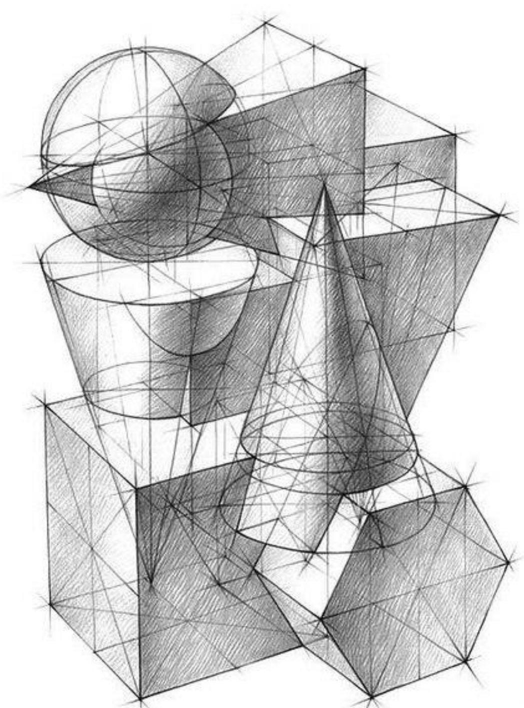
СТЕРЕОМЕТРИЯ
(МНОГОГРАННИКИ)



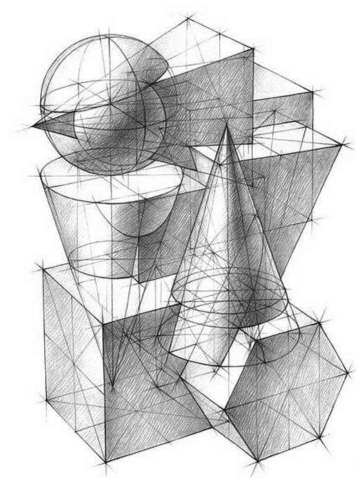
Предмет стереометрии

СТЕРЕО (*греч.*) – объемный, пространственный;
МЕТРЕО (*греч.*) – измерять.

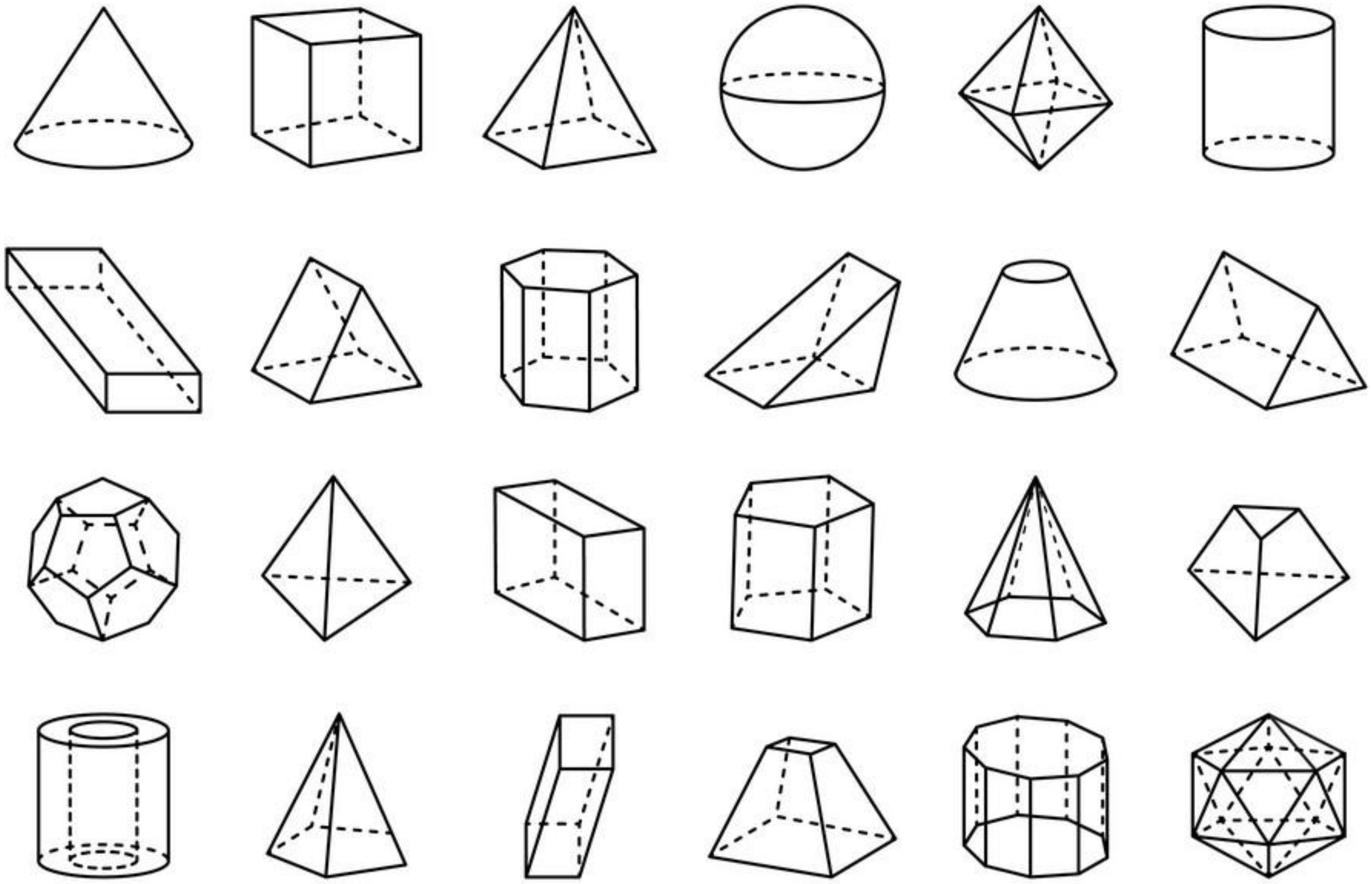
СТЕРЕОМЕТРИЯ – раздел геометрии, изучающий объемные фигуры

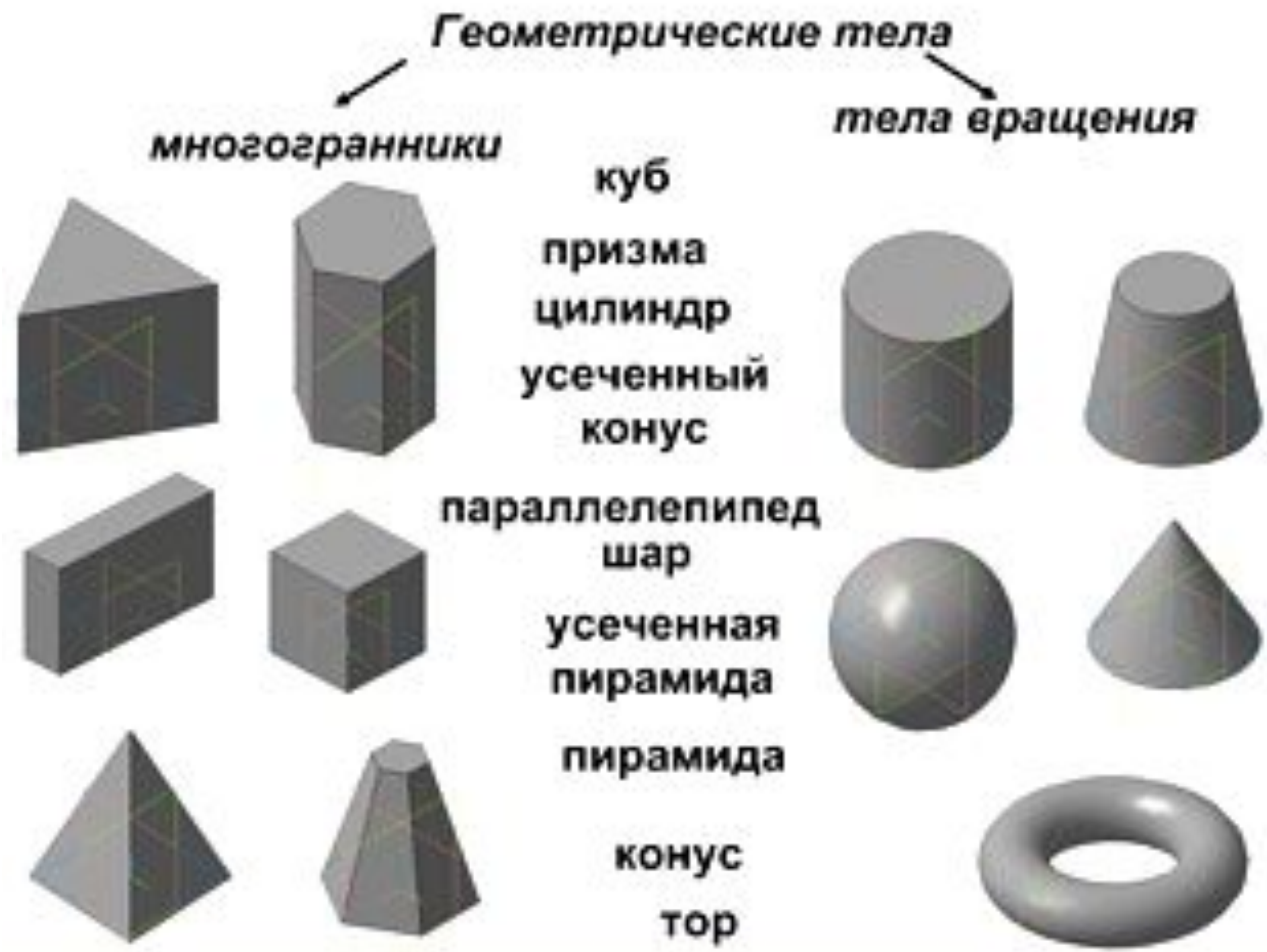
Объекты :

- ✔ точка;
- ✔ прямая;
- ✔ плоскость;
- ✔ геометрическое тело;
- ✔ поверхность.

