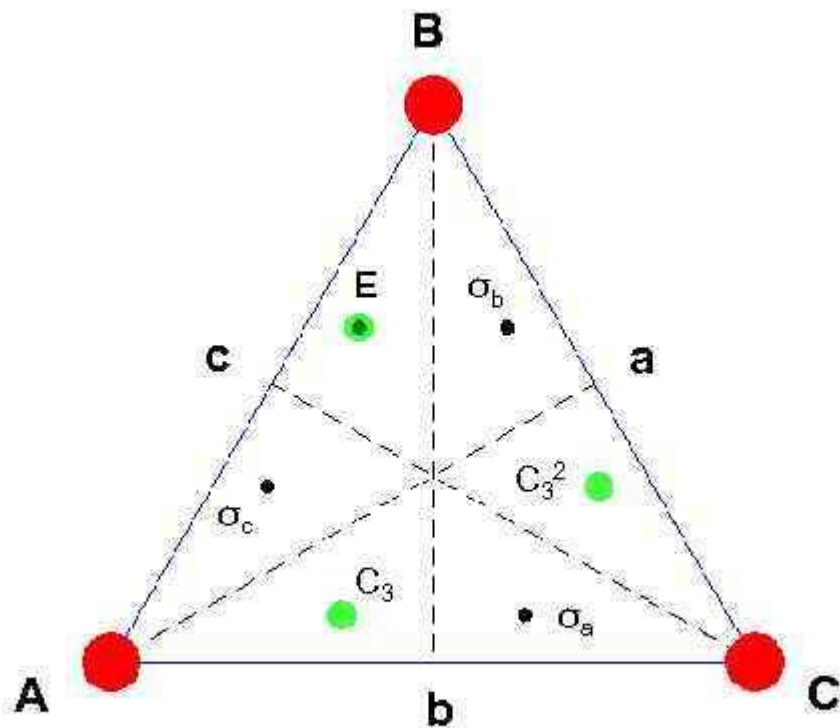
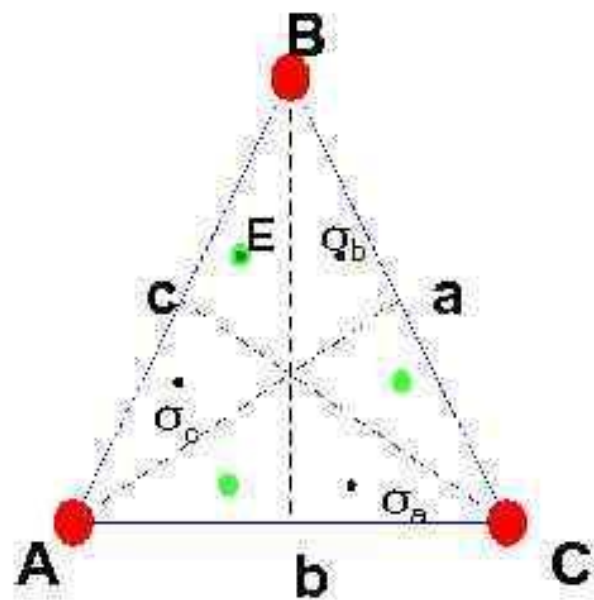
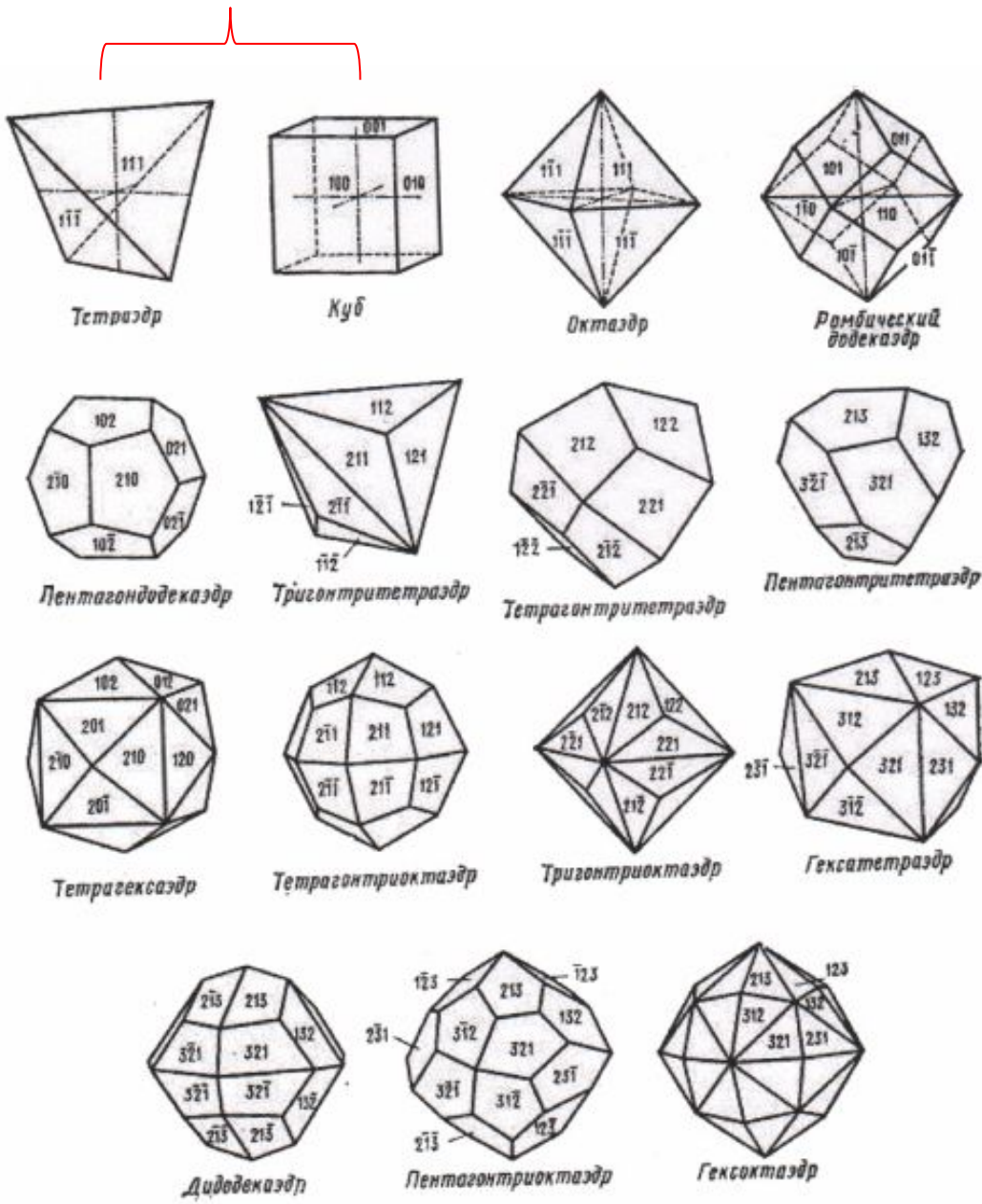


