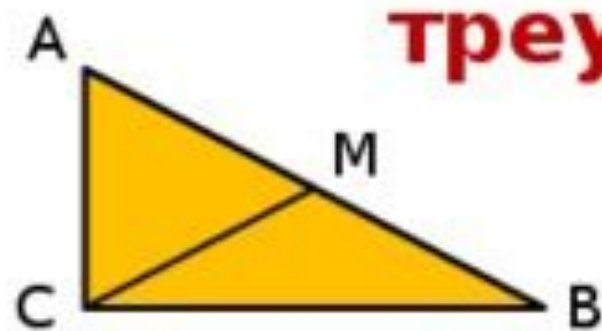


Равнобедренный  
треугольник  
Задачи №1

# Прямоугольный треугольник



$AB$  – гипотенуза

$CB$  и  $CA$  – катеты

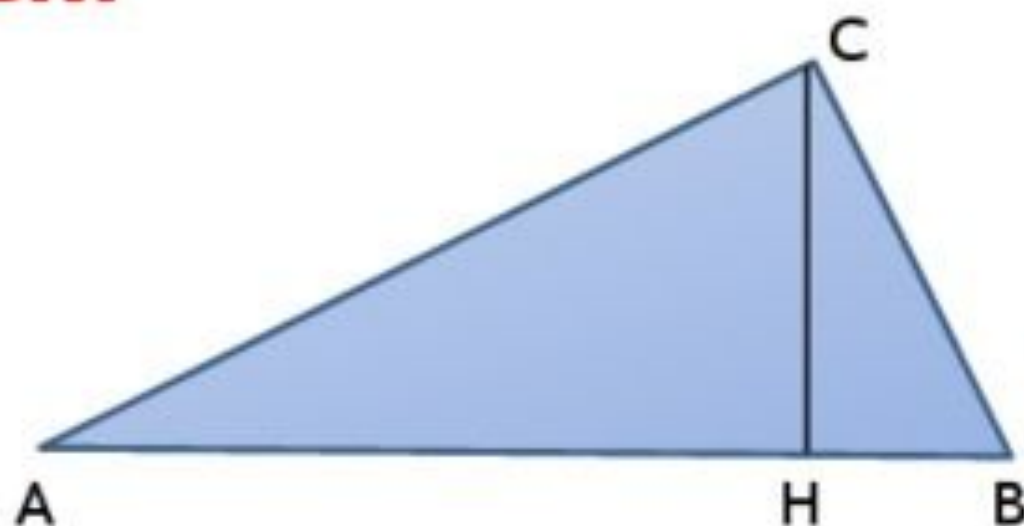
$$\angle C = 90^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$AB^2 = CA^2 + CB^2$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2}$$

$$CM \text{ – медиана, } CM = \frac{AB}{2} = R$$



$$\cos A = \frac{AC \text{ (прилежащий катет)}}{AB \text{ (гипотенуза)}}$$

$$\sin A = \frac{BC \text{ (противолежащий катет)}}{AB \text{ (гипотенуза)}}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC \text{ (противолежащий катет)}}{AC \text{ (прилежащий катет)}}$$

$$CH \perp AB \quad CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$$

$$CH^2 = AH \cdot HB$$

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

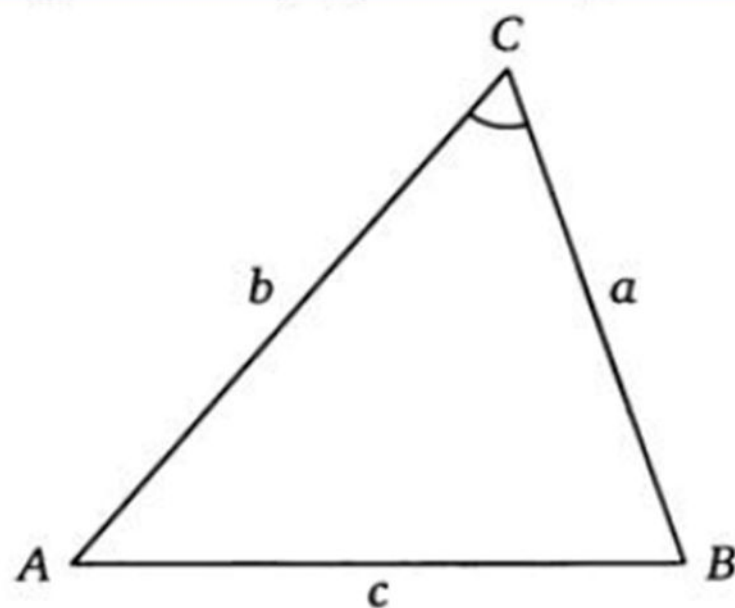
$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

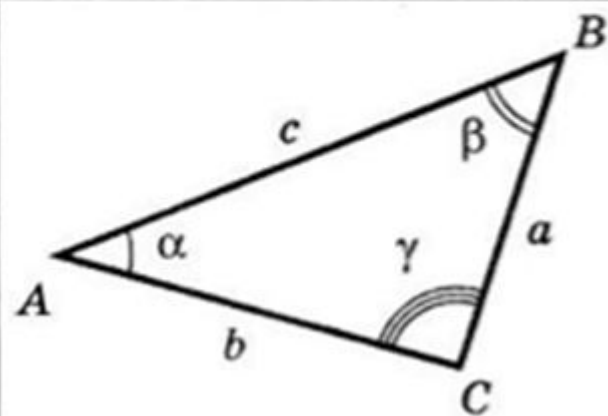
$$5) \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$$

$$6) \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1$$



$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

# СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРОИЗВОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



Теорема синусов

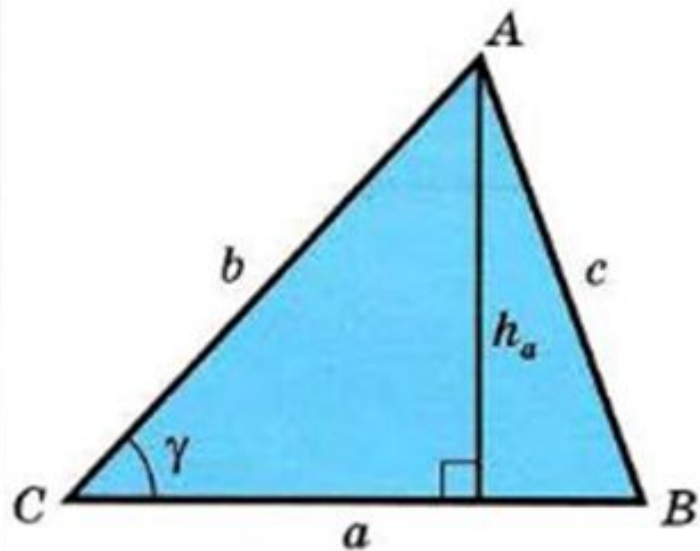
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$R$  — радиус описанной окружности

Теорема косинусов

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

# ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_c$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

— формула Герона  $\left(p = \frac{a+b+c}{2}\right)$ .