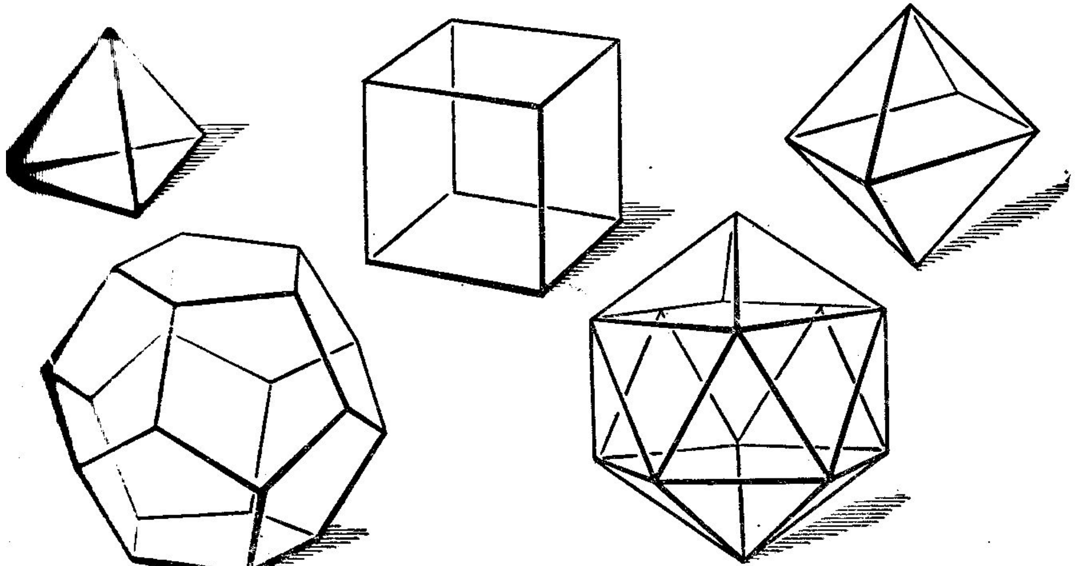


ВИДЫ МНОГОГРАННИКОВ




Геометрические тела
многогранники
тела вращения
куб
призма
цилиндр
усеченный
конус
параллелепипед
шар
усеченная
пирамида
пирамида
конус
тор

