



Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет

кафедра начертательной геометрии и инженерной
графики

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Направления обучения

«Архитектура»

«Реконструкция и реставрация архитектурного наследия»

«Дизайн архитектурной среды»

«Градостроительство», «Ландшафтная архитектура»

Лекция 1

Начертательная геометрия
изучает методы построения
изображений пространственных
объектов на плоскости.

**Базовые
геометрические
элементы
начертательной
геометрии**

- **Точка** – абстрактное математическое понятие. **Не имеет измерений - нульмерный объект**.
- **Линия** – непрерывное одномерное множество точек (цепочка точек).
Непрерывная последовательность положений точки, перемещающейся в пространстве по определенному закону (траектории). Измерение : **только длина**.
Толщины нет.
- **Поверхность** – непрерывное двумерное множество точек. Непрерывная последовательность положений линии, перемещающейся в пространстве по определенному закону. Измерения : **длина**,

Проективное пространство

Для устранения неоднородности
Евклидова пространства

условно принято -

***параллельные между собой прямые
пересекаются***

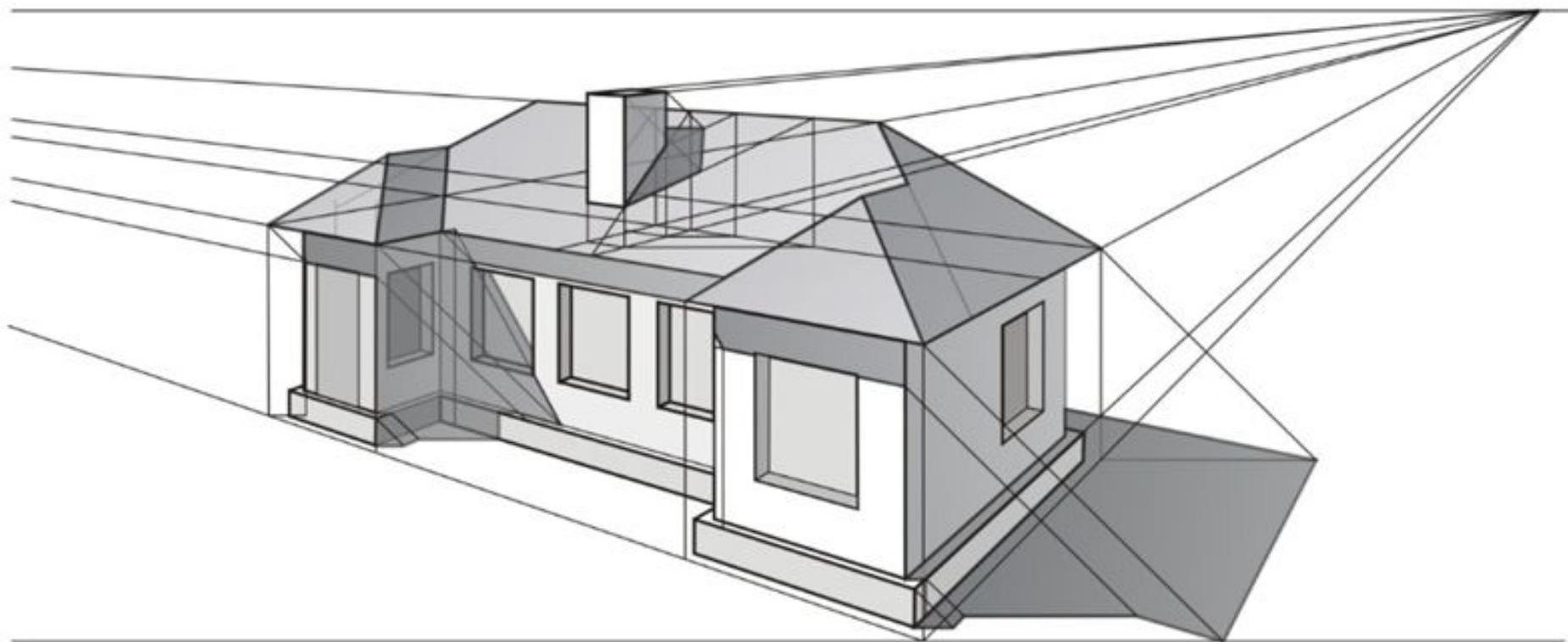
***в бесконечно удаленной точке F^\square -
несобственной точке пространства.***

$(a \square \square b \square \square c \dots) \square (a \cap b \cap c \dots =$

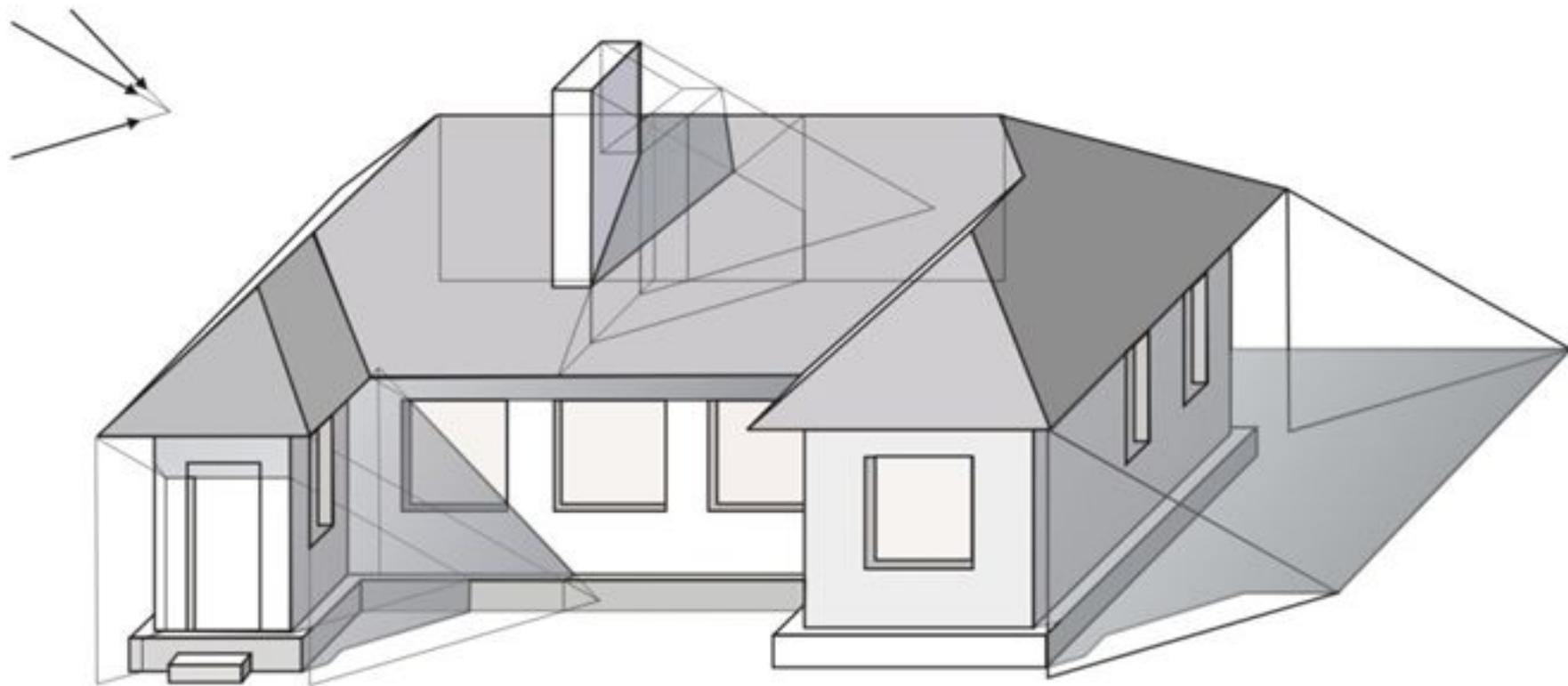
$F^\square)$ Евклидово пространство, дополненное
несобственными элементами, называют
проективным.