Таблица умножения группы симметрии равностороннего  
 плоского треугольника ( $C_{3v}$ )

$C_{3v}$	E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_a$	$\sigma_b$	$\sigma_c$
E	E					
$C_3$		$C_3^2$				
$C_3^2$		E				
$\sigma_a$		$\sigma_c$		E		
$\sigma_b$		$\sigma_a$		$C_3$		
$\sigma_c$				$C_3^2$		

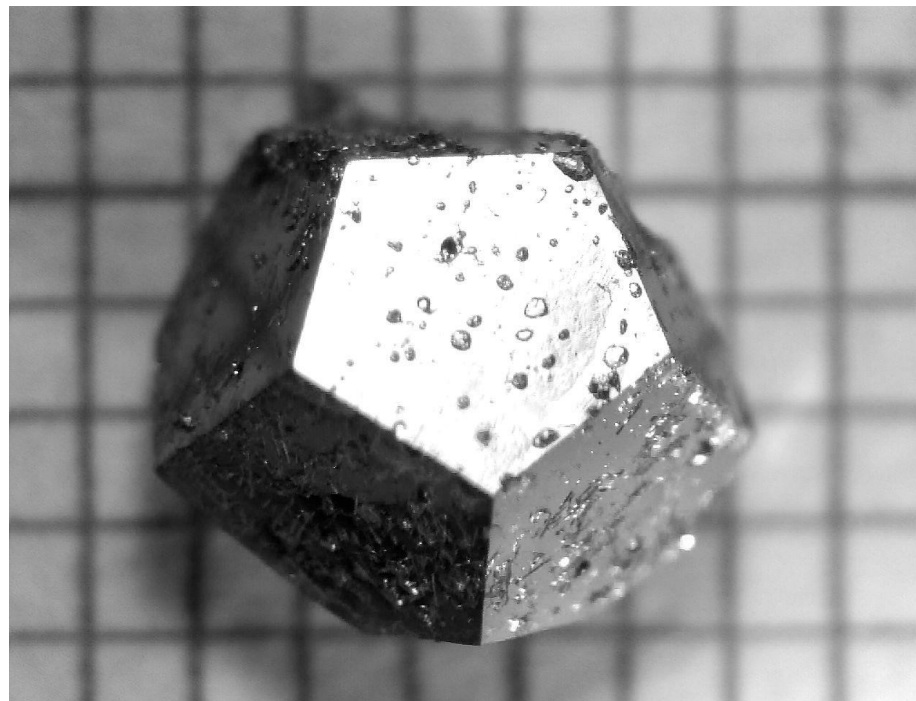
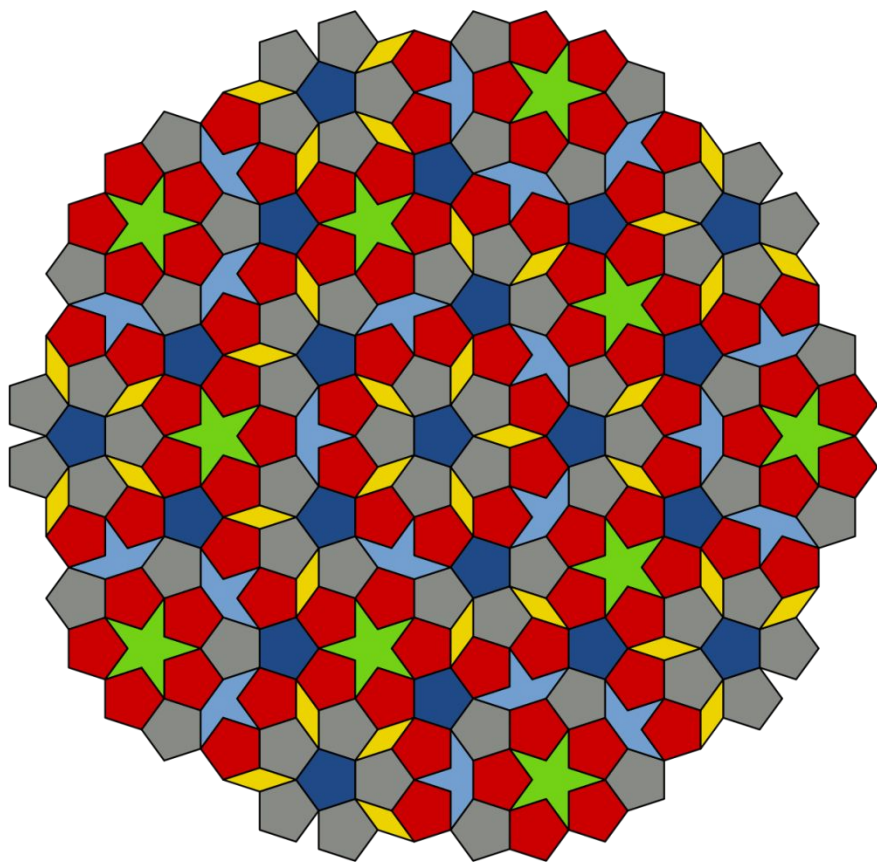


При умножении сначала  
 выполняем "горизонтальную"  
 операцию




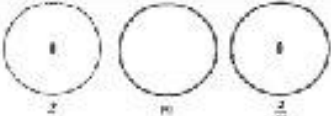












Центр симметрии	Ось симметрии	Плоскость симметрии
Нет		
-	3 оси симметрии	6 плоскостей симметрии

Квазикристаллы, есть порядок, но нет повторений...



# 7 сингоний и их элементы симметрии

Система	Модель	Соотношение параметров ячейки	Элементы симметрии и их расположение
Триклинная		$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	
Моноклинная		$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	
Ромбическая		$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Тетрагональная		$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Тригональная (ромбоэдрическая)		$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
Гексагональная		$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	
Кубическая		$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	



- 5. Гексагональная
- 6. Моноклинная
- 7. Триклинная.

$$a = b = c$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

$$a = b \neq c$$

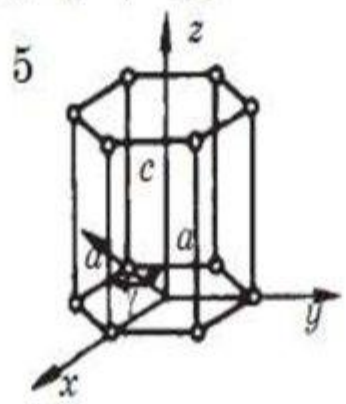
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