$$S = \frac{abc}{4R}$$

, где  $R$  — радиус описанной окружности

$$S = r \cdot p$$

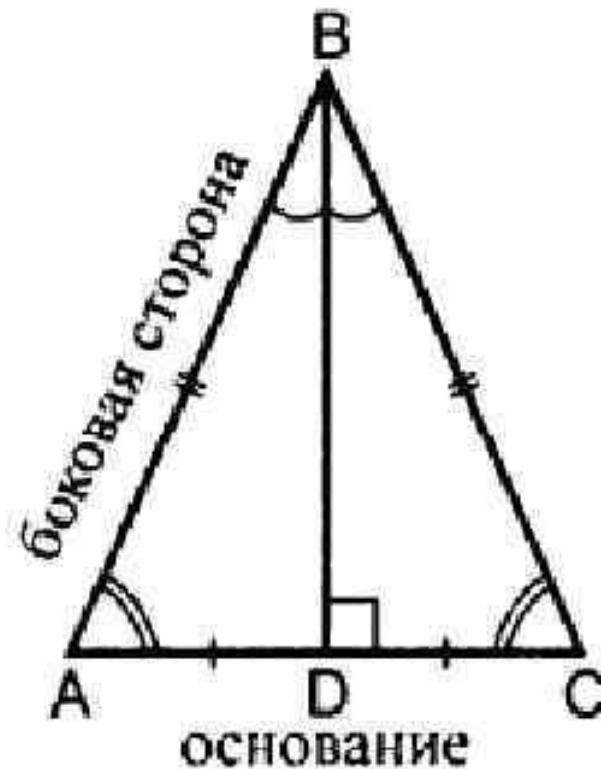
, где  $r$  — радиус вписанной окружности

## Свойства равнобедренного треугольника

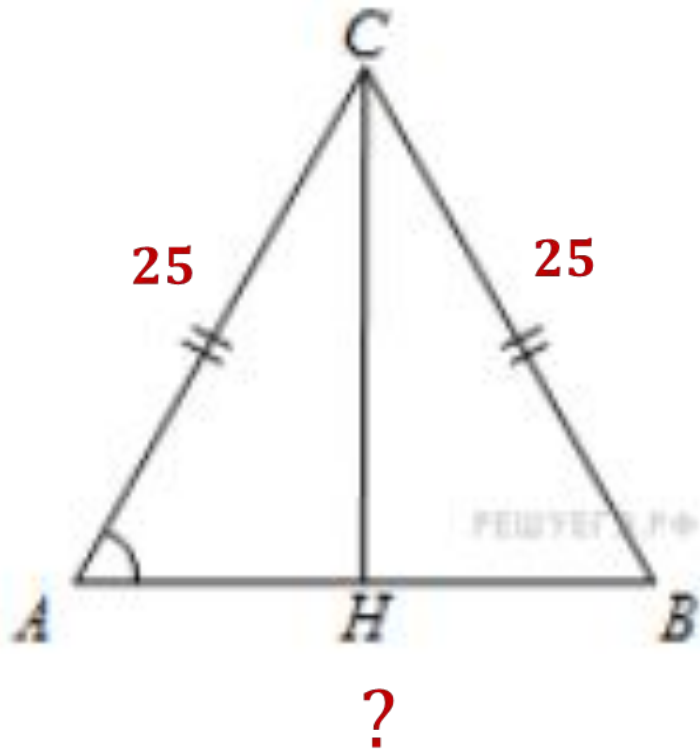
1.  $AB = BC$

2.  $\angle A = \angle C$

3.  $BD$  – медиана, высота, биссектриса



В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 25$ ,  $\sin B = \frac{3\sqrt{11}}{10}$ . Найдите  $AB$ .



$$\sin B = \frac{CH}{CB}$$

$$\frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{CH}{25}$$

$$CH = \frac{75\sqrt{11}}{10} = \frac{15\sqrt{11}}{2}$$

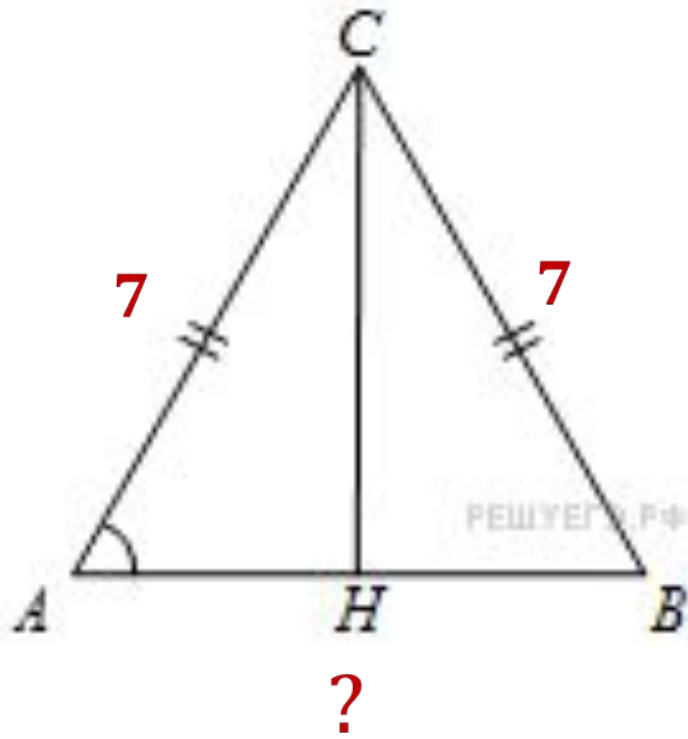
$$BH = \sqrt{625 - \frac{225 \cdot 11}{4}} = \sqrt{\frac{2500 - 2475}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = 2,5$$

$$AB = 5$$

Ответ: 5



В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AB$ .



$$\operatorname{tg}^2 A + 1 = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\frac{33}{16} + 1 = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\frac{49}{16} = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\cos A = \frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{AH}{AC}$$

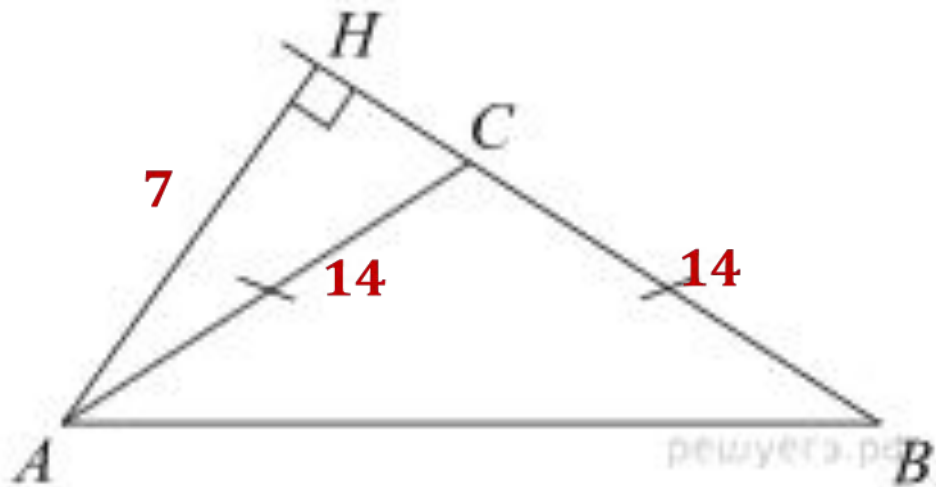
$$AH = 4$$

$$AB = 8$$

Ответ: 8



В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 14$ , высота  $AH$  равна 7. Найдите  $\sin ACB$ .