МНОГОГРАННИКИ

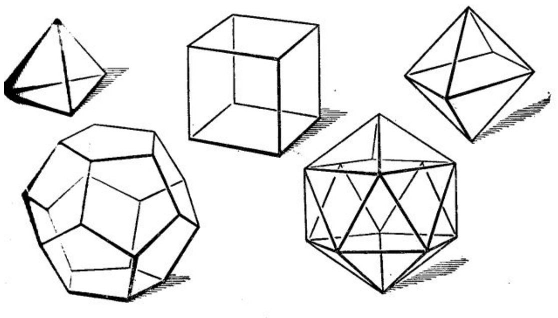


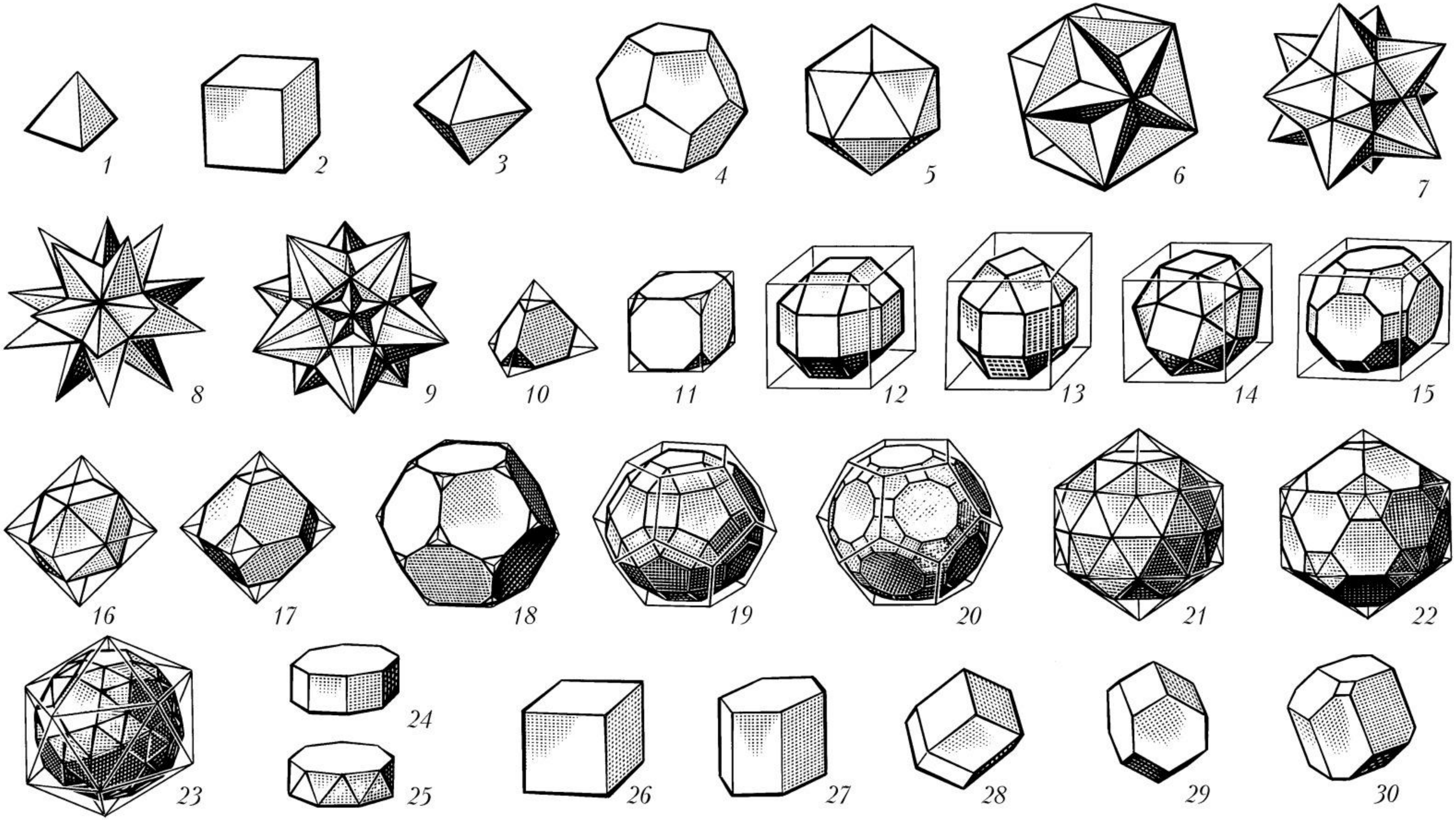
Понятие многогранника

Попробуем сами сформулировать определение…

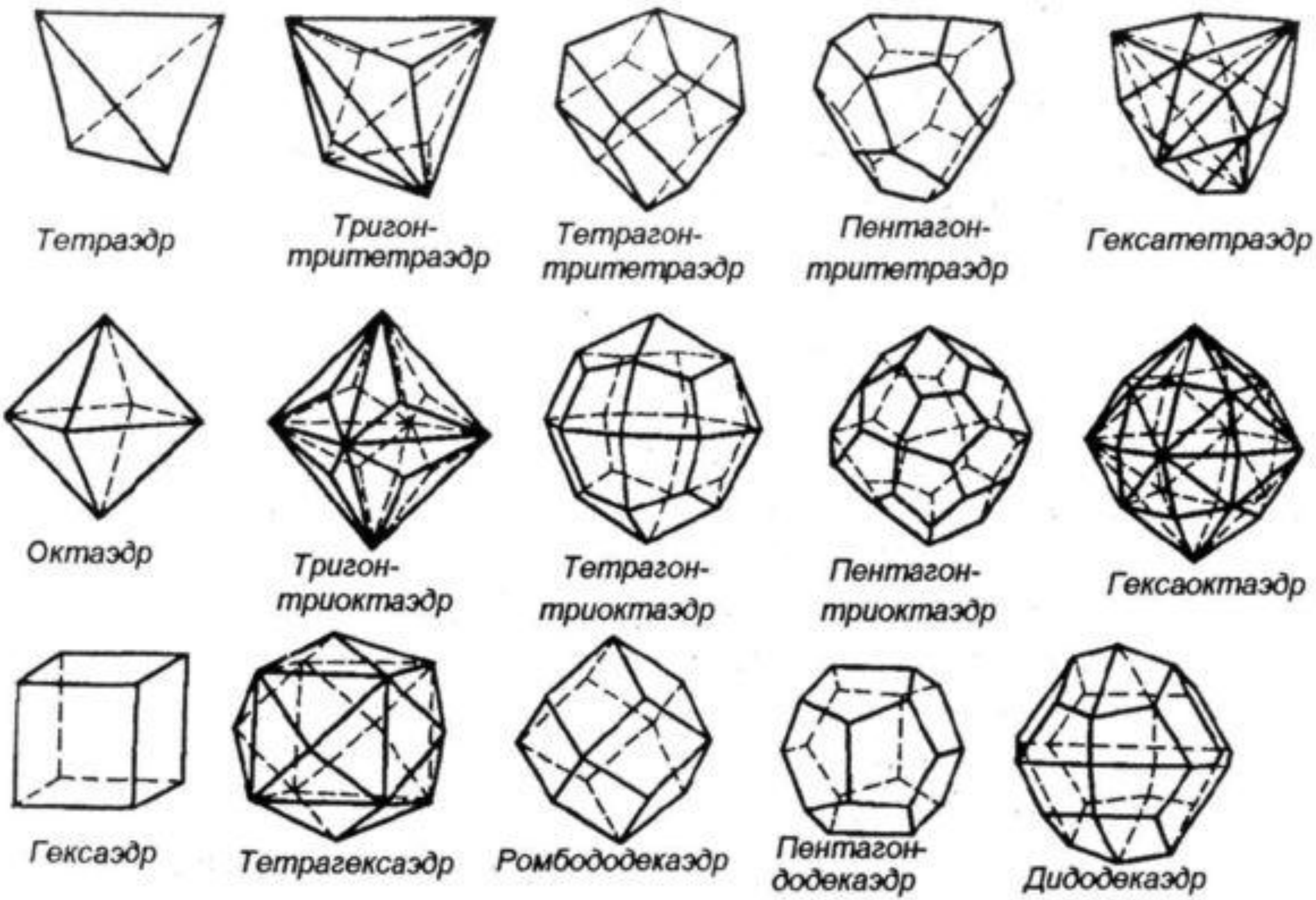
Опр.: МНОГОГРАННИК – поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело.

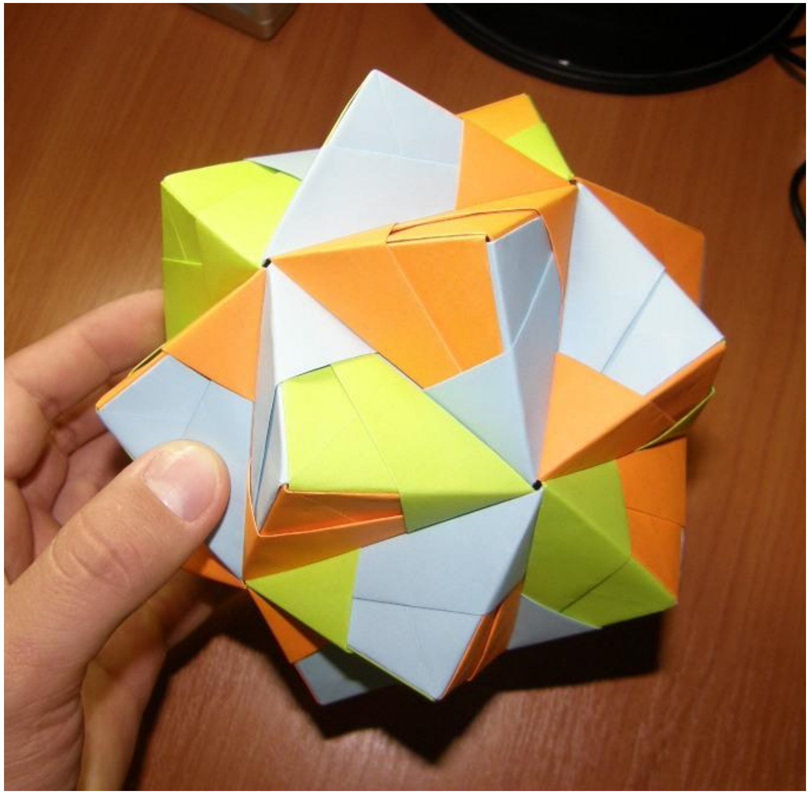
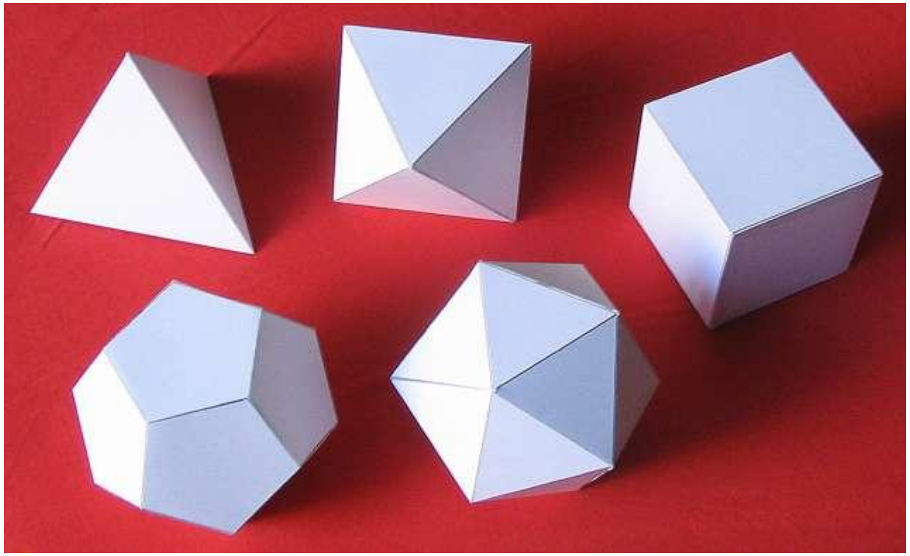
**(само тело тоже называется многогранником)*





Виды многогранников насчитывают не один десяток представителей, отличающихся количеством и формой граней.


Тетраэдр
Тригон-
тритетраэдр
Тетрагон-
тритетраэдр
Пентагон-
тритетраэдр
Гексатетраэдр
Октаэдр
Тригон-
триоктаэдр
Тетрагон-
триоктаэдр
Пентагон-
триоктаэдр
Гексаоктаэдр
Гексаэдр
Тетрагексаэдр
Ромбододекаэдр
Пентагон-
додекаэдр
Дидодекаэдр

Многогранники делятся на:

- Выпуклые

  Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

  Грани выпуклого многогранника являются* ***выпуклыми многоугольниками**;*

  *** В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине* ***меньше 360****^{0} .*

- Невыпуклые

Выберем выпуклые и невыпуклые

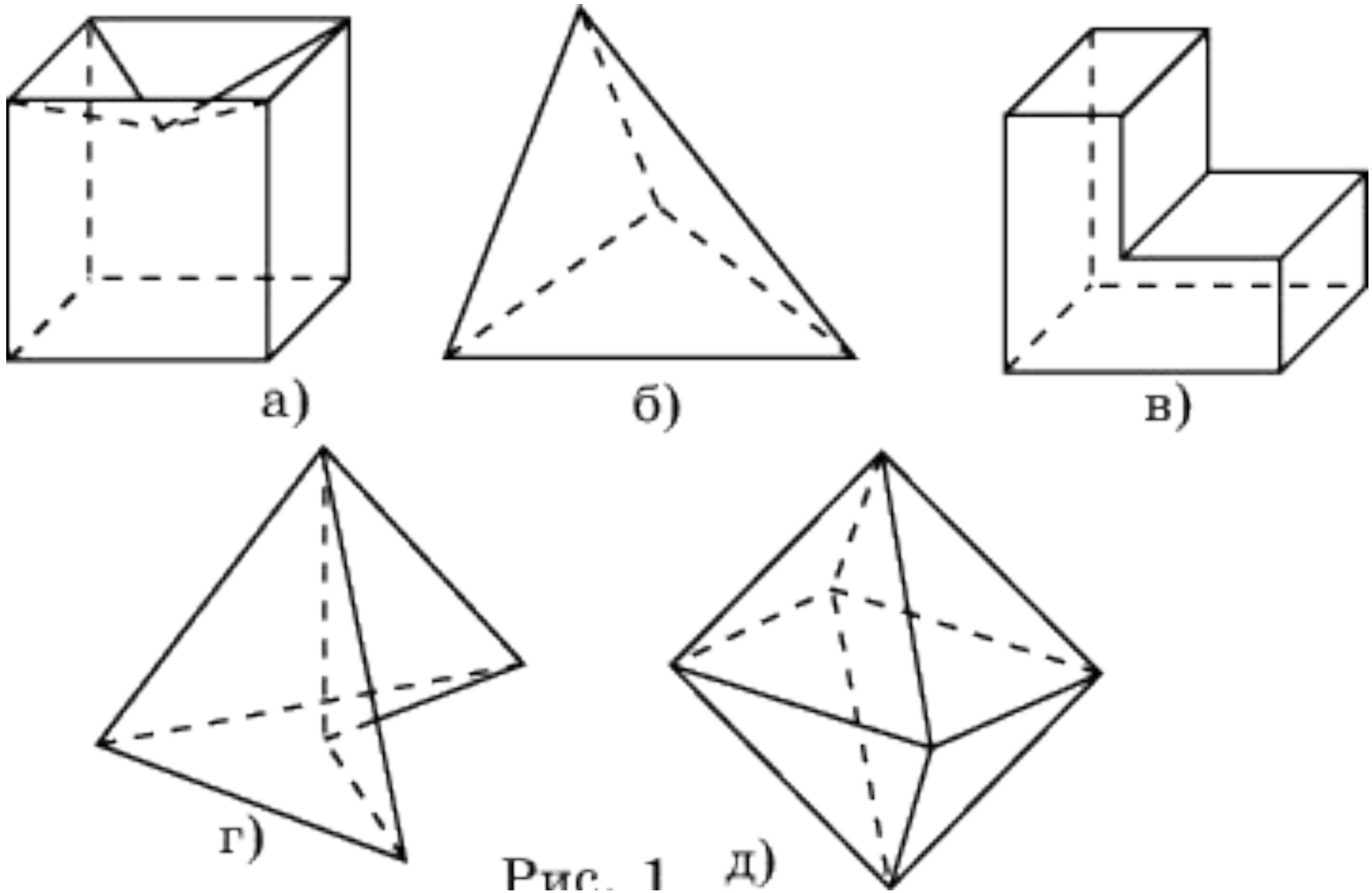
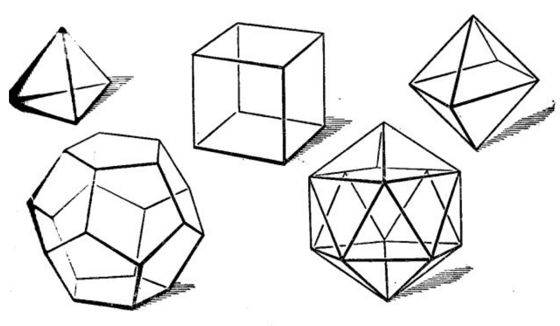


Рис. 1

Общие свойства многогранников:

Все они имеют 3 неотъемлемых компонента:
грани – многоугольники, из которых составлен многогранник;
ребра – стороны граней многогранника;
вершины – концы ребер.

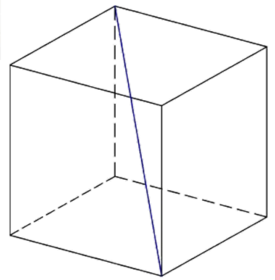
Каждое ребро многоугольника соединяет две, и только две грани, которые по отношению друг к другу являются смежными.



Еще немного определений

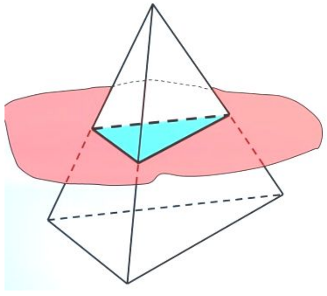
Отрезок, соединяющий 2 вершины , не принадлежащие одной грани называется

диагональю многогранника;



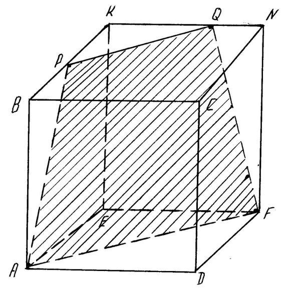
Плоскость по обе стороны от которой расположены точки многогранника, называется

секущей плоскостью;



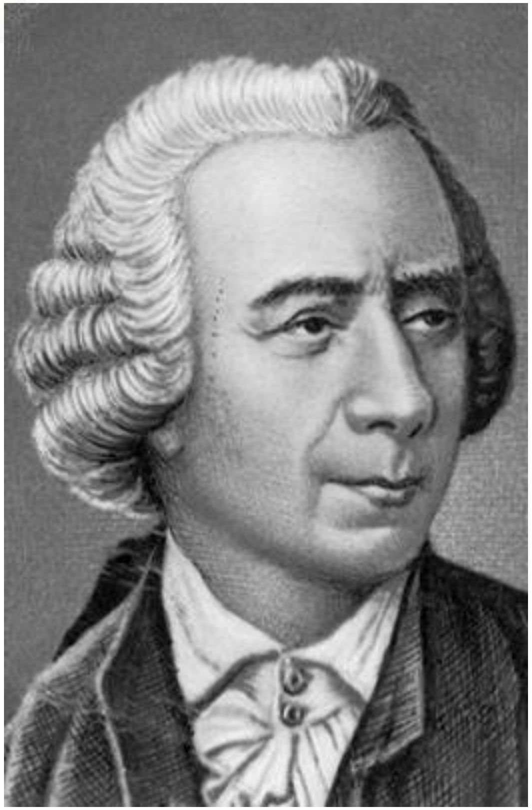
Общая часть многогранника и секущей плоскости называется

сечением многогранника



Теорема Эйлера

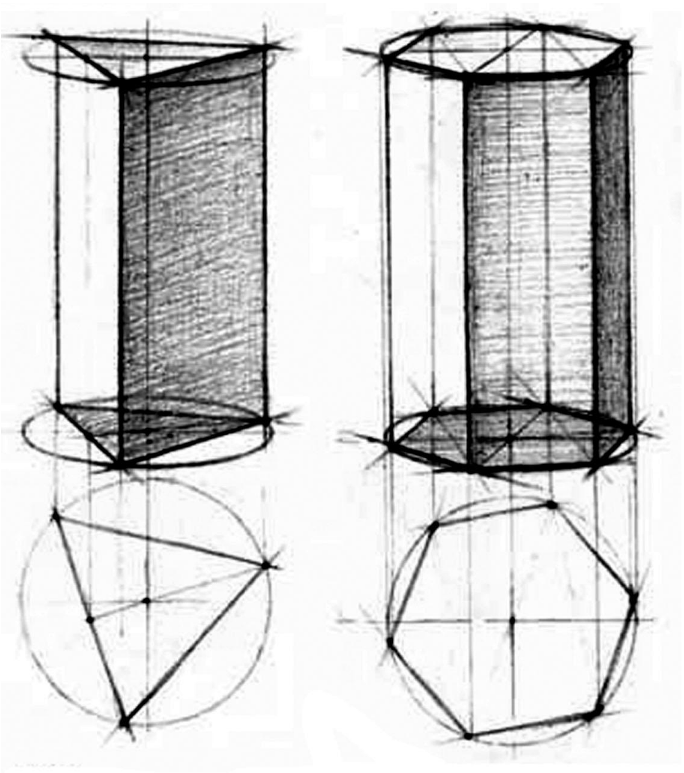
Леонард Эйлер (1707 - 1783)



Т: В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на 2.

