Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

кафедра начертательной геометрии и инженерной графики

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Направления обучения

«Архитектура»
«Реконструкция и реставрация архитектурного наследия»
«Дизайн архитектурной среды»
«Градостроительство», «Ландшафтная архитектура»

Лекция 1

Начертательная геометрия изучает методы построения изображений пространственных объектов на плоскости.

Базовые геометрические элементы начертательной геометрии

- **Точка** – абстрактное математическое понятие. Не имеет измерений - нульмерный объект .
- **Линия** – непрерывное одномерное множество точек (цепочка точек). Непрерывная последо-вательность положений точки, перемещаю-щейся в пространстве по определенному закону (траектории). Измерение : только длина. Толщины нет.
- **Поверхность** – непрерывное двумерное мно-жество точек. Непрерывная последователь-ность положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону. Измерения : длина,

Проективное пространство

Для устранения неоднородности Евклидова пространства

<u>условно принято -</u>

параллельные между собой прямые

<u>пересекаются</u>

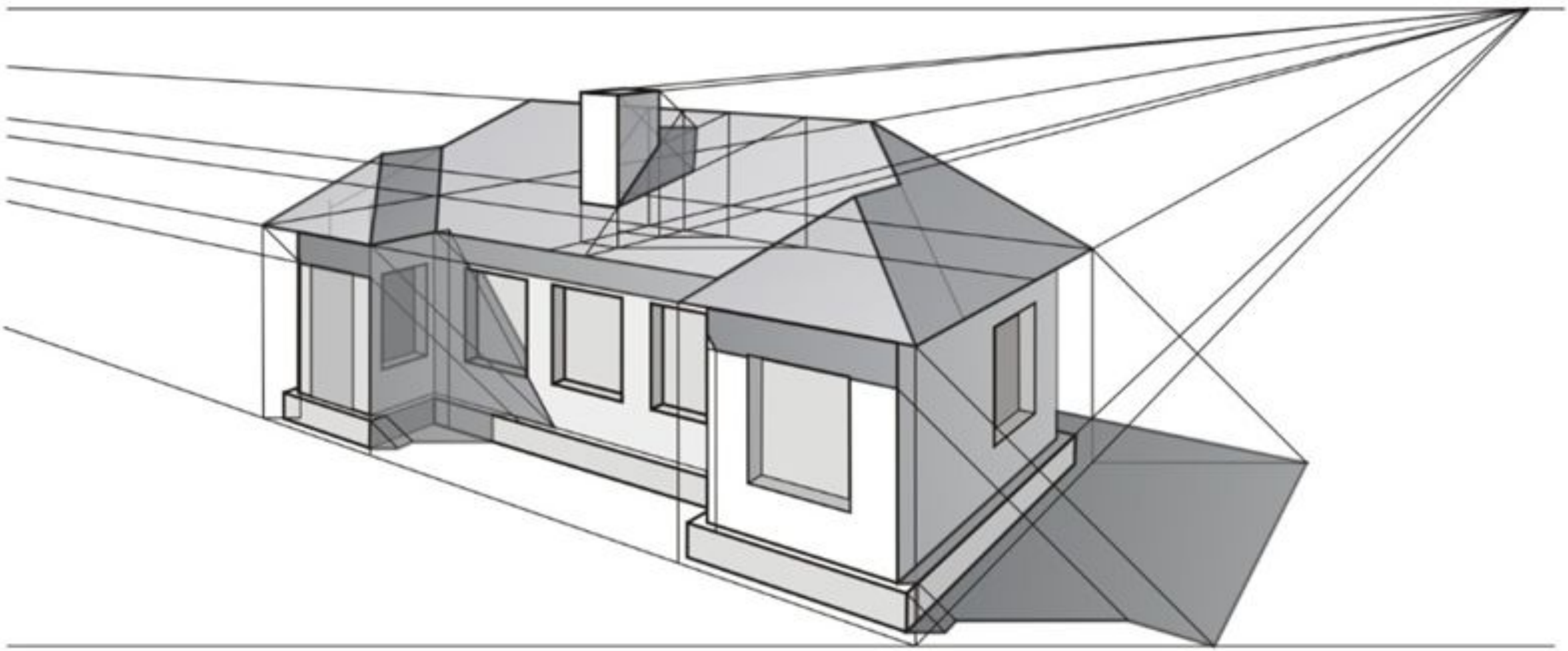
в бесконечно удаленной точке F^{∞} - несобственной точке пространства.

$$(a \parallel b \parallel c\ldots) \Rightarrow (a \cap b \cap c\ldots = F^{\infty})$$

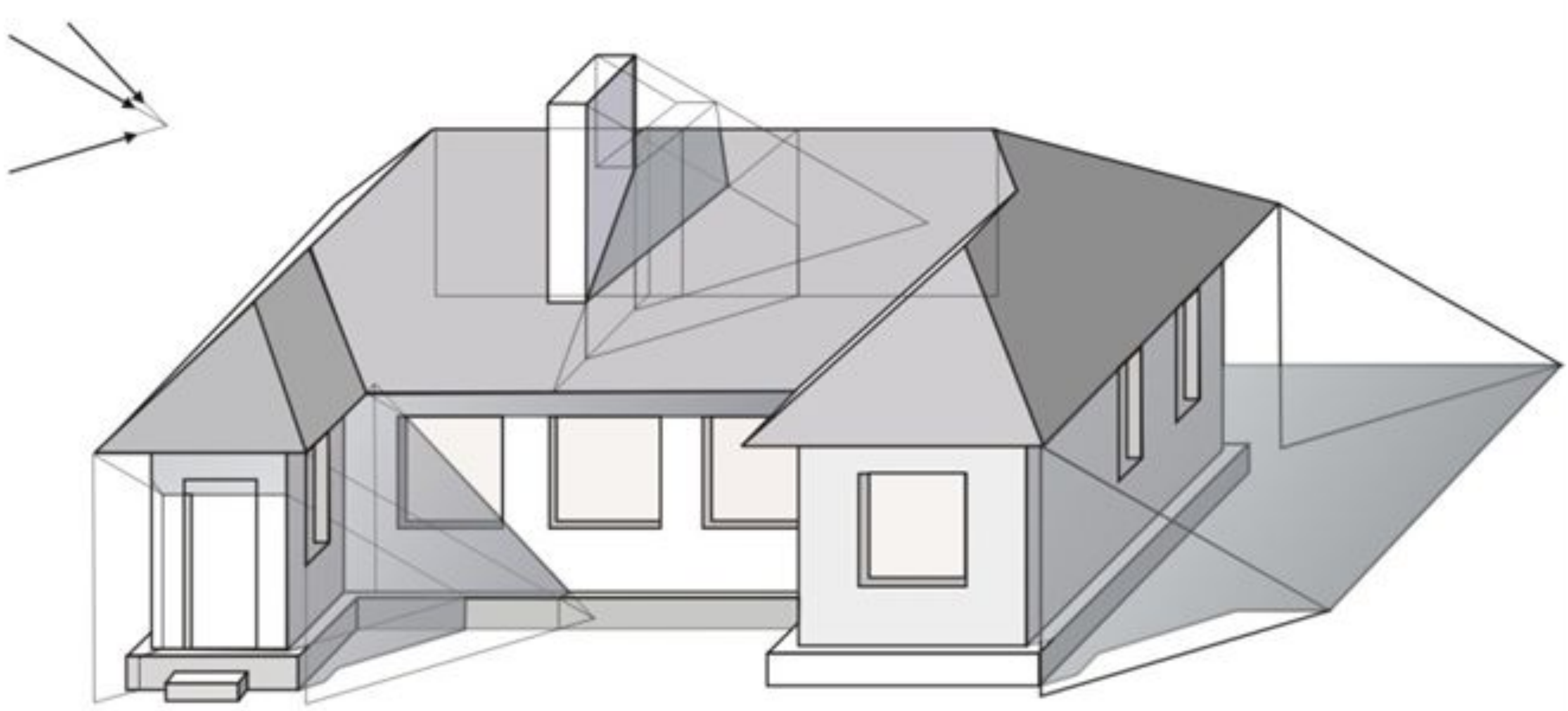
Евклидово пространство, дополненное несобственными элементами, называют <u>проективным</u>.

