Системы счисления

Системы счисления

§ 9. Системы счисления

Вспомним известное…

Система счисления — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — ***цифр***, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Алфавит системы счисления — это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Формы записи чисел

развёрнутая форма записи числа

тысячи сотни десятки единицы

3 2 1 0 разряды

$$6\,3\,7\,5 = \boxed{6\cdot 10^3 + 3\cdot 10^2 + 7\cdot 10^1 + 5\cdot 10^0}$$

6000 300 70 5

Схема Горнера:

$$6\,3\,7\,5 = ((6\cdot 10 + 3)\cdot 10 + 7)\cdot 10 + 5$$

- для вычислений не нужно использовать возведение в степень
- удобна при вводе чисел с клавиатуры, начиная с первой

Перевод в десятичную систему

Через развёрнутую запись:

=1

разряды: 3 2 1 0

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 194$$

основание системы счисления

разряды: 3 2 1 0

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

Через схему Горнера:

$$1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = 194$$

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$

Перевод из десятичной в любую

$$194 = 1234_5 = \boxed{((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot} 5 \boxed{+} 4$$

делится на 5

остаток от деления на 5

$$a_3a_2a_1a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + \boxed{a_0}$$

$$a_3a_2a_1 = (a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1$$

остаток от деления на p

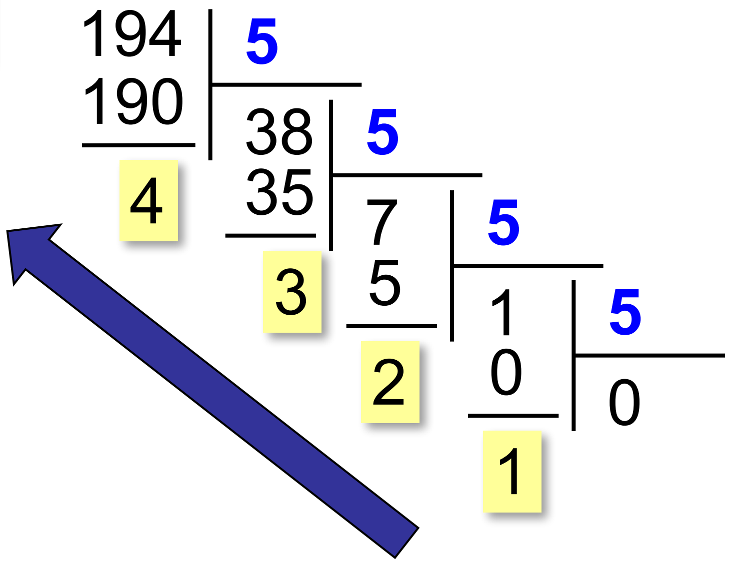
частное от деления на p

Как найти a_1?

Как по записи числа в системе с основанием p определить, что оно делится на p^2?

Перевод из десятичной в любую

10 → 5



$$194 = 1234_5$$

? Как перевести в систему с основанием 8?

Делим число на p, отбрасывая остаток на каждом шаге, пока не получится 0. Затем надо выписать найденные остатки в обратном порядке.

Задачи

Задача: в некоторой системе счисления число 71 записывается как «56_x»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 56_X$$

- в записи есть цифра 6, поэтому **X > 6**
- переводим правую часть в десятичную систему

1 0

$$56_x = 5\cdot X^1 + 6\cdot X^0 = 5\cdot X + 6$$

- решаем уравнение

$$71 = 5\cdot X + 6$$

$$\boxed{X = 13}$$

Задачи

Задача: в некоторой системе счисления число 71 записывается как «155_x»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 155_X$$

- в записи есть цифра 5, поэтому **X > 5**
- переводим правую часть в десятичную систему

$$\overset{2}{1}\overset{1}{5}\overset{0}{5}_x = 1\cdot X^2 + 5\cdot X^1 + 5\cdot X^0$$

$$= X^2 + 5\cdot X + 5$$

- решаем уравнение

$$71 = X^2 + 5\cdot X + 5$$

$$\boxed{X = 6}$$

$$X \cancel{=} -11$$

Задачи

Задача: найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 24 $\boxed{\text{оканчивается на 3.}}$

$$24 = k \cdot X + 3$$

$$21 = k \cdot X \qquad X = \cancel{3}, 7, 21$$

Задачи

Задача: найдите все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в системе счисления с основанием 4 оканчивается на 11.

$$N = k \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 + 1 = k \cdot 16 + 5$$

При k = 0, 1, 2, 3, … получаем

$$N = 5, 21, 37, 53, \ldots$$

Задачи

Задача: Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О и У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА
5. …

А → 0
О → 1
У → 2

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00010
5. …

в троичной системе!