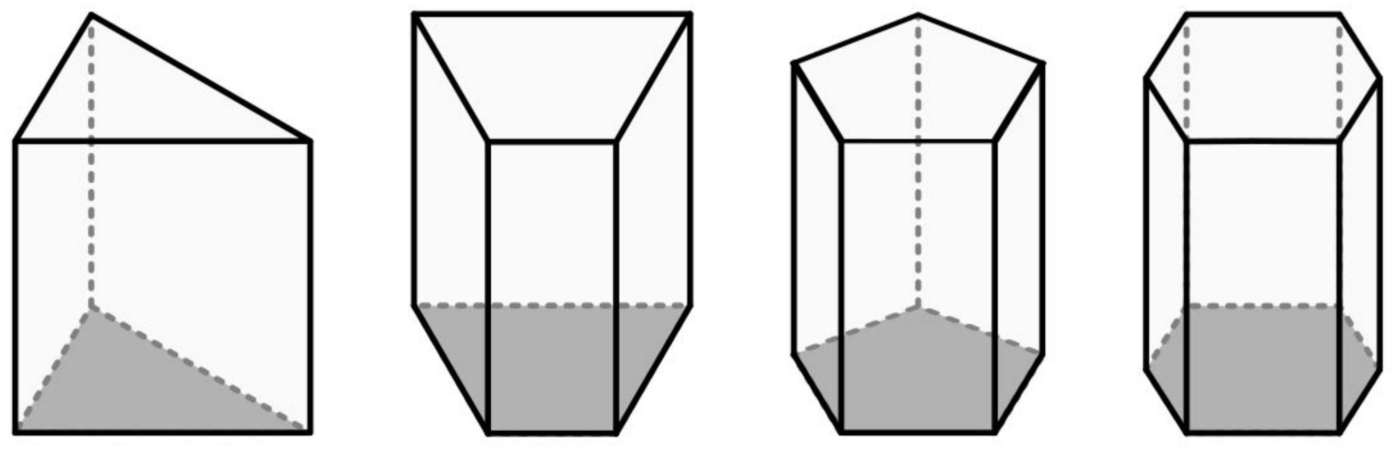
Г + В – Р = 2

ПРИЗМА

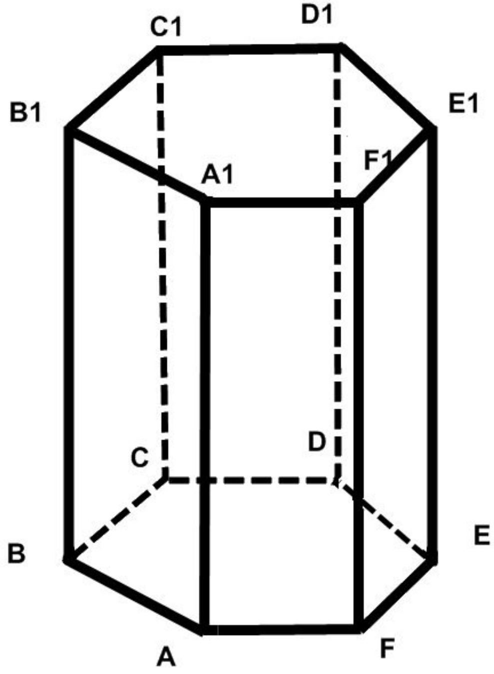


Определение

Опр.: ПРИЗМА - многогранник, составленный из двух равных n- угольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов

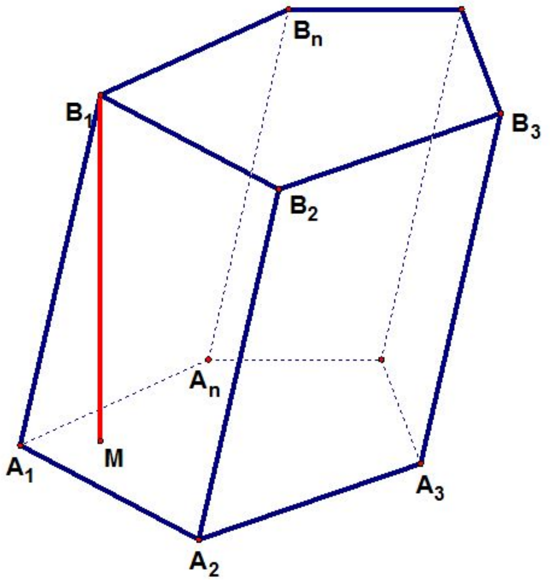


Нарисуем призму



Высота призмы

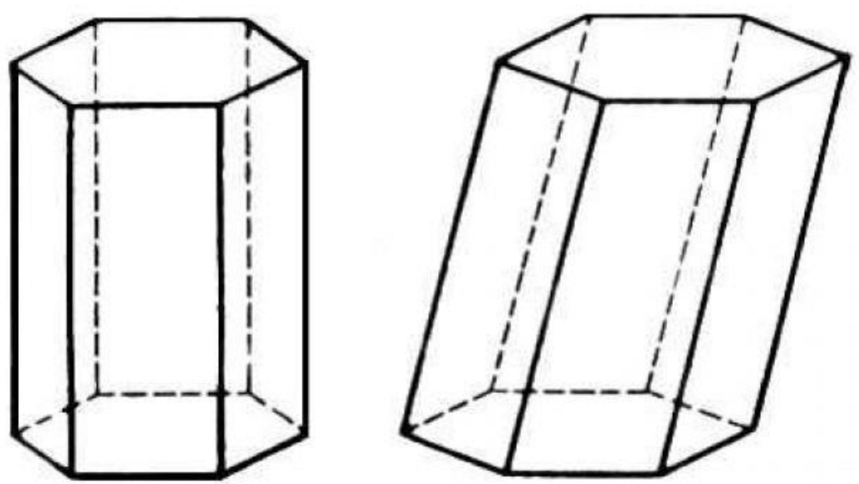
Опр.: Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой призмы.



Призмы делятся на

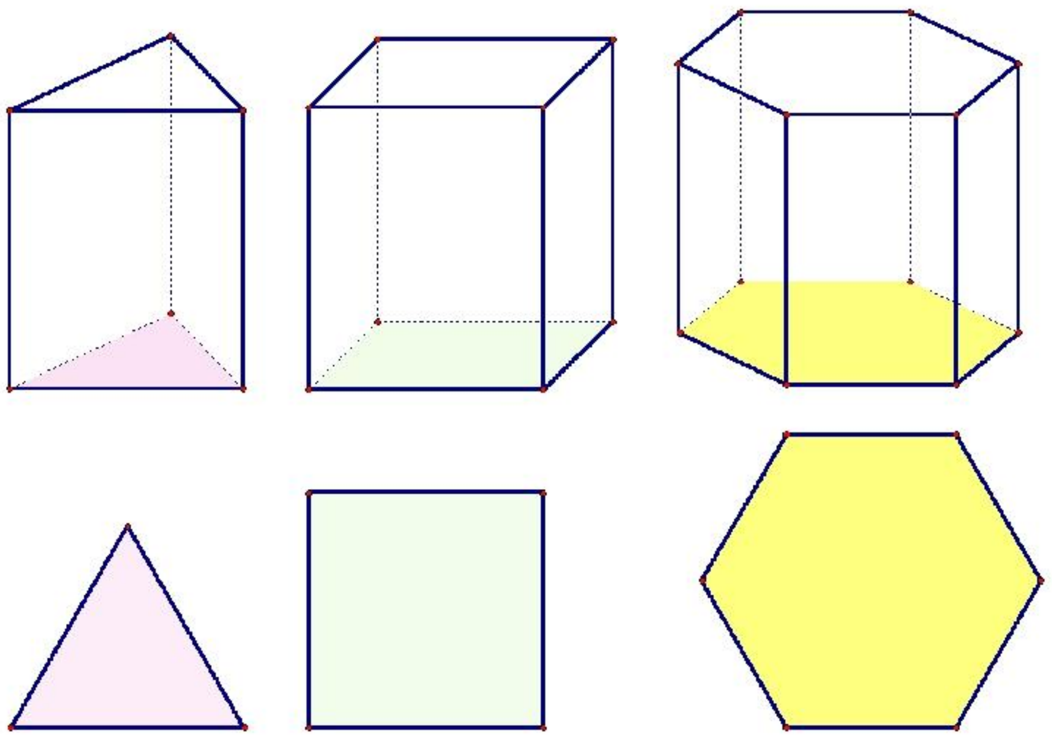
ПРЯМЫЕ и НАКЛОННЫЕ

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны к основаниям, в противном случае – наклонной.



Правильные призмы

Опр.: Прямая призма называется правильной, ее основание – правильный многоугольник



ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ

Правила построения сечений многогранников:

1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости;

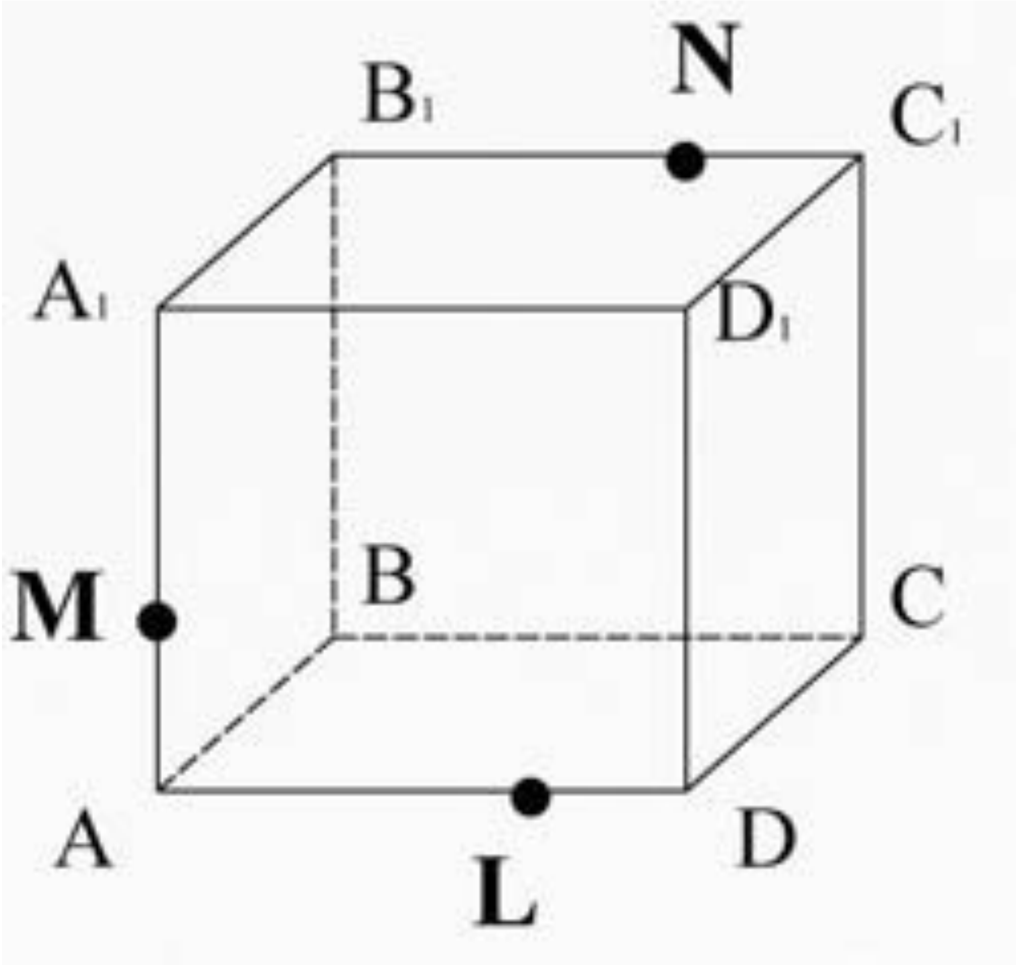
2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого

а) ищем точки пересечения прямой принадлежащей плоскости сечения с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости);

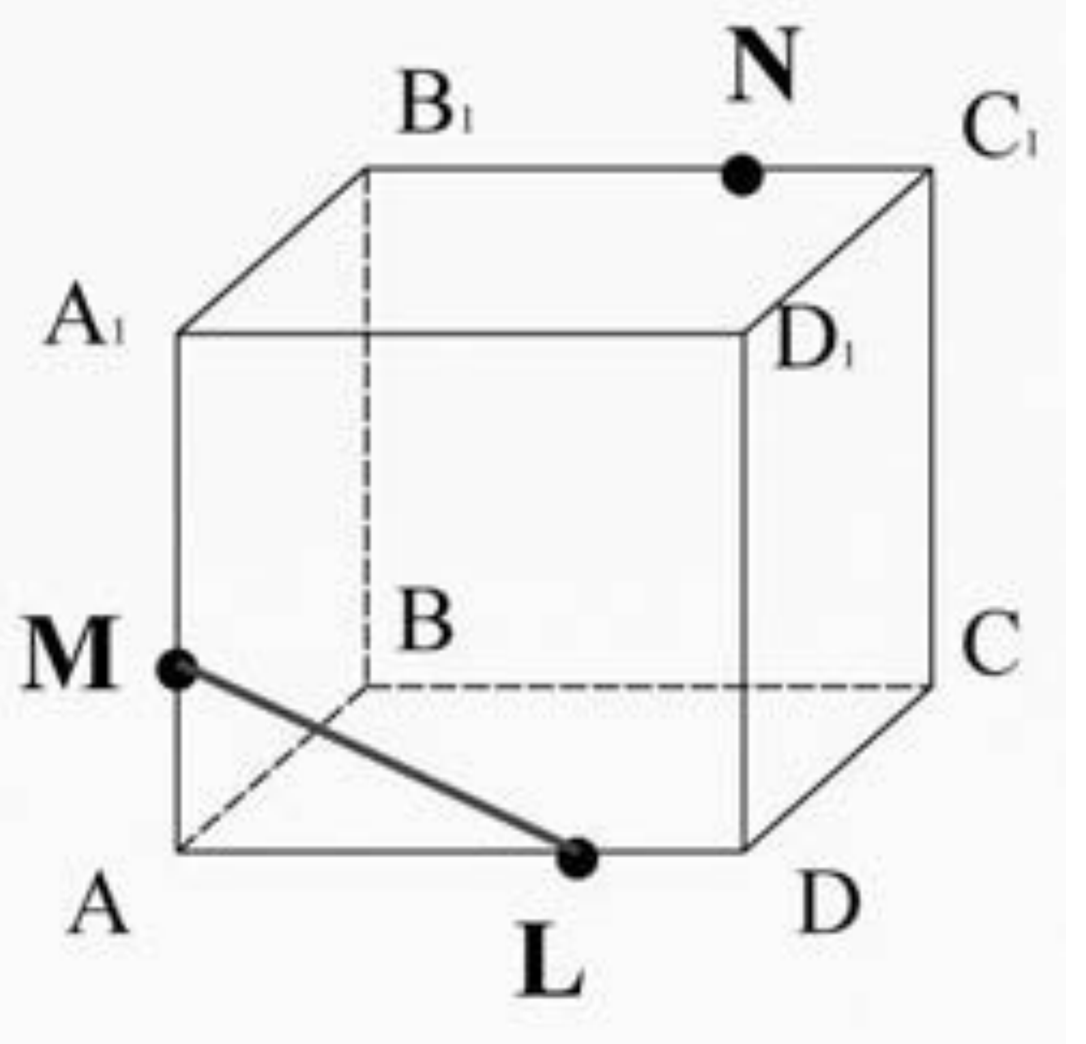
б) параллельные грани плоскость сечения пересекает по параллельным прямым.

ПРИМЕР

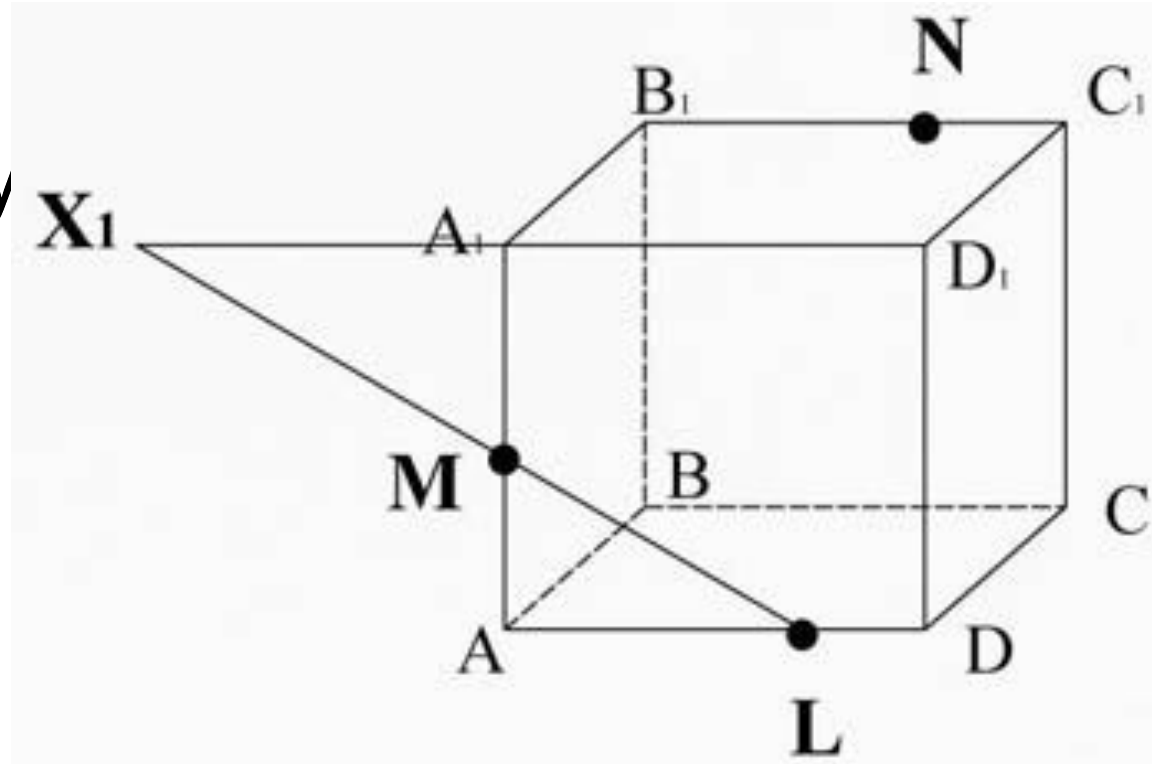
Рассмотрим прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Построим сечение, проходящее через точки M, N, L.



