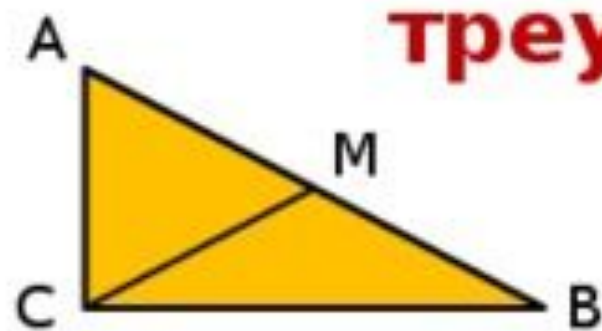


Равнобедренный
треугольник
Задачи №1

Прямоугольный треугольник



AB – гипотенуза

CB и CA – катеты

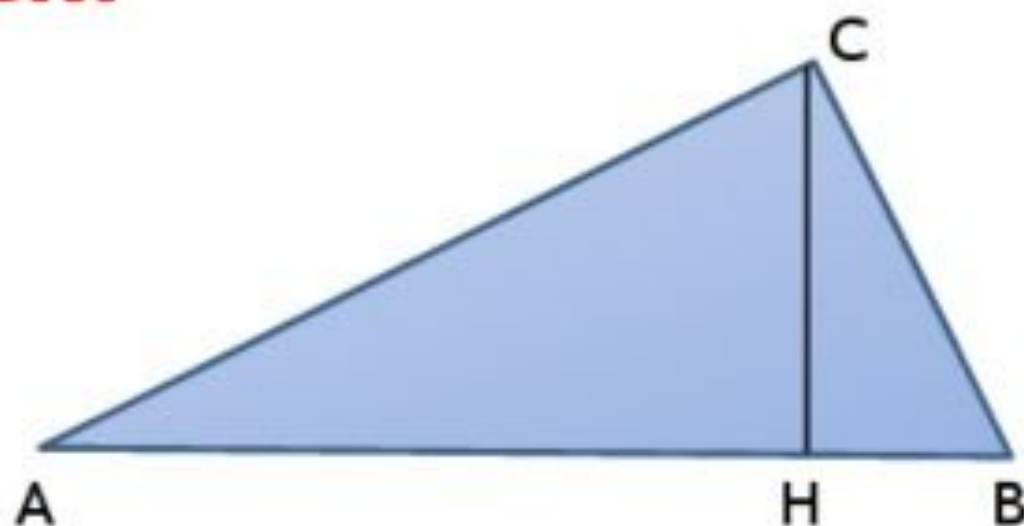
$$\angle C = 90^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$AB^2 = CA^2 + CB^2$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2}$$

$$CM \text{ – медиана, } CM = \frac{AB}{2} = R$$



$$\cos A = \frac{AC \text{ (прилежащий катет)}}{AB \text{ (гипотенуза)}}$$

$$\sin A = \frac{BC \text{ (противолежащий катет)}}{AB \text{ (гипотенуза)}}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC \text{ (противолежащий катет)}}{AC \text{ (прилежащий катет)}}$$

$$CH \perp AB \quad CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$$

$$CH^2 = AH \cdot HB$$

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

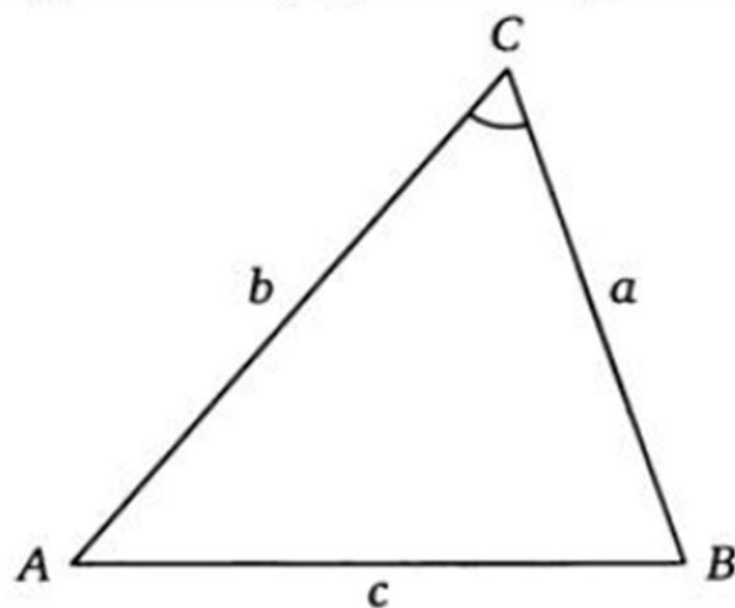
$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

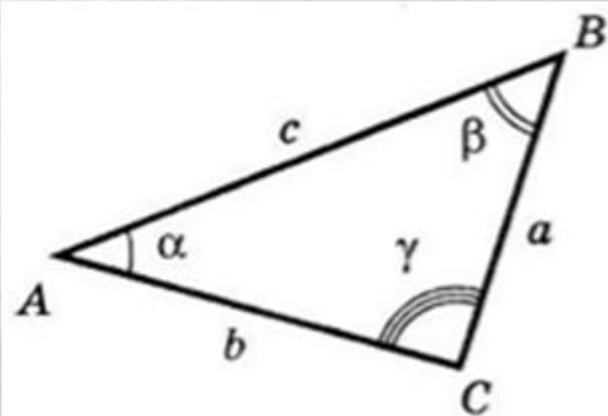
$$5) \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$$

$$6) \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1$$



$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРОИЗВОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



Теорема синусов

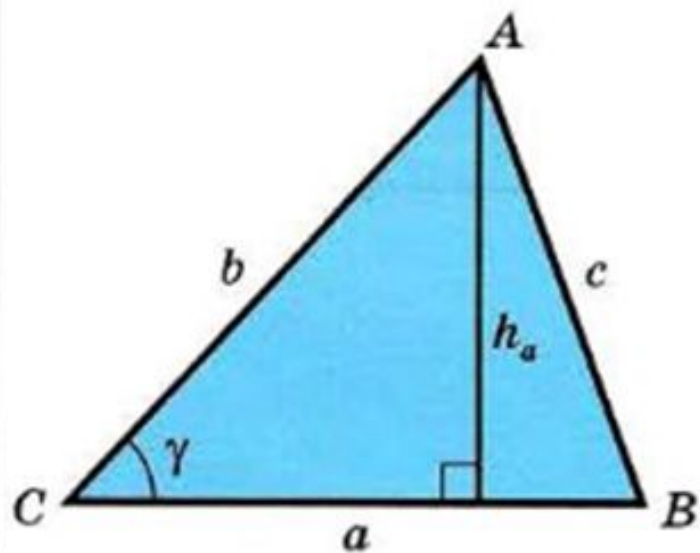
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

R — радиус описанной окружности

Теорема косинусов

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_c$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

— формула Герона $\left(p = \frac{a+b+c}{2}\right)$.

