

Алгебра логики

Логические элементы

Логика - это наука о формах и способах мышления.

- Высказывание -это форма мышления, которой что-либо утверждается или отрицается о реальных предметах, их свойствах и отношениях между ними.
- Высказывание может быть **ИСТИННО** или **ЛОЖНО**.

В алгебре высказываний высказывания обозначаются именами логических переменных, которые могут принимать лишь два значения «*истинно*» и «*ложно*».

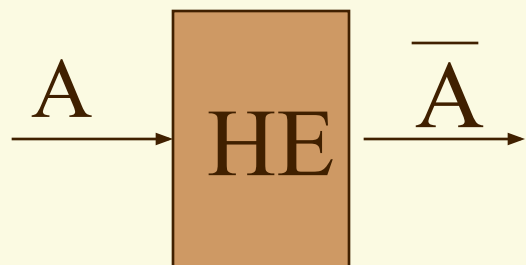
Истинно = 1

Ложно = 0

Для образования новых высказываний используются базовые логические операции:

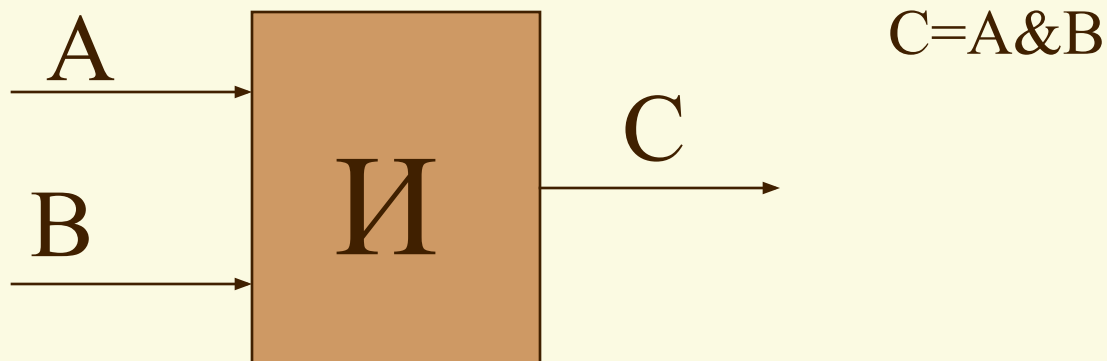
- *логическое отрицание* - операция не
- инверсия
- *логическое умножение* - операция и
- КОНЪЮНКЦИЯ
- *логическое сложение* - операция
или - ДИЗЪЮНКЦИЯ

Логическое отрицание - операция не - инверсия



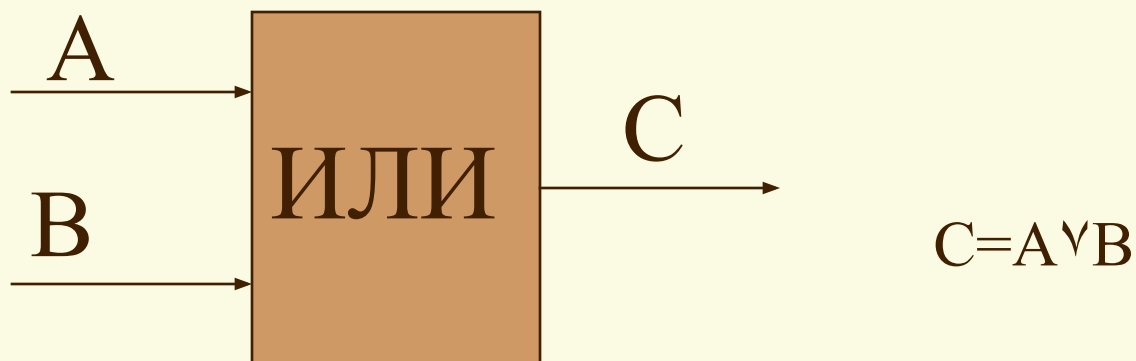
| A (ВХОД) | B (ВЫХ) |
|------------|-----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Логическое умножение - операция И - КОНЪЮНКЦИЯ