Найдите слово, которое стоит на 140-м месте от начала списка.

на 1-м месте: 0

на 140-м месте:

139

Сколько всего?

$139 = 12011_3$

ОУАОО

Задачи

Задача: Значение арифметического выражения

$$9^{2017} + 3^{2015} - 9$$

записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 0, 1 и 2 содержится в этой записи?

Полезные свойства:

Что изменится в троичной?

$$10^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_{10} \qquad 10^N - 1 = \underbrace{9\ldots9}_{N}{}_{10}$$

$$10^N - 10^M = 10^M\,(10^{N-M} - 1) = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_{10}$$

$$3^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_{3} \qquad 3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2}_{N}{}_{3} \qquad 3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_{3}$$

Задачи

Задача: Значение арифметического выражения

$$9^{2017} + 3^{2015} - 9$$

записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 0, 1 и 2 содержится в этой записи?

Решение:

$$(3^2)^{2017} + 3^{2015} - 3^2$$

$$3^{4034} + 3^{2015} - 3^2$$

$$\underbrace{2\ldots2}_{2013}\underbrace{0\ldots0}_{2}{}_3$$

$$+$$

$$1\underbrace{0\ldots\ldots0\ldots\ldots0}_{4034}{}_3$$

$$10\ldots\ldots\underbrace{2\ldots2}_{2013}0\ldots0_3$$

2 – 2013
1 – 1
0 – 2021

4034-2013

Дробные числа

$$0{,}6375 = 6\cdot 0{,}1 + 3\cdot 0{,}01 + 7\cdot 0{,}001 + 5\cdot 0{,}0001$$

Развёрнутая форма записи:

разряды: -1 -2 -3 -4

$$0{,}\ 6\ 3\ 7\ 5 = 6\cdot 10^{-1} + 3\cdot 10^{-2} + 7\cdot 10^{-3} + 5\cdot 10^{-4}$$

$$0{,}\ 1\ 2\ 3\ 4_5 = 1\cdot 5^{-1} + 2\cdot 5^{-2} + 3\cdot 5^{-3} + 4\cdot 5^{-4}$$

перевод в десятичную систему

Схема Горнера:

$$0{,}\ 6375 = 10^{-1}\cdot(6 + 10^{-1}\cdot(3 + 10^{-1}\cdot(7 + 10^{-1}\cdot 5)))$$

$$0{,}1234_5 = 5^{-1}\cdot(1 + 5^{-1}\cdot(2 + 5^{-1}\cdot(3 + 5^{-1}\cdot 4)))$$

перевод в десятичную систему

Дробные числа: из десятичной в любую

$$0{,}1234_5 = 5^{-1}\cdot(1 + 5^{-1}\cdot(2 + 5^{-1}\cdot(3 + 5^{-1}\cdot 4)))$$

$$5\cdot(0{,}1234_5) = \boxed{1} + \boxed{5^{-1}\cdot(2 + 5^{-1}\cdot(3 + 5^{-1}\cdot 4))}$$

целая часть

дробная часть

$$0{,}a_1a_2a_3a_4 = p^{-1}\cdot(a_1 + p^{-1}\cdot(a_2 + p^{-1}\cdot(a_1 + p^{-1}\cdot a_0)))$$

$$p\cdot(0{,}a_1a_2a_3a_4) = \boxed{a_1} + p^{-1}\cdot(a_2 + p^{-1}\cdot(a_1 + p^{-1}\cdot a_0))$$

Как найти a_2?

Дробные числа: из десятичной в любую

10 → 5 **0,9376**

Вычисления	Целая часть	Дробная часть
$0{,}9376 \cdot 5 = 4{,}688$	4	0,688
$0{,}688 \cdot 5 = 3{,}44$	3	0,44
$0{,}44 \cdot 5 = 2{,}2$	2	0,2
$0{,}2 \cdot 5 = 1$	1	0

$$0{,}9376 = 0{,}4321_5$$

10 → 5 **0,3**

? Что делать?