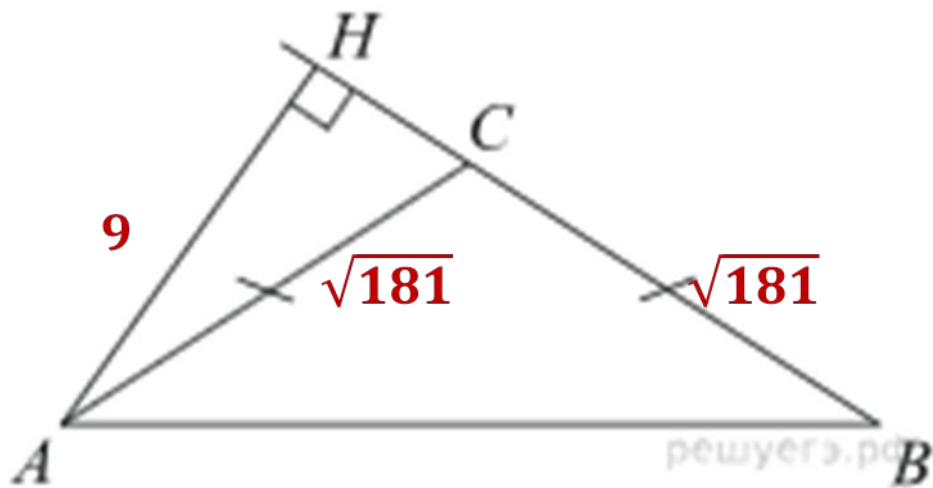


$$\sin ACB = \sin ACH$$

$$\sin ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{7}{14} = 0,5$$

Ответ: 0,5

В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = \sqrt{181}$ , высота  $AH$  равна 9. Найдите  $\text{tg} ACB$ .



$$\text{tg} ACB = -\text{tg} ACH$$

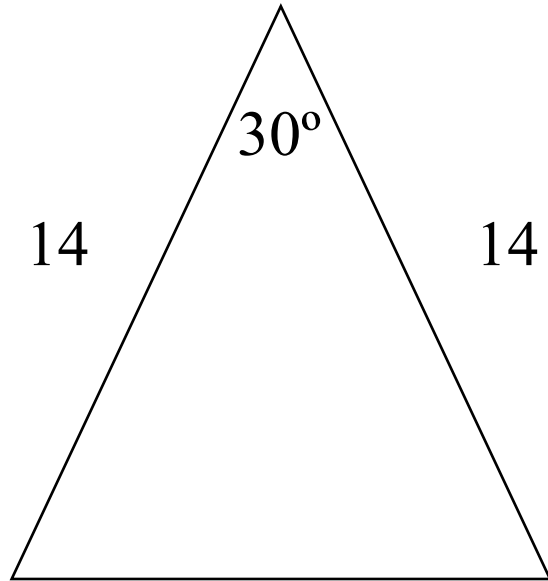
$$-\text{tg} ACH = -\frac{AH}{CH}$$

$$CH = \sqrt{181 - 81} = 10$$

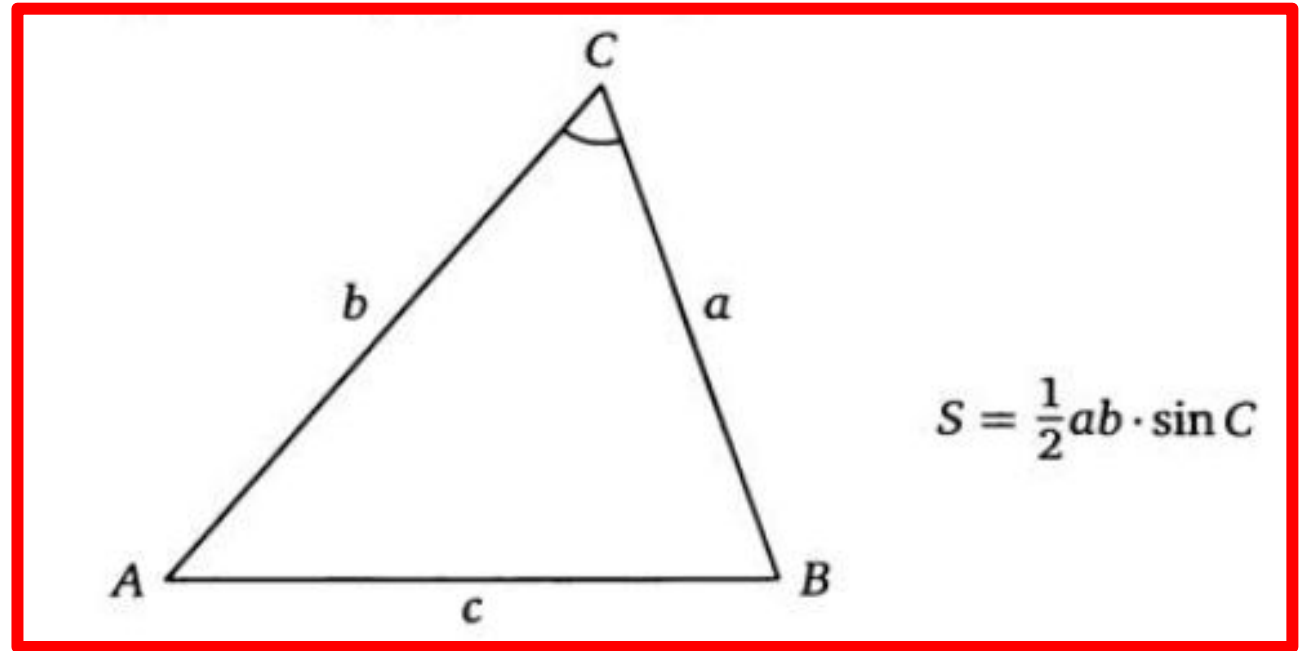
$$-\text{tg} ACH = -\frac{9}{10} = -0,9$$

Ответ:  $-0,9$

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 14. Найдите площадь этого треугольника.