Изображение геометрических объектов

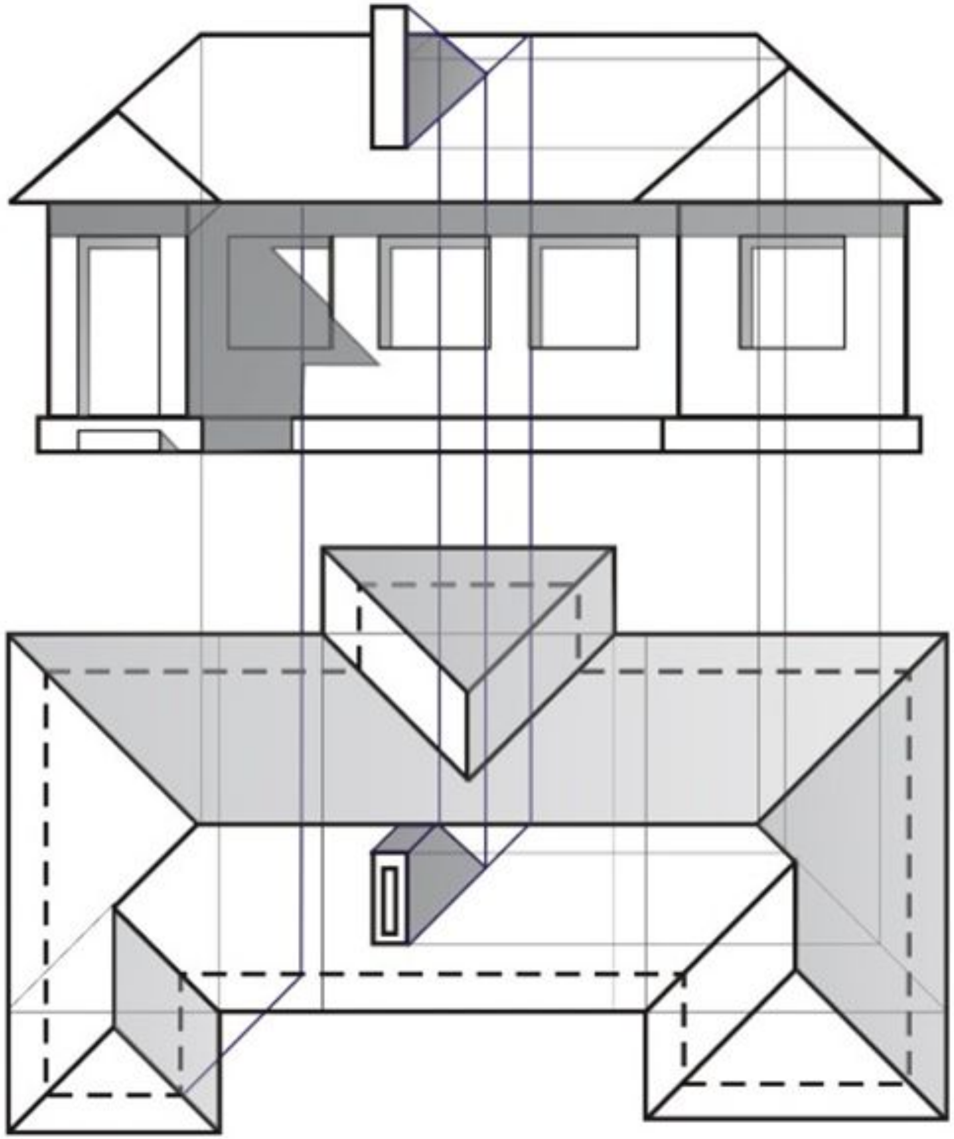
Перспектива



Аксонометрия



Ортогональные проекции

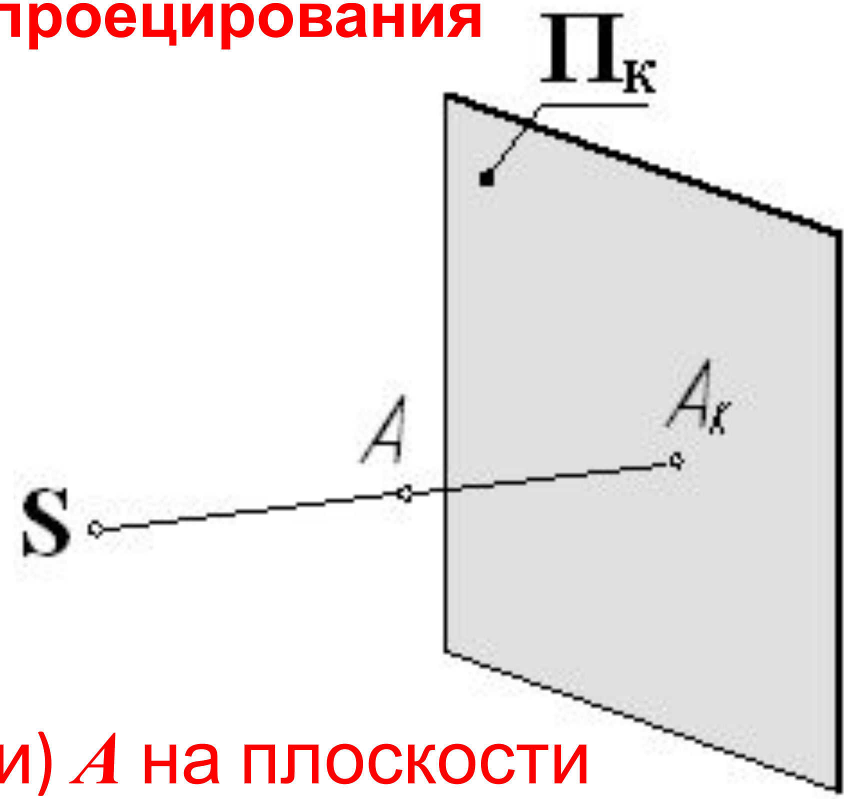


Метод проецирования

$\Pi_к$ – плоскость проекций

S – центр проецирования

Аппарат проецирования



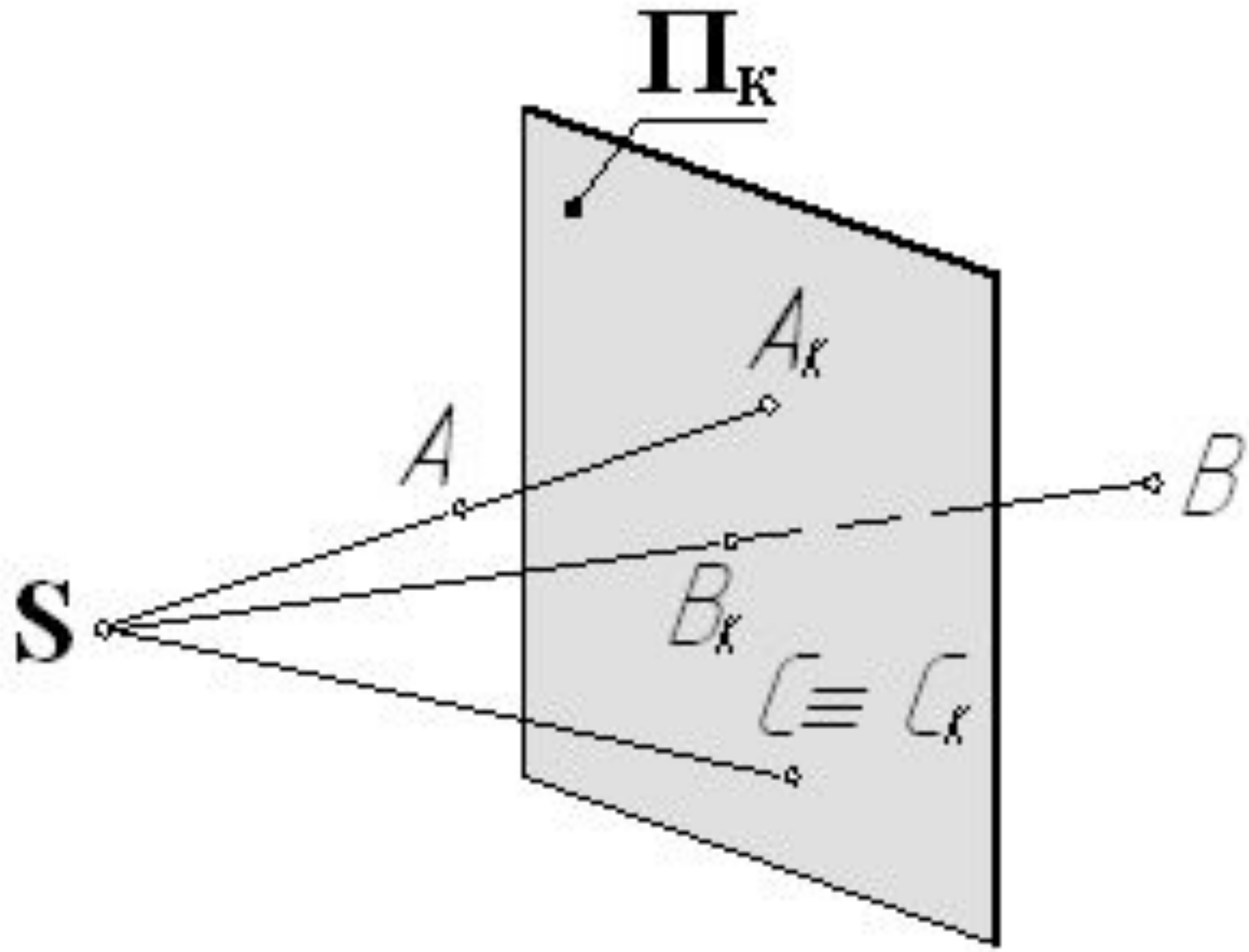
Закон проецирования

$$SA \cap \Pi_к = A_к$$

A – объект (точка)

SA – проецирующая прямая

$A_к$ – проекция объекта (точки) A на плоскости проекций $\Pi_к$



Для любой точки пространства

$$\mathbf{SA \cap П_к = A_к \quad SB \cap П_к = B_к \quad SC \cap П_к = C_к}$$

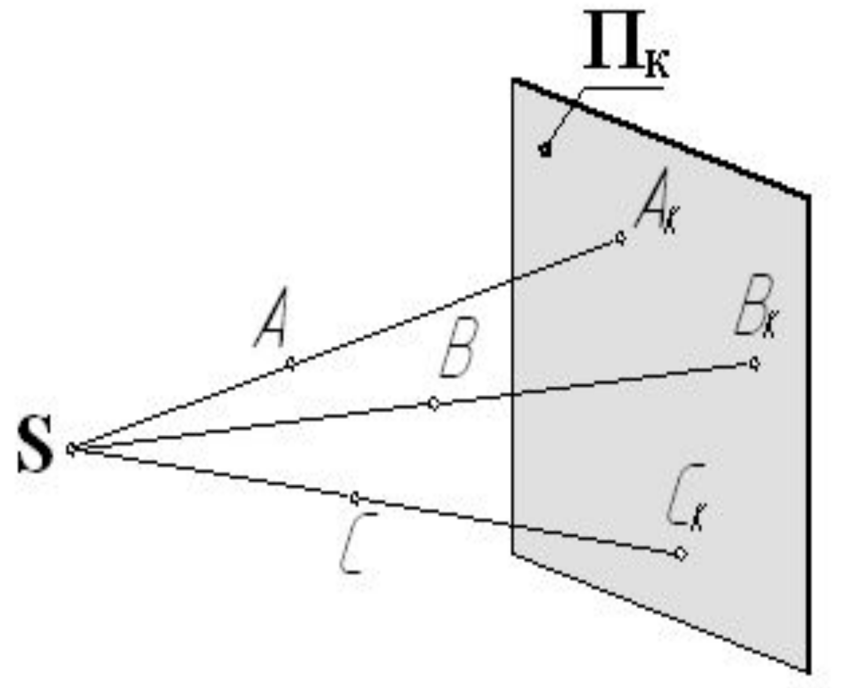
$$\mathbf{SA \cap SB \cap SC \cap \ldots = S}$$

Варианты метода проецирования

Центральное проецирование
(коническое)

S (*центр проецирования*) -– **<u>реальная точка</u>**.

$$SA \cap SB \cap SC \ldots = S$$

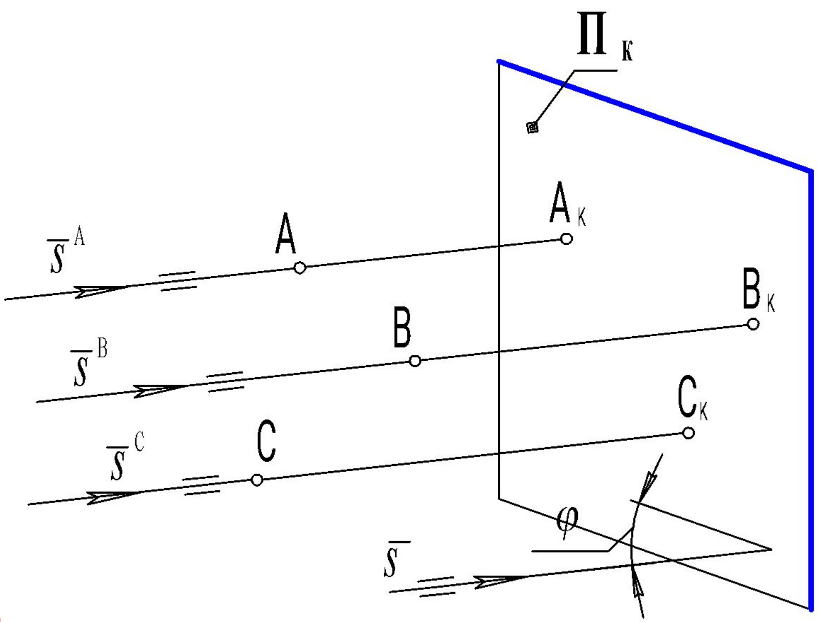


Параллельное проецирование
(цилиндрическое)

S *(центр проецирования)* – **<u>несобственная точка</u>**.