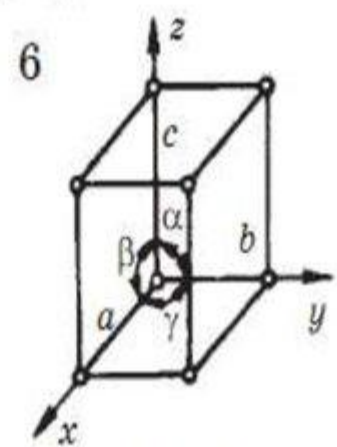
$$a = b = c$$

$$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$$



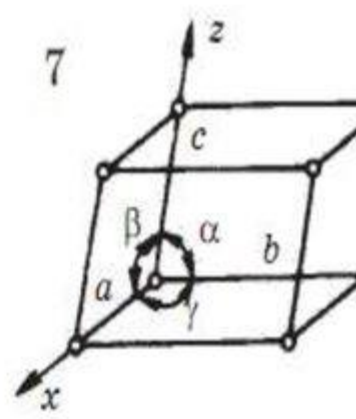
$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$$



$$a \neq b \neq c$$

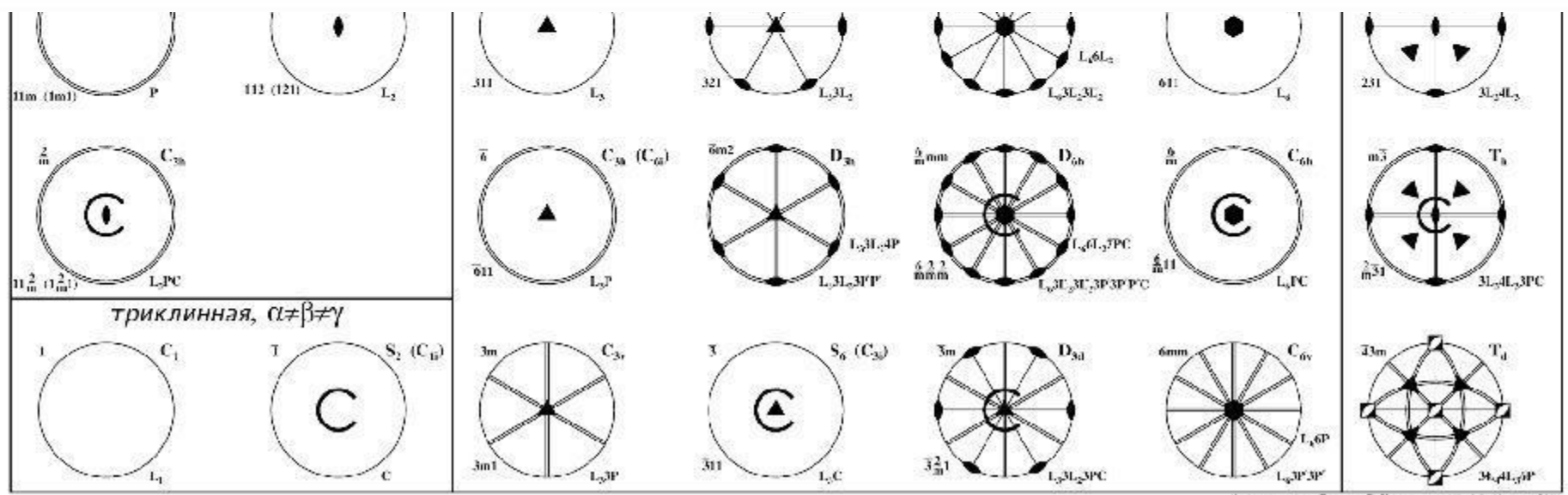
$$\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$$



$$a \neq b \neq c$$

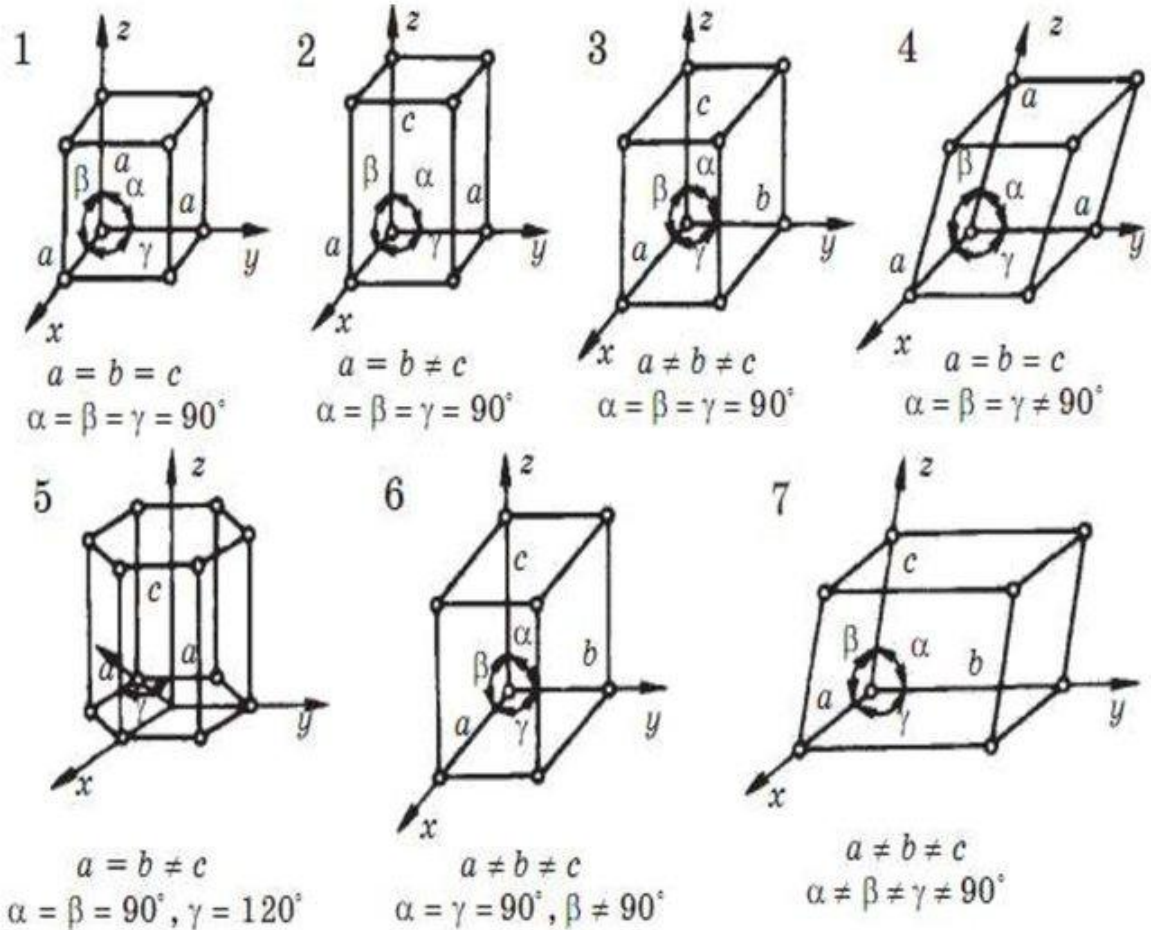
$$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$$