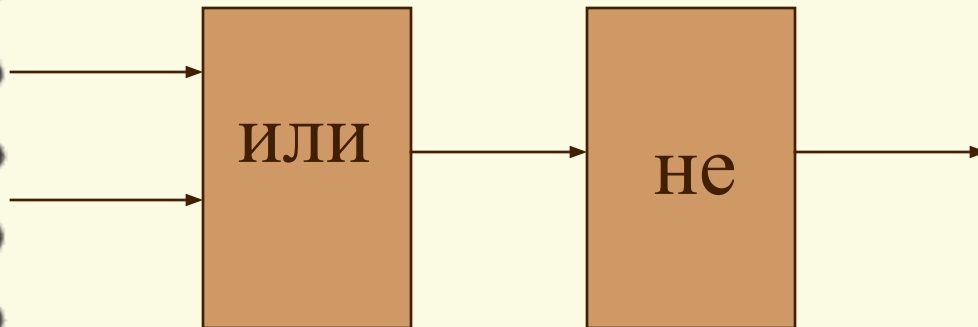
| A(вход) | B(вход) | C(вых) |
|---------|---------|--------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Логическое сложение - операция ИЛИ - ДИЗЪЮНКЦИЯ



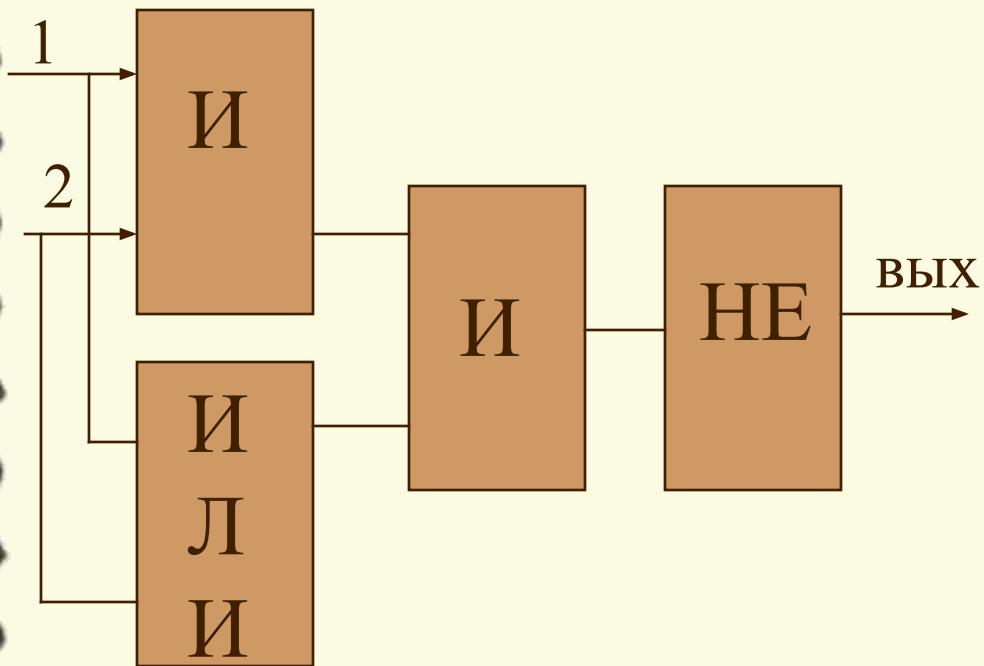
| A(вход) | B(вход) | C(вых) |
|---------|---------|--------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Пример №1



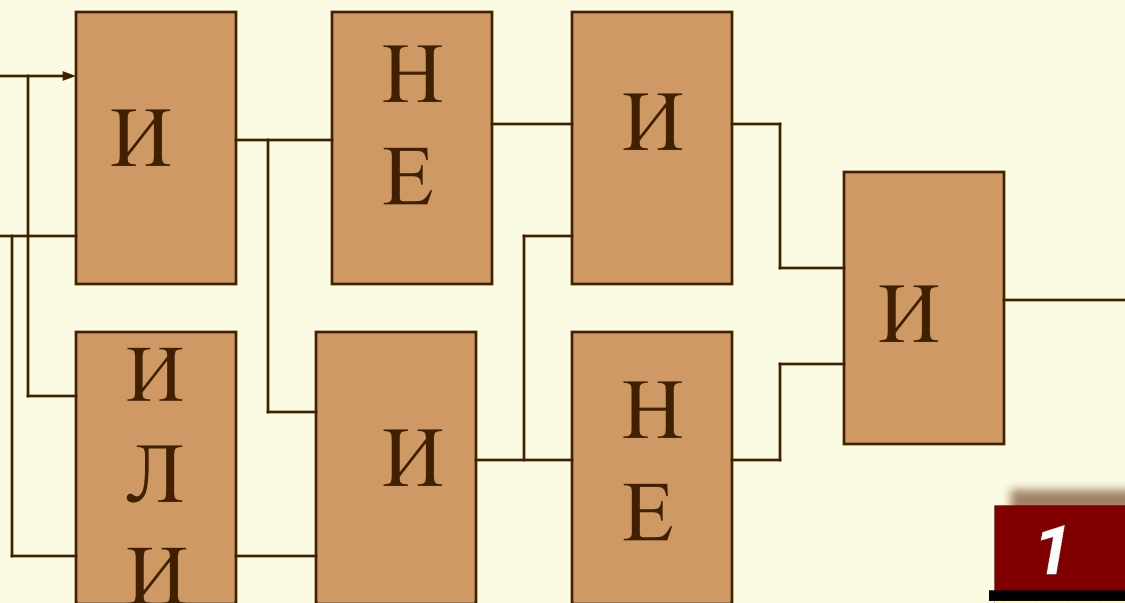
| 1 | 2 | ВЫХ |
|----------|----------|------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