Дробные числа: из десятичной в любую

$10 \rightarrow 6$

$$25{,}375 = 25 + 0{,}375$$

Системы счисления

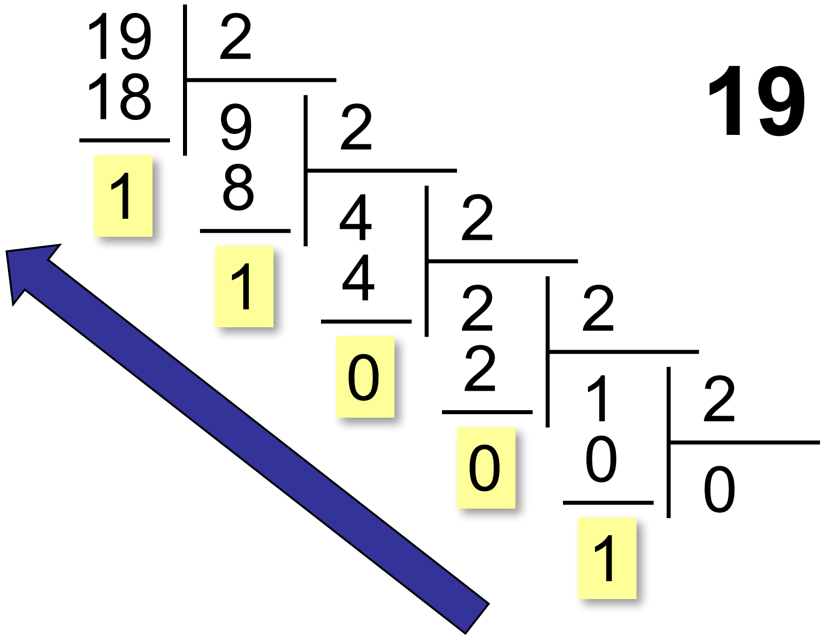
§ 11. Двоичная система счисления

Двоичная система

Основание (количество цифр): **2**

Алфавит: **0, 1**

10 → 2



$$\mathbf{19 = 10011_2}$$

система счисления

2 → 10

4 3 2 1 0 **разряды**

$$\mathbf{10011_2 = 1\cdot2^4 + \cancel{0}\cdot2^3 + \cancel{0}\cdot2^2 + 1\cdot2^1 + 1\cdot2^0}$$

$$\mathbf{= 16 + 2 + 1 = 19}$$

Метод подбора

77 $10 \rightarrow 2$

наибольшая степень двойки, которая меньше ил 13 в 5 данному 1 у

77

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

77 = 64 + 13 5 1

Разложение по степеням двойки:

$$77 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$77 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

6 5 4 3 2 1 0 **разряды**

$$77 = 1001101_2$$

Перевод из двоичной в десятичную

разряды 6 5 4 3 2 1 0

$$1001101_2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$
$$= 64 + 8 + 4 + 1 = 77$$

Схема Горнера:

Разряд		Вычисления	Результат
6	1	1	1
5	0	$1 \cdot 2+0$	2
4	0	$2 \cdot 2+0$	4
3	1	$4 \cdot 2+1$	9
2	1	$9 \cdot 2+1$	19
1	0	$19 \cdot 2+0$	38
0	1	$38 \cdot 2+1$	77

Арифметические операции

сложение

$0+0=0$ $0+1=1$

$1+0=1$ $1+1=10_2$

$1+1+1=11_2$

перенос

$$
\begin{array}{r}
1\,1\,1\,1\,1 \\
1\,0\,1\,1\,0_2 \\
+\;1\,1\,1\,0\,1\,1_2 \\
\hline
1\,0\,1\,0\,0\,0\,1_2
\end{array}
$$

вычитание

$0-0=0$ $1-1=0$

$1-0=1$ $10_2-1=1$

заём

$$
\begin{array}{r}
0\;\;1\;\;1\;\;10_2\;\;0\;\;10_2 \\
\cancel{1}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{1}\,0\,1_2 \\
-\;1\,1\,0\,1\,1_2 \\
\hline
0\,1\,0\,1\,0\,1\,0_2
\end{array}
$$

Арифметические операции

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ +\ 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ +101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ +\ 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ +\ 10011_2 \\ \hline \end{array}$$