$$S = \frac{abc}{4R}$$

, где R — радиус описанной окружности

$$S = r \cdot p$$

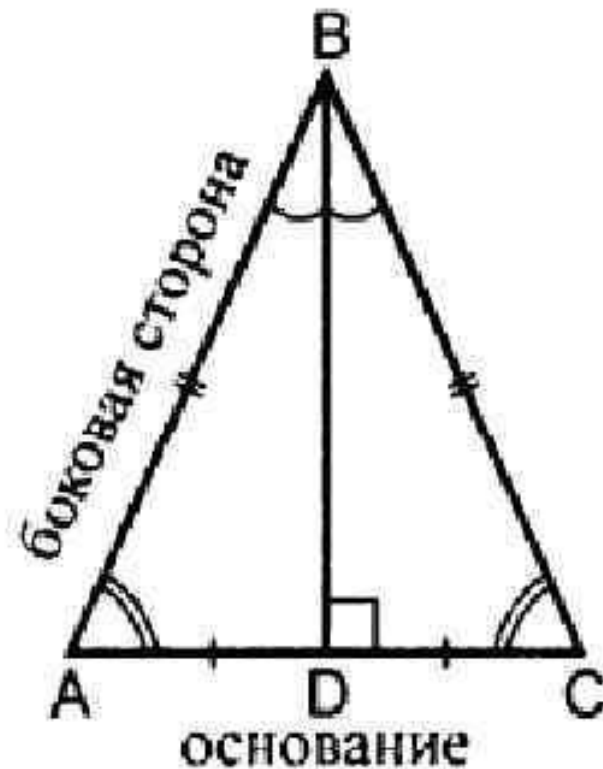
, где r — радиус вписанной окружности

Свойства равнобедренного треугольника

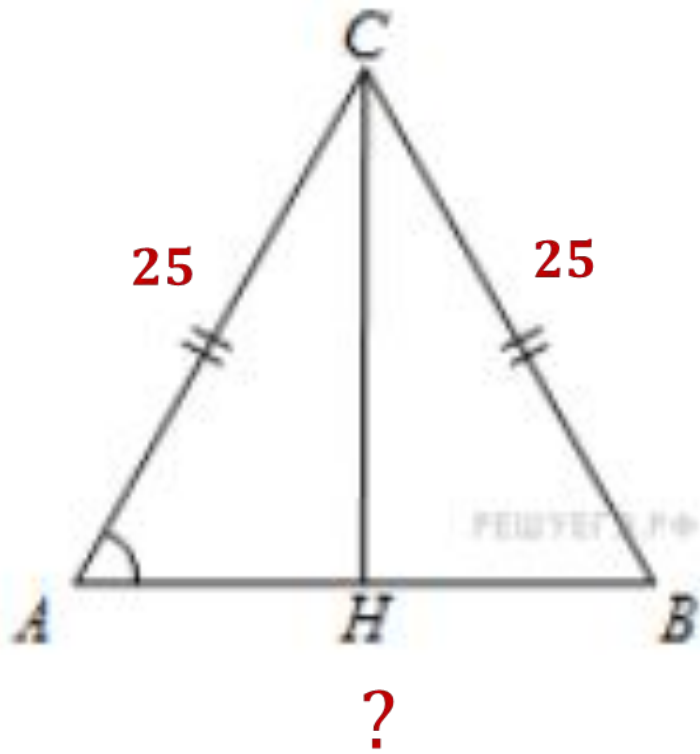
1. $AB = BC$

2. $\angle A = \angle C$

3. BD – медиана, высота, биссектриса



В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, $\sin B = \frac{3\sqrt{11}}{10}$. Найдите AB .



$$\sin B = \frac{CH}{CB}$$

$$\frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{CH}{25}$$

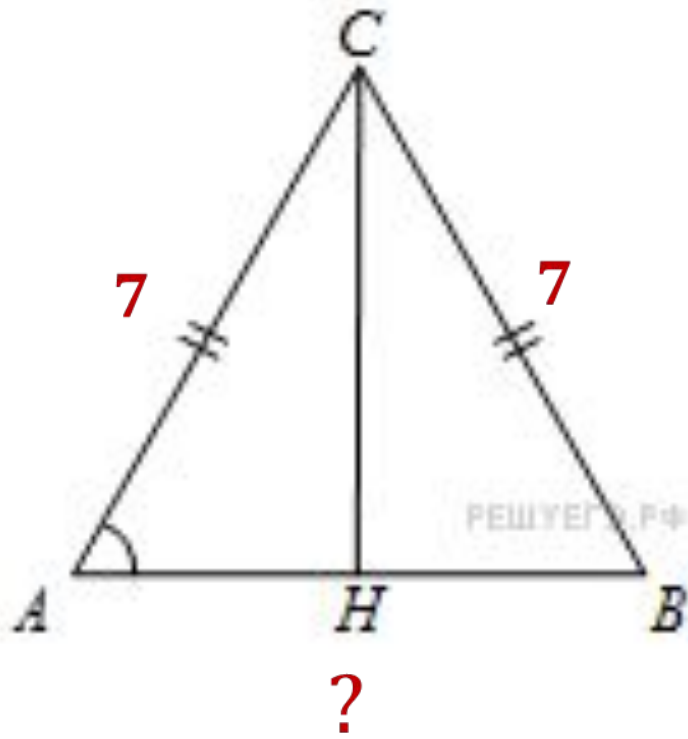
$$CH = \frac{75\sqrt{11}}{10} = \frac{15\sqrt{11}}{2}$$

$$BH = \sqrt{625 - \frac{225 \cdot 11}{4}} = \sqrt{\frac{2500 - 2475}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = 2,5$$

$$AB = 5$$

Ответ: 5

В треугольнике ABC $AC = BC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AB .



$$\operatorname{tg}^2 A + 1 = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\frac{33}{16} + 1 = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\frac{49}{16} = \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$\cos A = \frac{4}{7}$$

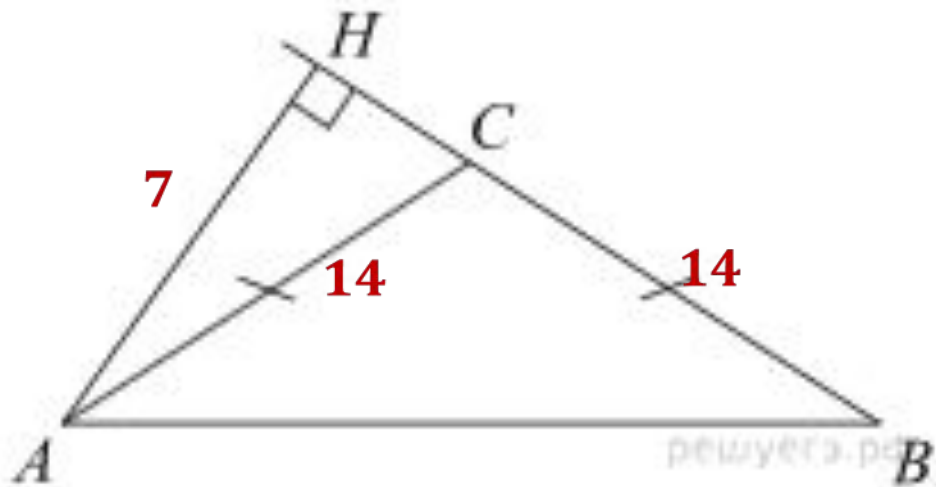
$$\frac{4}{7} = \frac{AH}{AC}$$

$$AH = 4$$

$$AB = 8$$

Ответ: 8

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 14$, высота AH равна 7. Найдите $\sin ACB$.