S □ S□

***SA* ∩ *SB* ∩ *SC* …= S□**



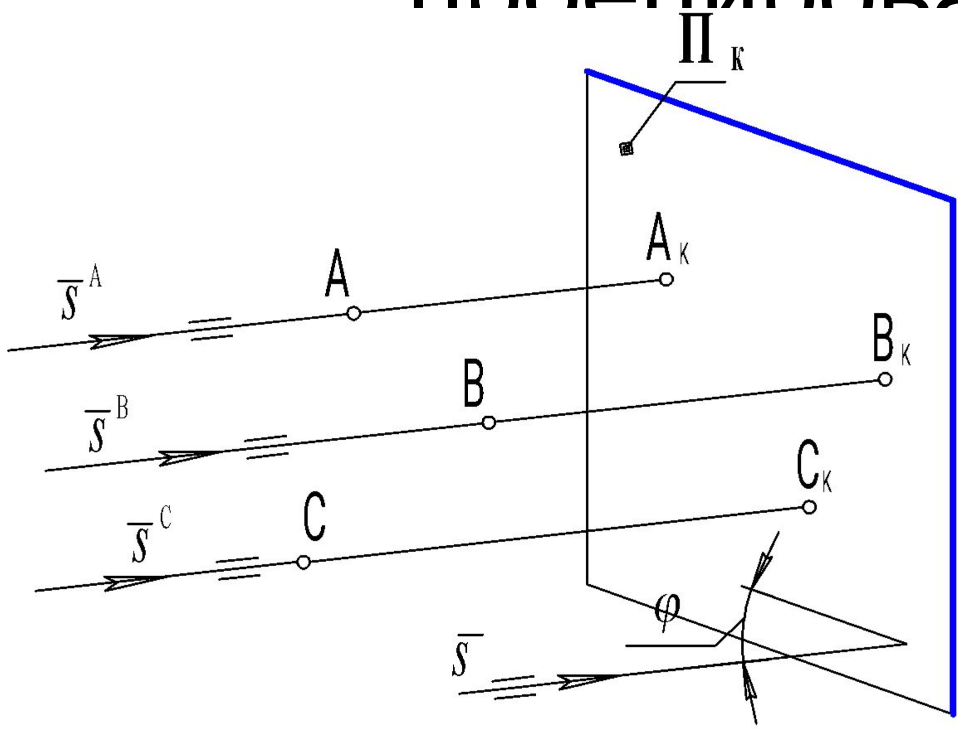
следовательно

S□*A* □□ S□*B* □□ S□*C* □□

… □□ s

$\overline{s}$ – *направление проецирования;* **S□ □ $\overline{s}$**

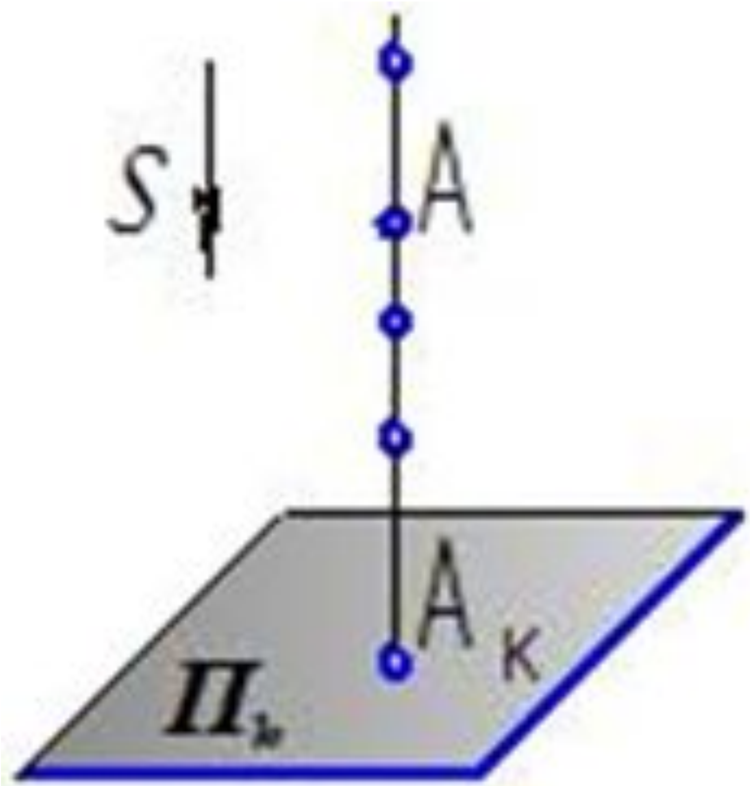
Виды параллельного проецирования



$(\bar{s}$^$\Pi_к)=$ φ

φ=90º (s Пк) проецирование прямоугольное (ортогональное)

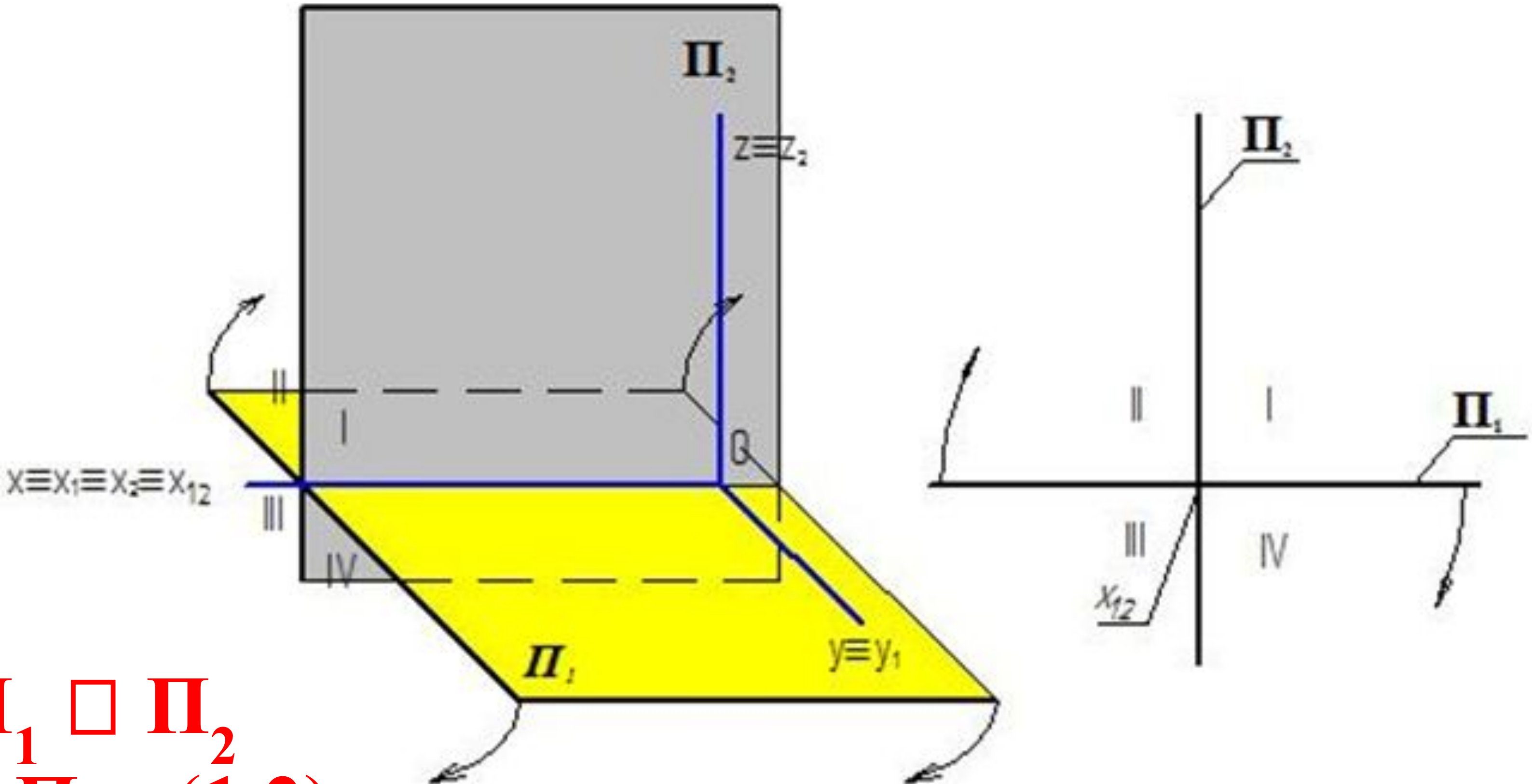
φ=90º (s Пк) проецирование косоугольное



Проекции ***А****к* соответствует любая точка на проецирующей прямой, проходящей через точку ***А***.

Одна проекция точки без каких-либо дополнительных условий однозначно не определяет ее положение в пространстве.