Арифметические операции

$$
\begin{array}{r}
101101_2 \\
-\ \ 11111_2 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
11011_2 \\
-110101_2 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
110011_2 \\
-\ \ 10101_2 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
110101_2 \\
-\ \ 11011_2 \\
\hline
\end{array}
$$

Арифметические операции

умножение

$$
\begin{array}{r}
101011_2 \\
\times \quad 10 \\
\hline
{}^{1_2}10101_2 \\
+\,10101_2 \\
\hline
\boxed{1101001_2}
\end{array}
$$

деление

$$
\begin{array}{r|l}
10101_2 & 111_2 \\
\cline{2-2}
-\;111_2 & \boxed{11_2} \\
\cline{1-1}
111_2 & \\
-\,111_2 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Работа со степенями числа 2

Задача: Запишите значение выражения

$$2^{12} + 2^7 - 2^5$$

в системе счисления с основанием 2.

Полезные свойства:

$$2^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_2 \qquad 2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}{}_2 \qquad 2^N - 2^M = \underbrace{1\ldots1}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_2$$

Решение:

$$2^7 - 2^5 = \qquad 1100000_2$$

$$+$$

$$2^{12} = 1000000000000_2$$

$$1000001100000_2$$

Работа со степенями числа 2

Задача: Запишите значение выражения

$$2^{12} + 2^7 - 2^5 - 2^3$$

в системе счисления с основанием 2.

Решение:

$$2^{12} + \underbrace{2^7 - \boxed{2^5} - 2^3}_{\text{цепочка вычитаний}}$$

пока забываем…

$$2^7 - 2^3 = \quad 1111000_2$$

$$2^5 = \quad 100000_2$$

$$1011000_2$$

$$2^{12} = \quad 1000000000000_2$$

$$1000001011000_2$$

Работа со степенями числа 2

Задача: Сколько единиц и значащих нулей в двоичной записи числа

$$8^{128} + 4^{344} - 2^{136} - 70$$

= 64 + 8 – 2

Решение:

$$8^{128} + 4^{344} - 2^{136} - 64 - 8 + 2$$

$$(2^3)^{128} + (2^2)^{344} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

по убыванию степеней!

$$2^{384} + 2^{688} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

$$2^{688} + 2^{384} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

пока забываем…

цепочка вычитаний

384 – 3 – 2 = 379

1 379 1

381

Дробные числа

10 → 2 **0,8125**

Вычисления	Целая часть	Дробная часть
$0{,}8125 \cdot 2 = 1{,}625$	1	0,625
$0{,}625 \cdot 2 = 1{,}25$	1	0,25
$0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5$	0	0,5
$0{,}5 \cdot 2 = 1$	1	0

$$0{,}8125 = 0{,}1101_2$$

10 → 2 $0{,}6 = 0{,}100110011001\ldots = 0{,}(1001)_2$

! Бесконечное число разрядов!

Дробные числа

- Большинство дробных чисел хранится в памяти с некоторой погрешностью.
- При выполнении вычислений с дробными числами погрешности накапливаются и могут существенно влиять на результат.
- Желательно обходиться без использования дробных чисел, если это возможно.

если $\cancel{A < \sqrt{B}}$ **то...**

целые, ≥0

если $\boxed{A^2 < B}$ **то...**

Двоичная система счисления

- нужны только устройства с **двумя состояниями**
- **надёжность передачи** данных при помехах
- компьютеру проще выполнять **вычисления** (умножение сводится сложению и т.п.)

- **длинная** запись чисел: $1024 = 10000000000_2$
- запись **однородна** (только 0 и 1)

Системы счисления

§ 12. Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система счисления

Основание: **8**

Алфавит: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**

PDP-11, ДВК, СМ ЭВМ, БЭСМ, БК

10 → 8

$$\begin{array}{r|l} 100 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline \boxed{4} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 8 \\ \hline 8 & 1 \\ \hline \boxed{4} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1 & 8 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline \boxed{1} & \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