Пример №2



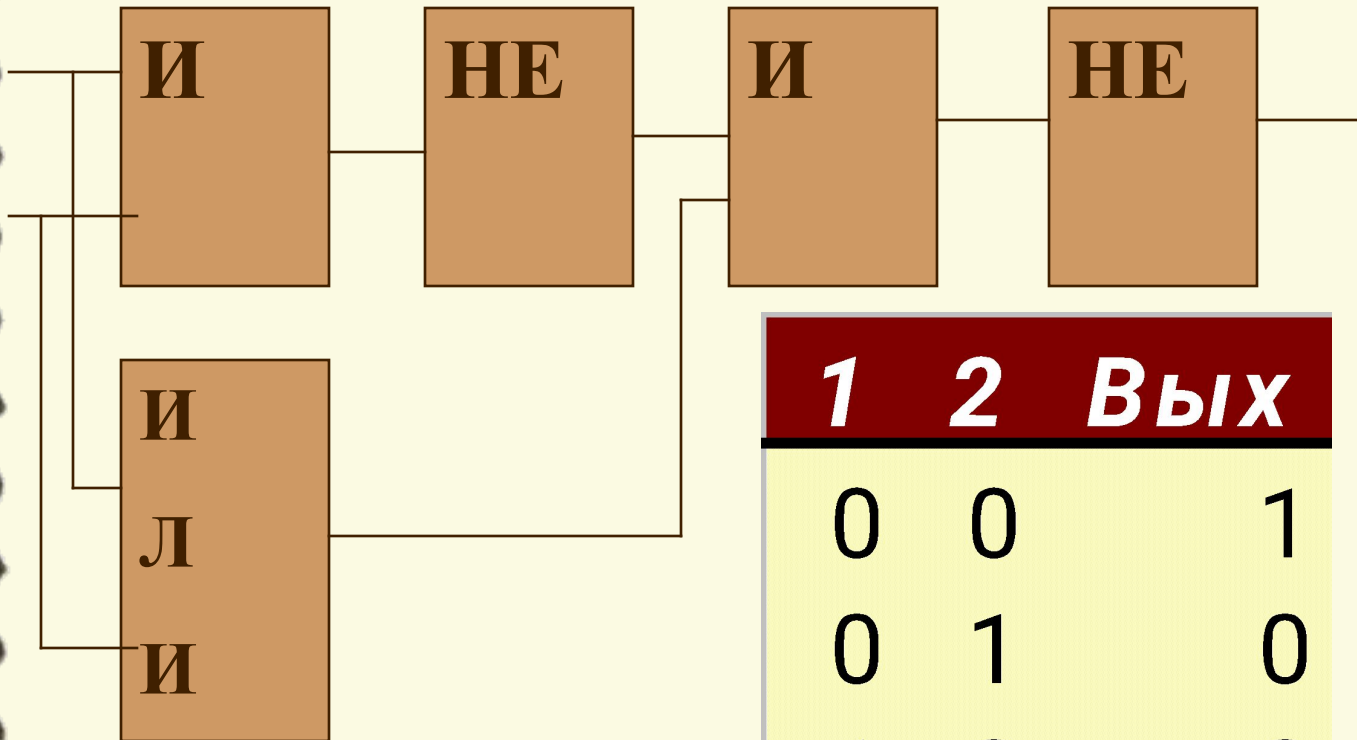
| 1 | 2 | ВЫХ |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Пример №3