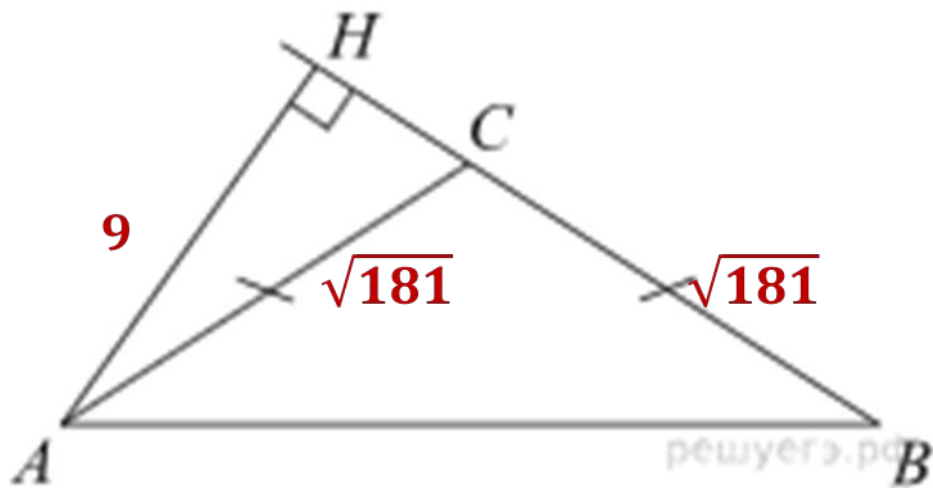


$$\sin ACB = \sin ACH$$

$$\sin ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{7}{14} = 0,5$$

Ответ: 0,5

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{181}$, высота AH равна 9. Найдите $\text{tg} ACB$.



$$\text{tg} ACB = -\text{tg} ACH$$

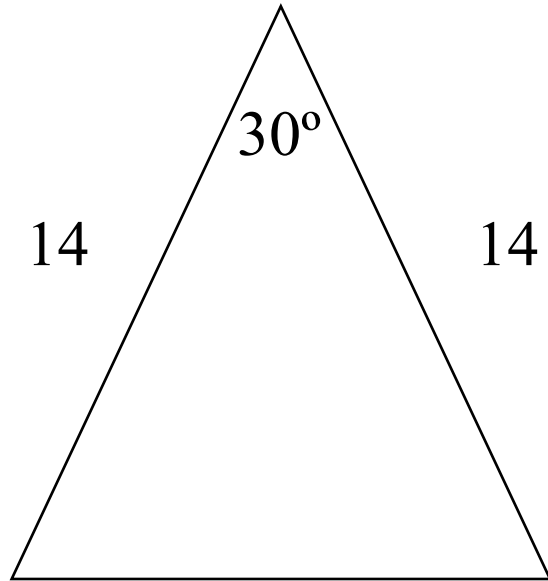
$$-\text{tg} ACH = -\frac{AH}{CH}$$

$$CH = \sqrt{181 - 81} = 10$$

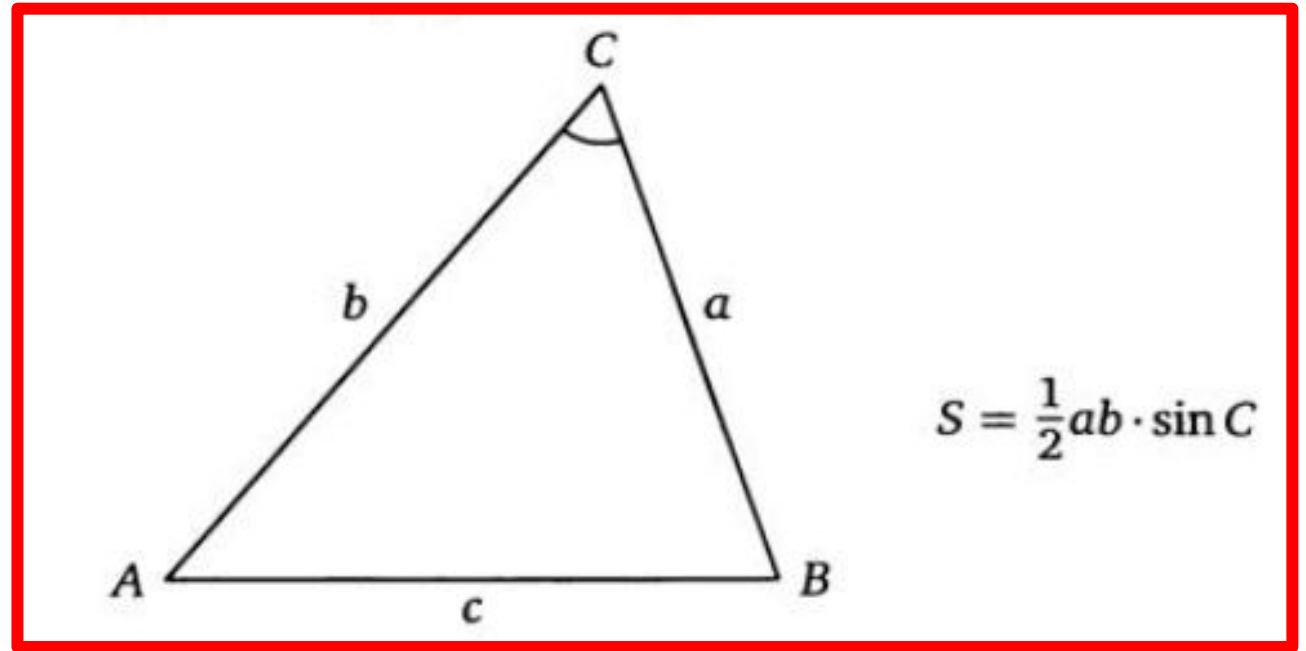
$$-\text{tg} ACH = -\frac{9}{10} = -0,9$$

Ответ: $-0,9$

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Боковая сторона треугольника равна 14. Найдите площадь этого треугольника.