8 → 10

2 1 0 **разряды**

$$144_8 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0$$

$$= 64 + 32 + 4 = 100$$

Примеры

$134 =$

$75 =$

$134_8 =$

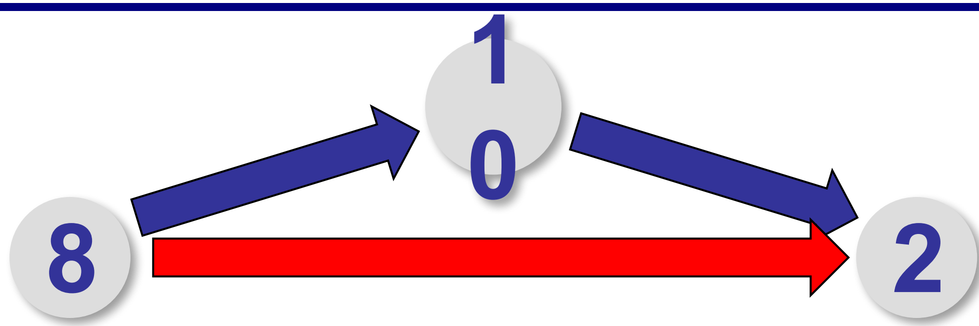
$75_8 =$

Восьмеричная система счисления

X_8	X_2
0	000
1	001
2	010
3	011

X_8	X_2
4	100
5	101
6	110
7	111

Перевод в двоичную систему счисления



- трудоёмко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$

! Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_{1}\ \underbrace{111}_{7}\ \underbrace{010}_{2}\ \underbrace{101}_{5}{}_{2}$$

Примеры

$$3467_8 =$$

$$21\cancel{4}8_8 =$$

$$7352_8 =$$

$$1231_8 =$$

Перевод из двоичной в восьмеричную

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

1 1 3 5 7

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Примеры

$$101101010010_2 =$$

$$11111101011_2 =$$

$$1101011010_2 =$$

Арифметические операции

сложение

$$
\begin{array}{r}
\mathbf{1\;1\;1}\\
1\,5\,6_8\\
+\;\;6\,6\,2_8\\
\hline
1\,0\,4\,0_8
\end{array}
$$

1 в перенос

1 в перенос

$6 + 2 = 8 = \mathbf{8} + 0$

$5 + 6 + \mathbf{1} = 12 = \mathbf{8} + 4$

$1 + 6 + \mathbf{1} = \mathbf{8} = \mathbf{8} + 0$

1 в перенос

Примеры

$$\begin{array}{r} 353_8 \\ +\ 736_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1353_8 \\ +\ 777_8 \\ \hline \end{array}$$

Арифметические операции

вычитание

$$
\begin{array}{r}
456_8 \\
-\ 277_8 \\
\hline
157_8
\end{array}
$$

заём

$(6 + 8) – 7 = 7$ заём

$(5 – 1 + 8) – 7 = 5$

$(4 – 1) – 2 = 1$

Примеры

$$
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 1\,5\,6_8 \\ 6\,6\,2_8 \end{array} \\
\hline
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 1\,1\,5\,6_8 \\ 6\,6\,2_8 \end{array} \\
\hline
\end{array}
$$

Применение восьмеричной системы

- компактная запись данных в компьютерах 1960-х годов:

$$10100111_2 = 247_8$$

- запись команд компьютеров PDP, ДВК, СМ ЭВМ
- установка прав на доступ к файлу в *Linux*:

```
chmod 754 pass.txt
```