Изображение геометрических объектов

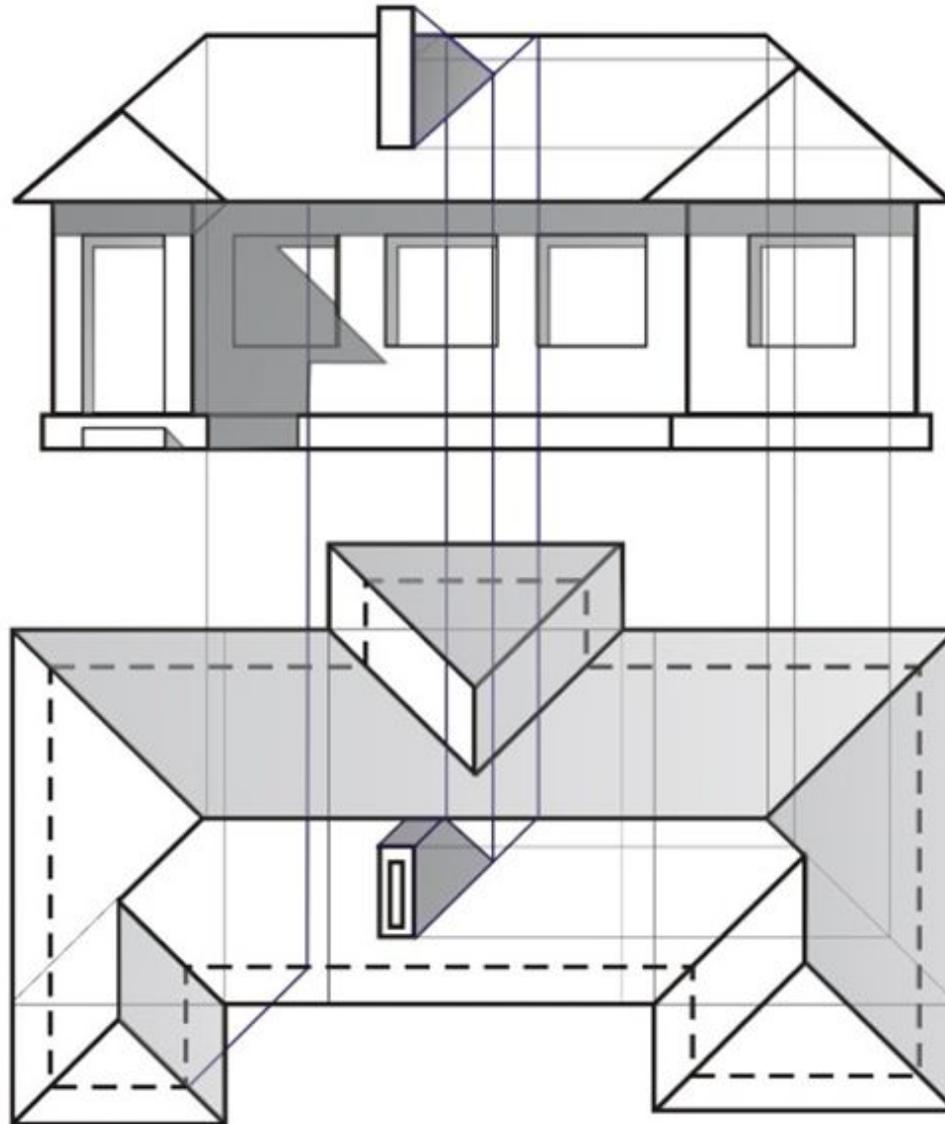
Перспектива



Аксанометрия



Ортогональные проекции



Метод проецирования

Π_K – плоскость
проекций

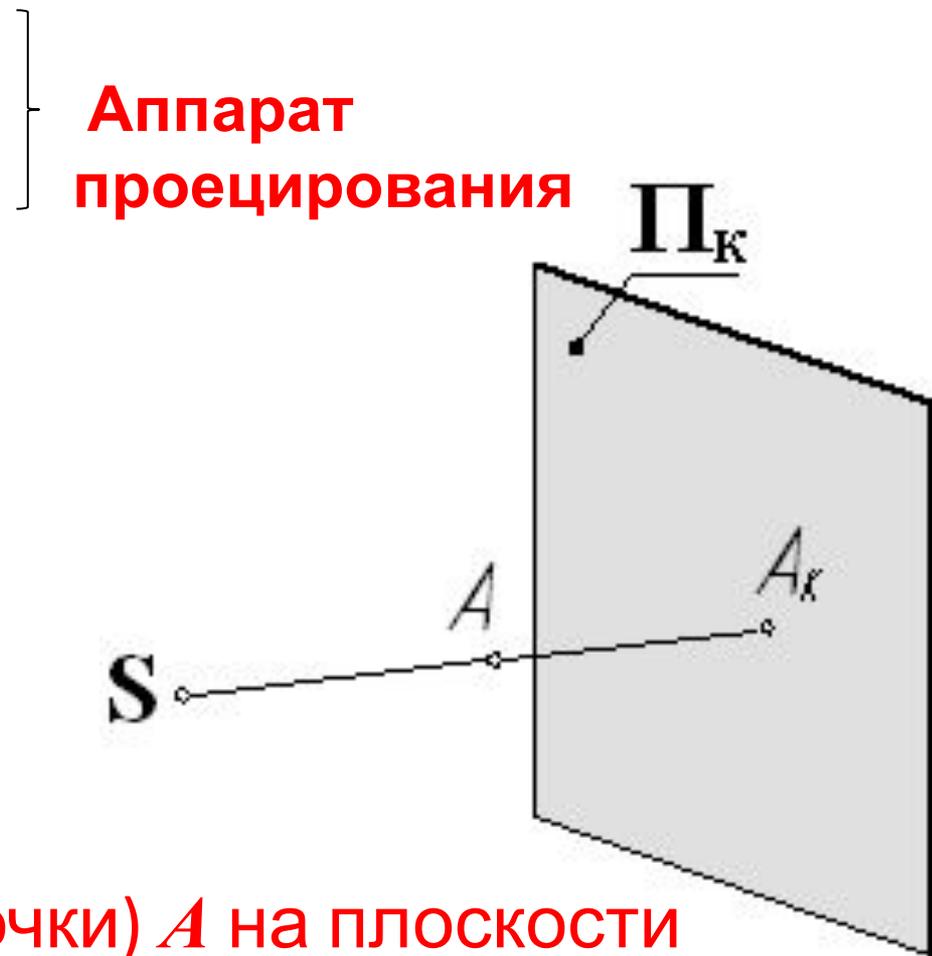
S – центр
проецирования
Закон

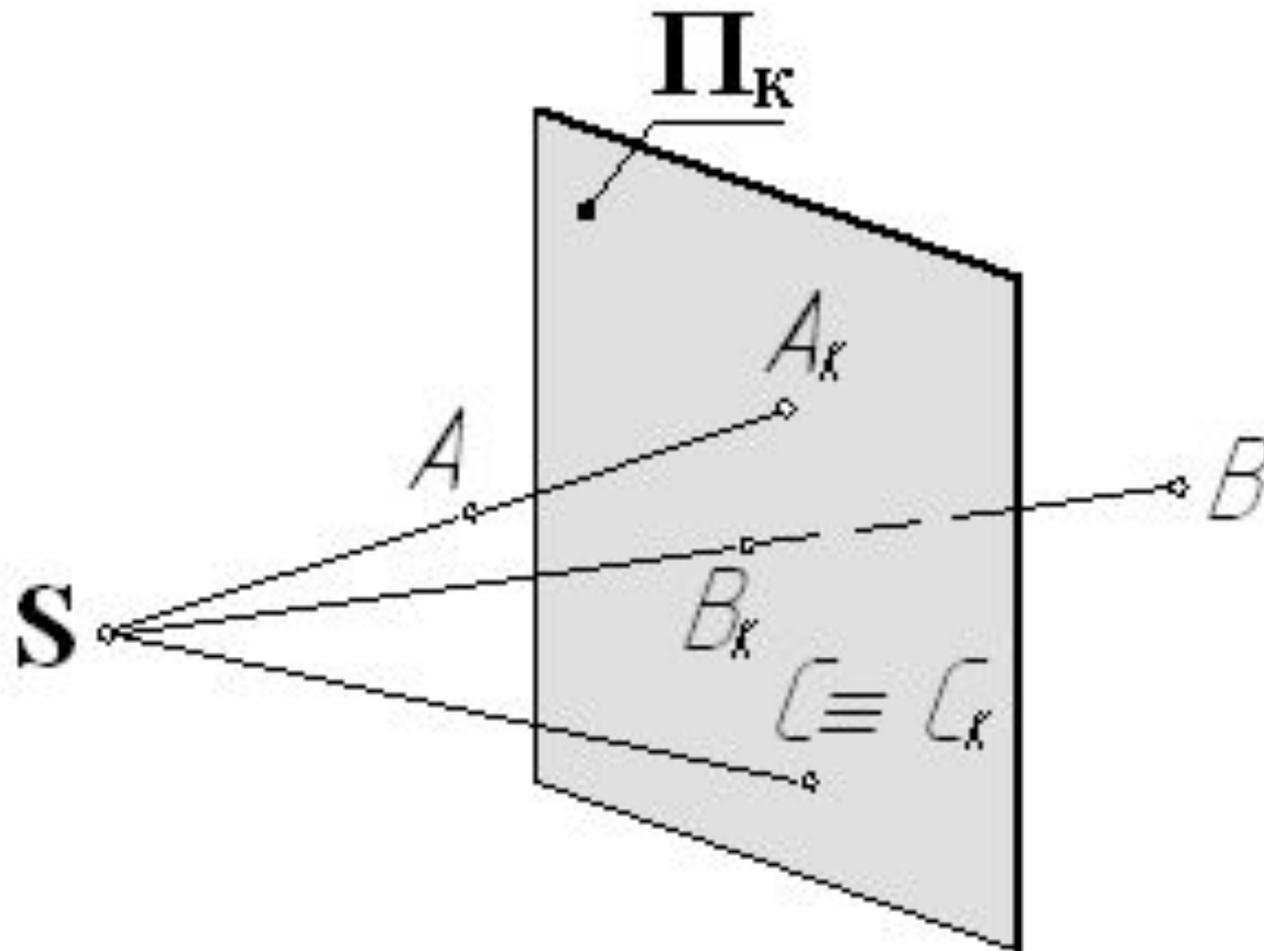
проецирования
 $SA \cap \Pi_K = A_K$

A – объект (точка)

SA – проецирующая
прямая

A_K – проекция объекта (точки) A на плоскости
проекций Π_K



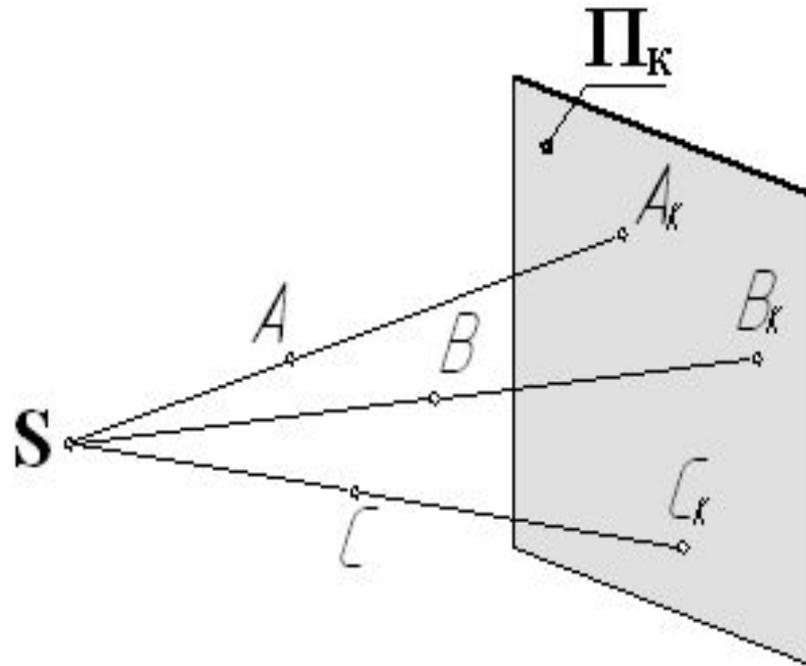


Для любой точки пространства
 $SA \cap \Pi_K = A_K$ $SB \cap \Pi_K = B_K$ $SC \cap \Pi_K = C_K$
 $SA \cap SB \cap SC \cap \dots = S$

Варианты метода проецирования

Центральное проецирование (коническое)

S (центр проецирования) — реальная точка.
 $SA \cap SB \cap SC \dots = S$



Параллельное проецирование (цилиндрическое)

S (центр проецирования) –
несобственная точка.