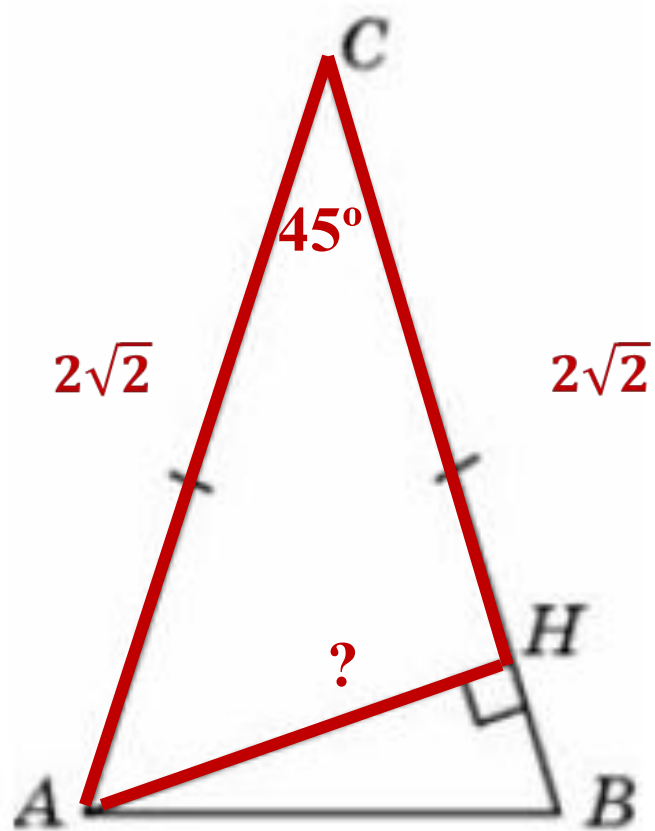
$$S = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2} = 49$$



$$S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

Ответ: 49

В треугольнике ABC $AC = BC = 2\sqrt{2}$, угол C равен 45° . Найдите высоту AH .



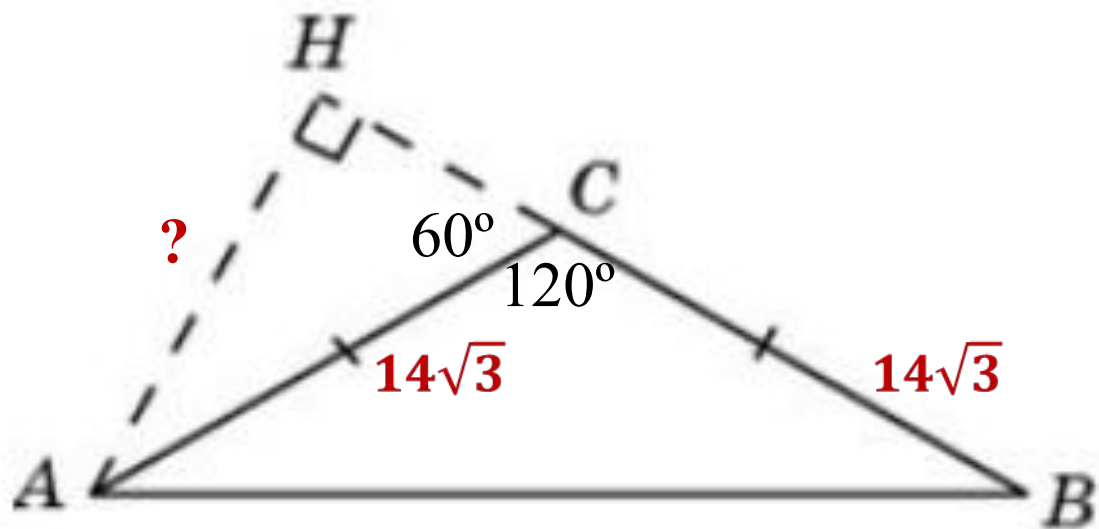
$$\sin 45^\circ = \frac{AH}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH}{2\sqrt{2}}$$

$$AH = 2$$

Ответ: 2

В треугольнике ABC $AC = BC = 14\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите высоту AH .



$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AC}$$

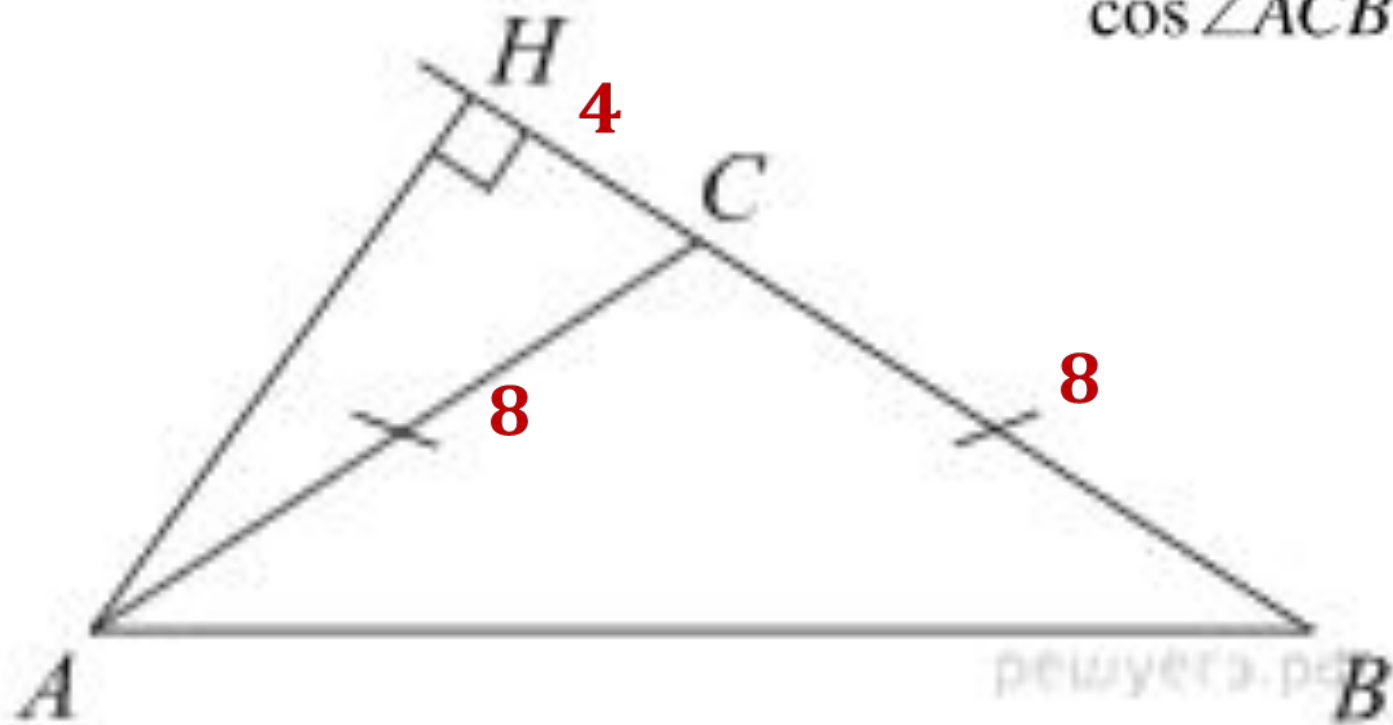
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{14\sqrt{3}}$$