Метод Монжа



Π_1 □ Π_2

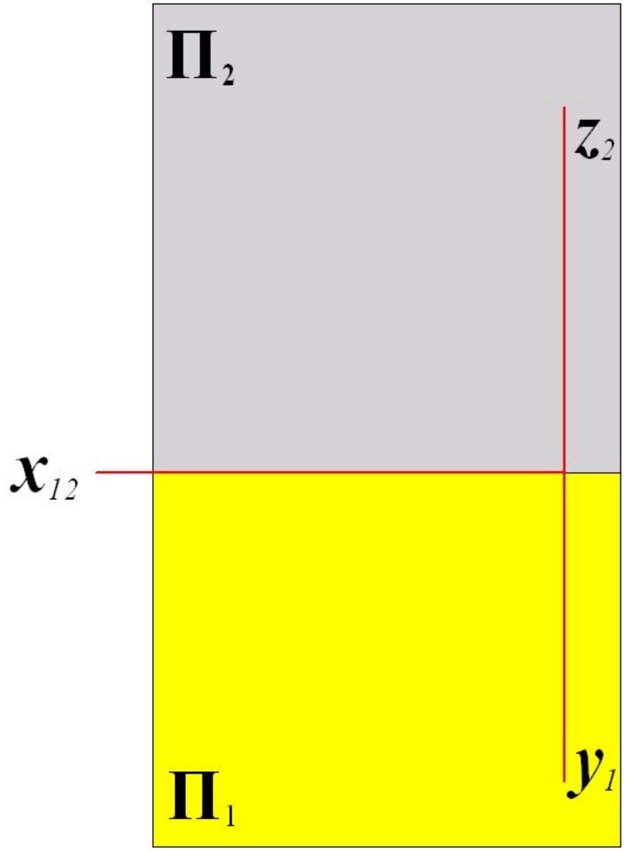
$\Pi_1 \cap \Pi_2 = (1,2)$

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций

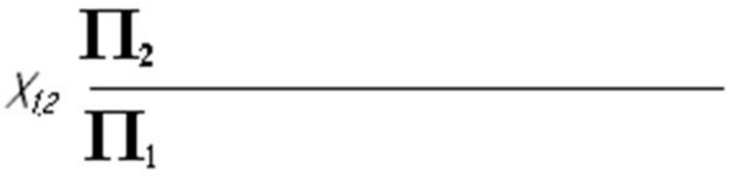
Π_2 – фронтальная плоскость проекций

I, II, III, IV – четверти пространства

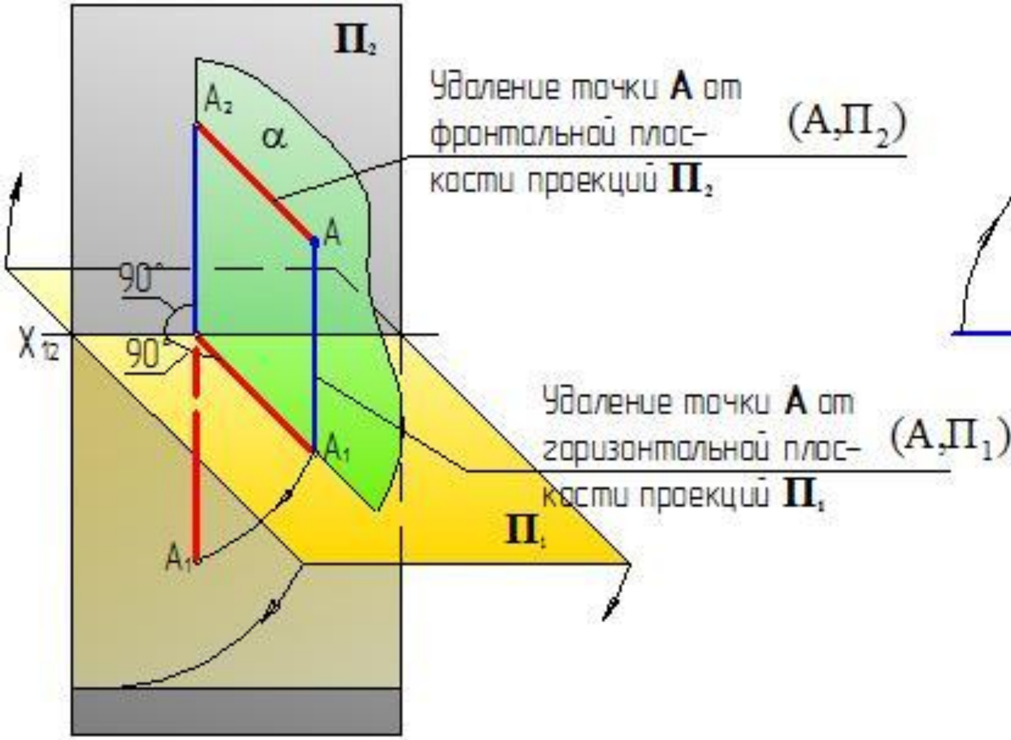
Плоскости проекций Π_1 и Π_2 совмещены в одну общую плоскость.

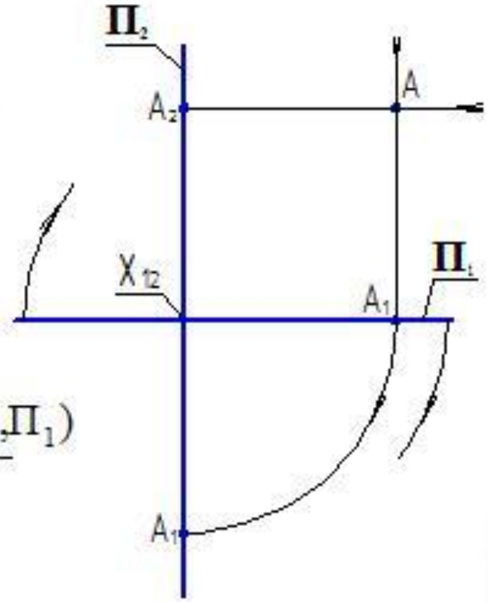


Так как плоскости проекций бесконечны, то их границы не показывают и координатные оси *y* и *z* также не показывают.

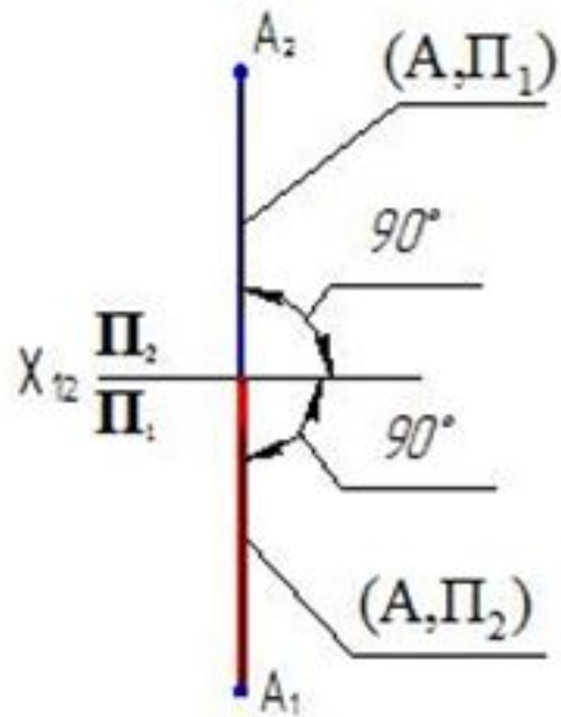


Проецирование точки





Эпюр



Горизонтальная и фронтальная проекции точки располагаются на одной прямой, перпендикулярной оси x_{12}

$$A_1A_2 \perp x_{12}$$

Расстояние от оси x_{12} до горизонтальной проекции точки определяет расстояние от самой точки до фронтальной плоскости проекций.

$(x_{12}, A_1) = (A, П_2)$ - ***глубина***

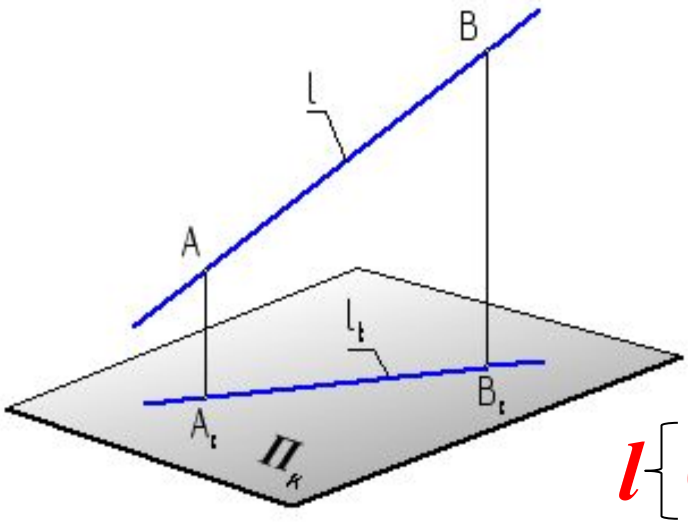
Расстояние от оси x_{12} до фронтальной проекции точки определяет расстояние от самой точки до горизонтальной плоскости проекций.

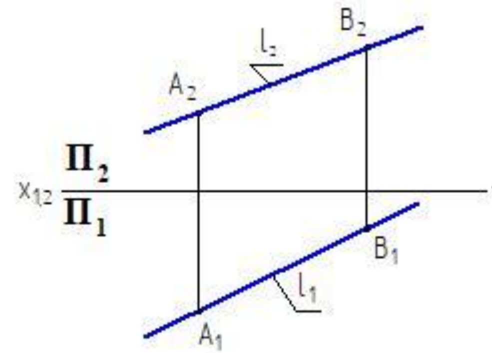
$(x_{12}, A_2) = (A, П_1)$ - ***высота***

Ортогональные проекции точки на две взаимно перпендикулярные плоскости однозначно определяют положение точки в пространстве и делают изображения обратимыми.