$$S \square S^{\square}$$

$$SA \cap SB \cap SC \dots = S^{\square}$$

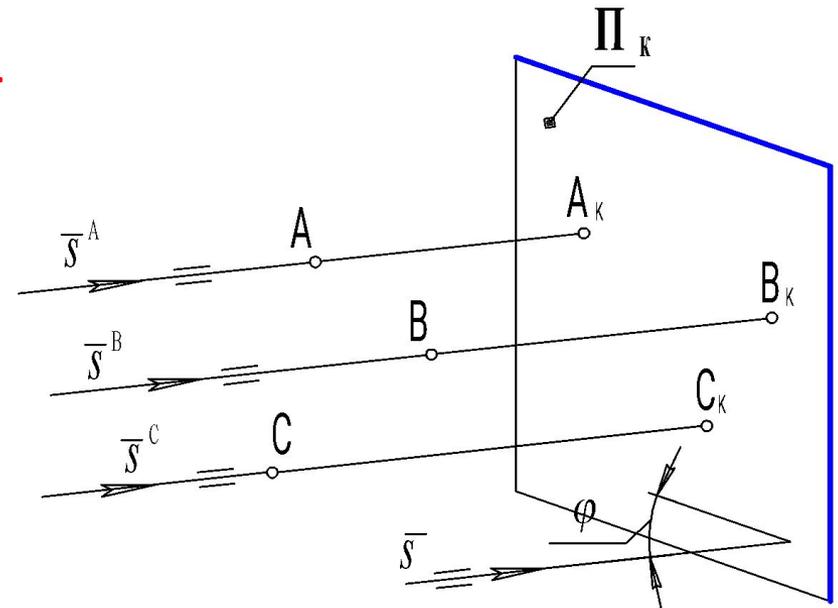
следовательно

$$S^{\square} A \square \square S^{\square} B \square \square S^{\square} C \square \square$$

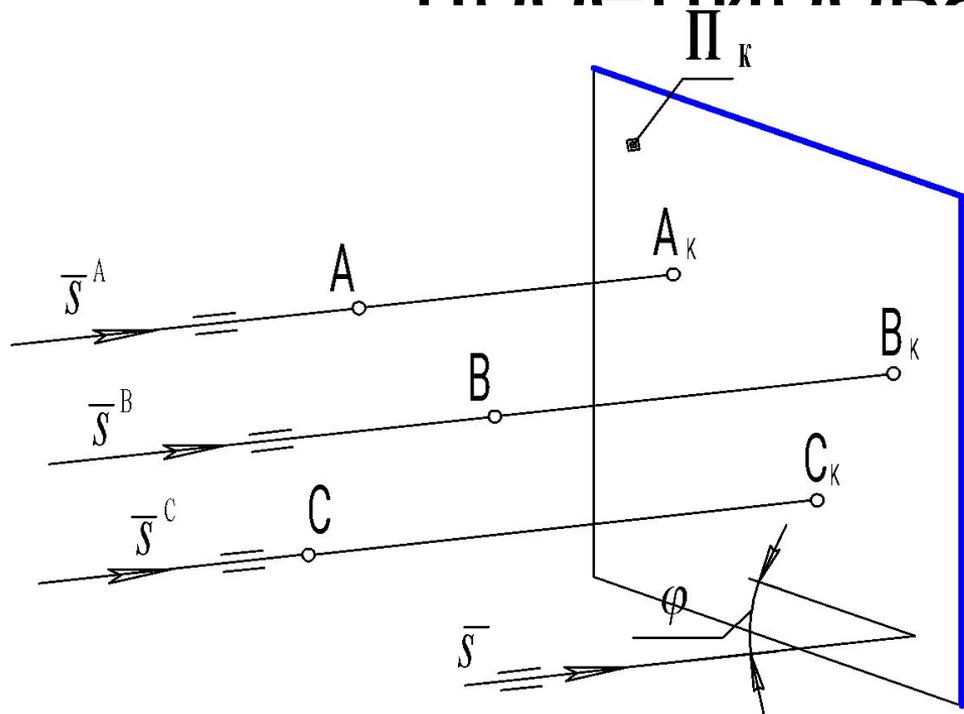
$$\dots \square \square s$$

\bar{s} – направление проецирования;

$$S^{\square} \square s$$



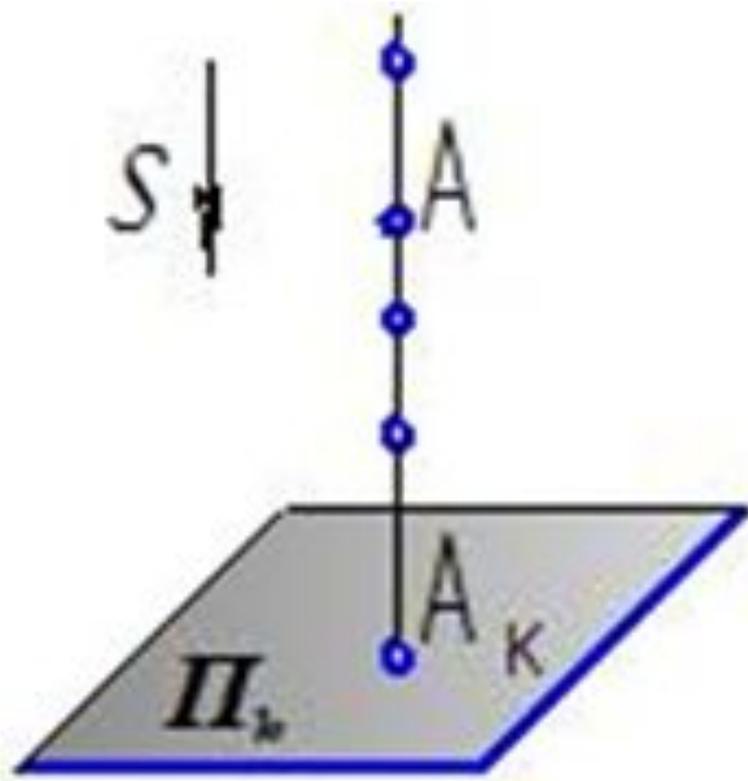
Виды параллельного проецирования



$$(\bar{s} \wedge \Pi_k) = \varphi$$

$\varphi = 90^\circ$ $(s \perp \Pi_k)$ \square проецирование прямоугольное
(ортогональное)

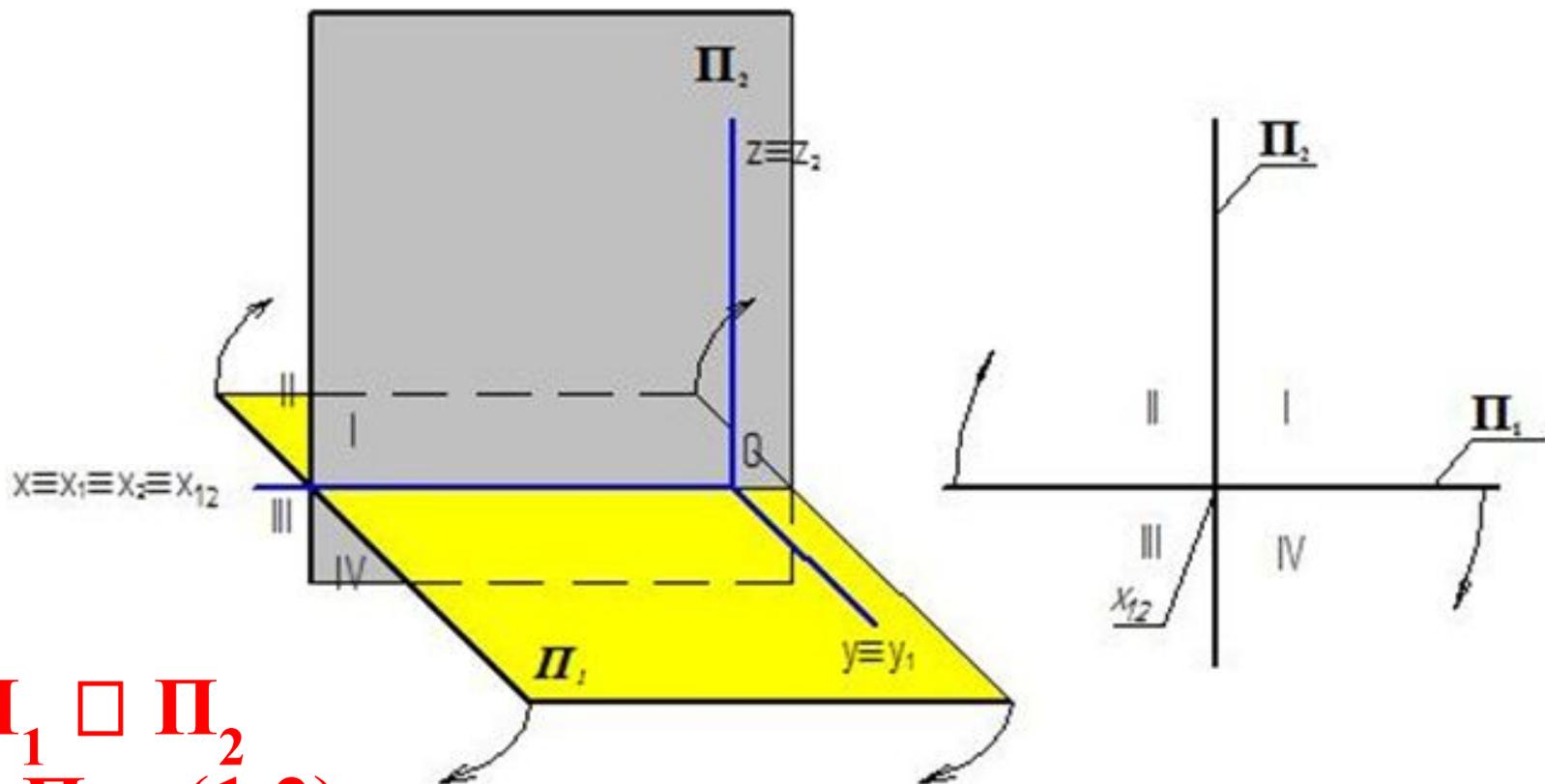
$\varphi \neq 90^\circ$ $(s \not\perp \Pi_k)$ \square проецирование косоугольное



Проекция A_k соответствует любая точка на проецирующей прямой, проходящей через точку A .

Одна проекция точки без каких-либо дополнительных условий однозначно не определяет ее положение в пространстве.