для пользователя | для группы | для остальных

7 = 111 = rwx чтение, запись, выполнение

5 = 101 = r-x чтение, выполнение

4 = 100 = r-- чтение

Системы счисления

§ 13. Шестнадцатеричная система счисления

Шестнадцатеричная система счисления

Основание: **16**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

10 → 16

444 | 16
432
12 → C

27 | 16
16
11 → B

1 | 16
0
1 → 1

0

$$444 = 1BC_{16}$$

16 → 10

2 1 0 **разряды**

$$1BC_{16} = 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C \cdot 16^0$$

$$12 \cdot 16^0$$

$$= 256 + 176 + 12 = 444$$

Примеры

$171 =$

$1C5_{16} =$

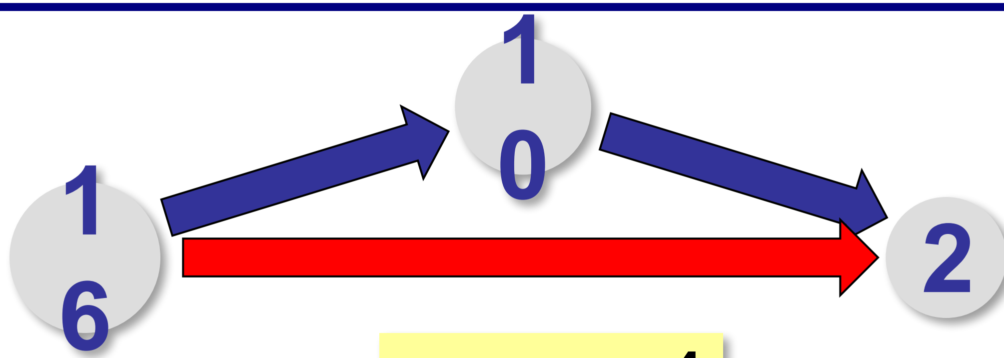
$206 =$

$22B_{16} =$

Шестнадцатеричная система счисления

X_{10}	X_{16}	X_2	X_{10}	X_{16}	X_2
0	0	0000	8	8	1000
1	1	0001	9	9	1001
2	2	0010	10	A	1010
3	3	0011	11	B	1011
4	4	0100	12	C	1100
5	5	0101	13	D	1101
6	6	0110	14	E	1110
7	7	0111	15	F	1111

Перевод в двоичную систему



- трудоёмко
- 2 действия

$$16 = 2^4$$

! Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}{}_2$$

Примеры

$C73B_{16} =$

$2FE1_{16} =$

Перевод из двоичной системы

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

0001	0010	1110	1111
1	2	E	F

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

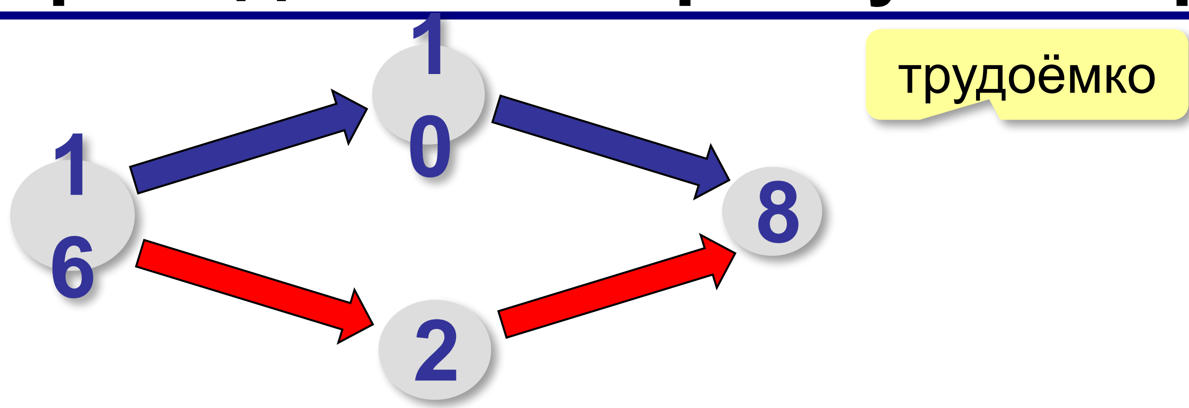
Примеры

$$1010101101010110_2 =$$

$$111100110111110101_2 =$$

$$110110110101111110_2 =$$

Перевод в восьмеричную и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады (справа):

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

Примеры

$A35_{16} =$

$765_8 =$

Арифметические операции

сложение

$$
\begin{array}{r}
A\,5\,B_{16} \\
+\;C\,7\,E_{16} \\
\hline
1\,6\,D\,9_{16}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrrr}
1 & & 1 & \\
 & 10 & 5 & 11 \\
+ & 12 & 7 & 14 \\
\hline
1 & 6 & 13 & 9
\end{array}
$$

1 в перенос

$11+14=25=16+9$

$5+7+1=13=D_{16}$

1 в перенос

$10+12=22=16+6$

Примеры

$$
\begin{array}{r}
C\,B\,A_{16} \\
+\quad A\,5 \\
\hline
9_{16}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
F\,D\,B_{16} \\
+\quad A\,B \\
\hline
C_{16}
\end{array}
$$

Арифметические операции

вычитание

$$\begin{array}{r} C\;5\;B_{16} \\ -\;\;A\;7\;E_{16} \\ \hline 1\;D\;D_{16} \end{array}$$