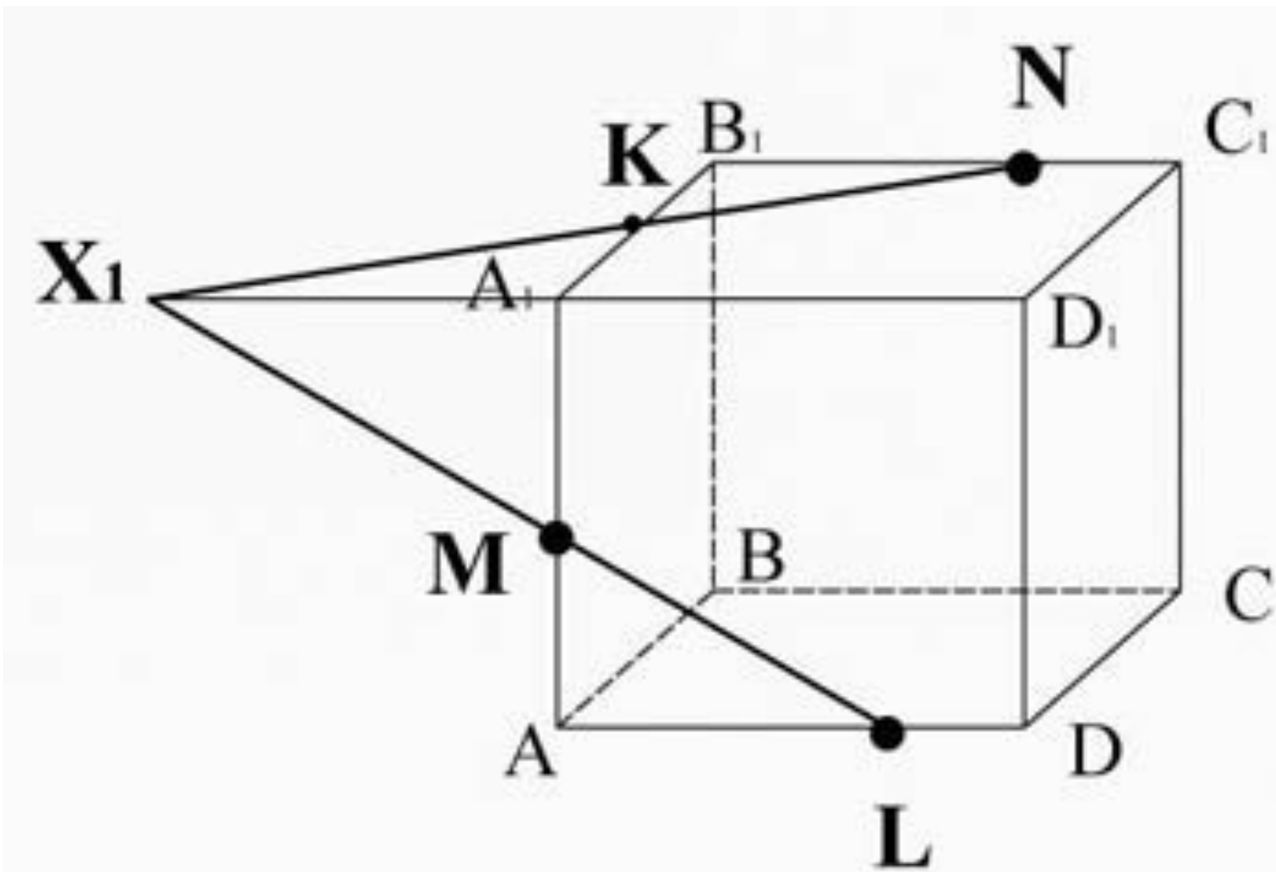
Соединим точки M и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D.



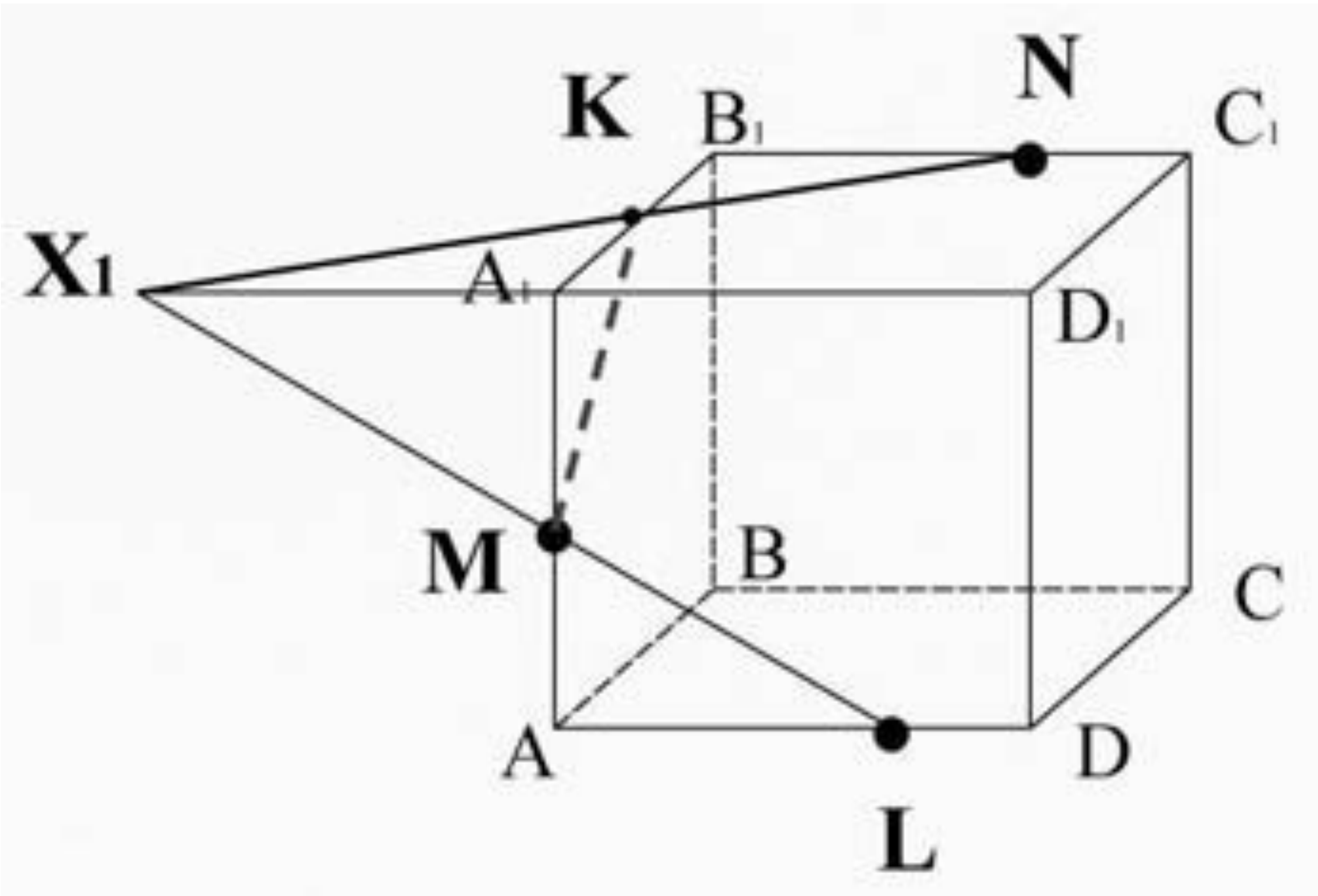
Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D. Получим точку X_1.



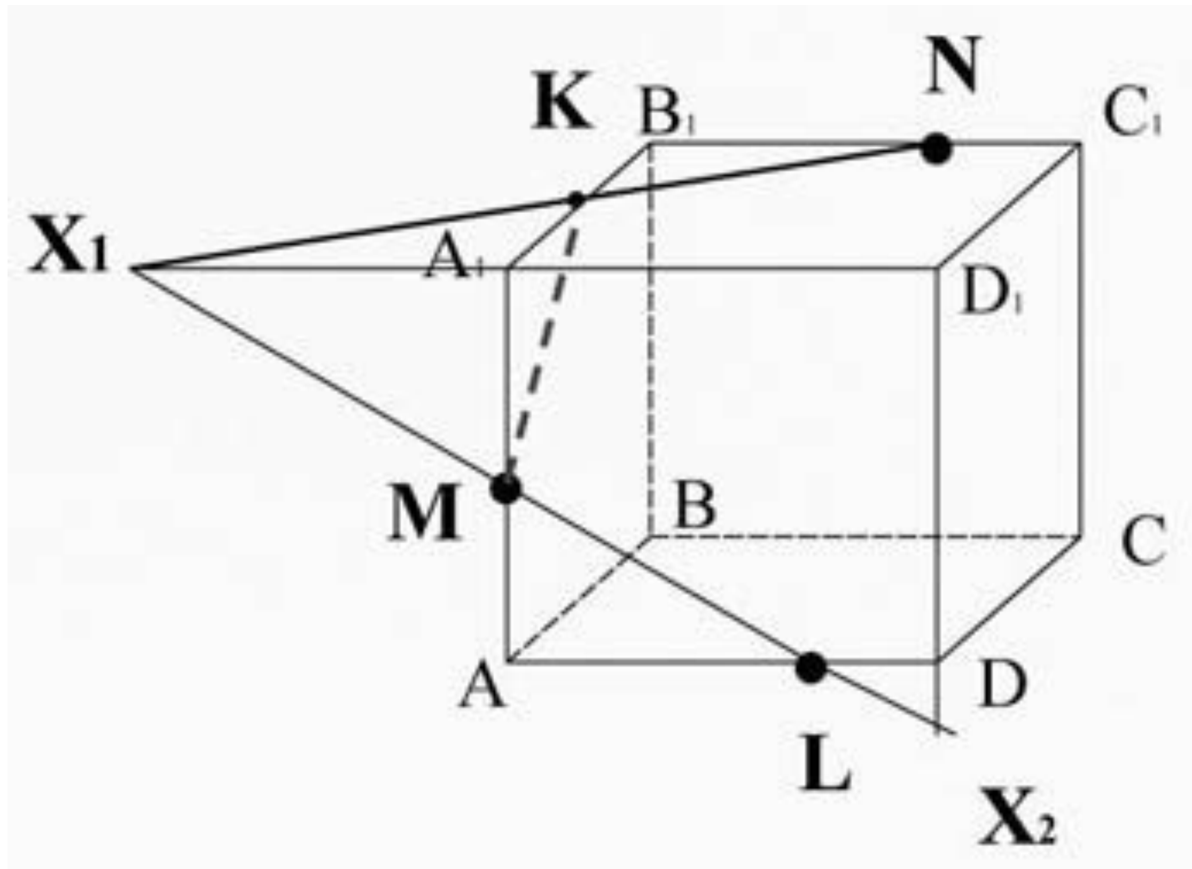
Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1, а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее сточкой N, лежащей в этой же плоскости.
X_1 N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K.