$$\vec{r} = m \vec{a}_0 + n \vec{b}_0 + p \vec{c}_0,$$



# Типы кристаллических решеток (сингонии)

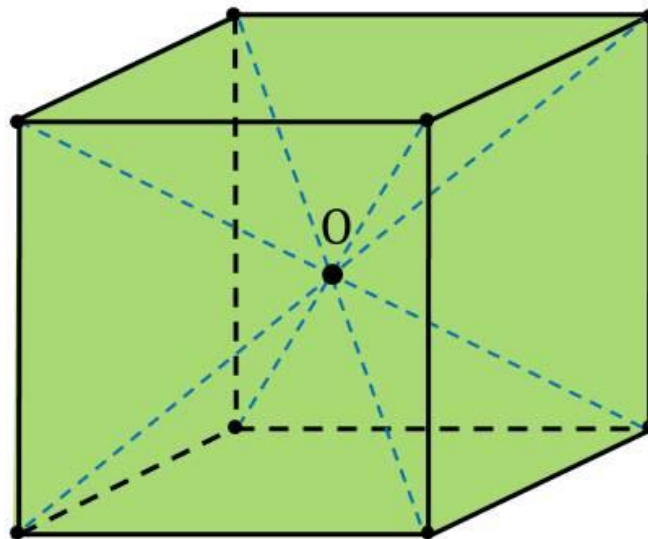
- 1. Кубическая
- 2. Тетрагональная
- 3. Ромбическая
- 4. ромбоэдрическая (тригональная)
- 5. Гексагональная
- 6. Моноклинная
- 7. Триклинная.



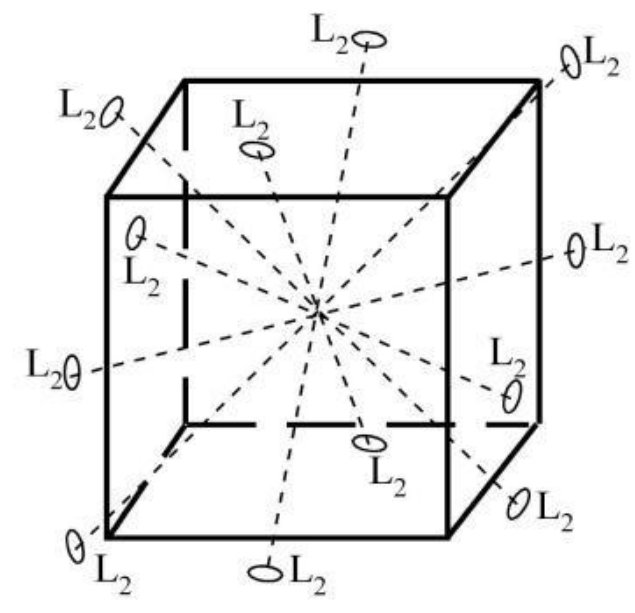
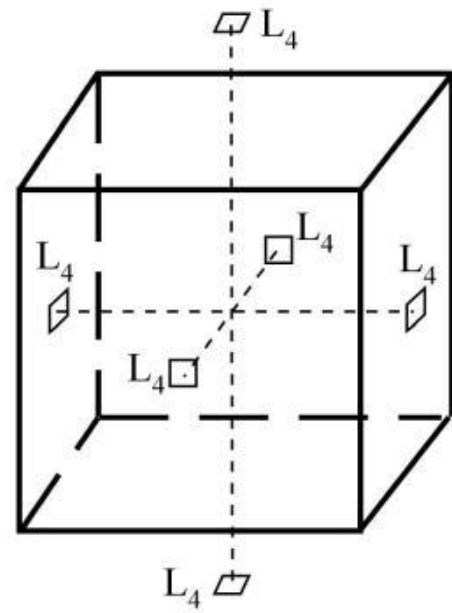
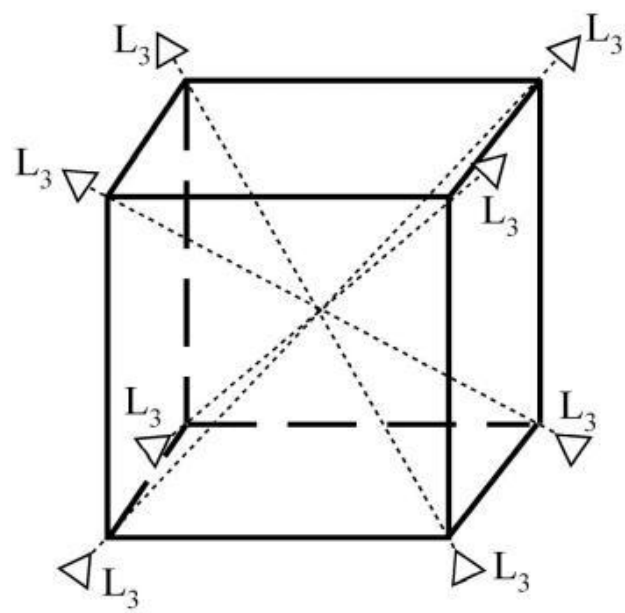
$$\vec{r} = m \vec{a}_0 + n \vec{b}_0 + p \vec{c}_0,$$



Симметрия  
куба

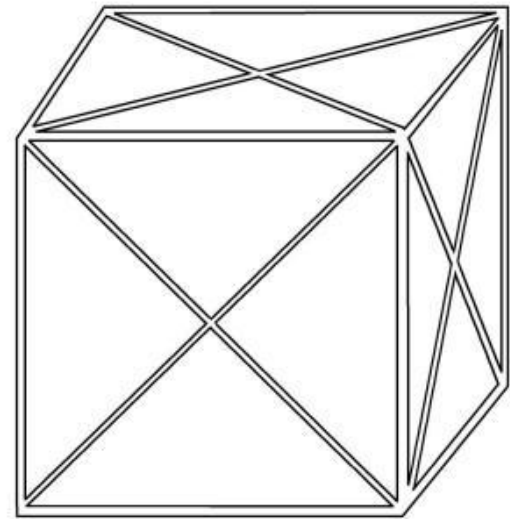
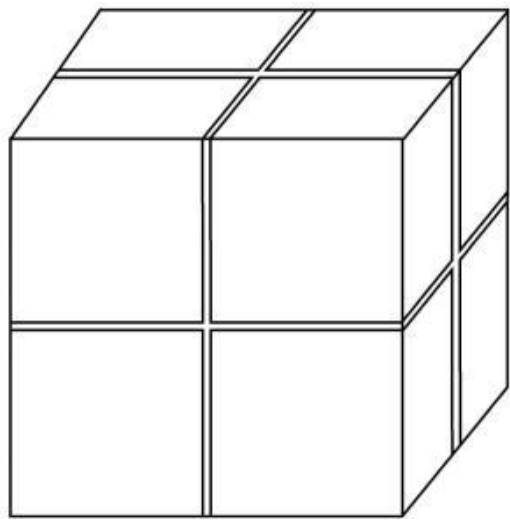