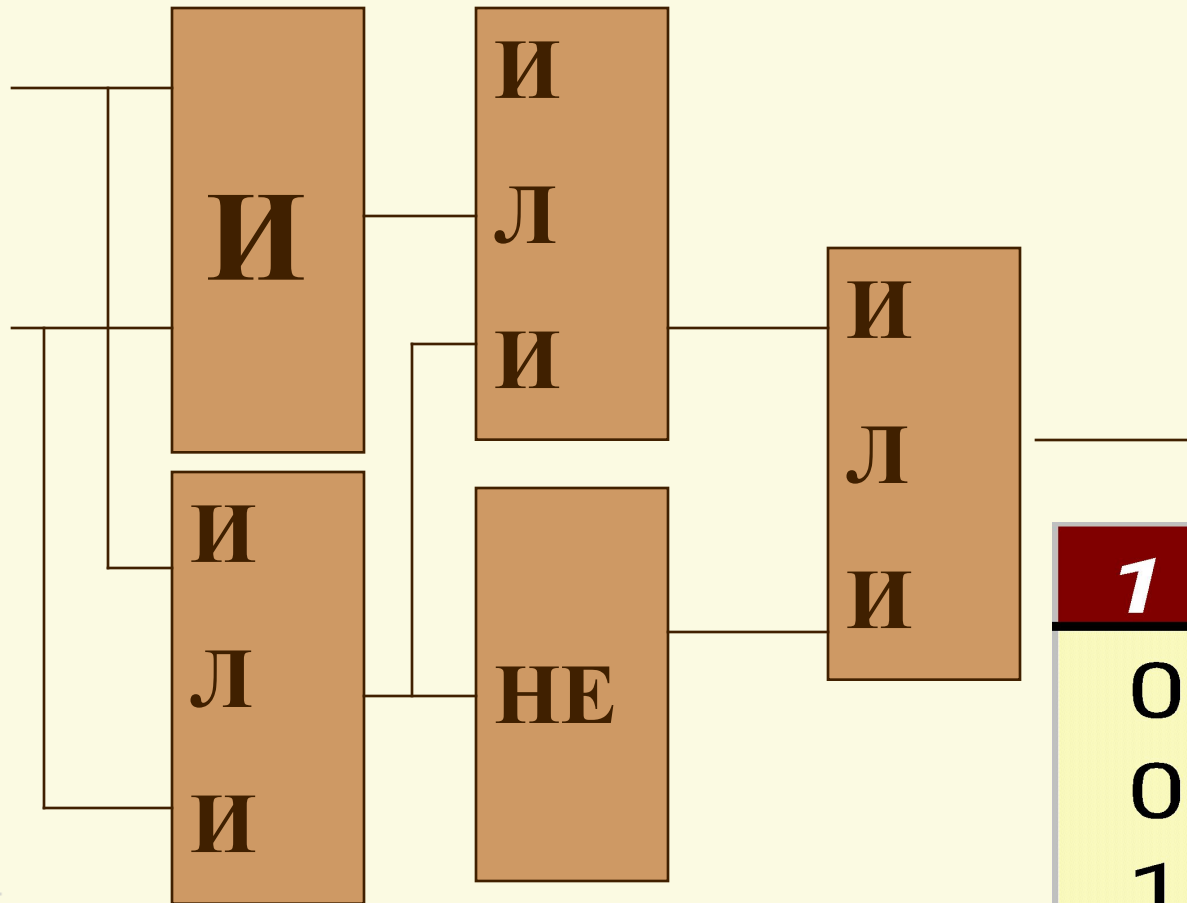
| 1 | 2 | Вых |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | |
| 0 | 1 | |
| 1 | 0 | |
| 1 | 1 | |