Метод Монжа



$$\Pi_1 \perp \Pi_2$$

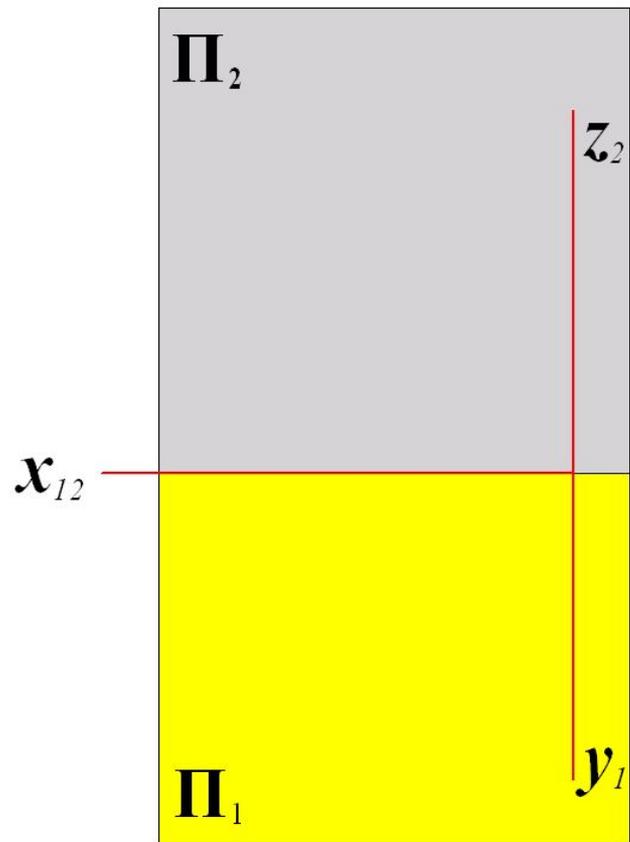
$$\Pi_1 \cap \Pi_2 = (1, 2)$$

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций

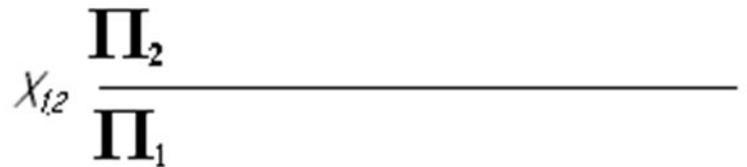
Π_2 – фронтальная плоскость проекций

I, II, III, IV – четверти пространства

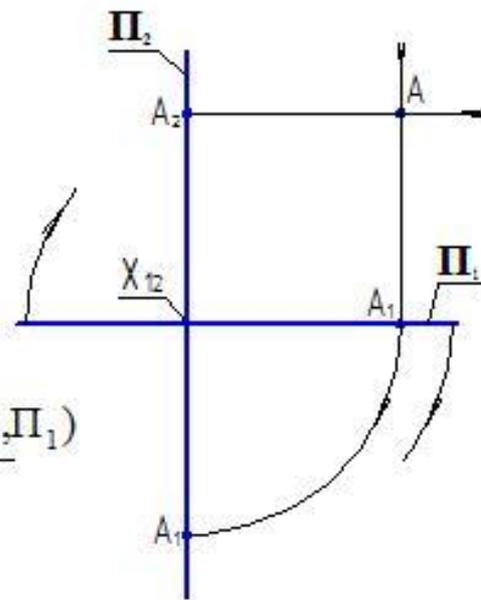
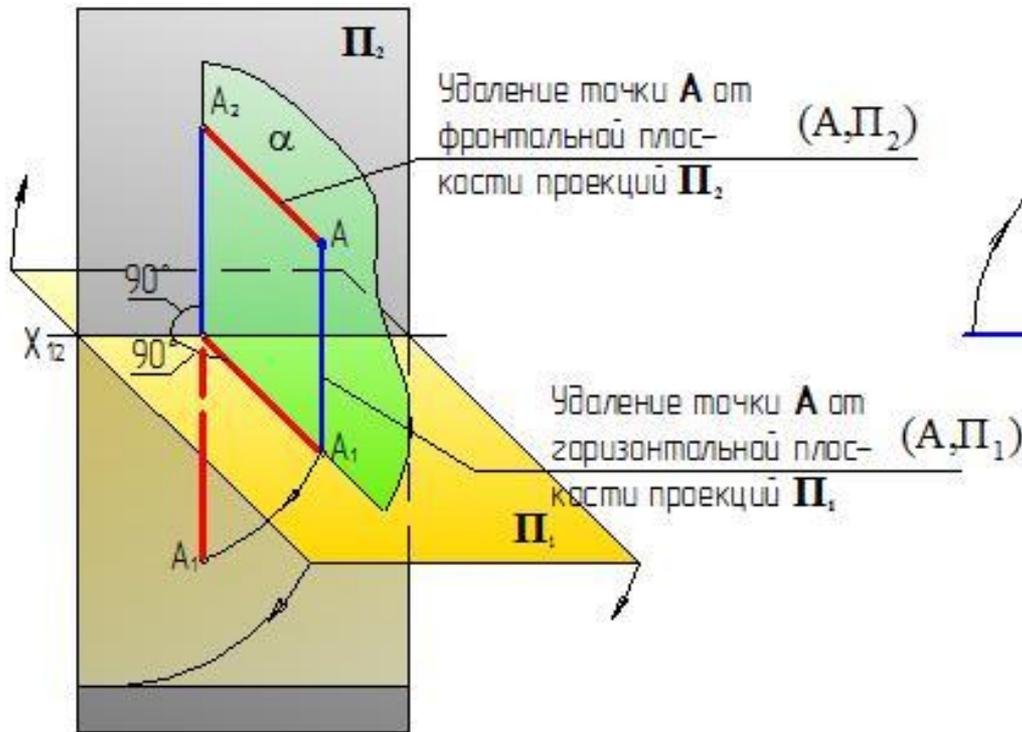
Плоскости проекций Π_1 и Π_2 совмещены в одну общую плоскость.



Так как плоскости проекций бесконечны, то их границы не показывают и координатные оси y и z также не показывают.



Проецирование ТОЧКИ



Горизонтальная и фронтальная проекции точки располагаются на одной прямой, перпендикулярной оси x_{12}

$$A_1 A_2 \perp x_{12}$$

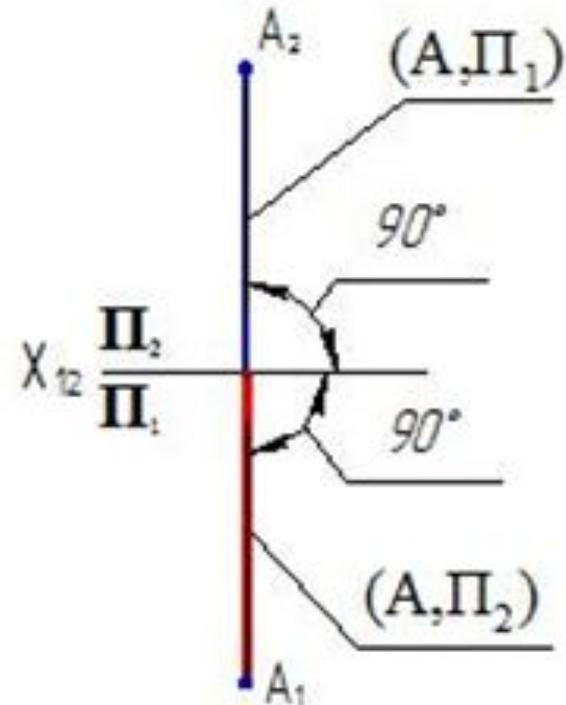
Расстояние от оси x_{12} до горизонтальной проекции точки определяет расстояние от самой точки до фронтальной плоскости проекций.

$$(x_{12}, A_1) = (A, \Pi_2) - \text{глубина}$$

Расстояние от оси x_{12} до фронтальной проекции точки определяет расстояние от самой точки до горизонтальной плоскости проекций.

$$(x_{12}, A_2) = (A, \Pi_1) - \text{высота}$$

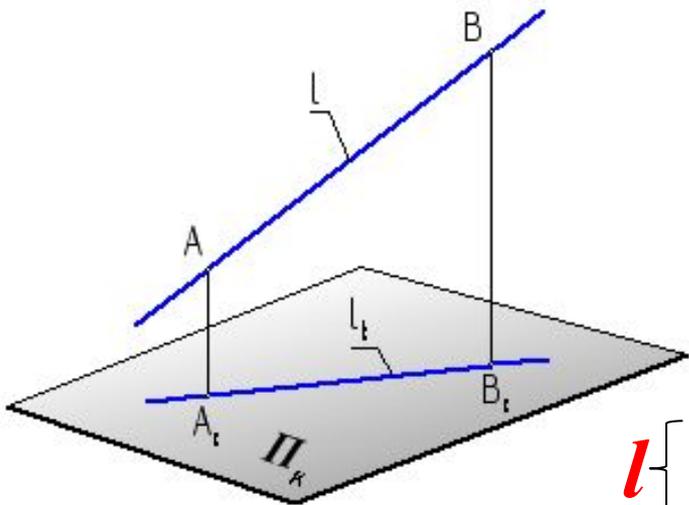
Эпюр



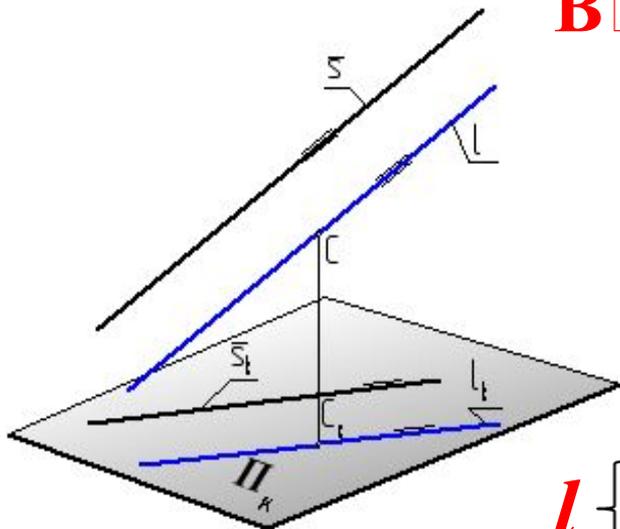
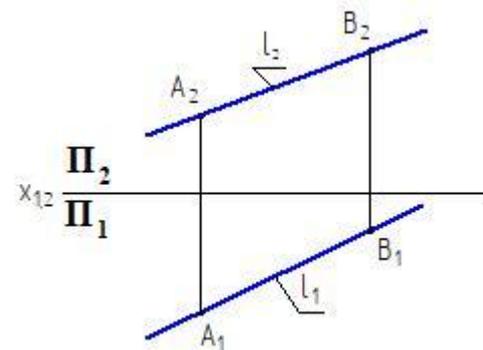
Ортогональные проекции точки на две взаимно перпендикулярные плоскости однозначно определяют положение точки в пространстве и делают изображения обратимыми.