Операции симметрии



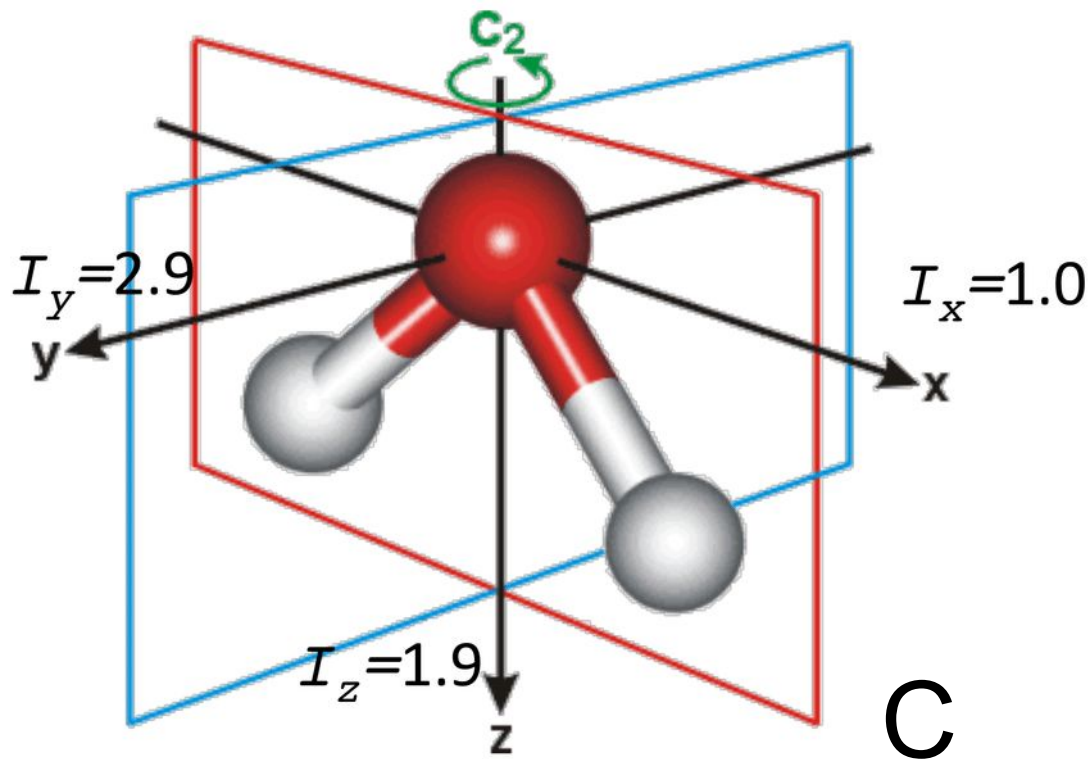
Куб  
6

Элементы симметрии



+ E

Поворотные  
оси

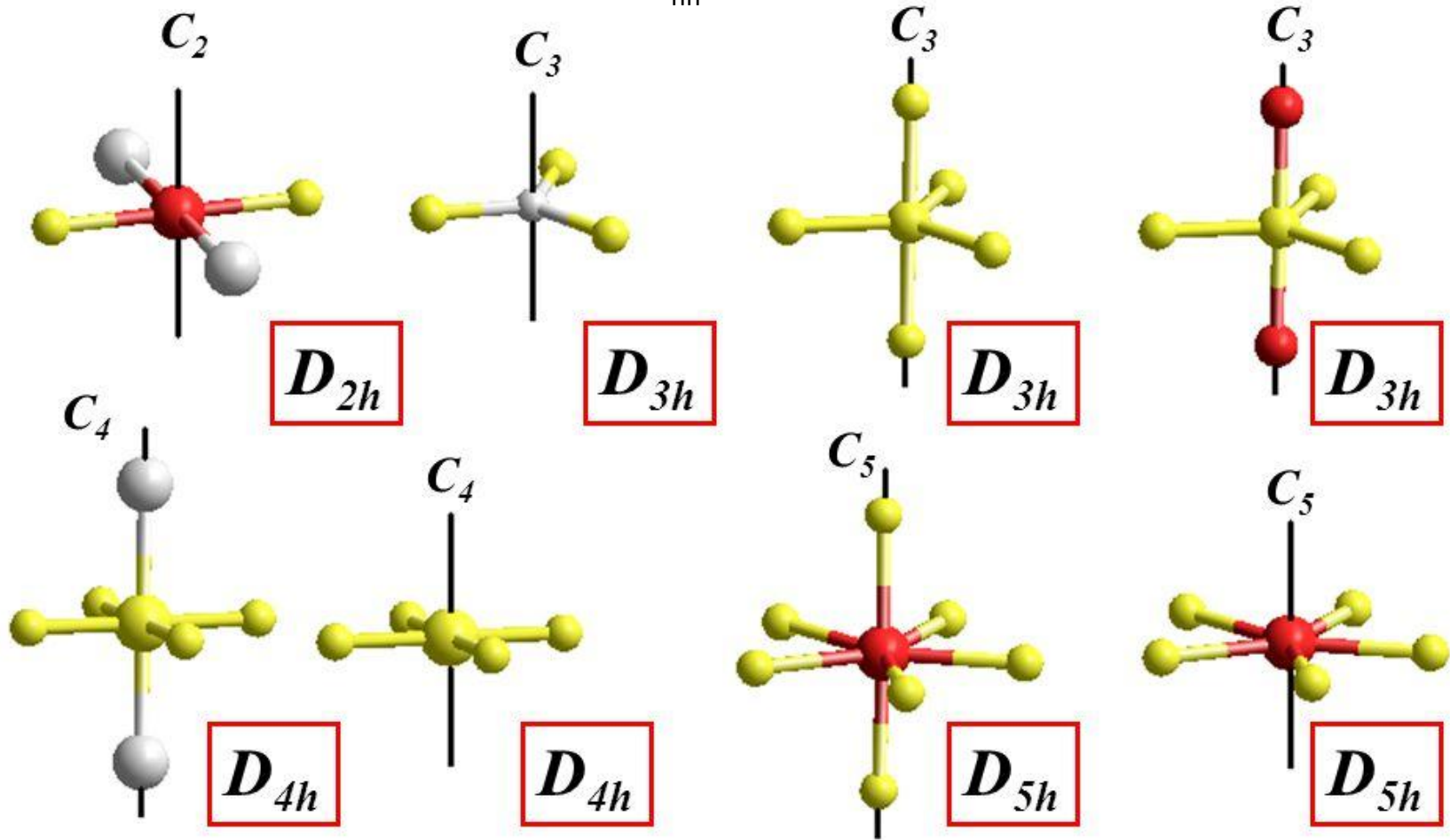


C

n n = количество углов в  
основании

Оси  
отражения

Группы  
 $D_{nh}$



# Символы Шенфлиса

$C_n$  - Поворот на 360/порядок

$S_n^k$  - Поворот на 360/порядок оси + перпендикулярная плоскость отражения (центр инверсии оси)