$$AH = 21$$

Ответ: 21

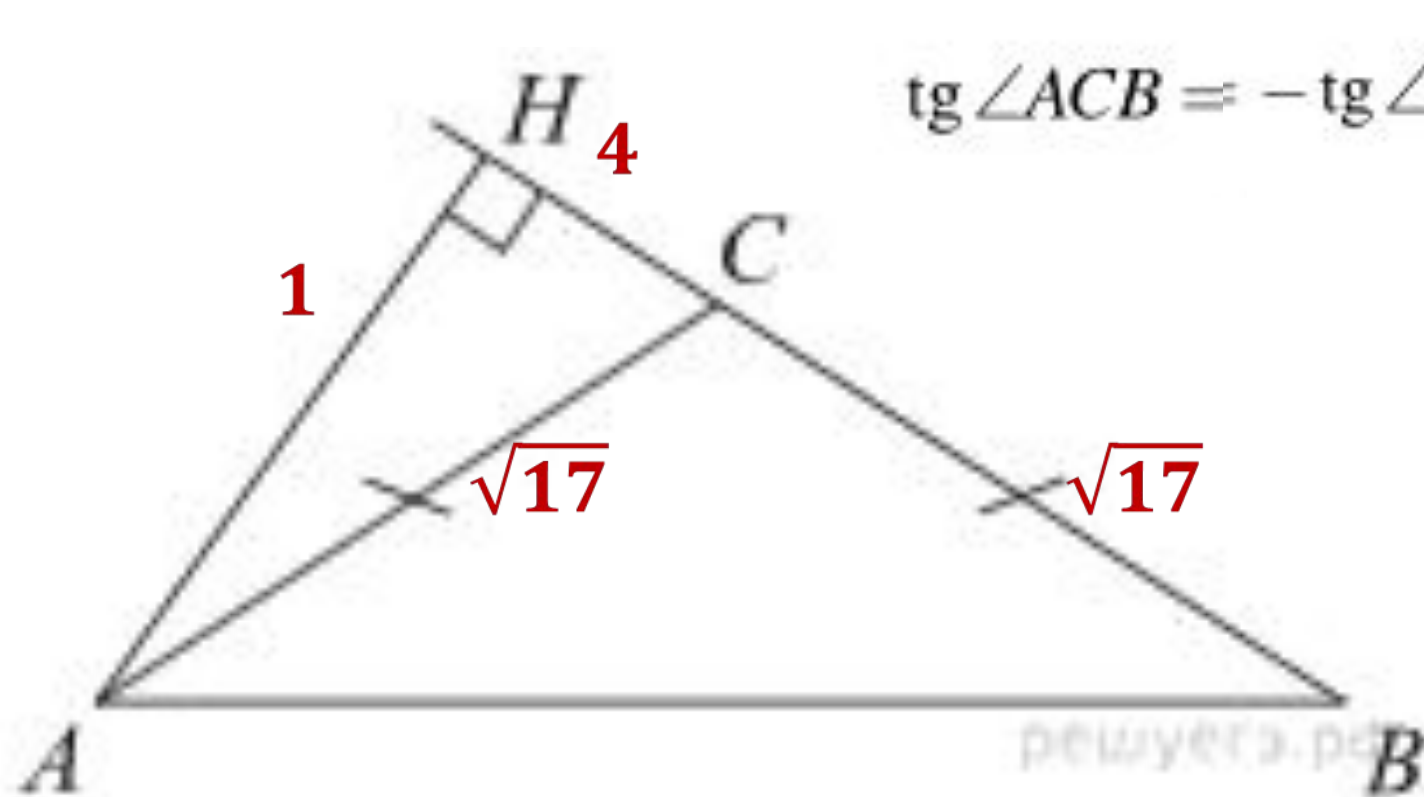
В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, AH – высота, $CH = 4$. Найдите $\cos \angle ACB$.

$$\cos \angle ACB = -\frac{HC}{AC} = -\frac{4}{8} = -0,5.$$



Ответ: $-0,5$

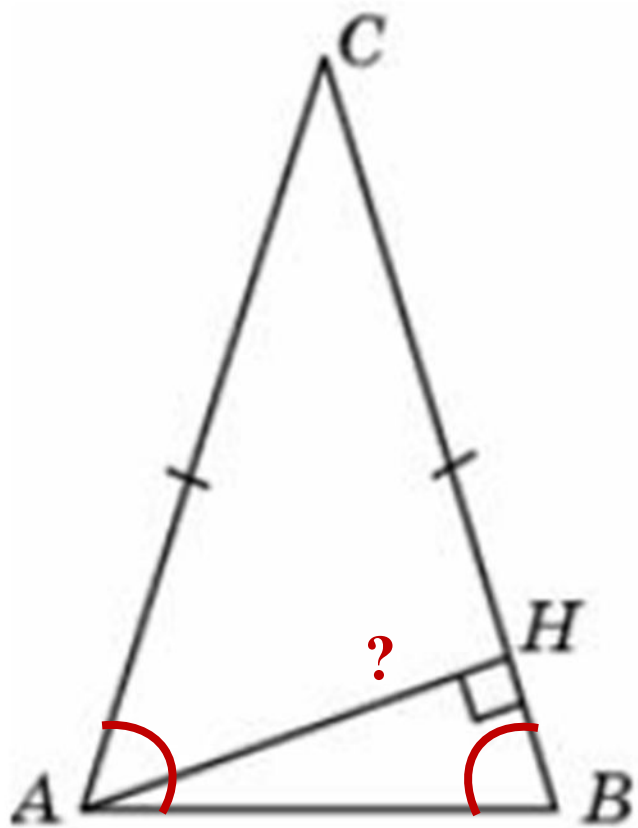
В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{17}$, AH – высота, $CH = 4$.
Найдите $\text{tg} \angle ACB$.



$$\text{tg} \angle ACB = -\text{tg} \angle ACH = -\frac{AH}{CH} = -0,25$$

Ответ: $-0,25$

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 12$, $\sin \angle BAC = 0,25$. Найдите высоту AH .



12

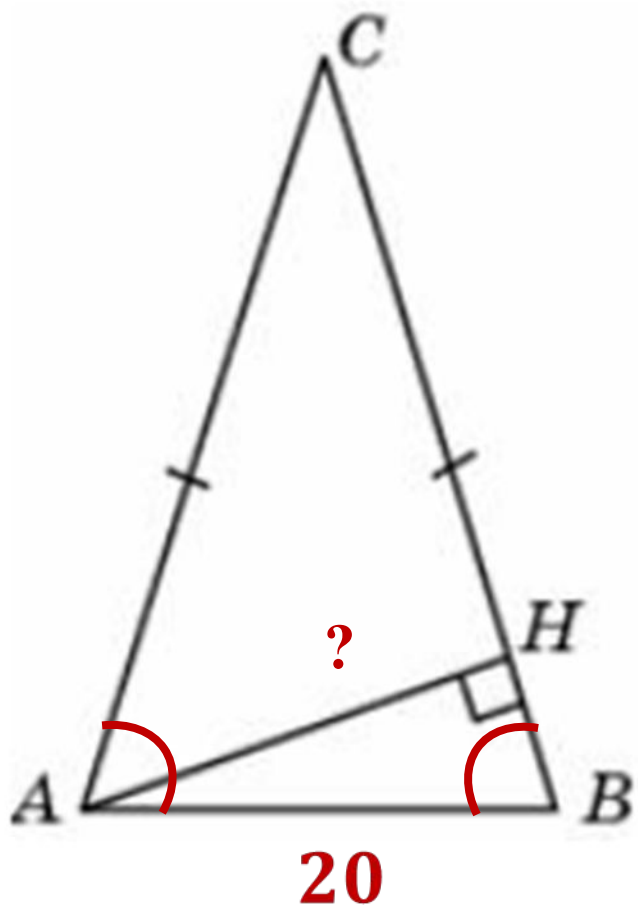
$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{AH}{12}$$

$$AH = 3$$

Ответ: 3

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 20$, $\cos BAC = \frac{7}{25}$. Найдите высоту AH .