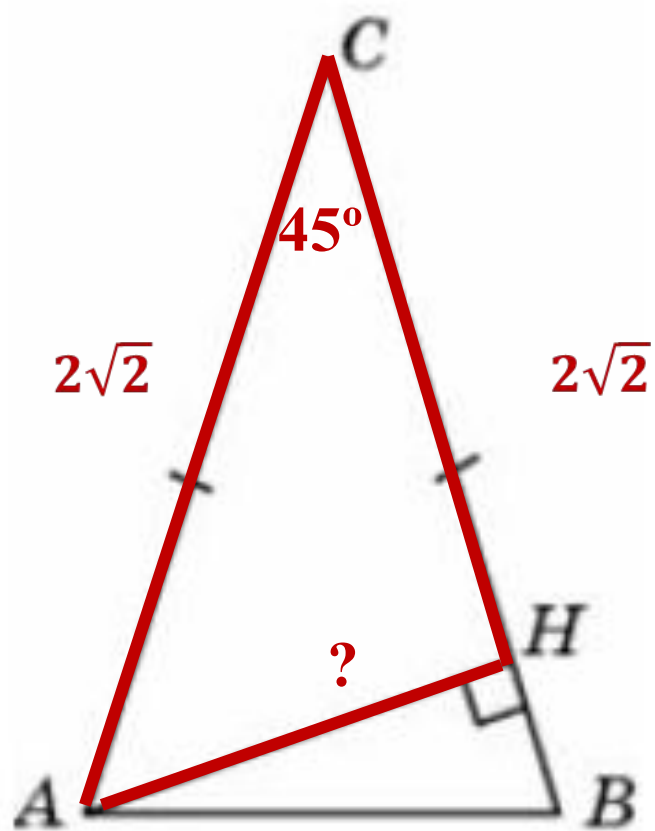


$$S = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2} = 49$$



Ответ: 49

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 2\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $45^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



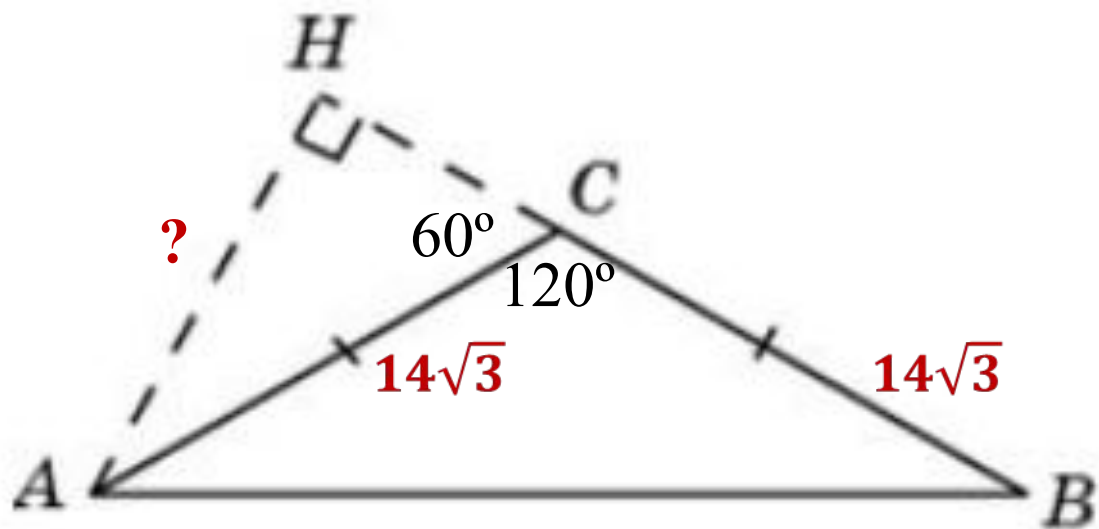
$$\sin 45^\circ = \frac{AH}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH}{2\sqrt{2}}$$

$$AH = 2$$

Ответ: 2

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 14\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AC}$$

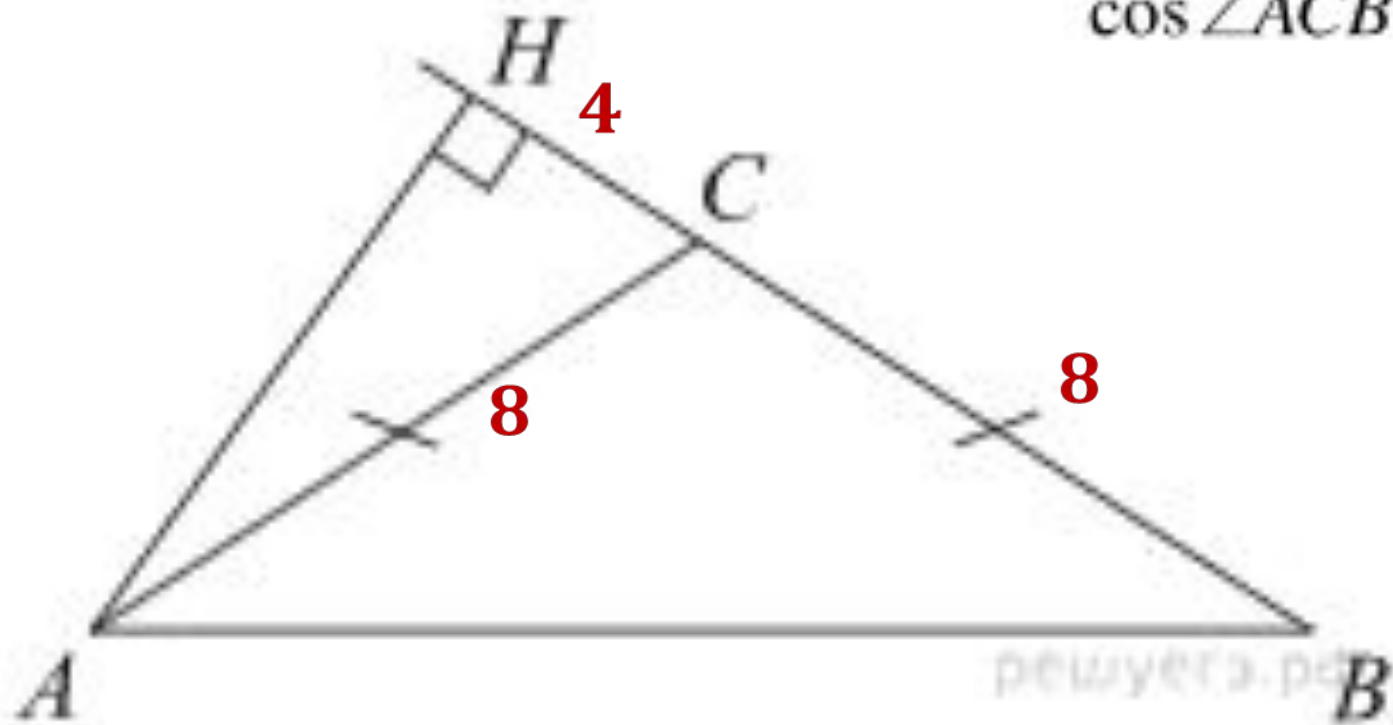
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{14\sqrt{3}}$$