Проецирование прямой линии

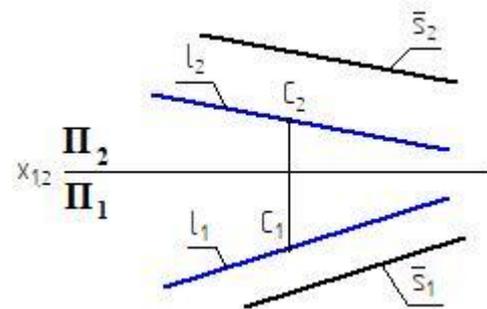
Способы задания прямой на эюре



$l \left\{ (A, B) (A \square l_t; B \square l_t) \right\}$



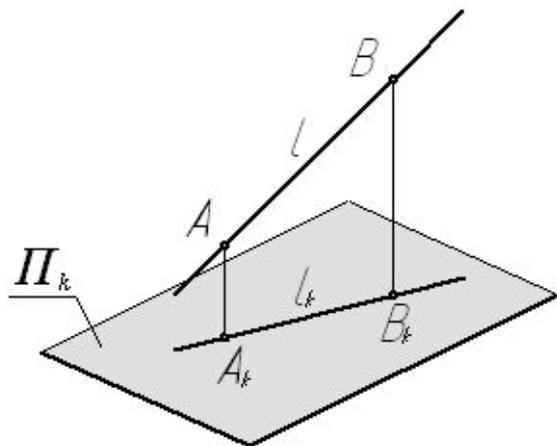
$l \left\{ (C, s) (C \square l_t; l \parallel s) \right\}$



Положение прямой относительно плоскости проекций

Прямая
общего положения

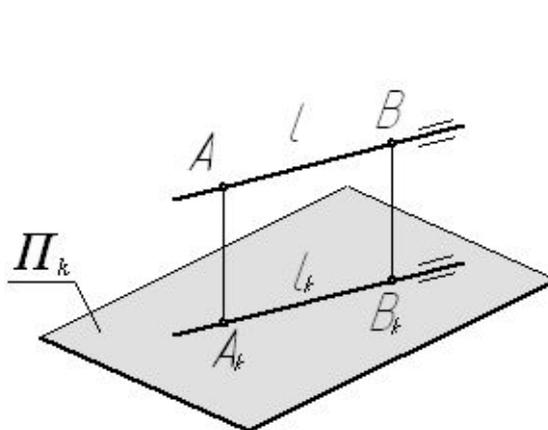
$$l \nparallel \Pi_k$$



Прямые частного положения

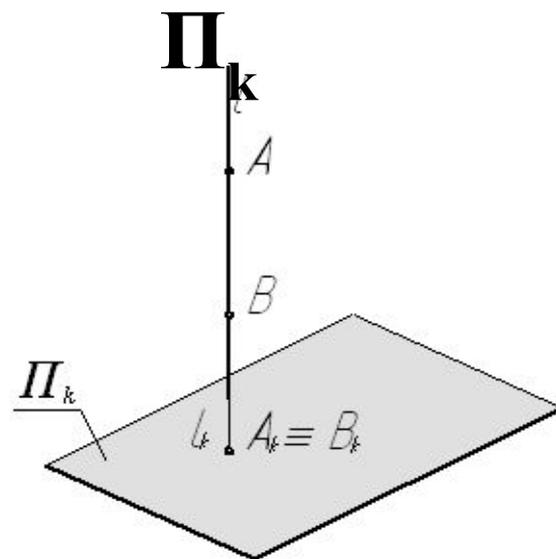
Прямая уровня

$$l \parallel \Pi_k$$



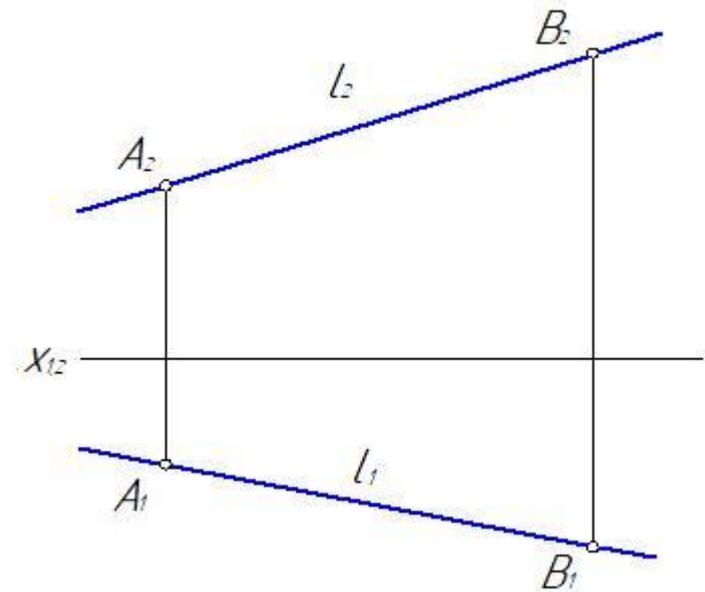
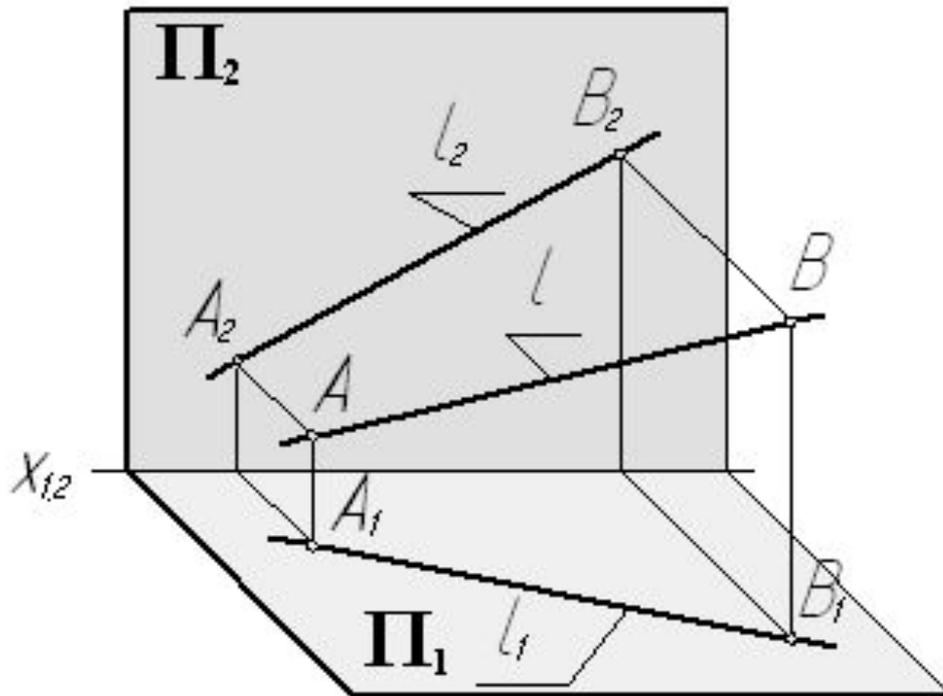
Проецирующая
прямая

$$l \perp \Pi_k$$



Прямая общего положения

Это прямая не параллельная ни одной из плоскостей проекций



$$l \nparallel \Pi_1 \text{ и } l \nparallel \Pi_2$$

$$l_1 \nparallel x_{1,2} \text{ и } l_2 \nparallel x_{1,2}$$

$$l_1 \nparallel x_{1,2} \text{ и } l_2 \nparallel x_{1,3}$$

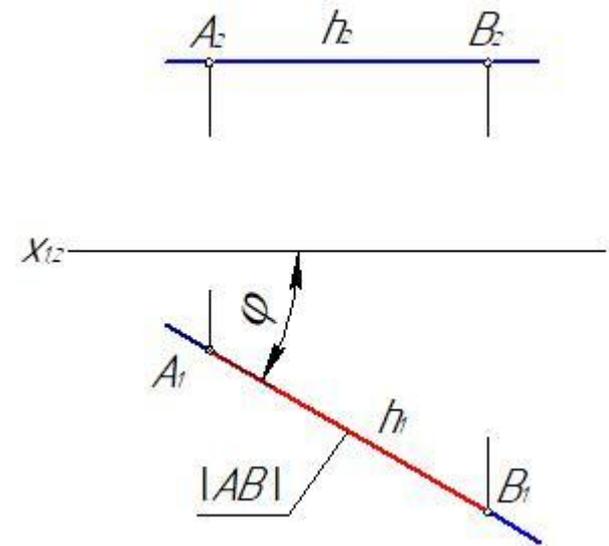
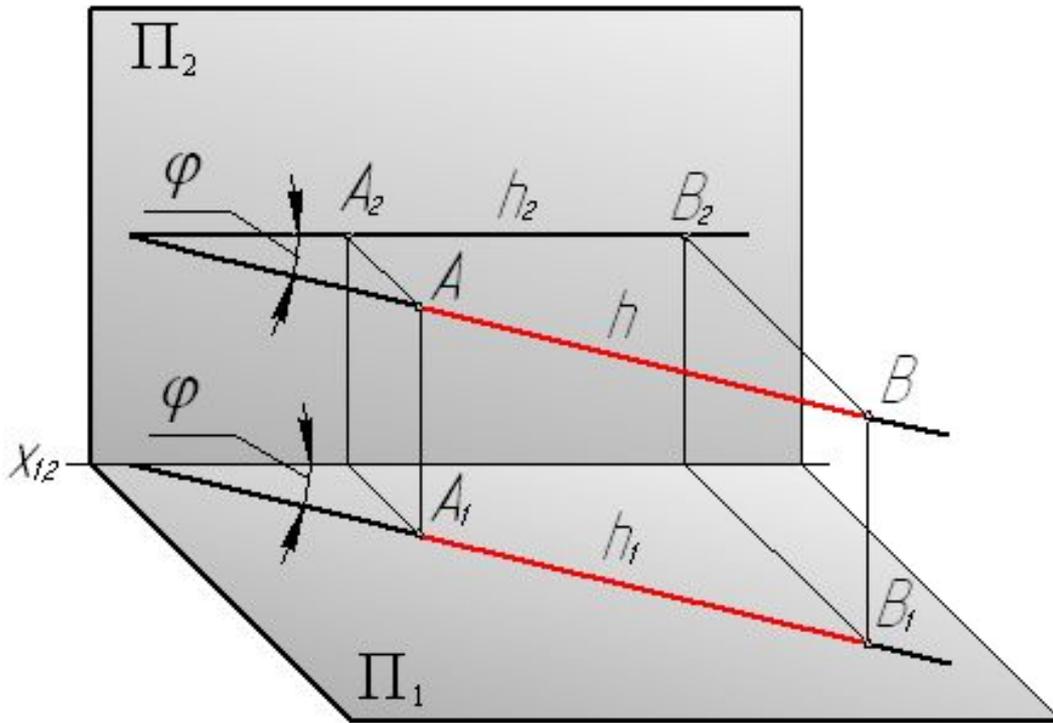
Прямые уровня