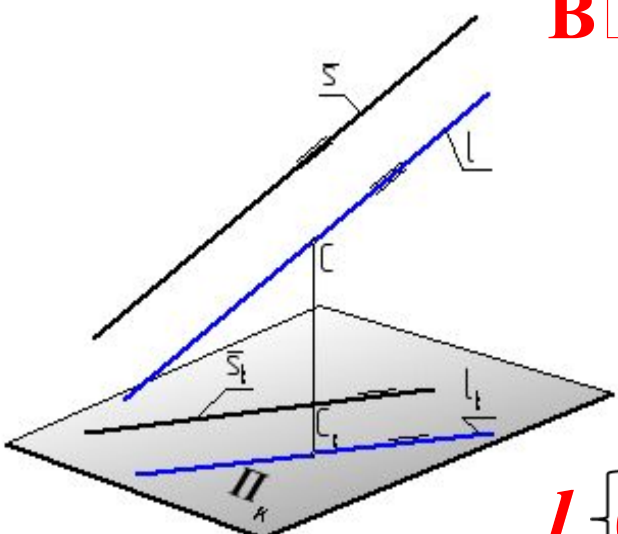
Проецирование прямой линии

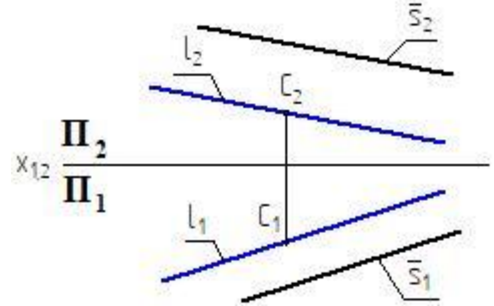
Способы задания прямой на эпюре





l{(**A,B**)(**A□*l*;** **B□*l***)}



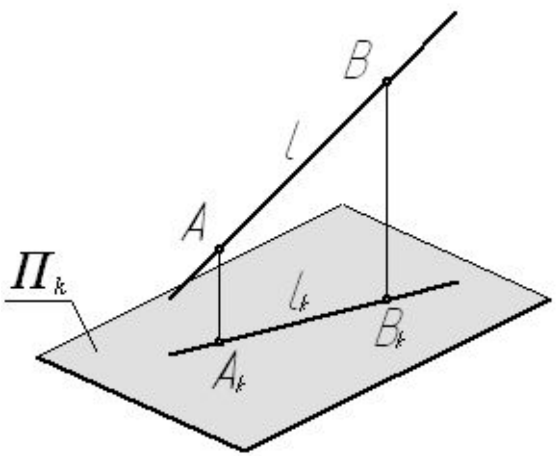


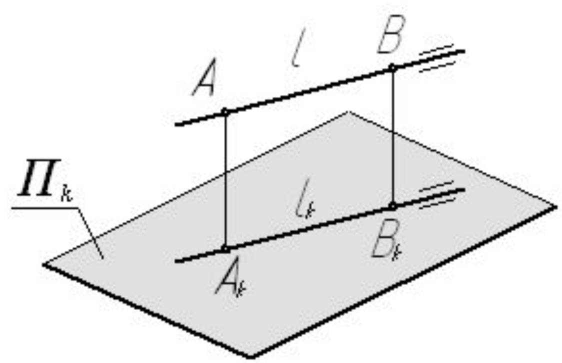
l {(**C,*s***)(**C□*l*; *l*** || ***s***)}

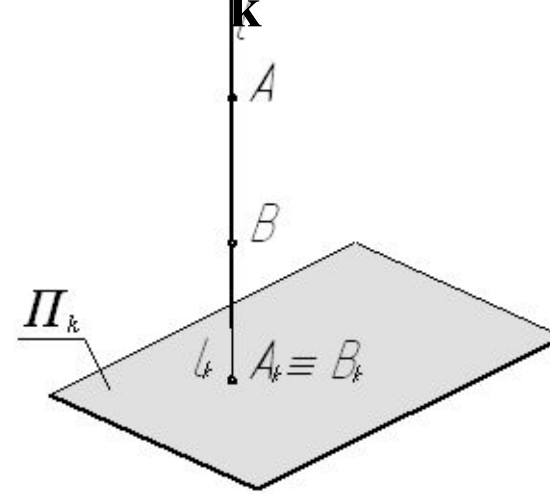
Положение прямой относительно плоскости проекций

Прямые частного положения

Прямая общего положения	Прямая уровня	Проецирующая прямая
$l \nparallel \Pi_k$	$l \parallel \Pi_k$	l □ Π_k

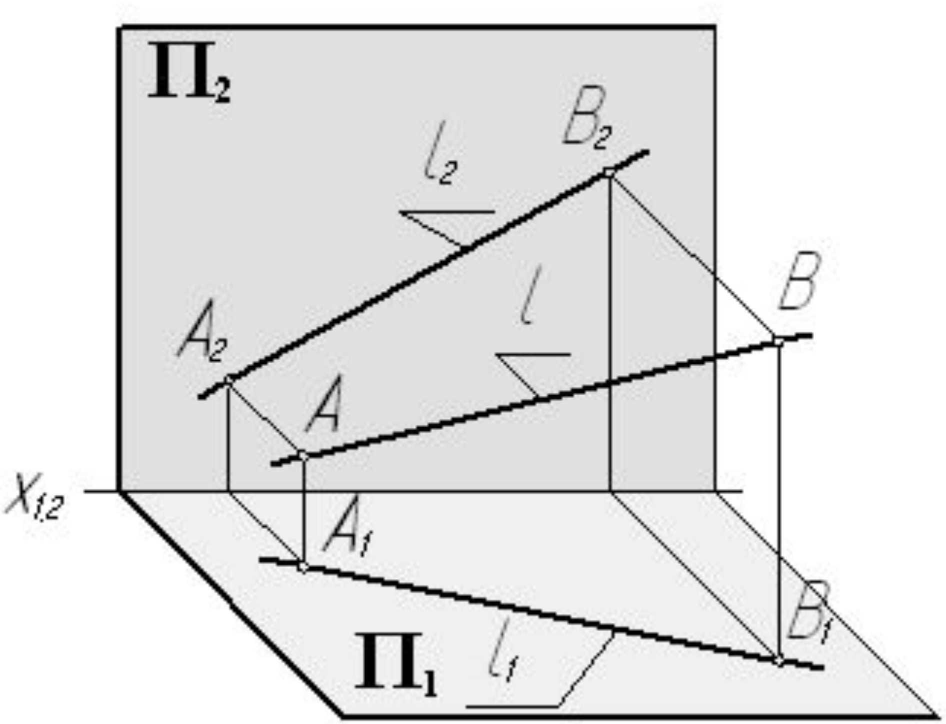


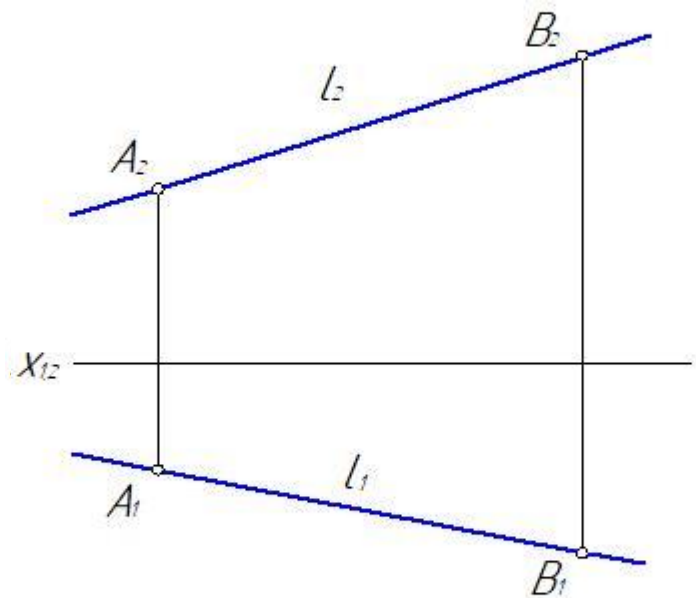




Прямая общего положения

Это прямая не параллельная
ни одной из плоскостей проекций





$l \nparallel П_1$ и $l \nparallel П_2$

$l_1 \nparallel x_{1,2}$ и $l_2 \nparallel x_{1,2}$

$l_1 \not\perp x_{1,2}$ и $l_2 \not\perp x_{1,2}$

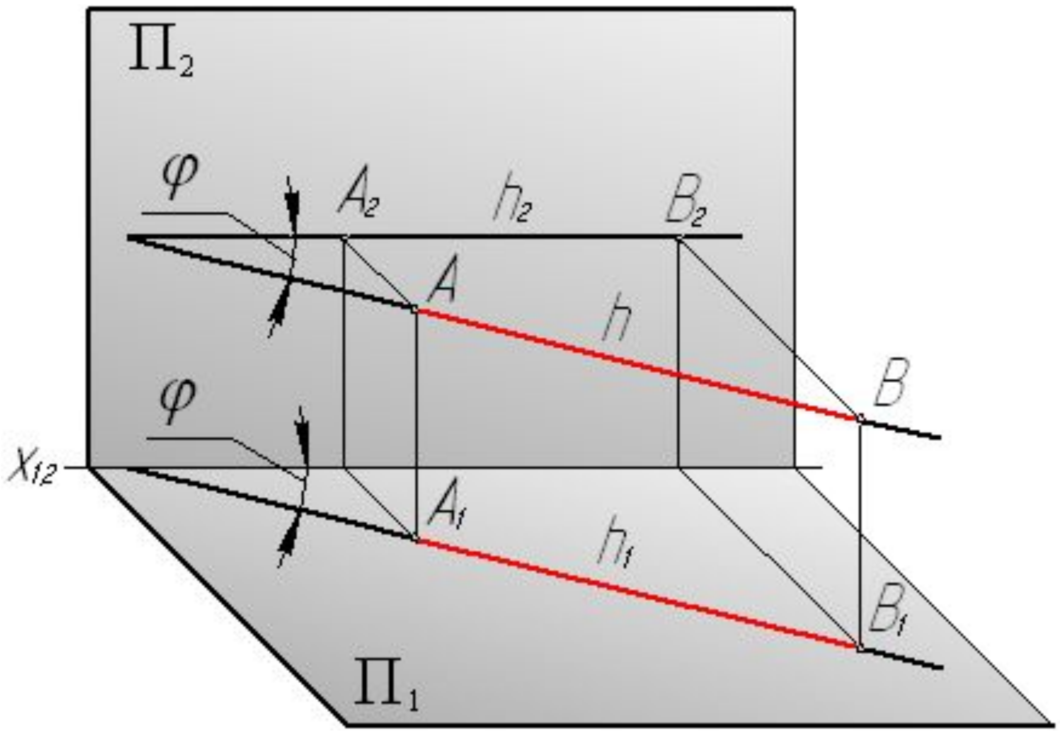
Прямые уровня

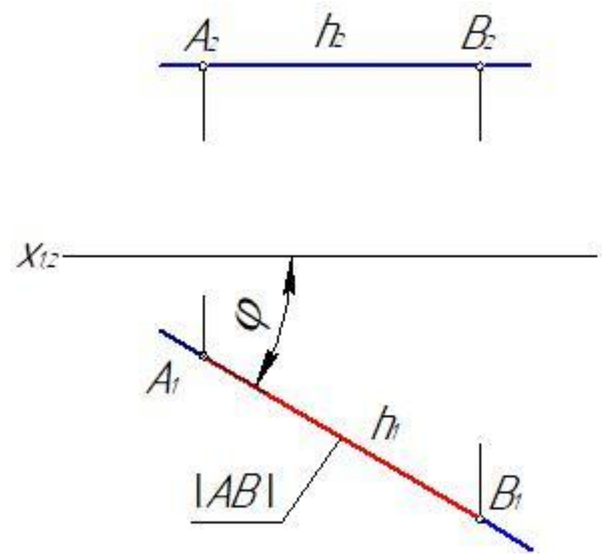
Это прямые параллельные какой-либо одной плоскости проекций