$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B}$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \frac{49}{625}} = \sqrt{\frac{576}{625}} = \frac{24}{25}$$

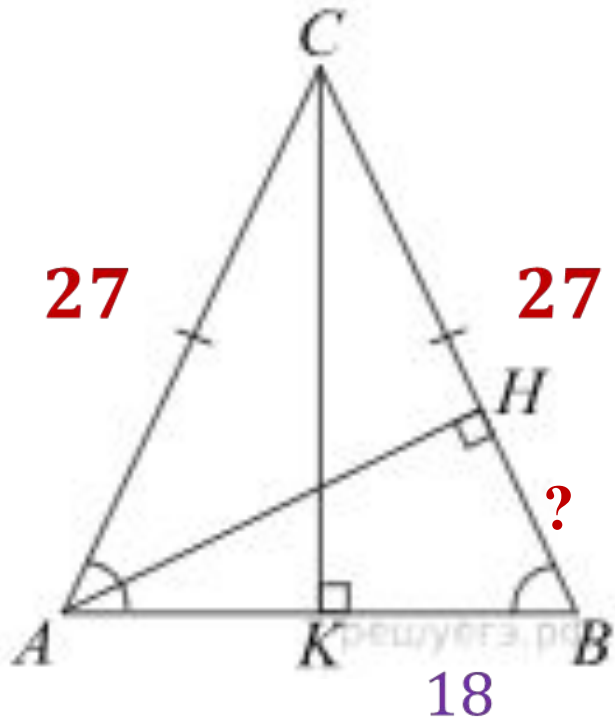
$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{24}{25} = \frac{AH}{20}$$

$$AH = 19,2$$

Ответ: 19,2

В треугольнике ABC $AC = BC = 27$, AH — высота, $\cos \angle BAC = \frac{2}{3}$. Найдите BH .



$$\cos B = \frac{BK}{BC}$$

$$\frac{BK}{27} = \frac{2}{3}$$

$$BK = 18$$

$$AB = 36$$

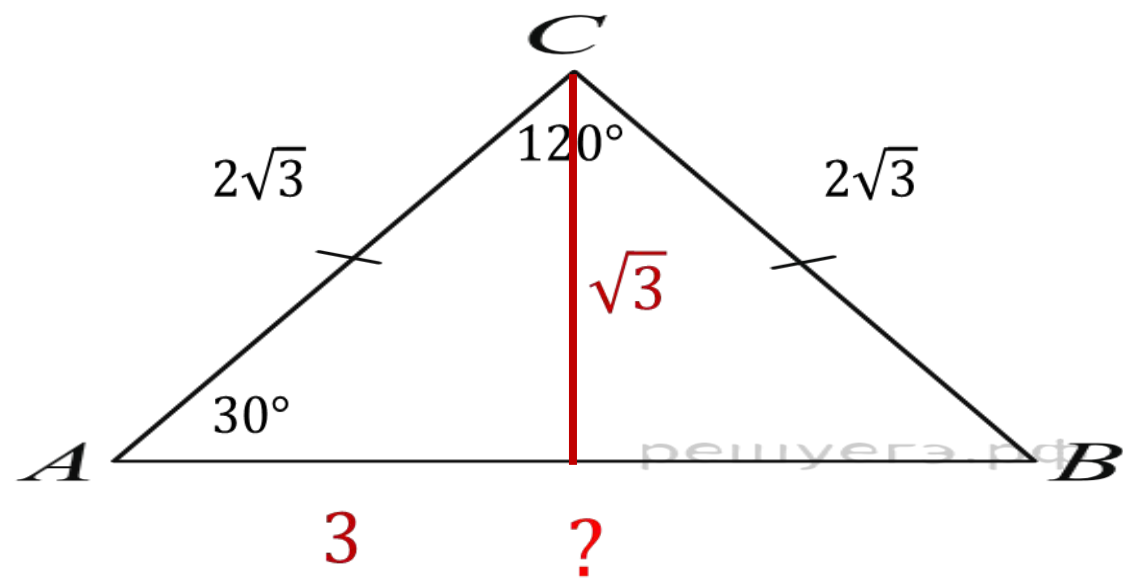
$$\cos B = \frac{BH}{AB}$$

$$\frac{BH}{36} = \frac{2}{3}$$

$$BH = 24$$

Ответ: 24

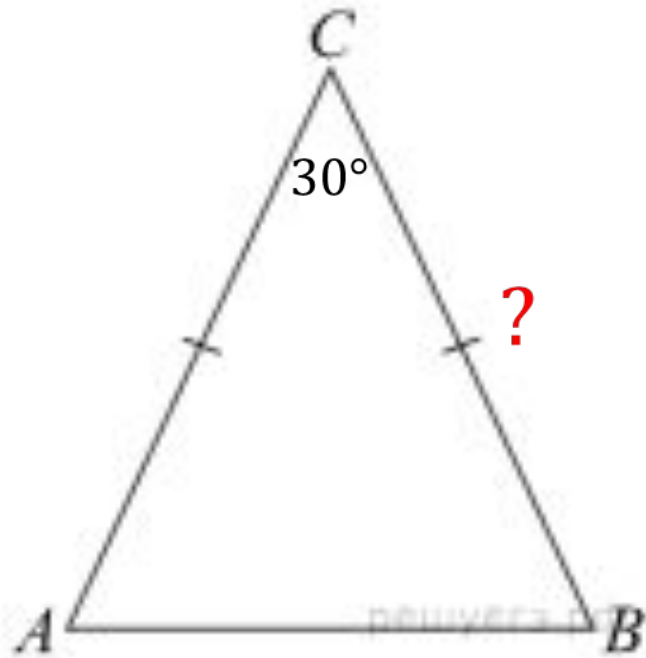
В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120° , $AC = 2\sqrt{3}$. Найдите AB .



$$AB = 6$$

Ответ: 6

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 25.