заём

$$\begin{array}{rrr} \dot{12} & \dot{5} & 11 \\ -\;10 & 7 & 14 \\ \hline 1 & 13 & 13 \end{array}$$

заём

$(11+16)–14=13=D_{16}$

$(5 – 1)+16 – 7=13=D_{16}$

$(12 – 1) – 10 = 1$

Примеры

$$
\begin{array}{r}
1\,B\,A_{16} \\
-\quad A\,5\,9_{16} \\
\hline
\end{array}
$$

Применение шестнадцатеричной системы

- компактная запись данных :

0	1	0	1	1	1	1	0	$5E_{16}$

$\underbrace{0101}_{5}\ \underbrace{1110}_{E}$

- запись команд компьютеров

$\underbrace{\text{66 01 d8}}_{\text{код команды}}\quad \underbrace{\text{add ax, bx}}_{\text{на языке ассемблера}}$

ax

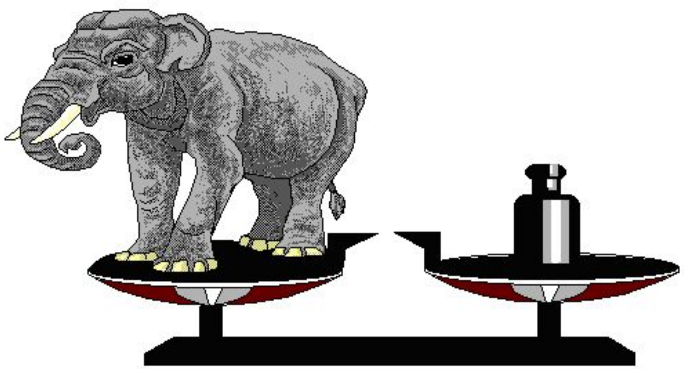
bx

ax ← ax + bx

Системы счисления

§ 14. Другие системы счисления

Задача Баше о наборе гирь



Как с помощью 4-х гирь взвесить от 0 до 40 кг?

+ 1 гиря на правой чашке
0 гиря снята
– 1 гиря на левой чашке

! Троичная система!

Веса гирь – степени числа 3:
1 кг, 3 кг, 9 кг, 27 кг

Пример:
27 кг + 9 кг + 3 кг + 1 кг = 40 кг

Троичная уравновешенная система

ЭВМ «Сетунь» (1958) , Н.П. Брусенцов

Основание: **3**

Алфавит: $\bar{1}$ («-1»), **0, 1**

Для *N* разрядов: всего 3^N значений:

0 + по $[3^N/2]$ положительных и отрицательных чисел

уравновешенная система

–4	$\bar{1}\bar{1}$	$= (-1)\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
–3	$\bar{1}0$	$= (-1)\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$
–2	$\bar{1}1$	$= (-1)\cdot 3^1 + 1\cdot 3^0$
–1	$0\bar{1}$	$= 0\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
0	0	$= 0\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$
1	01	$= 0\cdot 3^1 + 1\cdot 3^0$
2	$1\bar{1}$	$= 1\cdot 3^1 + (-1)\cdot 3^0$
3	10	$= 1\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0$

- и положительные, и отрицательные числа
- для изменения знака нужно поменять знаки у всех цифр
- запись короче, чем в двоичной системе

- нужны элементы с **тремя** состояниями

Двоично-десятичная система (ДДС)

Десятичные цифры, закодированные в двоичном коде.
Binary coded decimal (BCD).

$$9024{,}19 = \mathbf{1001\ 0000\ 0010\ 0100,\ 0001\ 1001}_{ДДС}$$

9 0 2 4 1 9

$$101010011{,}01111_{ДДС} =$$
$$= 0001\ 0101\ 0011,\ 0111\ 1000_{ДДС} = 153{,}78$$

- легко переводить в десятичную систему
- просто умножать и делить на 10
- конечные десятичные дроби записываются **точно** (аналог ручных расчётов)

- длиннее, чем двоичная запись
- сложнее арифметические операции

Использование – в калькуляторах.

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной
дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. http://www.najboljamamanasvetu.com
2. http://www.tissot.ch
3. http://www.mindmeister.com
4. http://www.antiqueclocksshop.com/
5. http://en.wikipedia.org
6. http://ru.wikipedia.org
7. авторские материалы