$$AH = 21$$

Ответ: 21

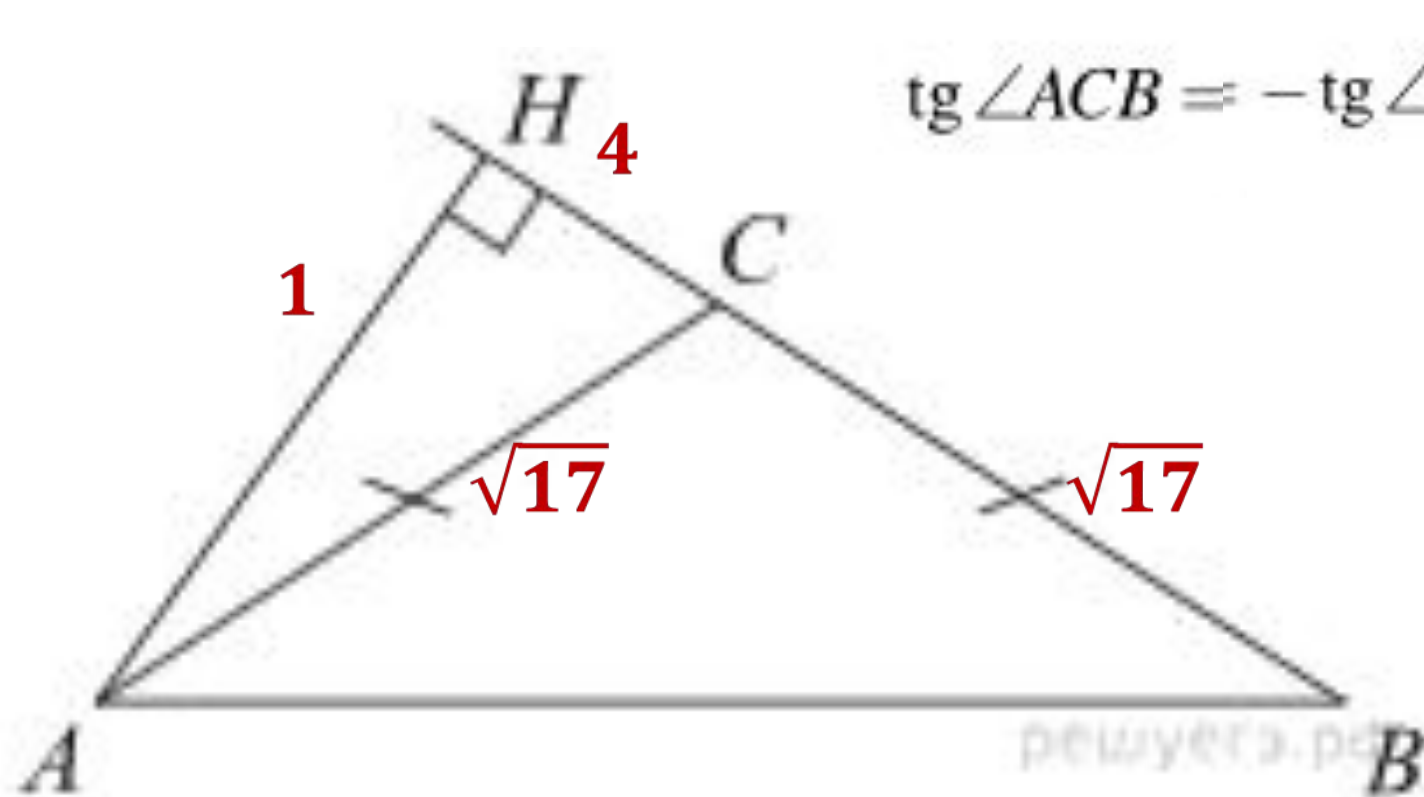
В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ ,  $AH$  – высота,  $CH = 4$ . Найдите  $\cos \angle ACB$ .

$$\cos \angle ACB = -\frac{HC}{AC} = -\frac{4}{8} = -0,5.$$



Ответ:  $-0,5$

В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = \sqrt{17}$ ,  $AH$  – высота,  $CH = 4$ .  
Найдите  $\text{tg} \angle ACB$ .

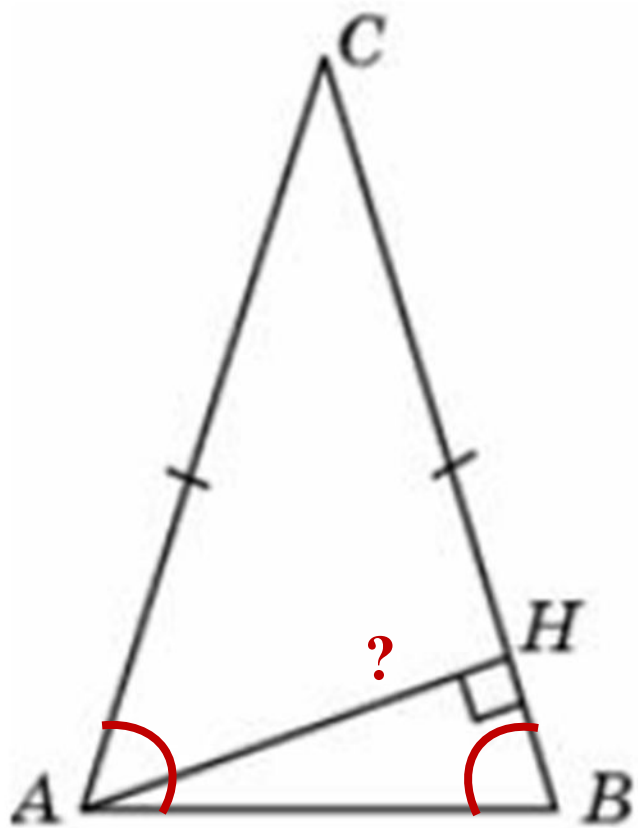


$$\text{tg} \angle ACB = -\text{tg} \angle ACH = -\frac{AH}{CH} = -0,25$$

Ответ:  $-0,25$



В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 12$ ,  $\sin \angle BAC = 0,25$ . Найдите высоту  $AH$ .



12

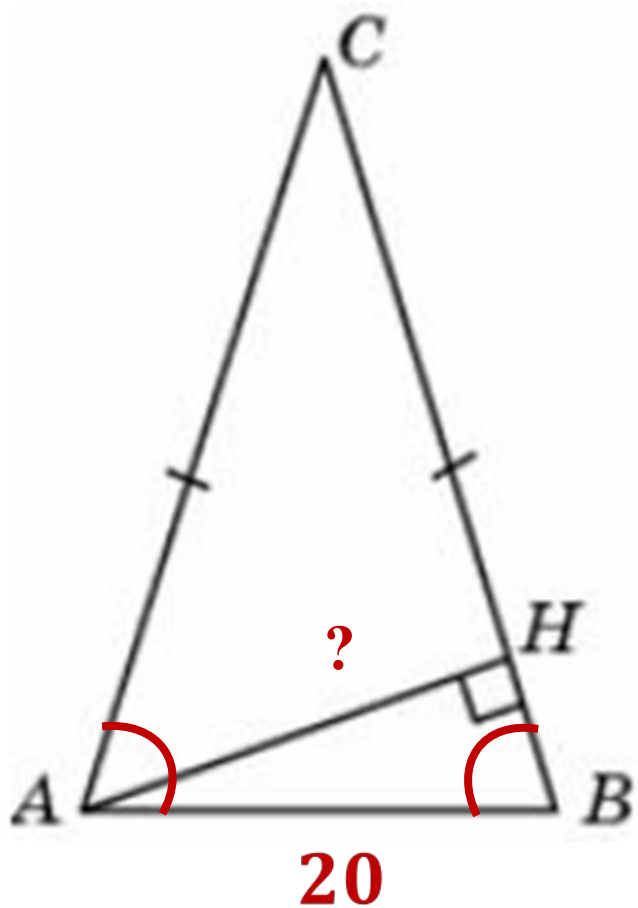
$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{AH}{12}$$

$$AH = 3$$

Ответ: 3

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 20$ ,  $\cos BAC = \frac{7}{25}$ . Найдите высоту  $AH$ .