$\sigma$  – горизонтальная (h), вертикальная (v) или диагональная по отношению к оси наибольшего порядка

## Семейство

$C_n$

Семейство

n -

$S_n$

четное

C

+горизонтальная  
плоскость

$C_n$

n

+вертикальная  
плоскость

$C_{nv}^h$   
(пирамида)

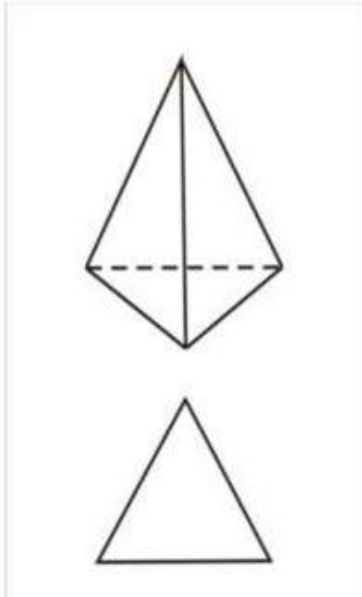
+перпендикулярные оси  $D_n$   
(бипирамида)

+горизонтальная плоскость и перпендикулярная ось  $D_{nh}$   
(призма)

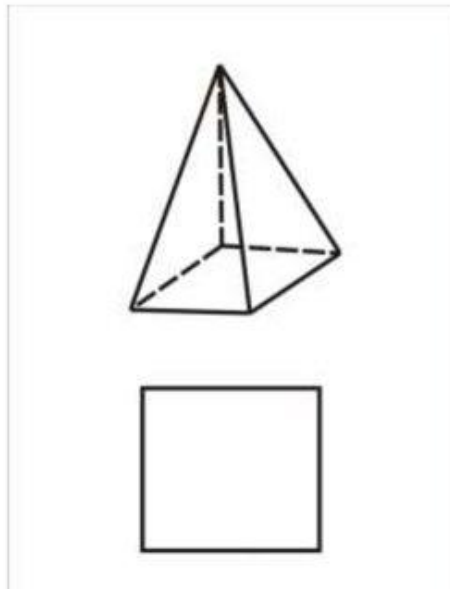
+перпендикулярная ось и горизонтальные оси  $D_{nd}$   
(антипризма)

$C_{nv}$

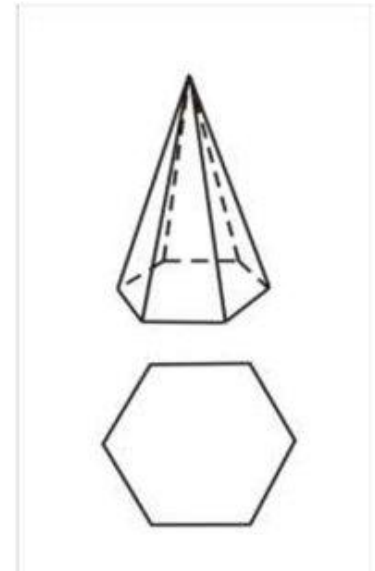
Тригональная



Тетрагональная



Гескагональная



$D_n$



ТРИГОНАЛЬНАЯ



ТЕТРАГОНАЛЬНАЯ



ГЕКСАГОНАЛЬНАЯ



ДИТРИГОНАЛЬНАЯ

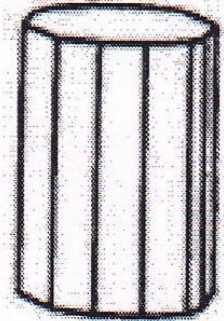
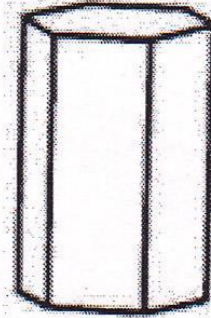
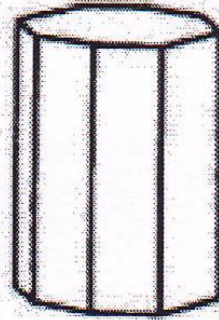
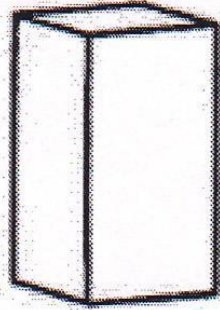
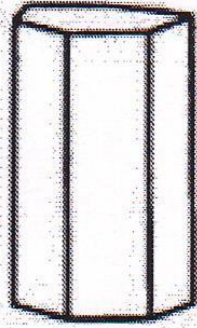
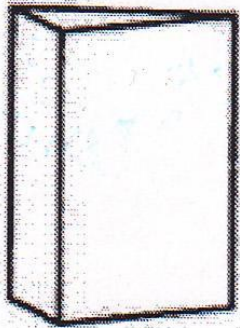