Пример №6



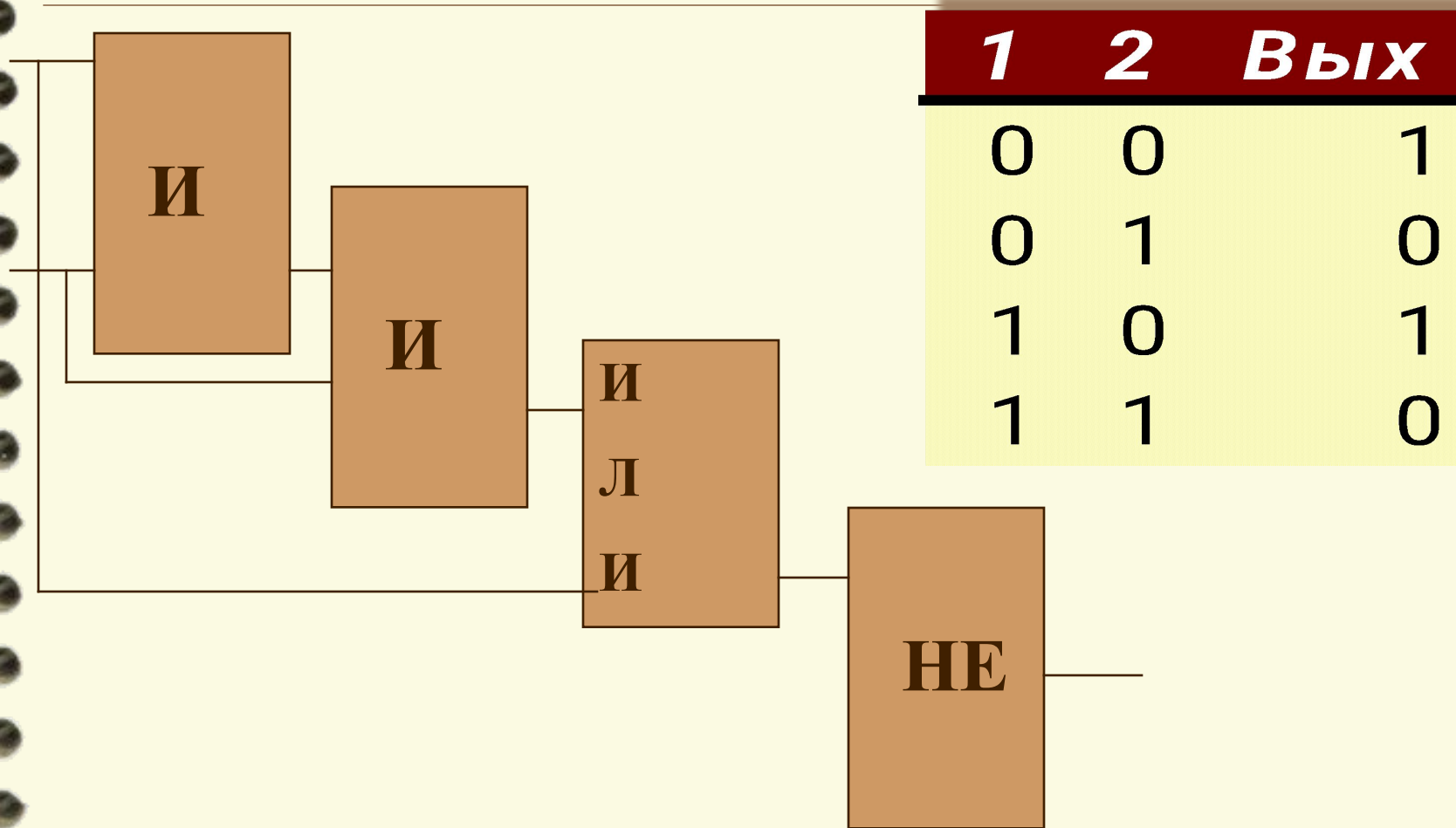
| 1 | 2 | Вых |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Домашнее задание: пример №1