$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B}$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \frac{49}{625}} = \sqrt{\frac{576}{625}} = \frac{24}{25}$$

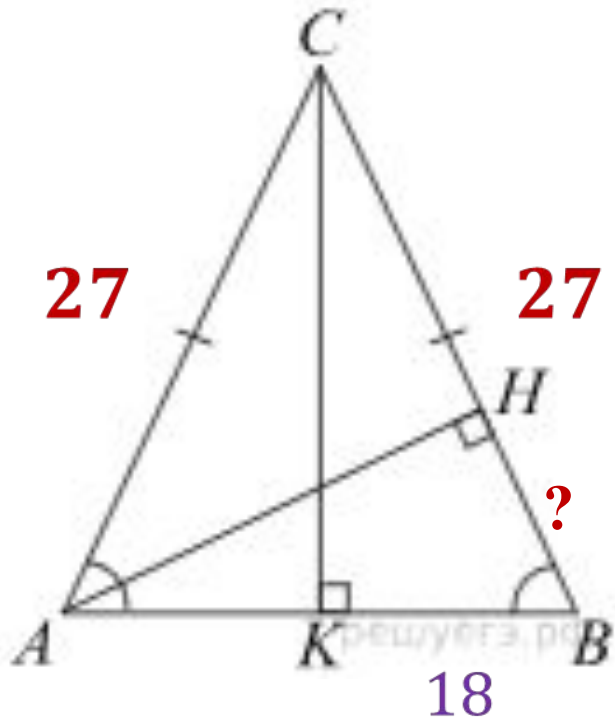
$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{24}{25} = \frac{AH}{20}$$

$$AH = 19,2$$

Ответ: 19,2

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 27$ ,  $AH$  — высота,  $\cos \angle BAC = \frac{2}{3}$ . Найдите  $BH$ .



$$\cos B = \frac{BK}{BC}$$

$$\frac{BK}{27} = \frac{2}{3}$$

$$BK = 18$$

$$AB = 36$$

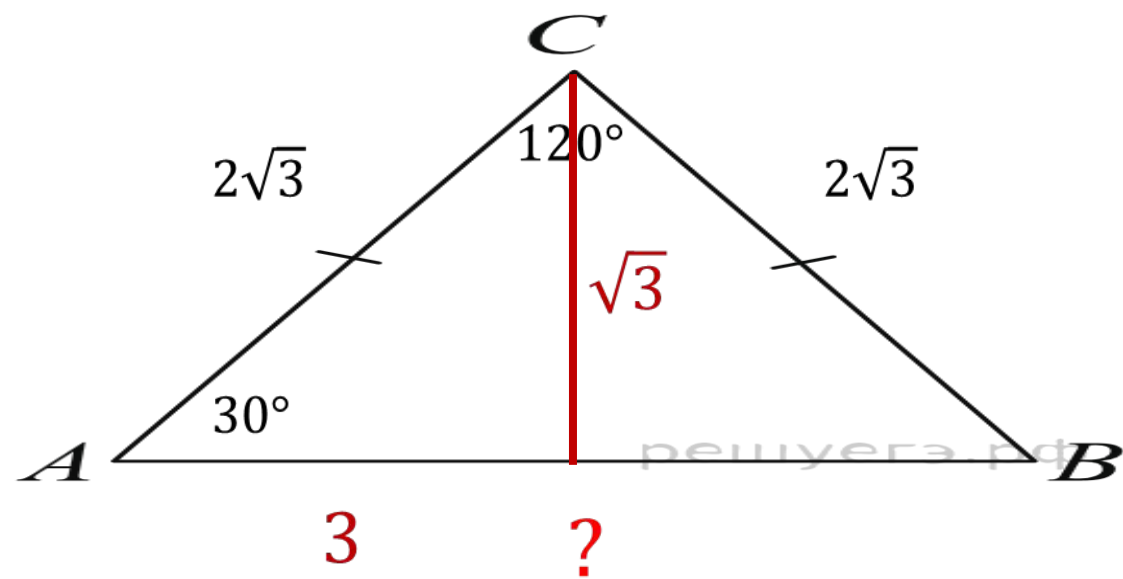
$$\cos B = \frac{BH}{AB}$$

$$\frac{BH}{36} = \frac{2}{3}$$

$$BH = 24$$

Ответ: 24

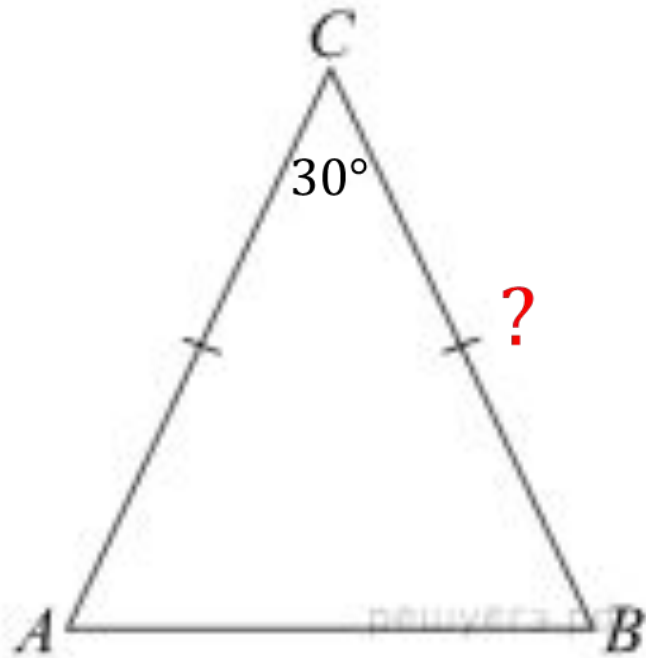
В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ . Найдите  $AB$ .



$$AB = 6$$

Ответ: 6

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 25.