$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

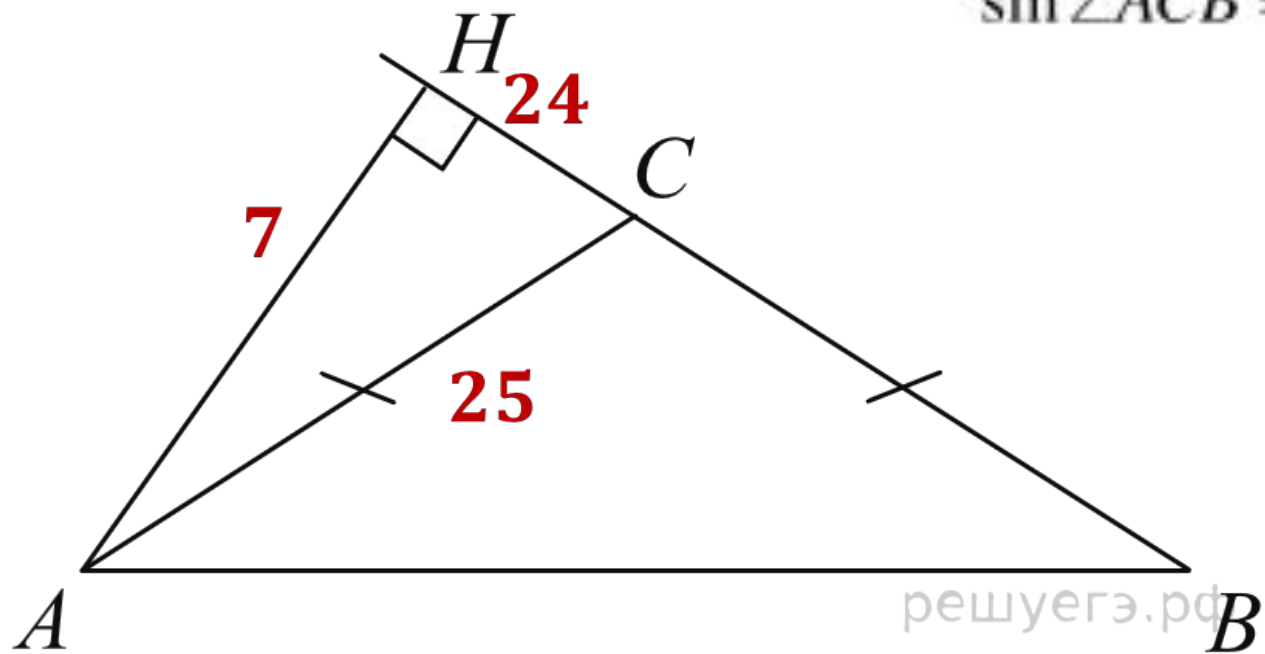
$$a^2 = 100$$

$$a = 10$$

Ответ: 10

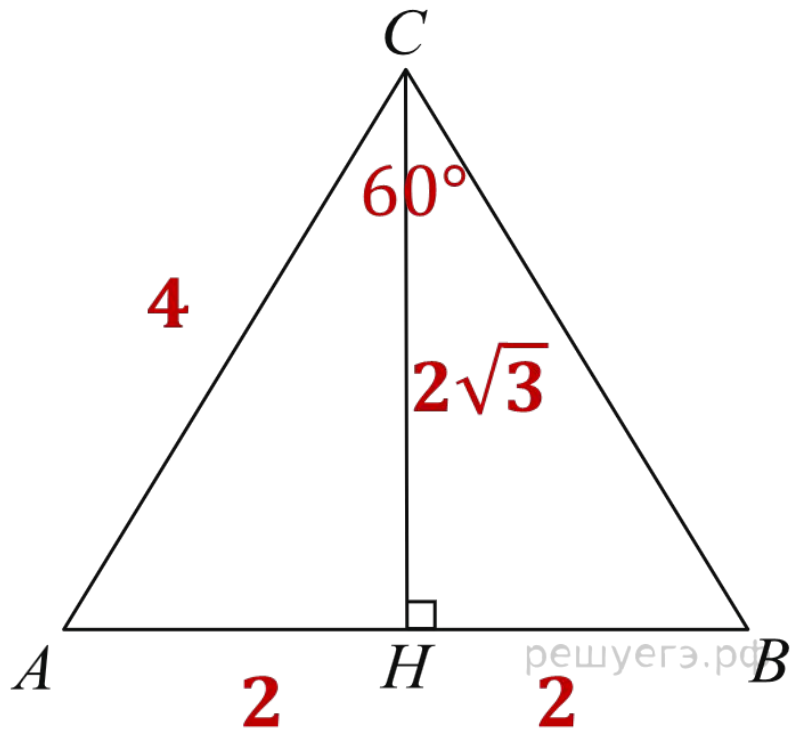
В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 7, $CH = 24$. Найдите $\sin \angle ACB$.

$$\sin \angle ACB = \frac{AH}{AC} = \frac{7}{25} = 0,28.$$



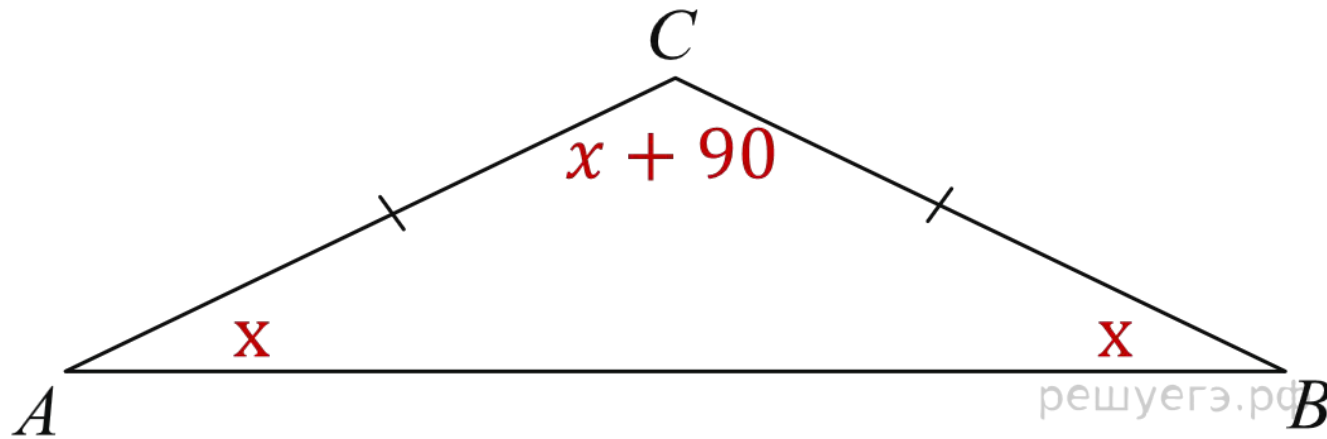
Ответ: 0,28

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 4$, высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 60

Один угол равнобедренного треугольника на 90° больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



$$(x + 90) + x + x = 180$$

$$3x = 90$$

$$x = 30$$

Ответ: 30

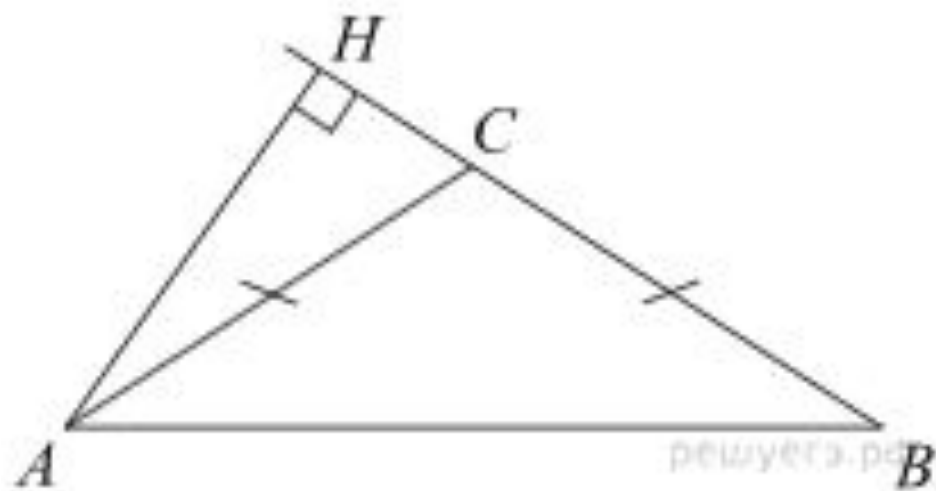
САМОПОДГОТОВКА

В треугольнике ABC $AC = BC = 16$, $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите AB .