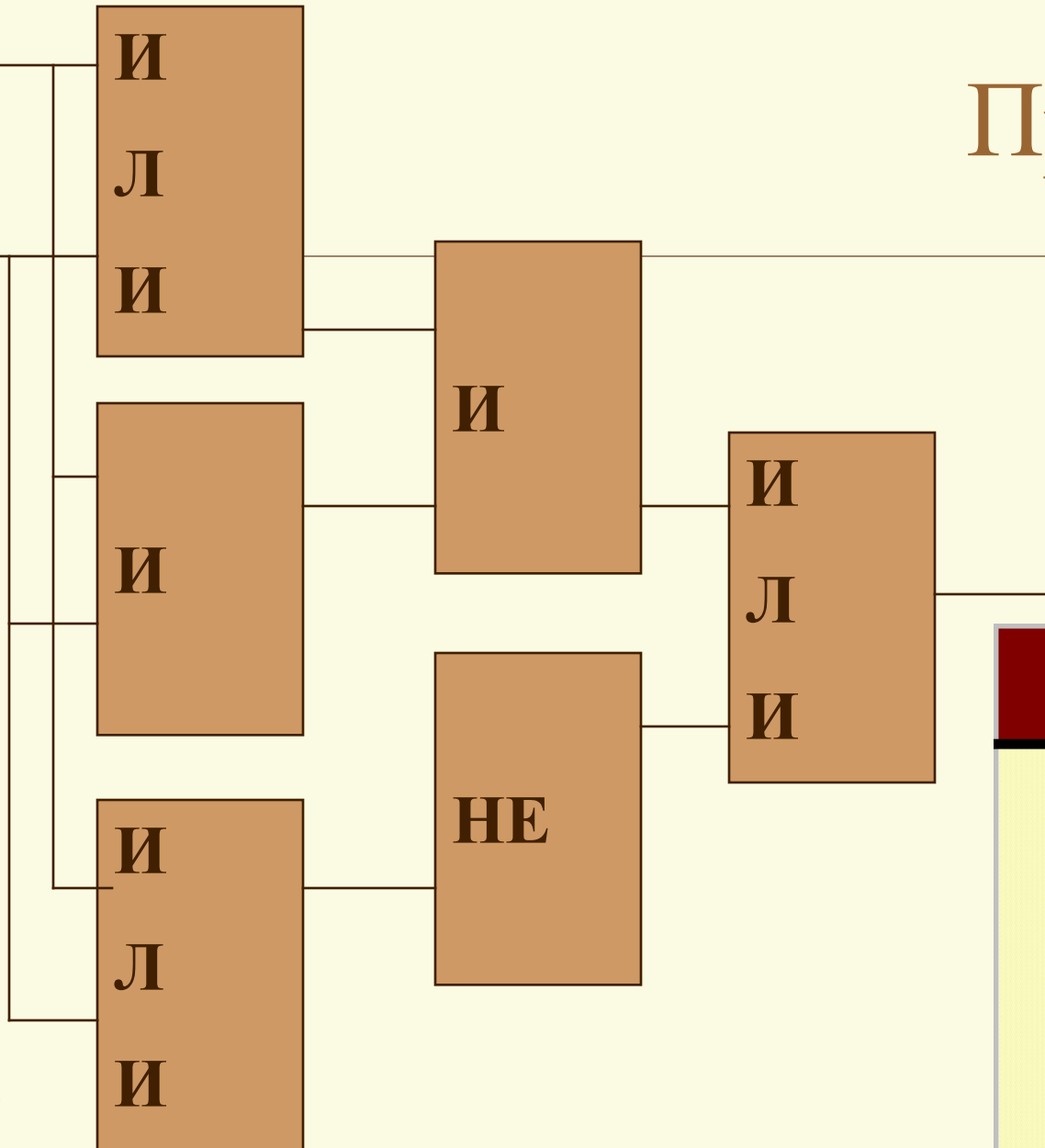


| 1 | 2 | Вых |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Домашнее задание: пример №2