$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

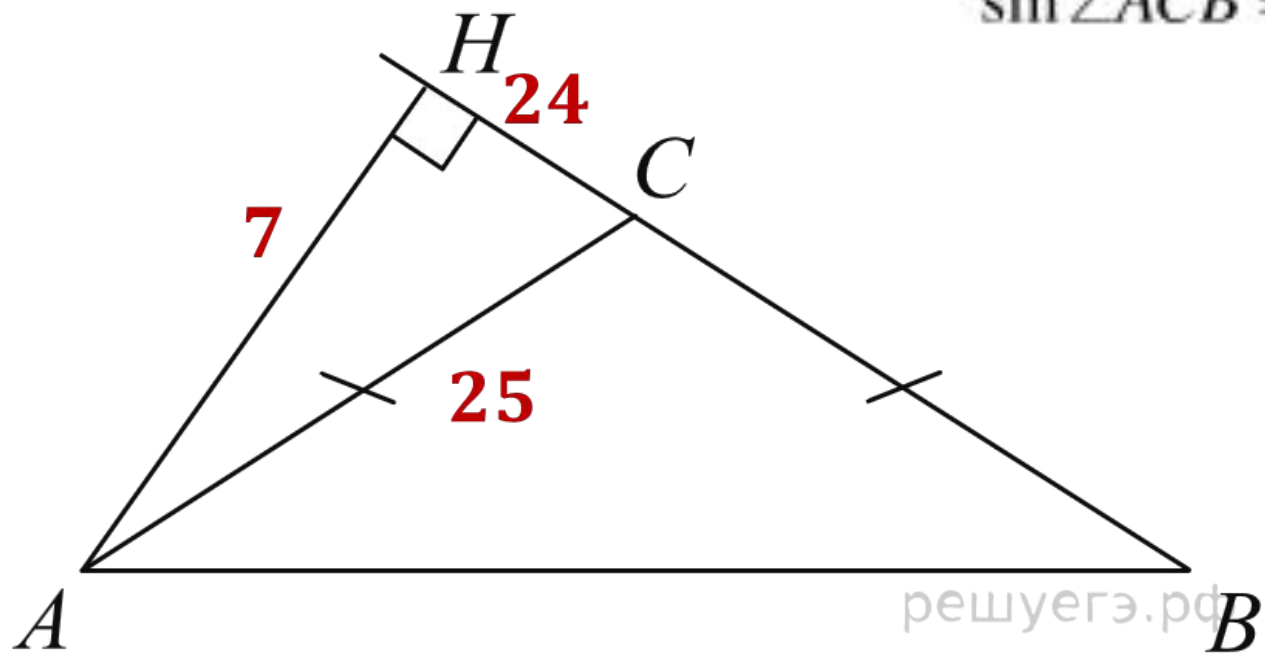
$$a^2 = 100$$

$$a = 10$$

Ответ: 10

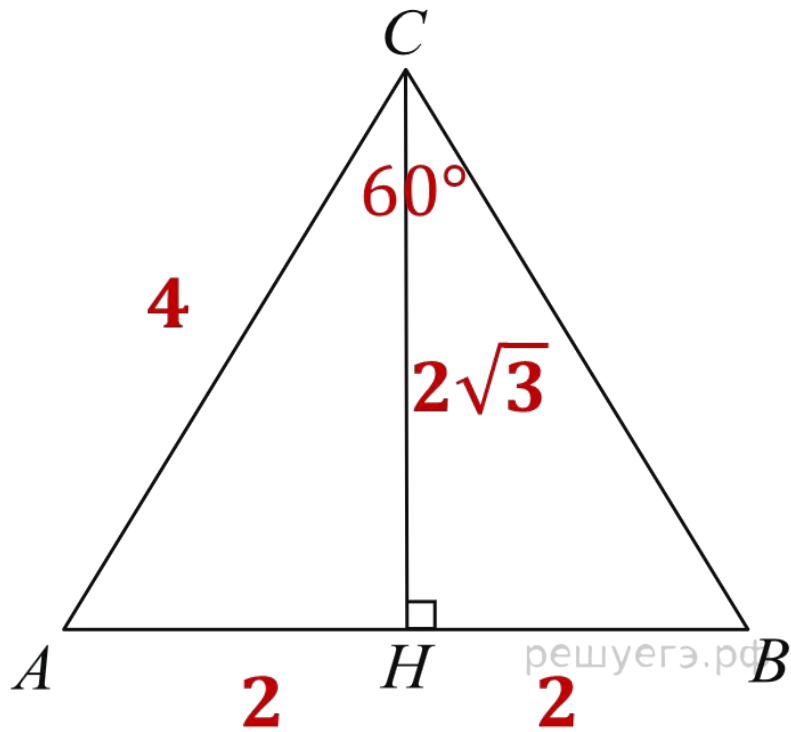
В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 7,  $CH = 24$ . Найдите  $\sin \angle ACB$ .

$$\sin \angle ACB = \frac{AH}{AC} = \frac{7}{25} = 0,28.$$



Ответ: 0,28

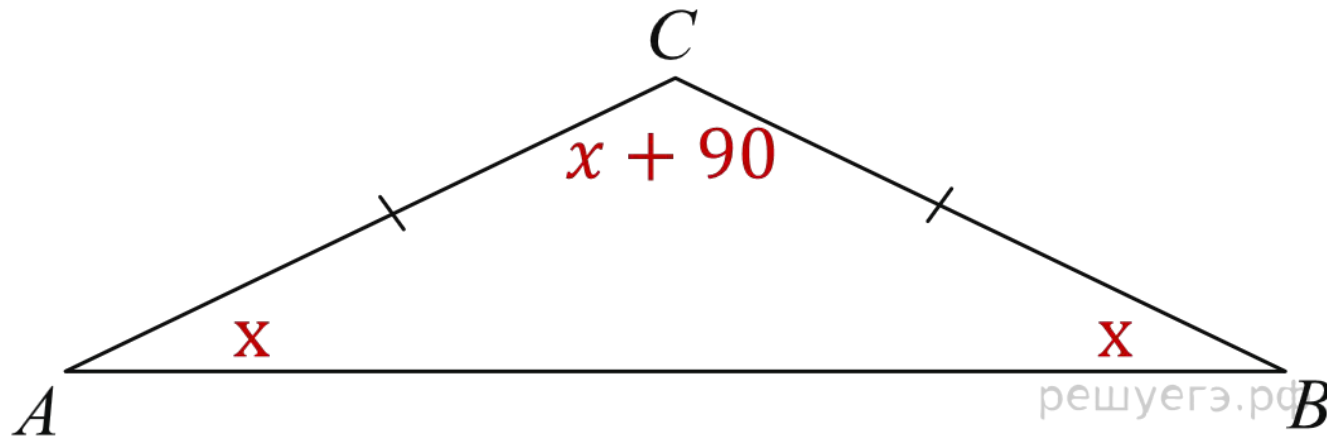
В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 4$ , высота  $CH$  равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 60



Один угол равнобедренного треугольника на  $90^\circ$  больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



$$(x + 90) + x + x = 180$$

$$3x = 90$$

$$x = 30$$

Ответ: 30

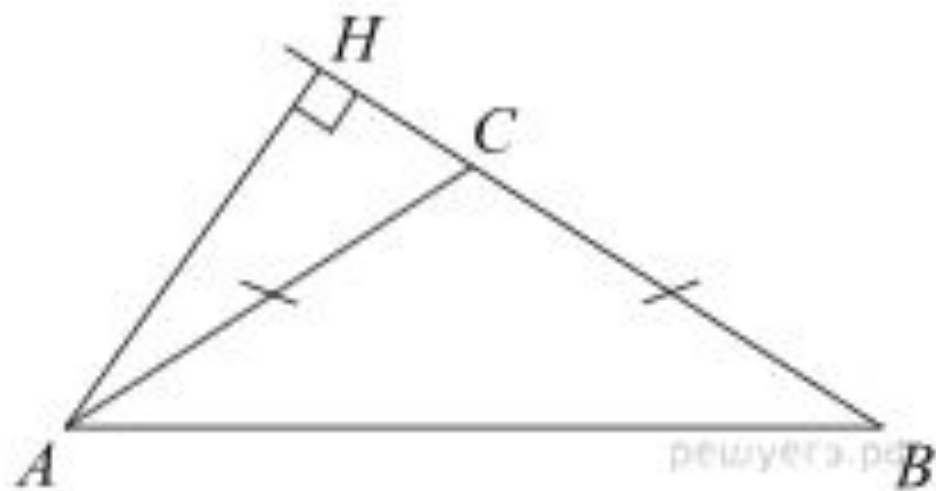
САМОПОДГОТОВКА

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 16$ ,  $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите  $AB$ .