Это прямые параллельные
какой-либо одной
плоскости проекций

$l \parallel \Pi_K$

Горизонталь – h

Это прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций



$$h \parallel \Pi_1$$

$$AB \perp h \perp AB \parallel \Pi_1$$

$$\perp \perp \perp h(AB) \wedge \Pi_2$$

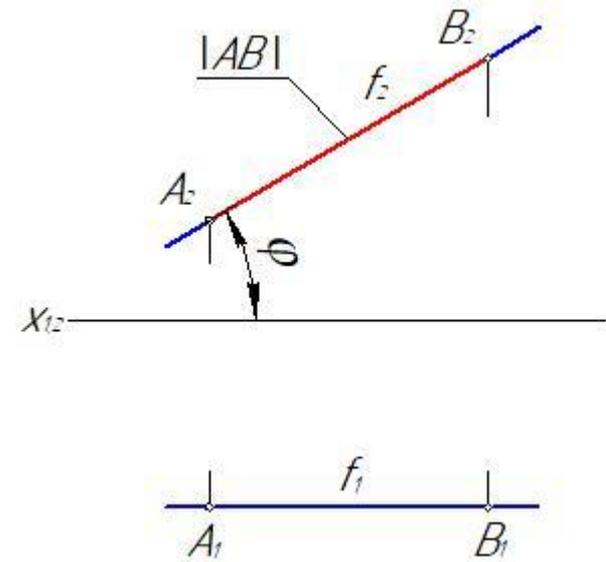
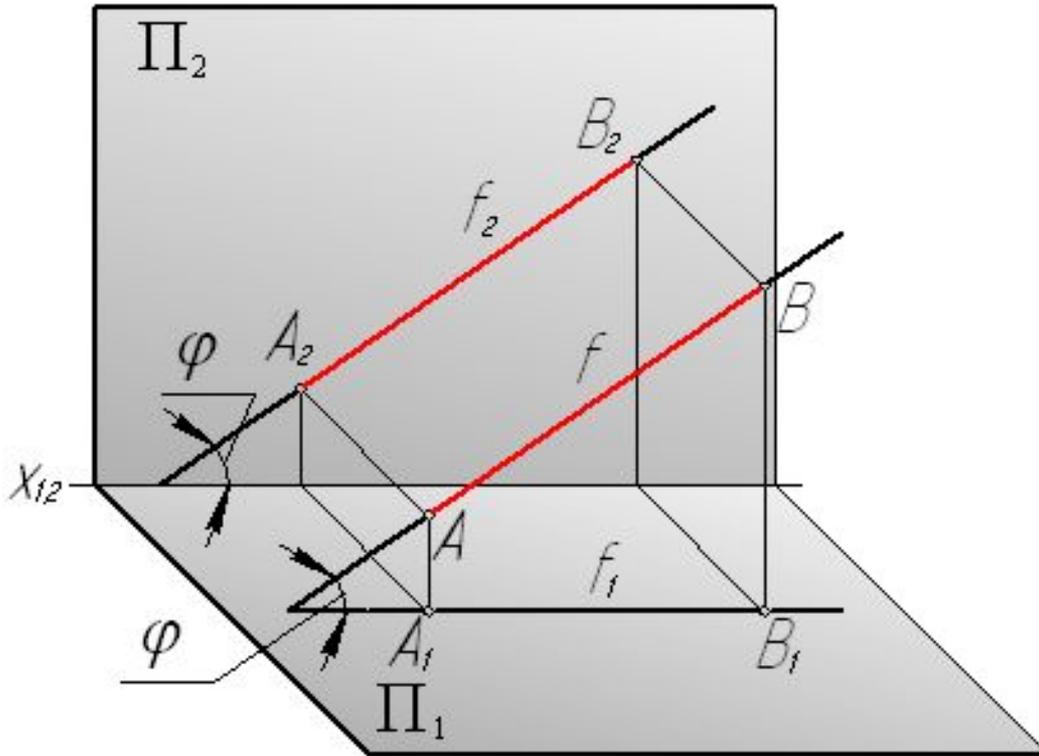
$$\square h_2 \parallel x_{1,2}$$

$$\square A_1 B_1 \perp |AB|$$

$$\square \square \square h_1(A_1 B_1) \wedge$$

Фронталь – f

Это прямая параллельная фронтальной плоскости
проекций

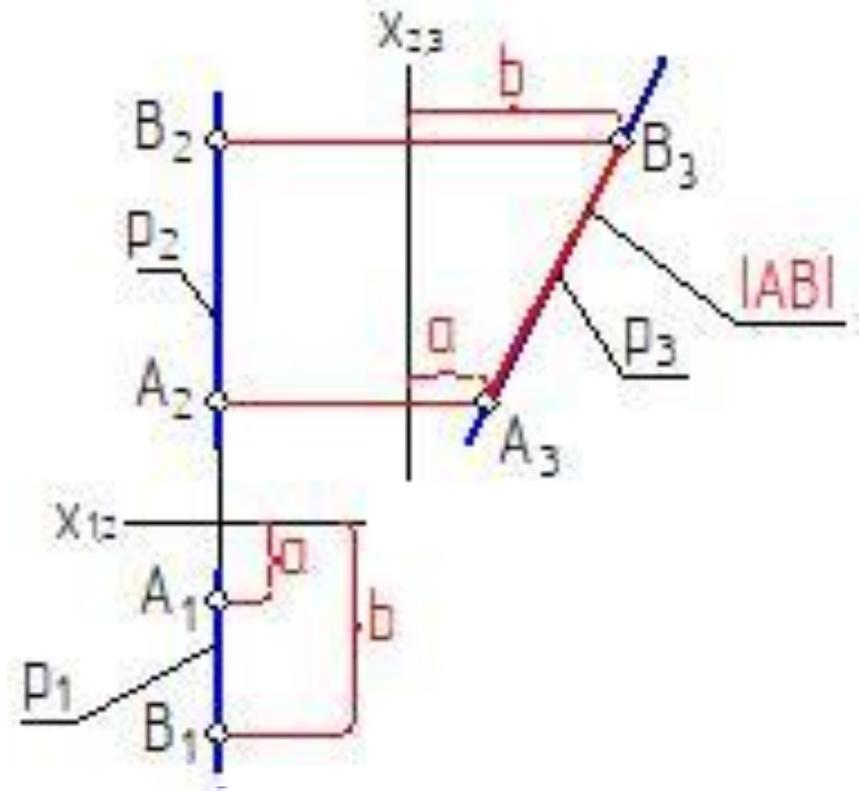
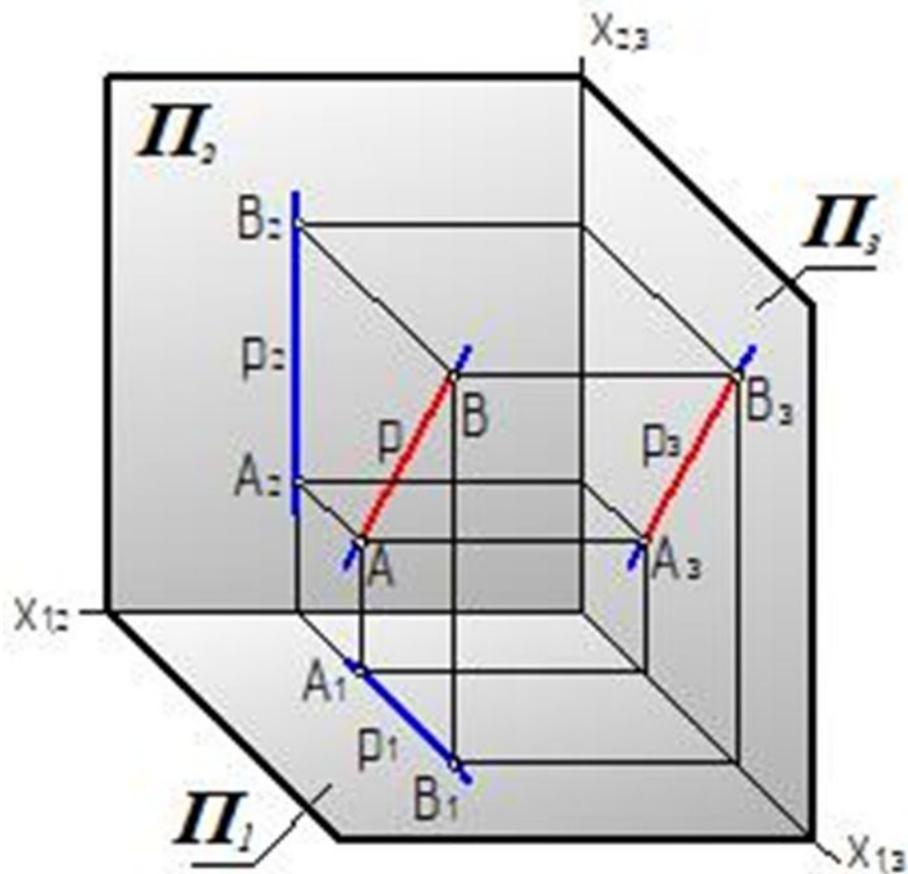


$$\begin{aligned}
 & f \parallel \Pi_2 \\
 & AB \square f \square AB \parallel \Pi_2 \Rightarrow A_2B_2 \square |AB| \\
 & \square \square \square f(AB) \wedge \Pi_1 \quad \square \square \square f_2(A_2B_2) \wedge x_{1,2}^{34}
 \end{aligned}$$