ДИТЕТРАГОНАЛЬНАЯ



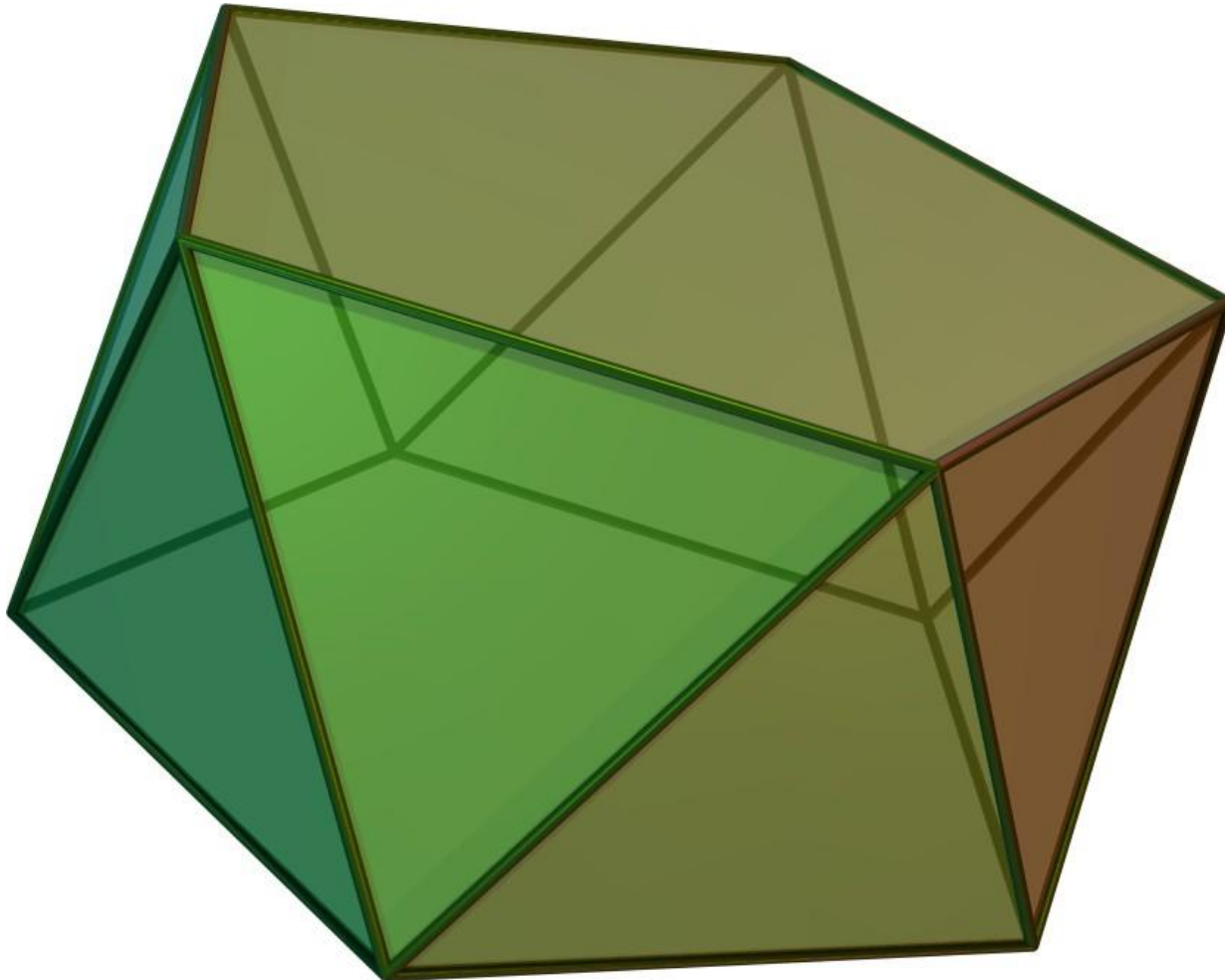
ДИГЕКСАГОНАЛЬНАЯ

$D_n$





$D_{nd}$



# Категории полиэдров

1. Низшая категория (Порядок оси не

выше 2)

Семь групп:  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $S_2$ ,  $C_{2h}$ ,  $C_{2v}$ ,  $D_2$ ,

$D_{2h}$

2. Средняя категория (Одна ось порядка

выше 2)

Семь семейств:  $C_n$ ,  $S_n$ ,  $C_{nh}$ ,  $C_{nv}$ ,  $D_n$ ,  $D_{nh}$ ,

$D_{nd}$

3. Высшая категория (Больше 1 оси более высокого порядка,

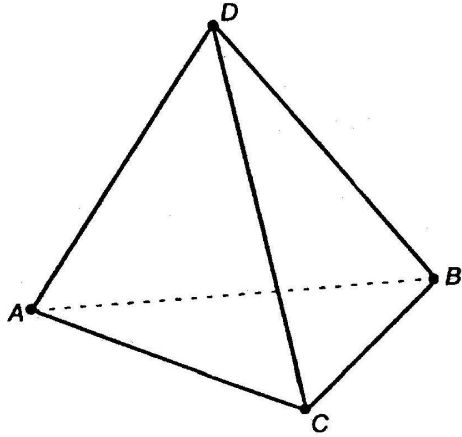
чем 2)

Семь групп:  $T$ ,  $T_h$ ,  $T_d$ ,  $O$ ,  $O_h$ ,  $I$ ,

$I_h$

Платоновы  
тела

Дуализм  
полиэдров

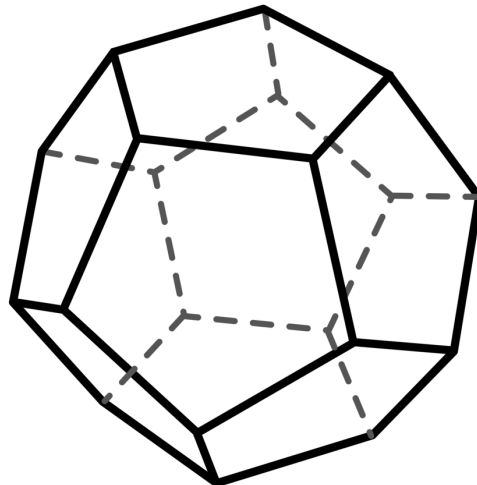
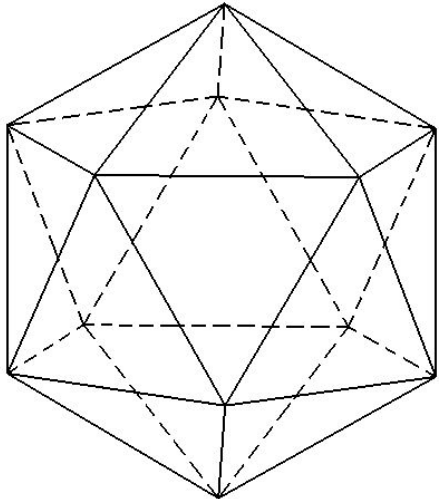
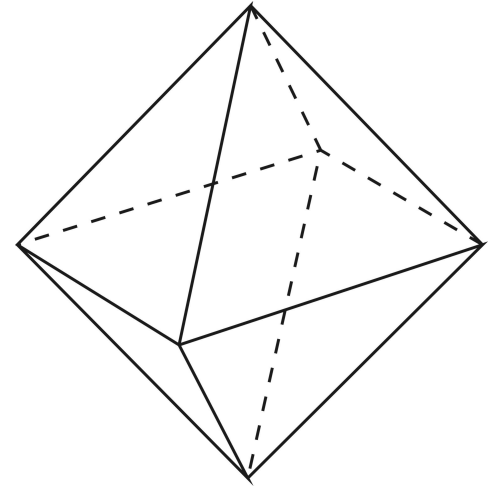
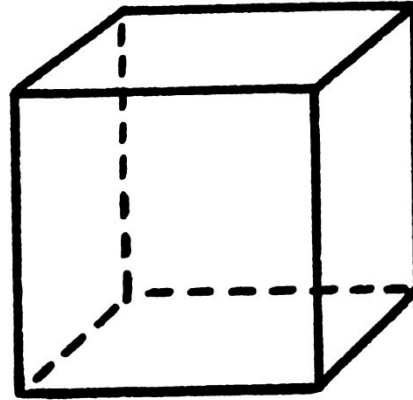