$$l \parallel \Pi_к$$

Горизонталь – *h*

Это прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций





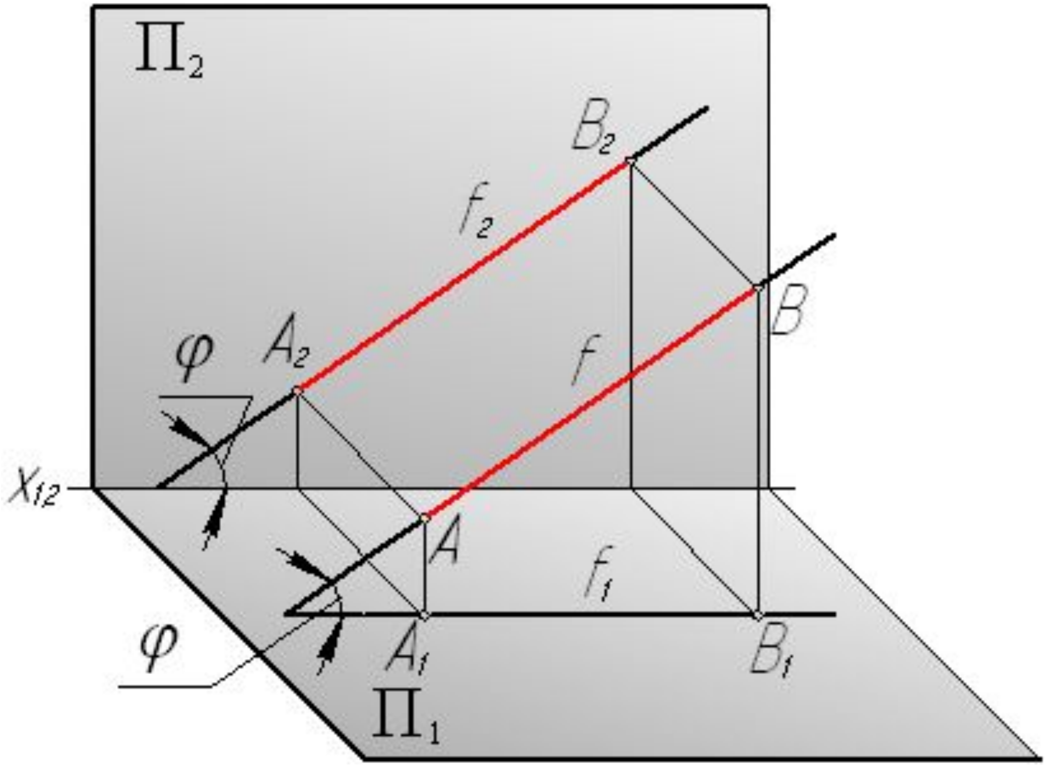
$h \parallel \Pi_1$ □ $h_2 \parallel x_{1,2}$

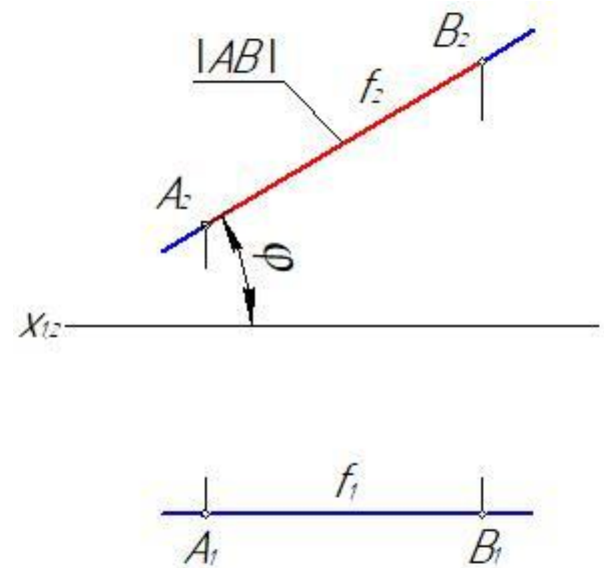
AB □ h □ $AB \parallel \Pi_1$ □ A_1B_1 □ $|AB|$

□□ □ $h(AB)$^Π_2 □□ □ $h_1(A_1B_1)$^

Фронталь – *f*

Это прямая параллельная фронтальной плоскости проекций





$f \parallel \Pi_2$ □ $f_1 \parallel x_{1,2}$

AB □ f □ AB $\parallel \Pi_2$ $\Rightarrow$ A_2B_2 □ |AB|

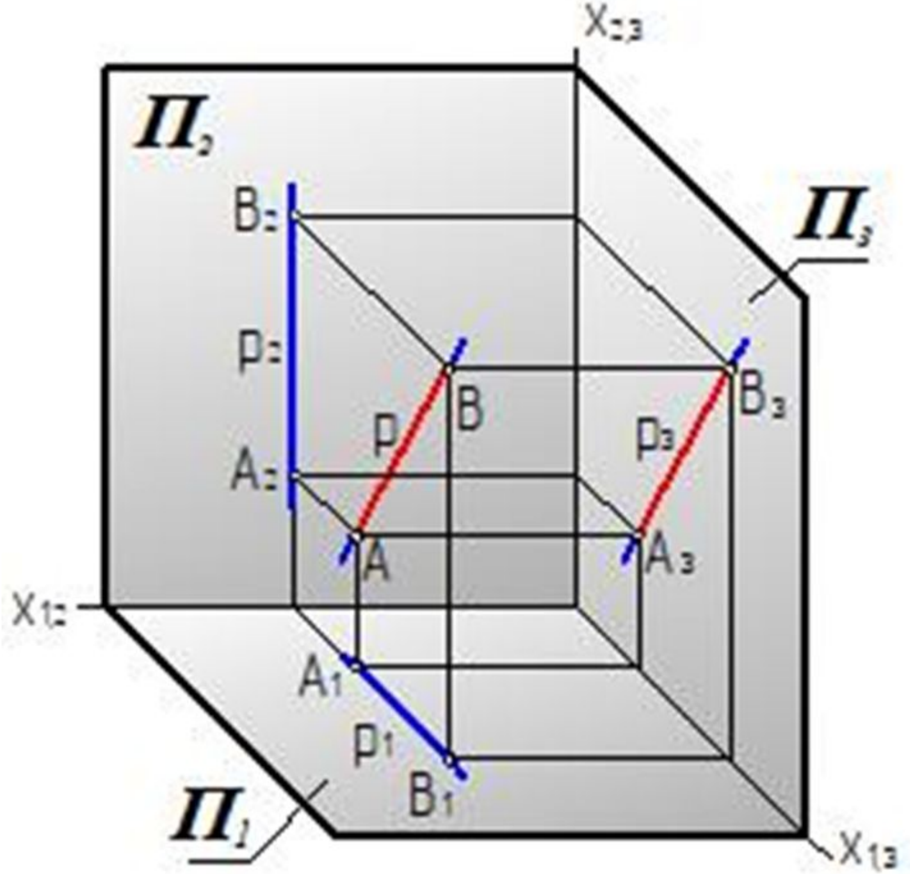
□□ □ $f(AB)$^Π_1 □□ □ $f_2(A_2B_2)$ ^ $x_{1,2}$

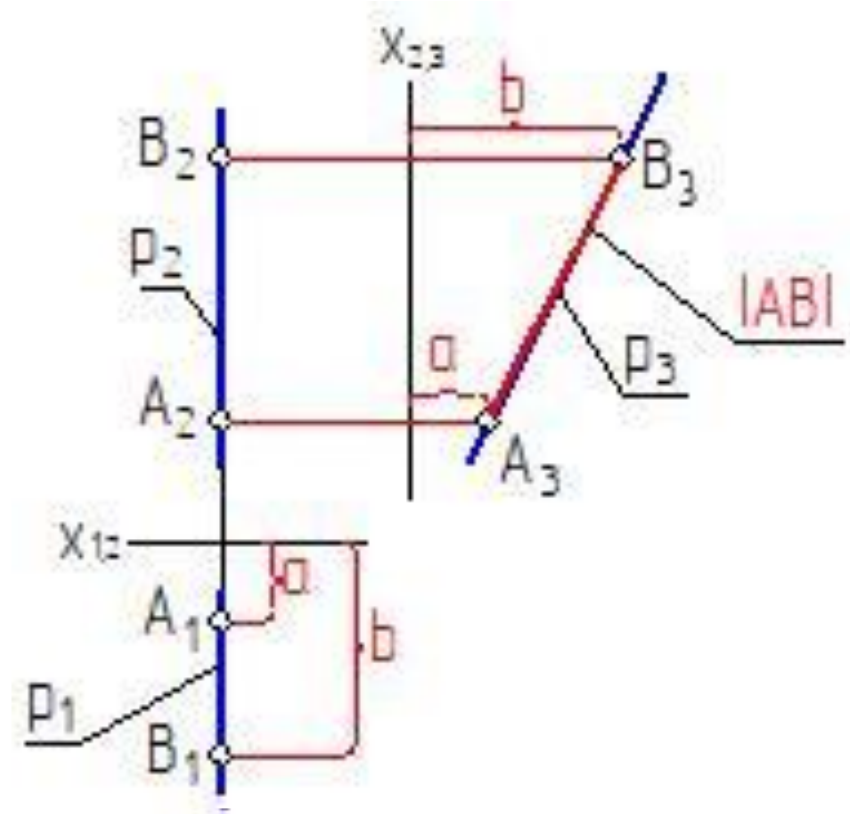
Характерная особенность эпюра горизонтали и фронтали –