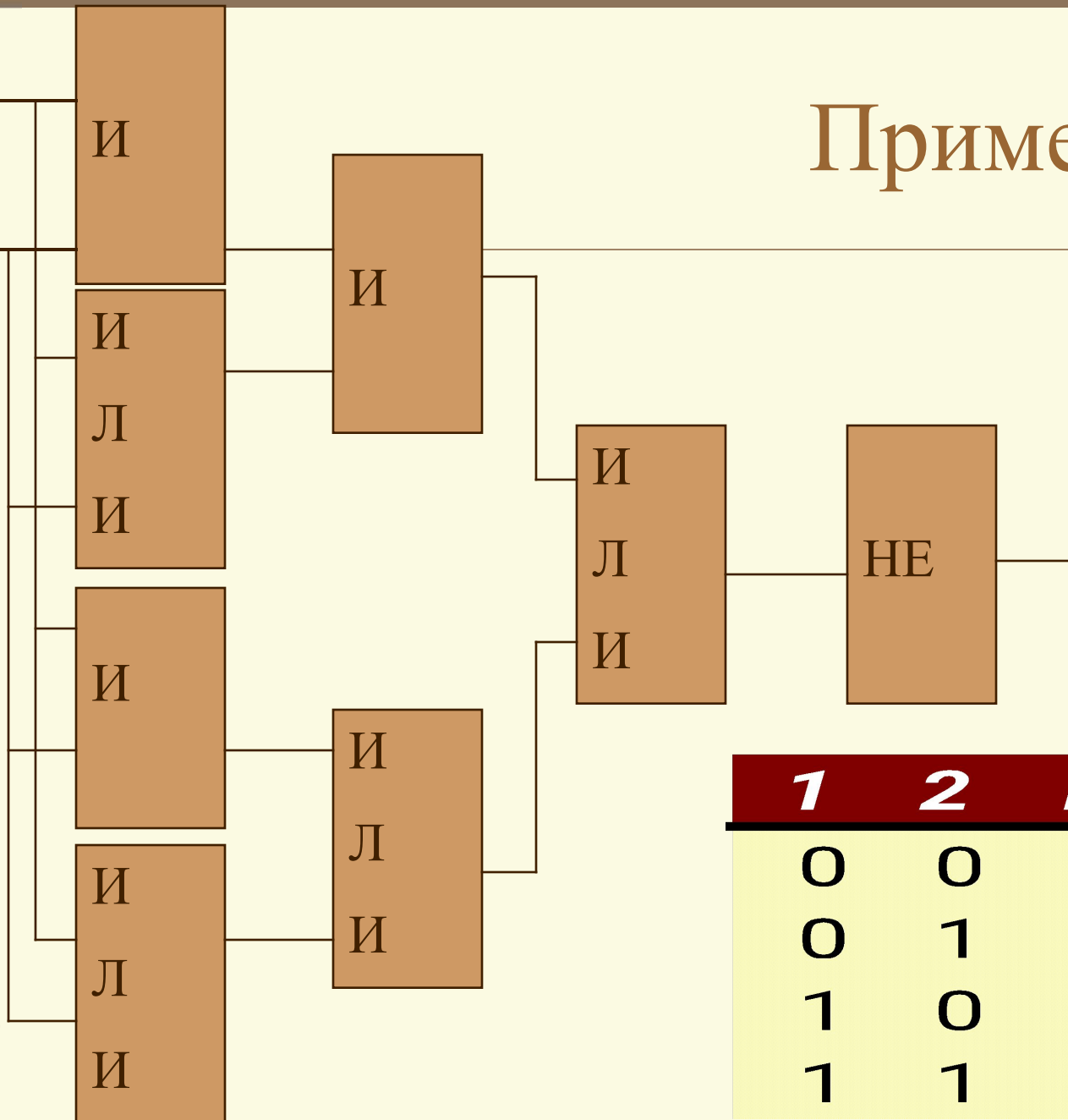


Пример №5



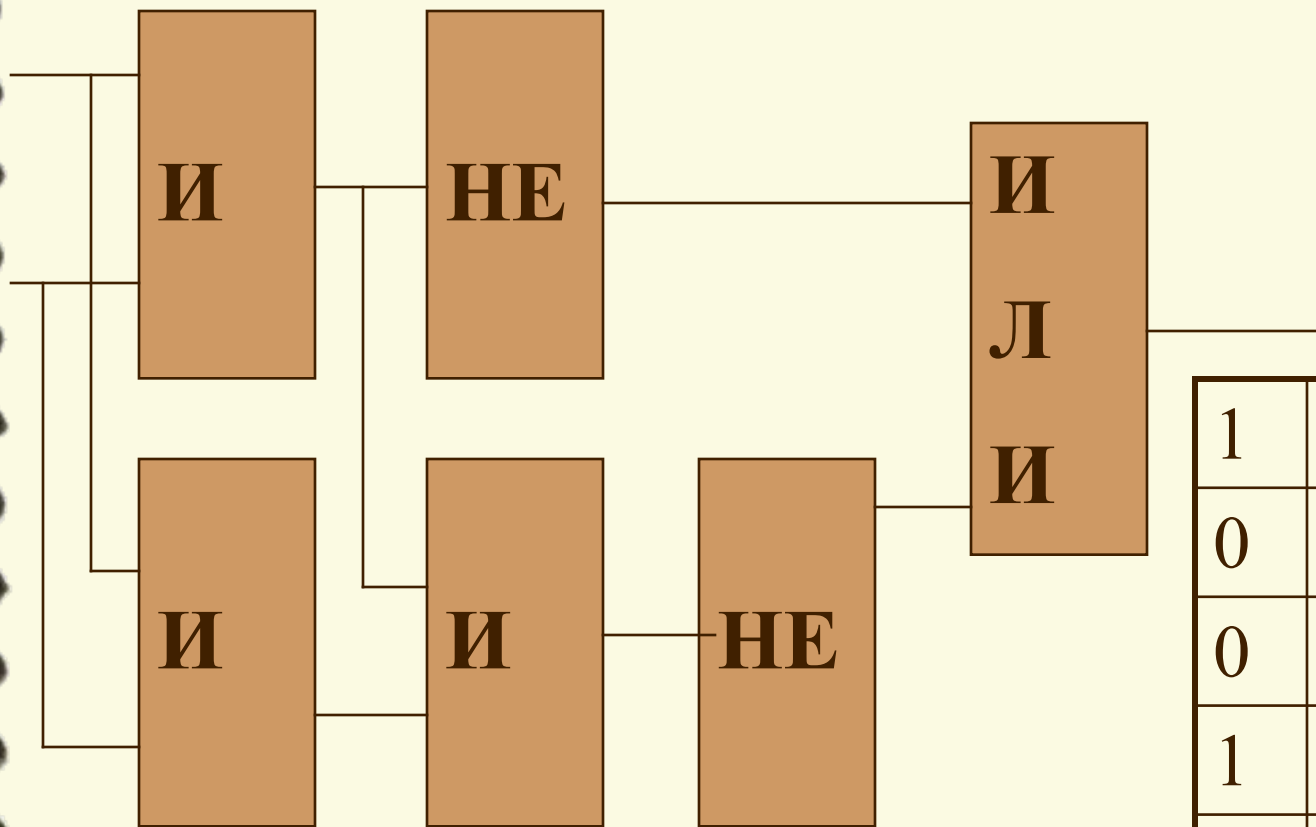
| 1 | 2 | Вых |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Пример №4