Ответ: 24

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 20$, высота AH равна 5. Найдите $\sin ACB$.

Ответ: 0,25



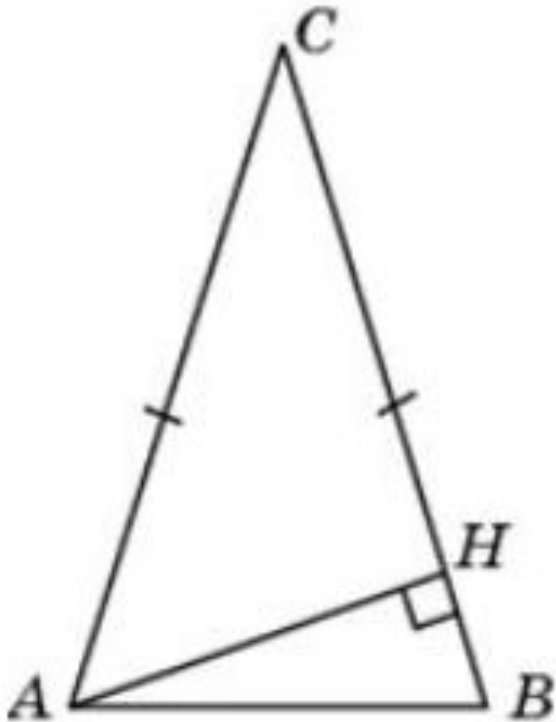
В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{34}$, высота AH равна 3. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.

Ответ: $-0,6$

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Боковая сторона треугольника равна 15. Найдите площадь этого треугольника.

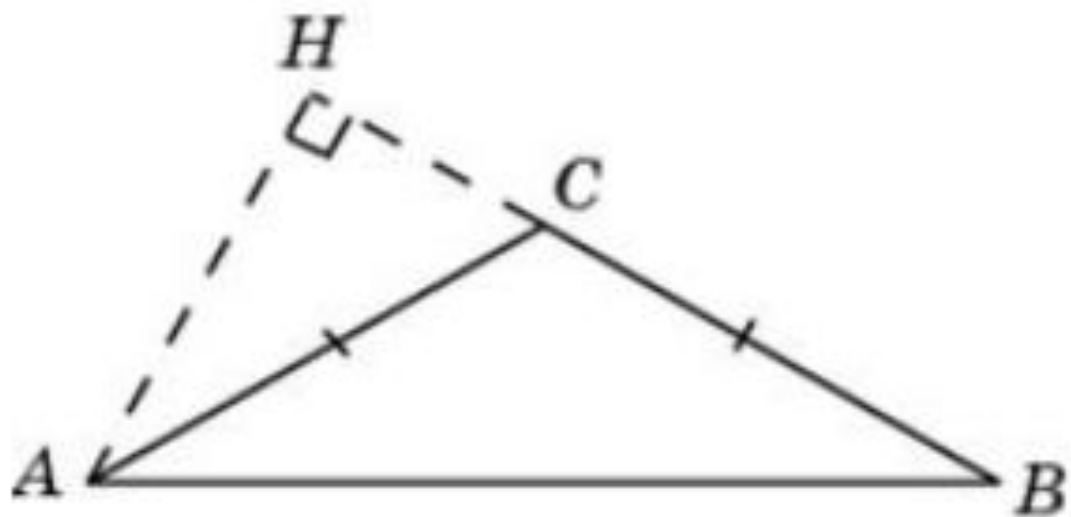
Ответ: 56,25

В треугольнике ABC $AC = BC = 94$, угол C равен 30° . Найдите высоту AH .



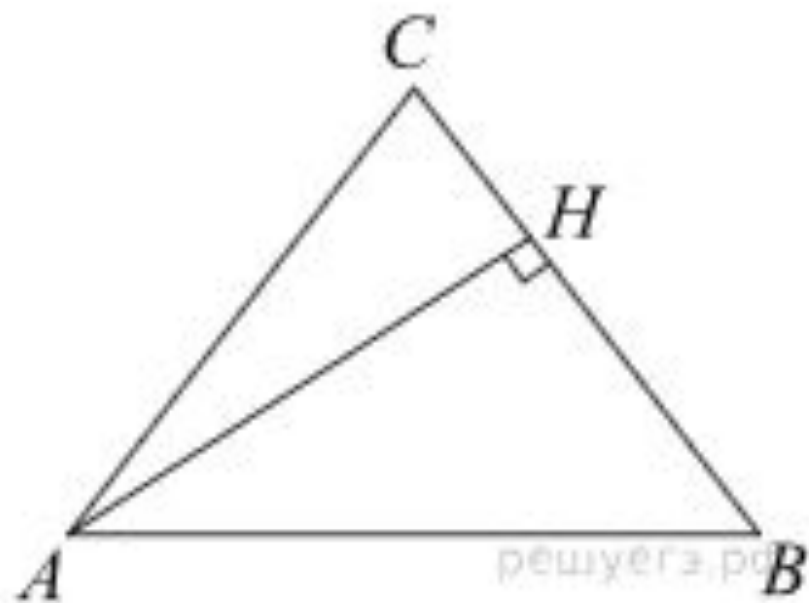
Ответ: 47

В треугольнике ABC $AC = BC = 94\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите высоту AH .



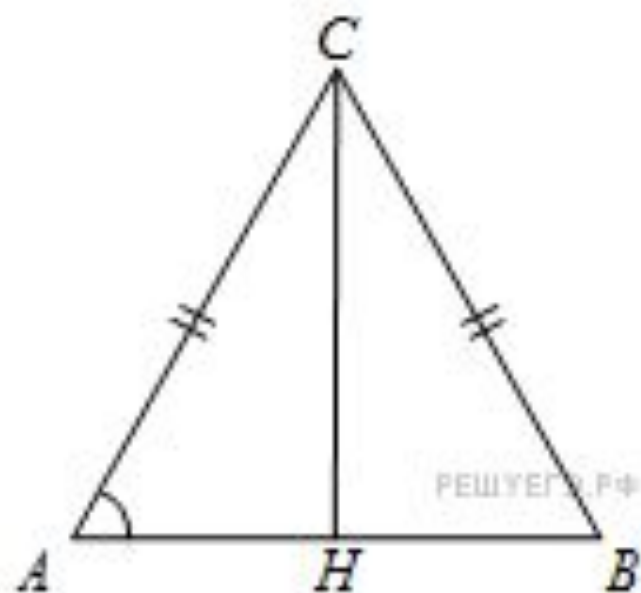
Ответ: 141

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 6$, $\sin \angle BAC = \frac{4}{5}$. Найдите высоту AH .



Ответ: 4,8

В треугольнике ABC $AC = BC = 20,5$, $\operatorname{tg} A = \frac{9}{40}$. Найдите AB .



Ответ: 40

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 1024.

Ответ: 64