Характерная особенность
эпюра горизонтали и
фронтала –
**одна из проекций
параллельна координатной
оси $x_{1,2}$**

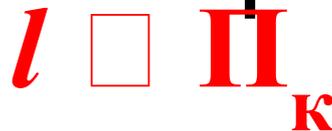
Профильная прямая - p

Это прямая параллельная профильной плоскости проекций Π_3



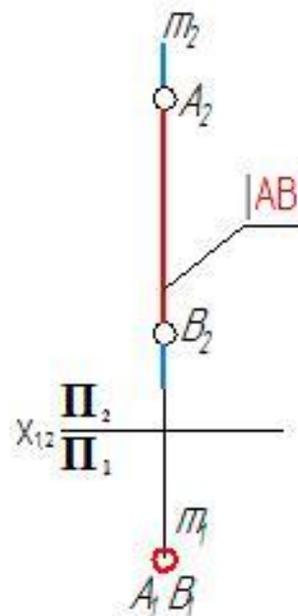
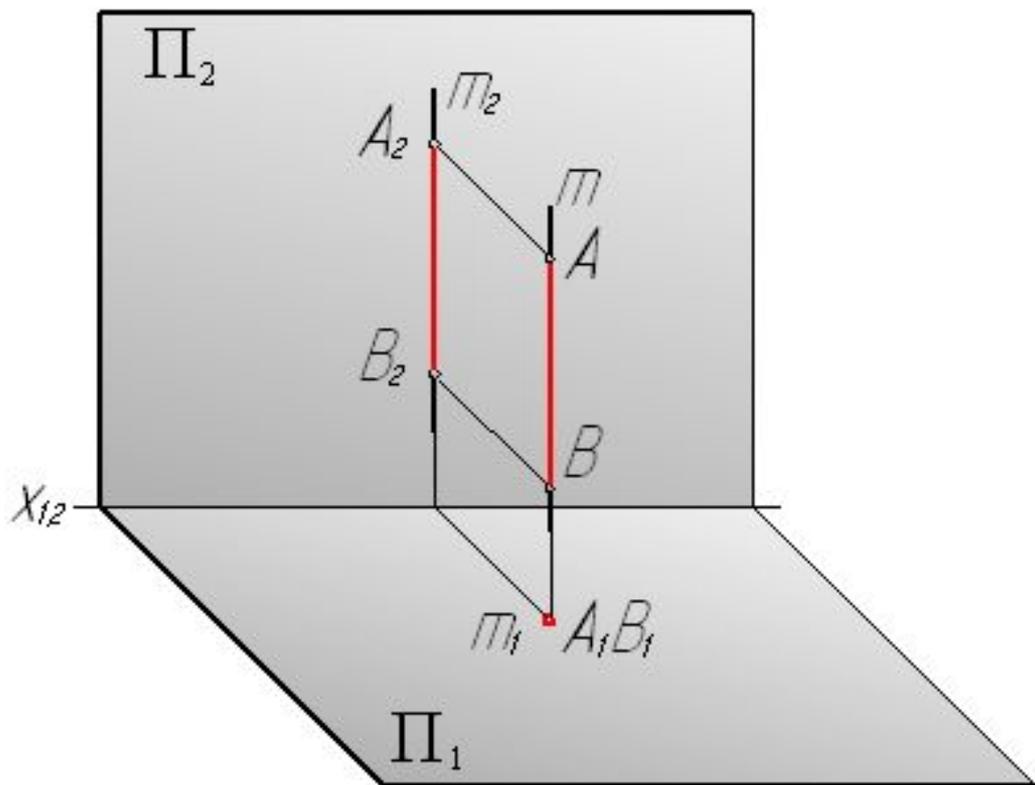
Проецирующие прямые

Это прямые
перпендикулярные
какой-либо одной
плоскости проекций



Горизонтально-проецирующая прямая

Это прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций



$m \square \Pi_1 \square m \parallel \Pi_2$

$AB \square m$

$AB \parallel \Pi_2$

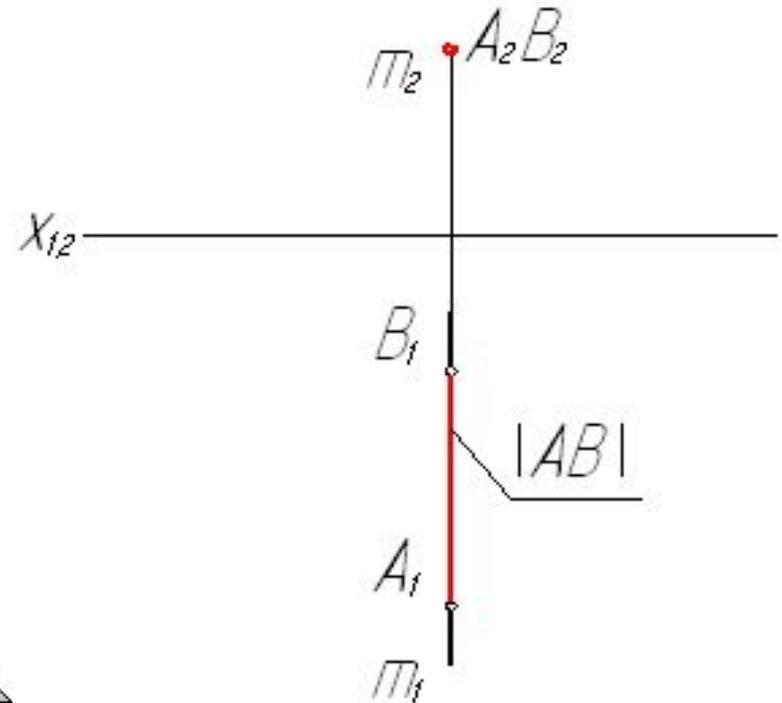
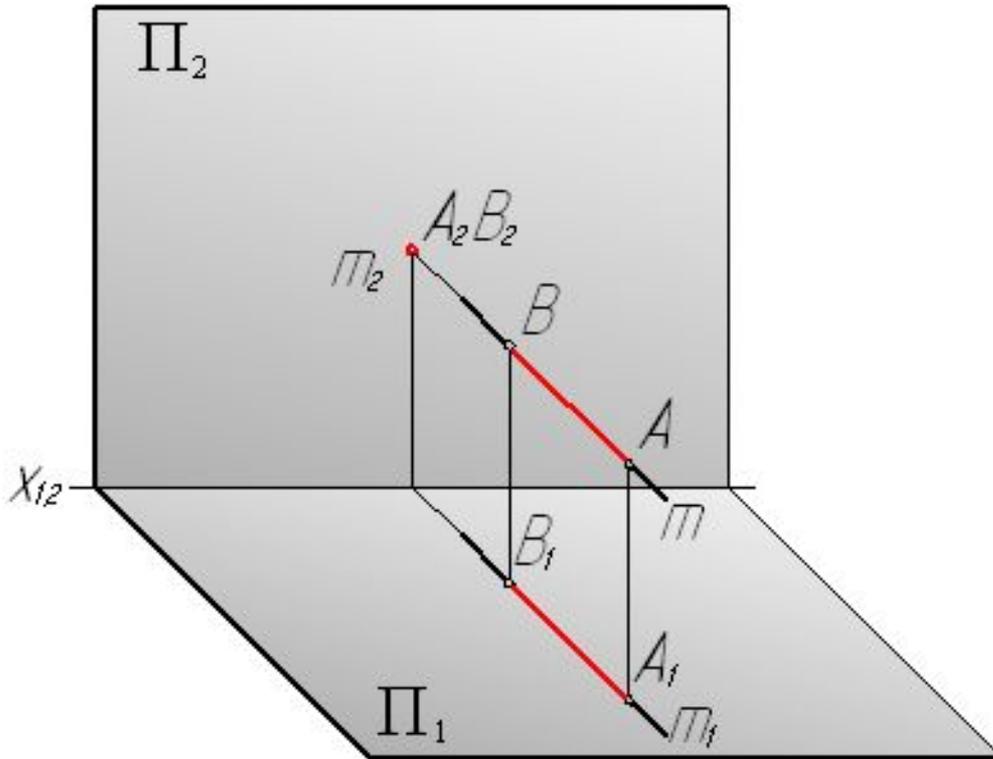
$\square m_1$ – точка $\square m_2 \square x_{1,2}$