Ответ: 24

В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 20$ , высота  $AH$  равна 5. Найдите  $\sin ACB$ .

Ответ: 0,25



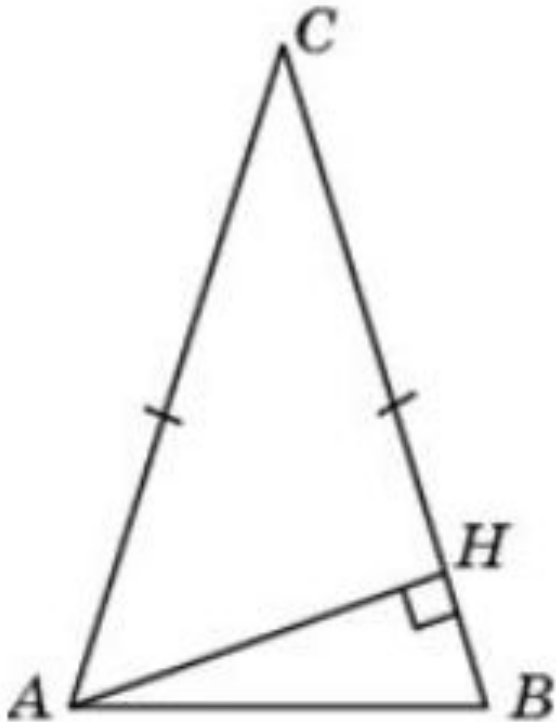
В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = \sqrt{34}$ , высота  $AH$  равна 3. Найдите  $\operatorname{tg} ACB$ .

Ответ:  $-0,6$

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 15. Найдите площадь этого треугольника.

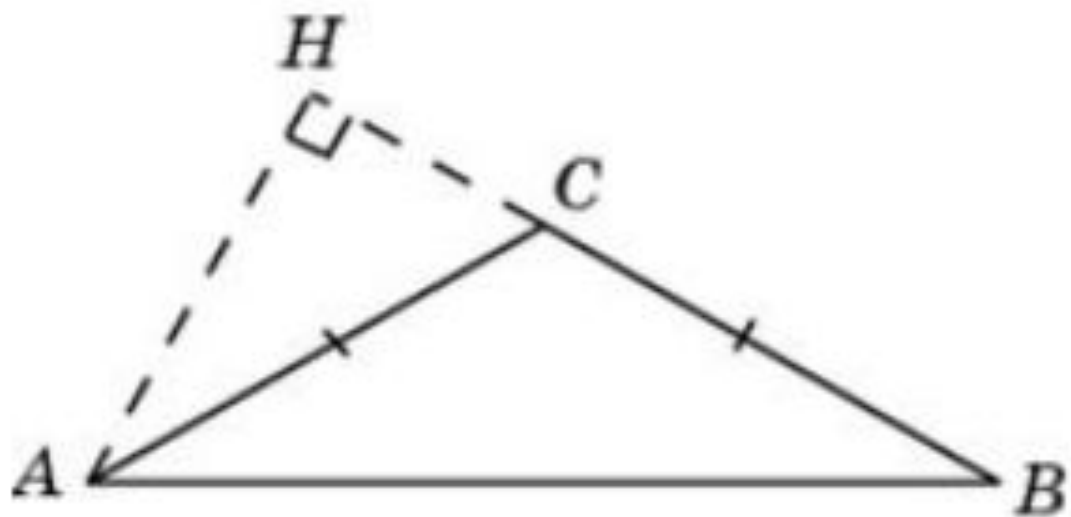
Ответ: 56,25

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 94$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



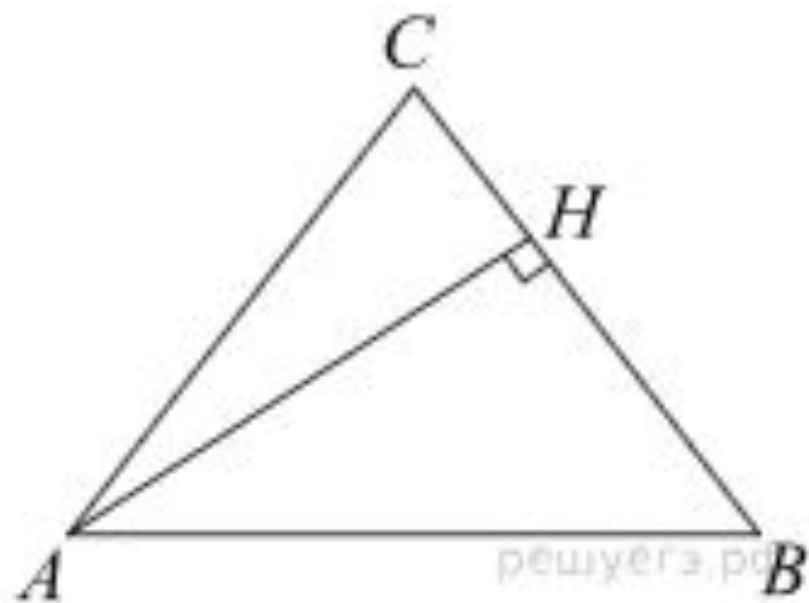
Ответ: 47

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 94\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



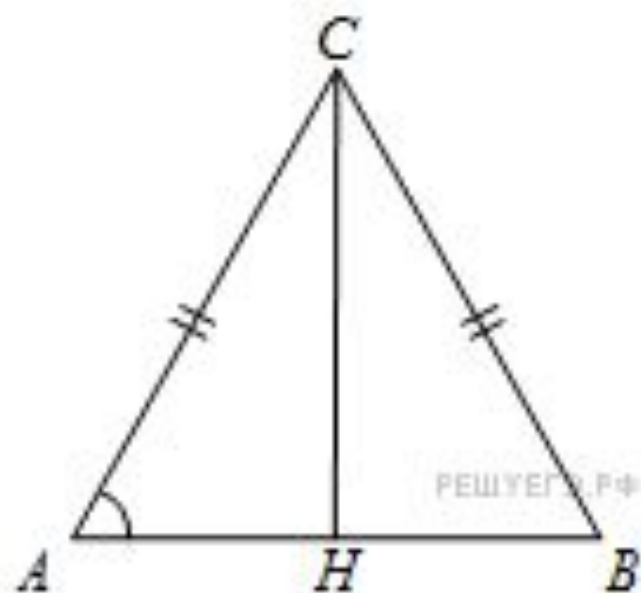
Ответ: 141

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 6$ ,  $\sin \angle BAC = \frac{4}{5}$ . Найдите высоту  $AH$ .



Ответ: 4,8

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 20,5$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{9}{40}$ . Найдите  $AB$ .



Ответ: 40



Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 1024.

Ответ: 64