одна из проекций параллельна координатной оси $x_{1,2}$

Профильная прямая - *p*

Это прямая параллельная профильной плоскости проекций Π_3





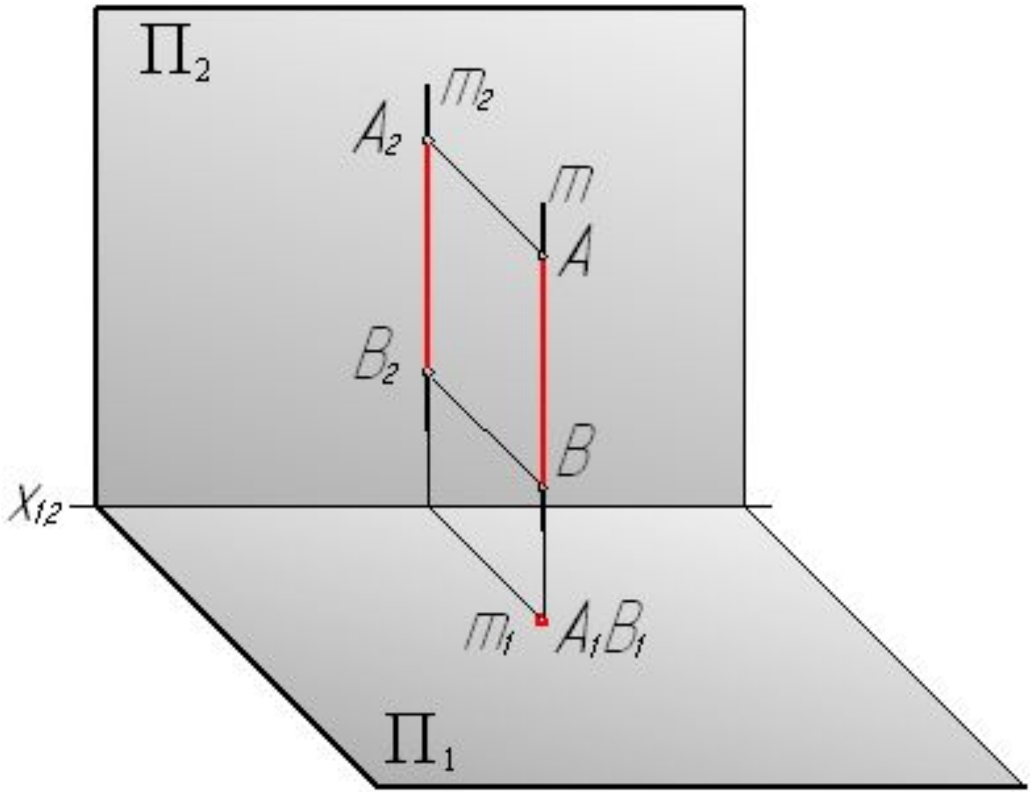
Проецирующие прямые

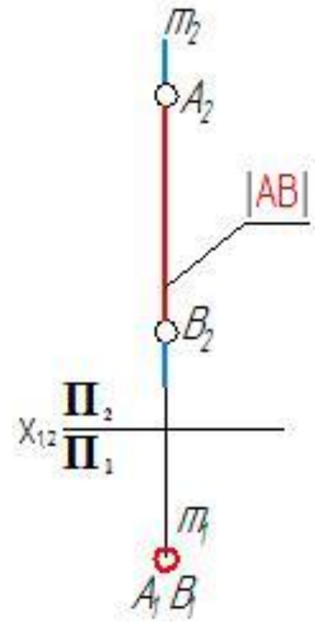
Это прямые перпендикулярные какой-либо одной плоскости проекций

$l \perp П_к$

Горизонтально-проецирующая прямая

Это прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций





m □ Π_1 □ $m \parallel \Pi_2$

AB □ m

AB $\parallel$ Π_2

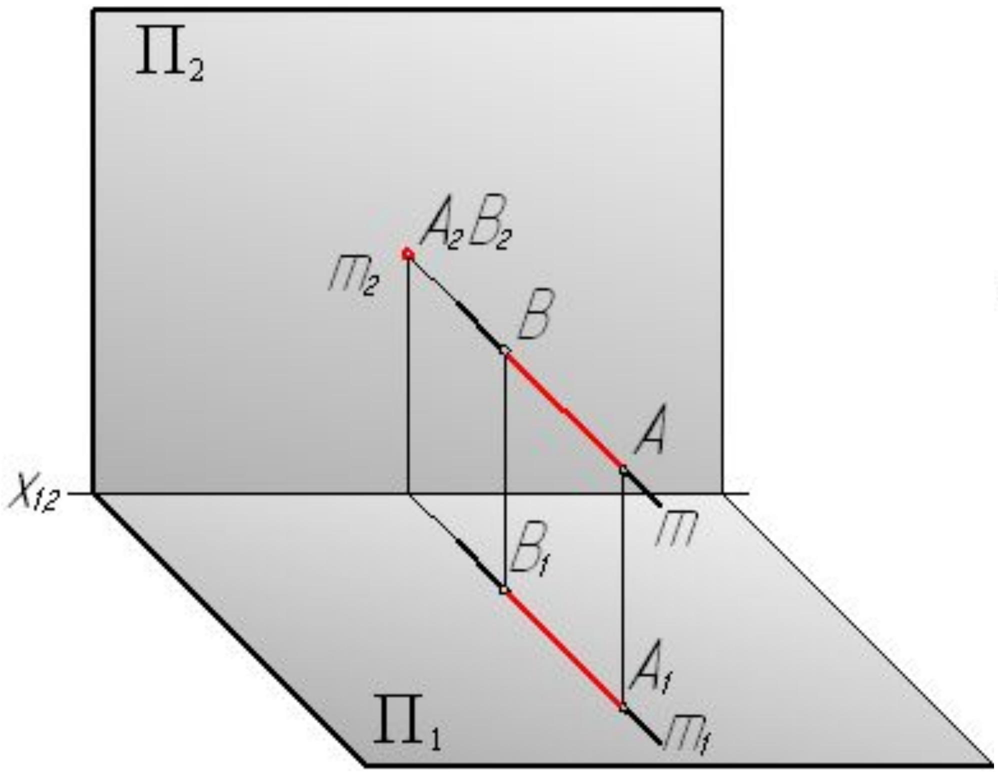
□ m_1 – точка □ m_2 □ $x_{1,2}$

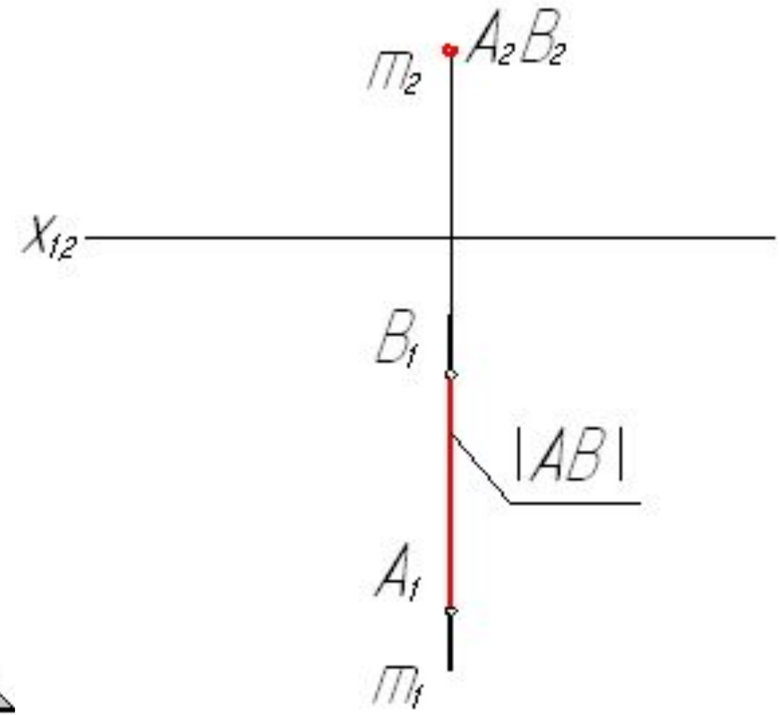
$\Rightarrow$ A_1B_1 - точка □

$\Rightarrow$ A_2B_2 □ **|AB|**

Фронтально-проецирующая прямая

Это прямая перпендикулярная фронтальной плоскости проекций





m □ **Π$_2$** □ ***m*** **||** **Π$_1$** □ ***m*$_2$** – точка □ ***m*$_1$** □ ***x*$_{1,2}$**

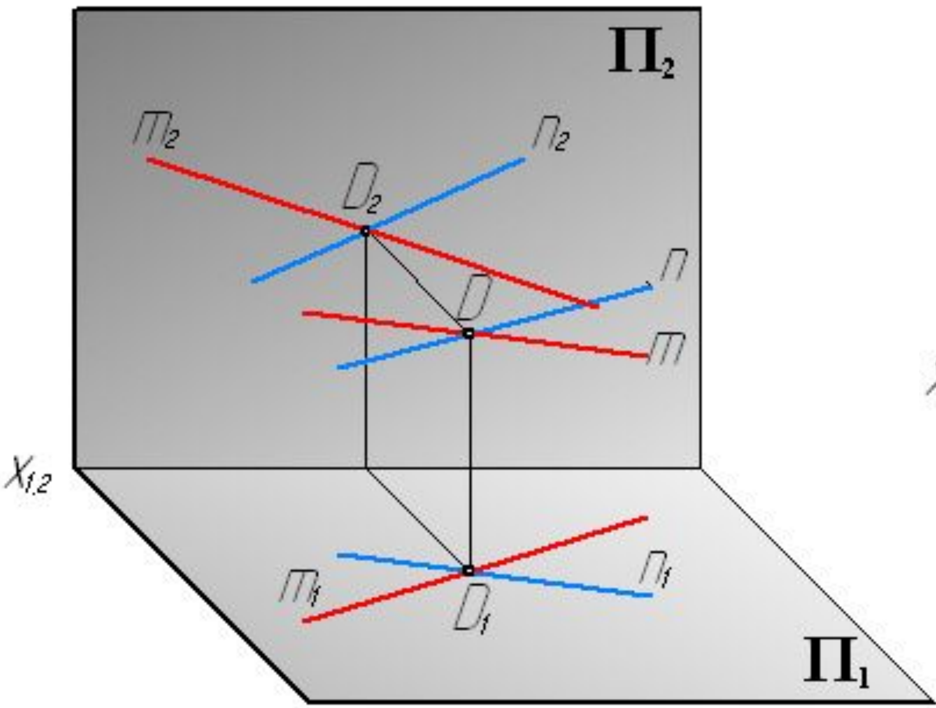
AB □ ***m*** ⇒ ***A*$_2$*B*$_2$** **-** точка