$\Rightarrow A_1B_1$ – точка \square

$\Rightarrow A_2B_2 \square |AB|$

Фронтально-проецирующая прямая

Это прямая перпендикулярная фронтальной плоскости проекций



$m \perp \Pi_2 \perp m \parallel \Pi_1$

$AB \perp m$

$AB \parallel \Pi_1$

$\square m_2$ – точка $\square m_1 \square x_{1,2}$

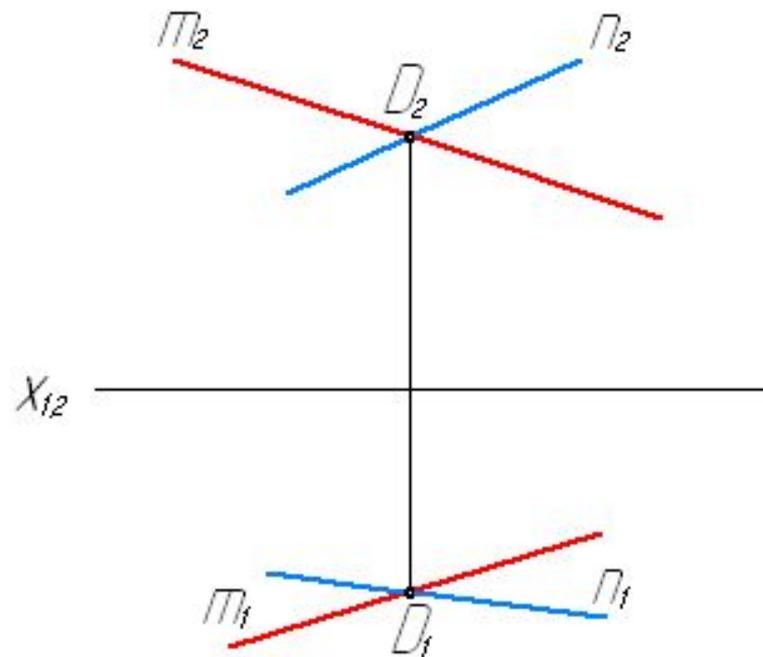
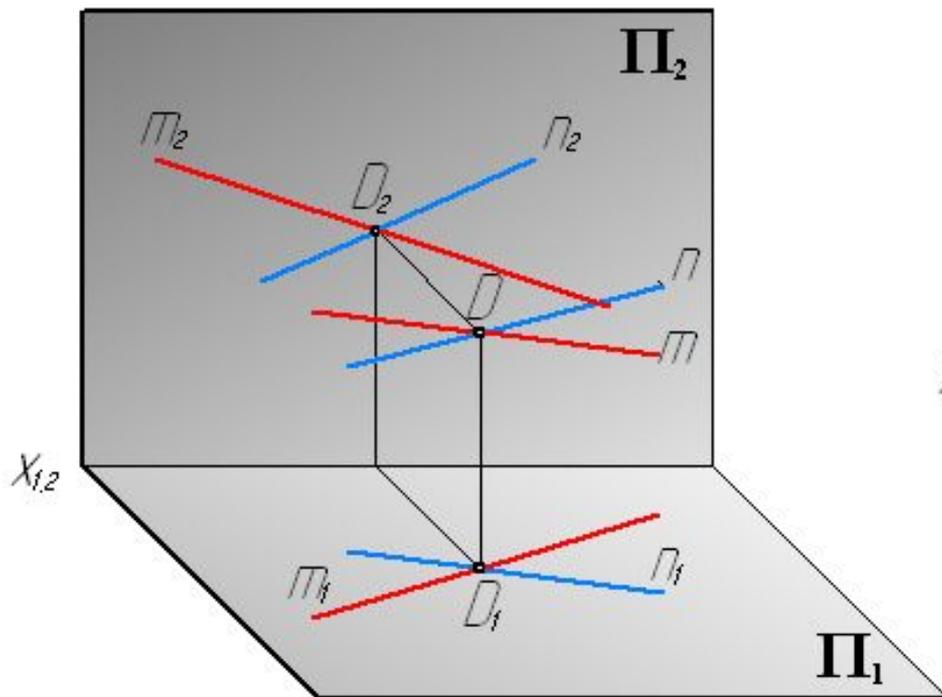
$\Rightarrow A_2B_2$ – точка

$\Rightarrow A_1B_1 \square |AB|$

Характерная особенность
эпюра проецирующей прямой –
одна из проекций прямой точка

Взаимное положение двух прямых

Пересекающиеся прямые



$$m \cap n = D \quad \square$$

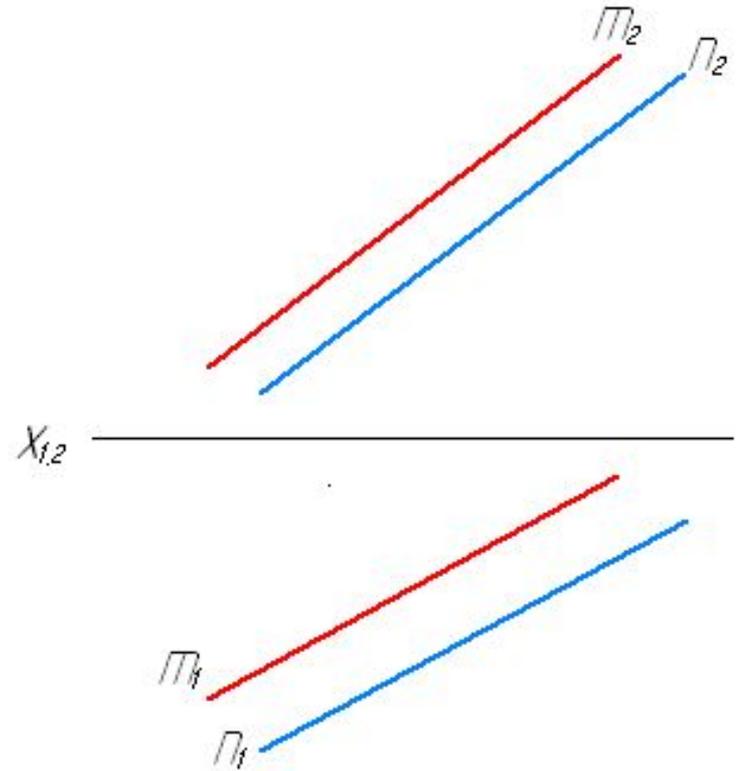
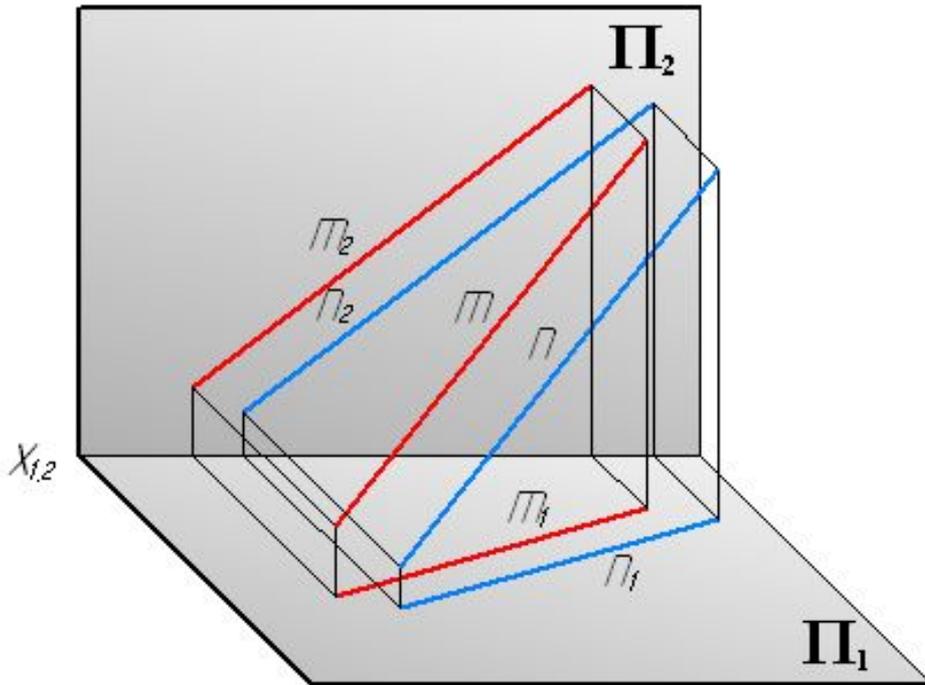
$$\square m_k \cap n_k = D_k$$

$$m_1 \cap n_1 = D_1$$

$$m_2 \cap n_2 = D_2$$

$$D_1 D_2 \square X_{1,2}$$

Параллельные прямые



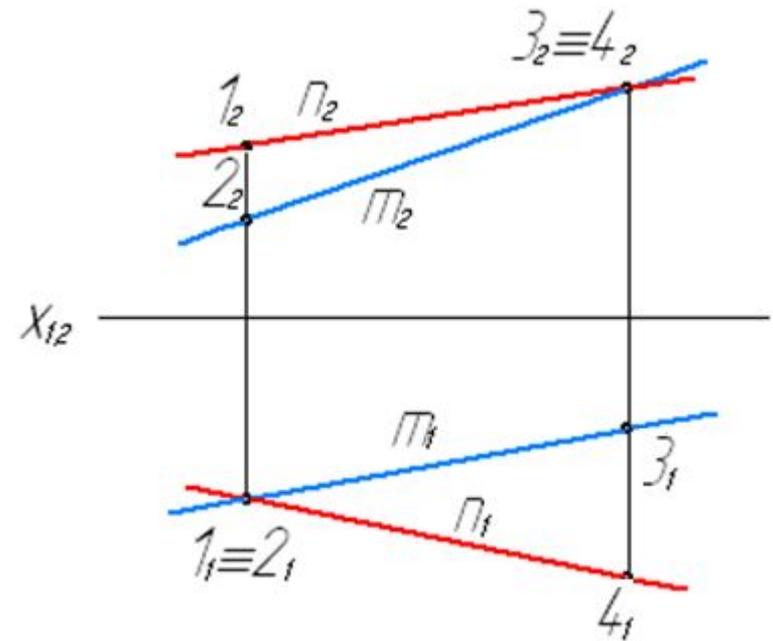
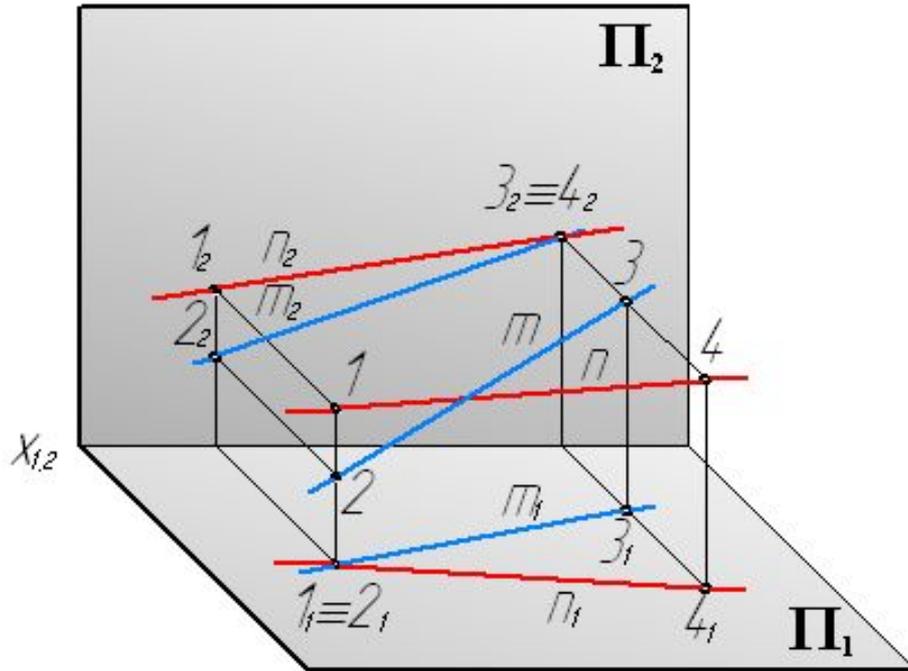
$$m \parallel n \quad \square$$

$$\square \quad m_k \parallel n_k$$

$$m_1 \parallel n_1$$

$$m_2 \parallel n_2$$

Скрещивающиеся прямые



$m \perp n \square m \parallel n \square m \cap$

Пары точек $(1,2)$ и $(3,4)$ – конкурирующие точки