Тетраэдр

T  
d

$O_h$

Куб-  
октаэдр

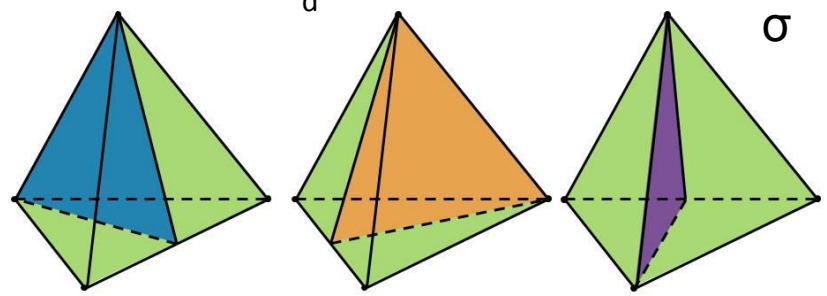


Икосаэдр – пентагон-  
додекаэдр

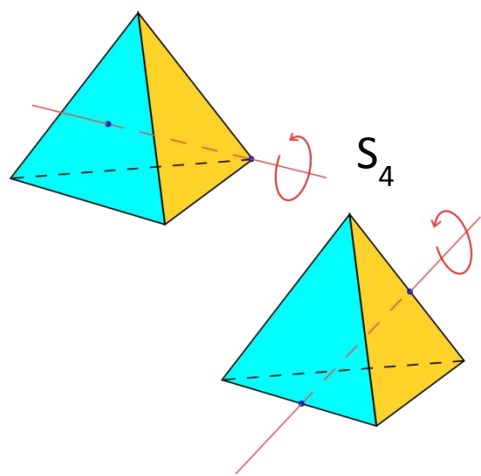
$I_h$

# Группы

$T_d$



$\sigma$



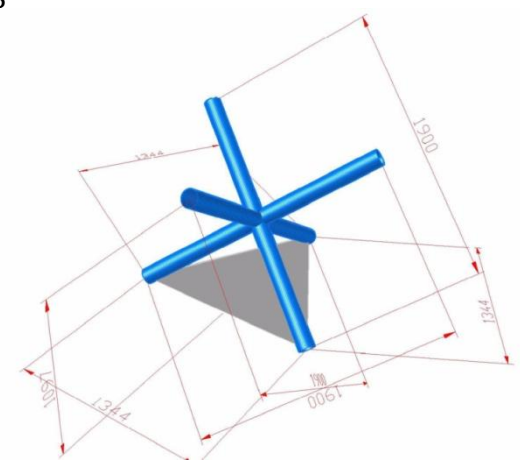
$S_4$

+ центр инверсии -

$T_h$

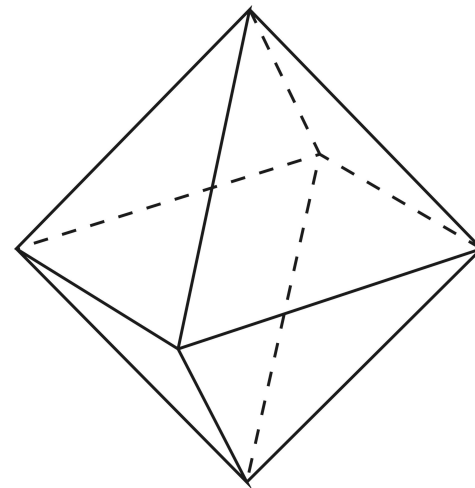
$C$

$\sigma$



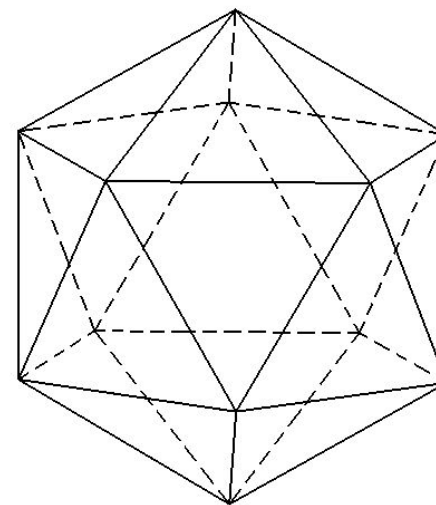
Центр  
симметрии  
9  
осей  
9  
плоскостей

$O_h$



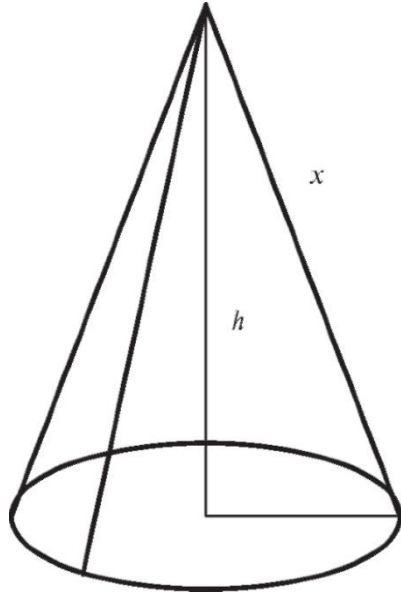
Центр  
симметрии  
15  
осей  
15  
плоскостей

$I_h$



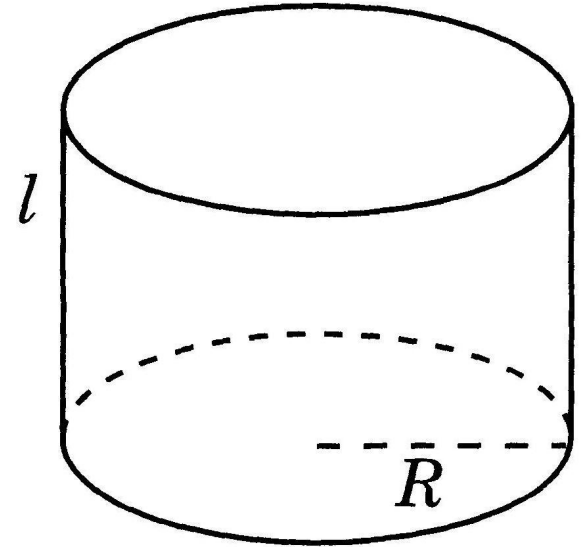
Предельные группы

$C_\infty$   
 $v$



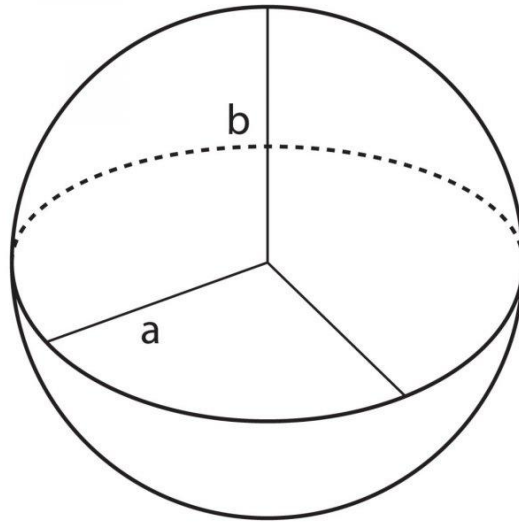
$D_{\infty h}$

+ производные от неё



$K_h$

+ производные от неё



7 предельных групп



Пьер Кюри  
(1859—1906)

## Блок-схема связей между предельными группами Кюри