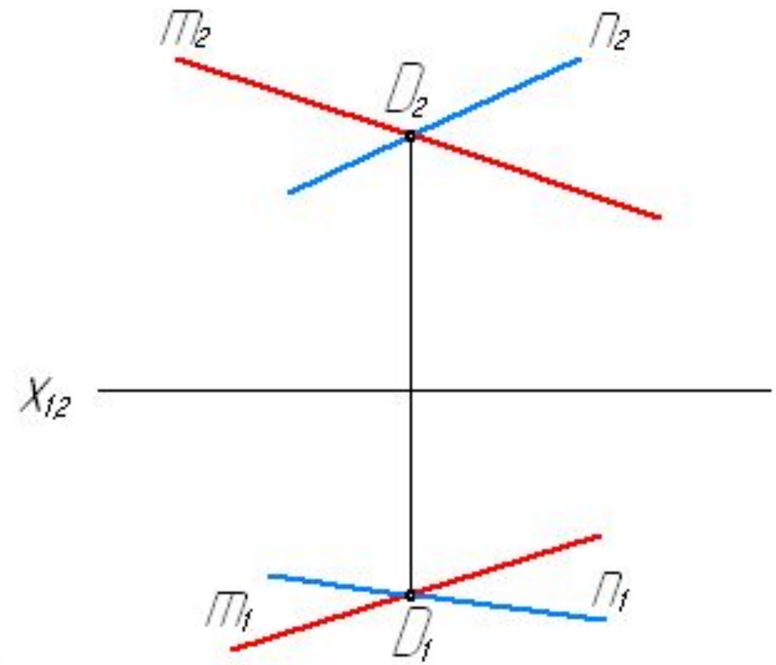
AB || Π$_1$ ⇒ ***A*$_1$*B*$_1$** □ **|AB|**

Характерная особенность эпюра проецирующей прямой – **одна из проекций прямой точка**

Взаимное положение двух прямых

Пересекающиеся прямые





$\boldsymbol{m \cap n = D}$ □

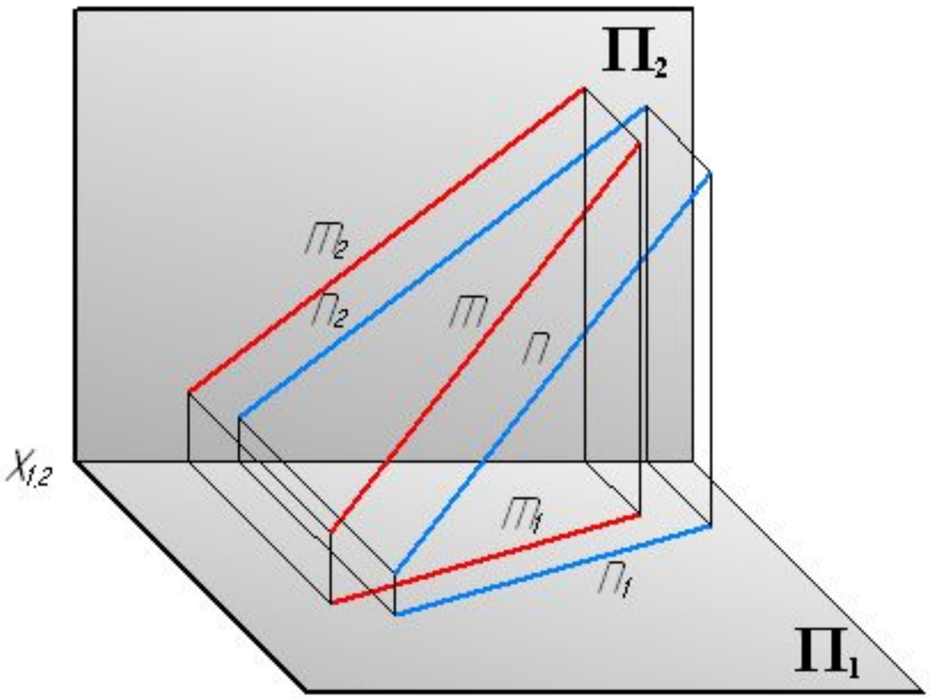
□ $\boldsymbol{m_k \cap n_k = D_k}$

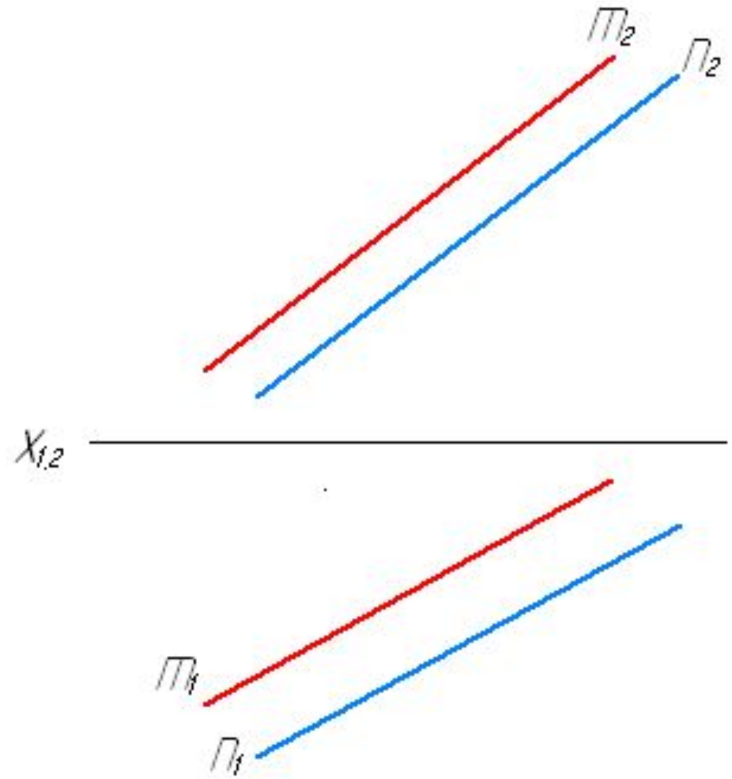
$m_1 \cap n_1 = D_1$

$m_2 \cap n_2 = D_2$

D_1D_2 □ $x_{1,2}$

Параллельные прямые





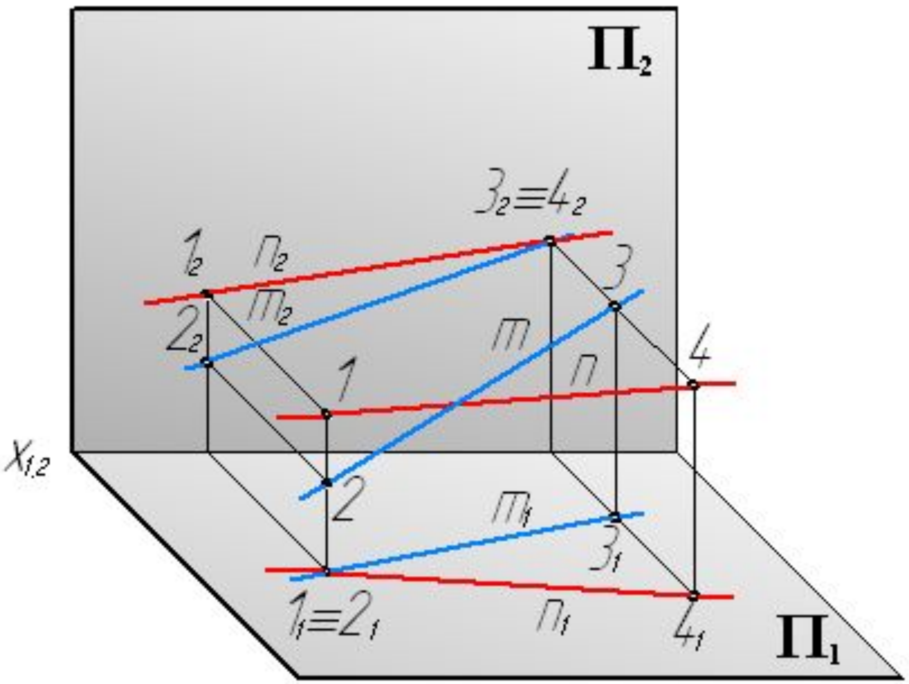
$m \parallel n$ □

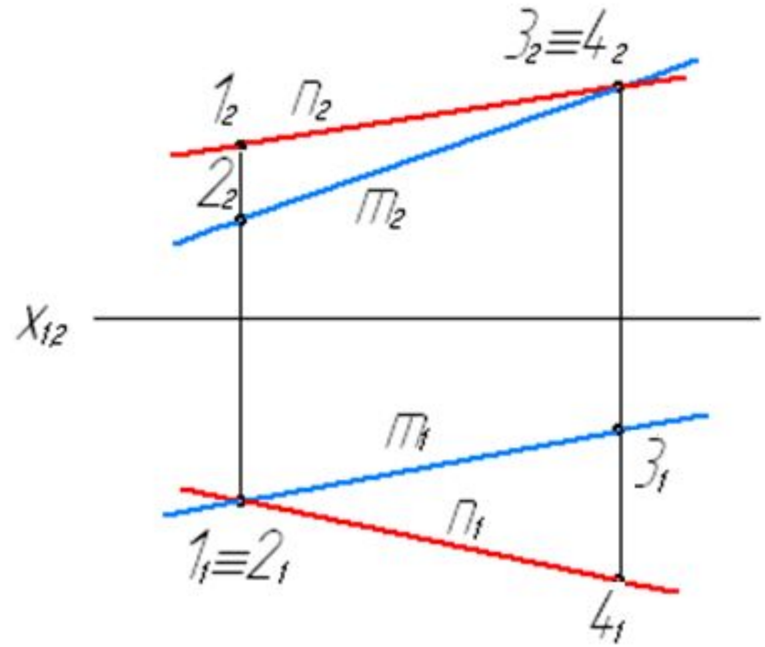
□ $m_k \parallel n_k$

$m_1 \parallel n_1$

$m_2 \parallel n_2$

Скрещивающиеся прямые





$m \,\_\, n$ □ $m \nparallel n$ □ $m \not\cap n$

Пары точек (1,2) и (3,4) – конкурирующие точки