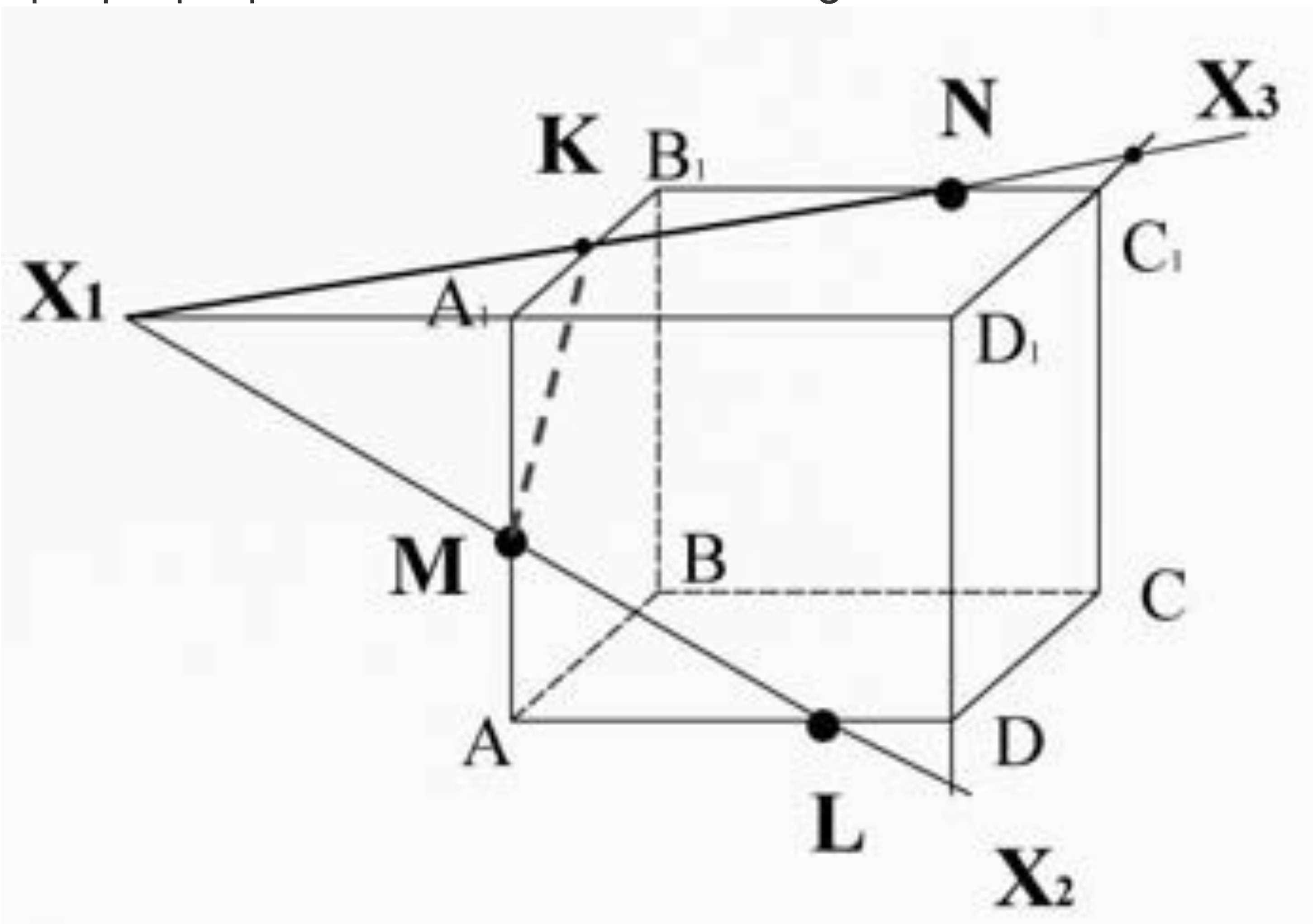
Соединим точки K и M, лежащие в одной плоскости AA_1B_1B.



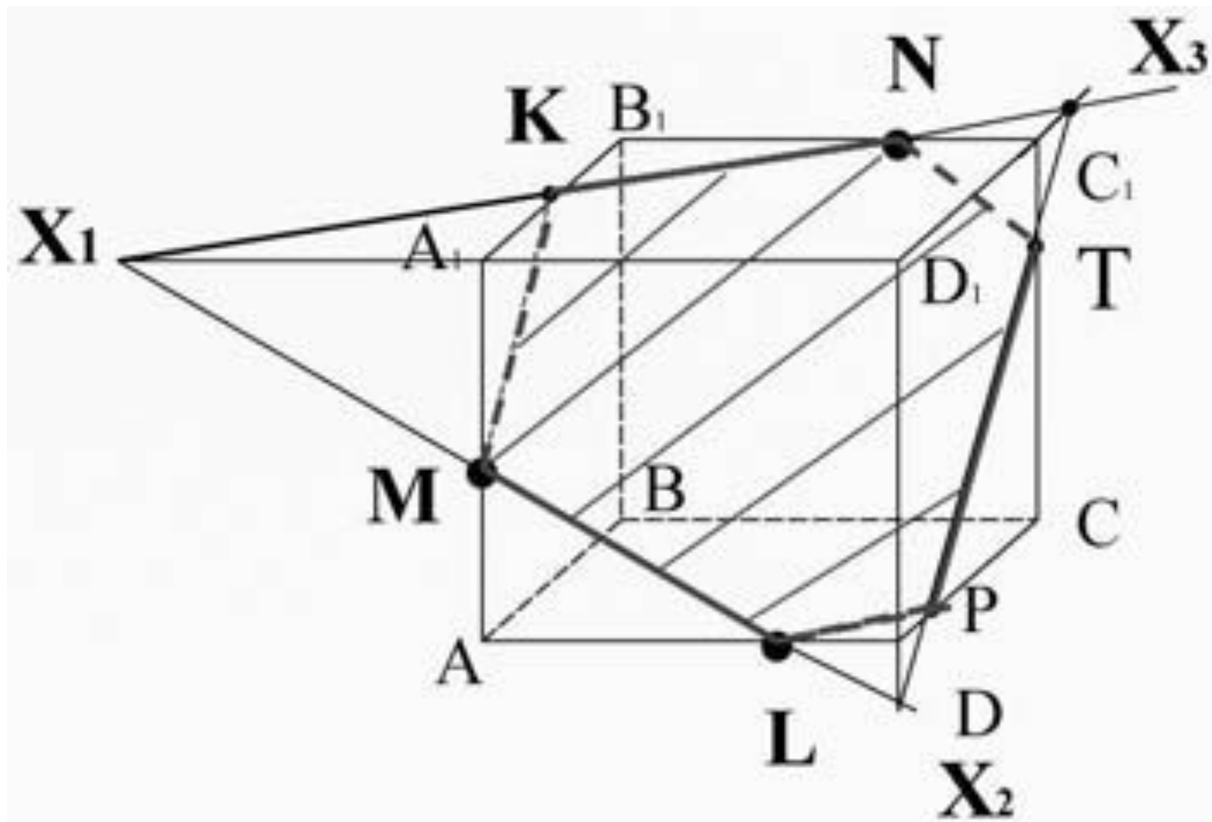
Найдем прямую пересечения плоскости сечения с плоскостью DD_1C_1C:
пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром DD_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D, получим точку X_2;



пересечем прямую KN (принадлежащую сечению) с ребром D_1C_1, они лежат в одной плоскости $A_1B_1C_1D_1$, получим точку X_3;



Точки X_2 и X_3 лежат в плоскости DD_1C_1C. Проведем прямую X_2 X_3 , которая пересечет ребро C_1C в точке T, а ребро DC в точке P. И соединим точки L и P, лежащие в плоскости ABCD.



- **Теорема Дезарга**. Пусть ABC и A'B'C - два треугольника (необязательно лежащие в одной плоскости), такие, что прямые AA', BB' и CC', соединяющие соответственные вершины треугольников, сходятся в одной точке S. Тогда точки пересечения соответственных сторон этих треугольников AB и A'B'. BC и B'C'. CA и C'A' лежат на