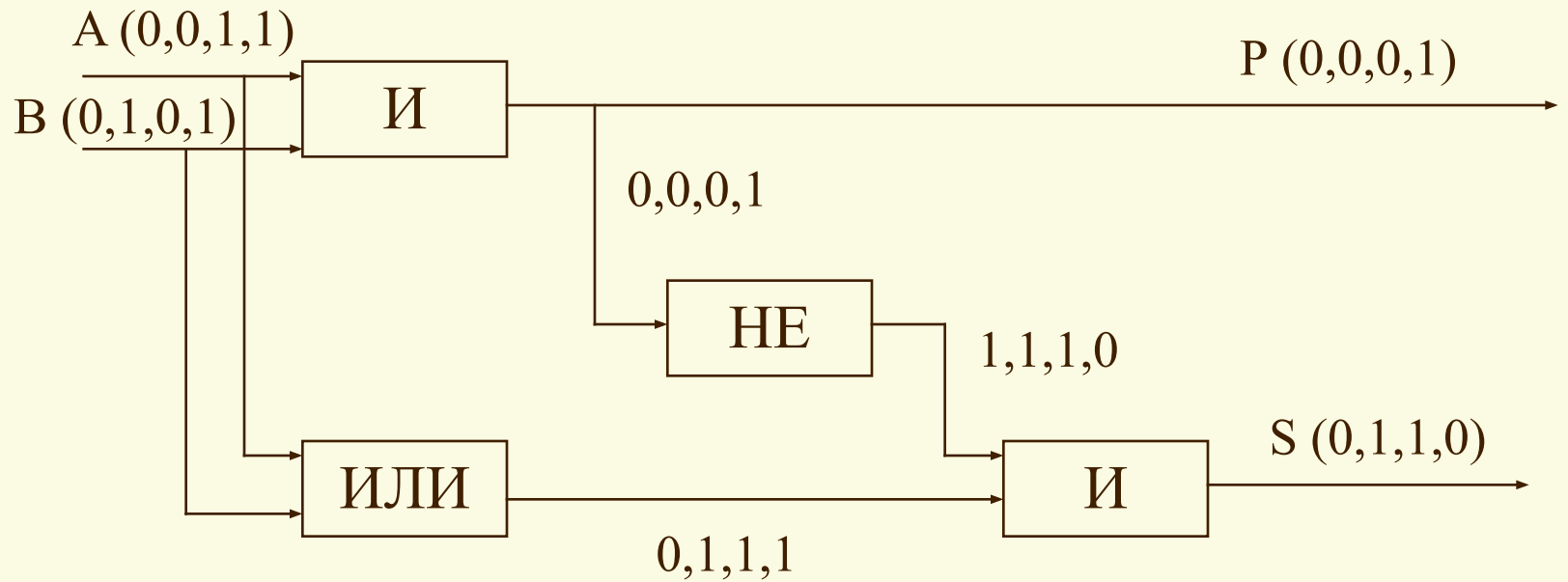
| 1 | 2 | Вых |
|----------|----------|------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

Пример №7



| 1 | 2 | ВЫХ |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Полусумматор двоичных чисел



Пример №8

$$F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\overline{A} \vee C)$$

$$= (A * B) + (\overline{A} + C)$$

| A | B | C | $A \wedge B$ | \overline{A} | $A \vee C$ | F |
|---|---|---|--------------|----------------|------------|---|
| 0 | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | | |
| 0 | 1 | 0 | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | |
| 1 | 0 | 0 | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | |

Пример №8

$$F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \vee C)$$

$$= (A * B) + (\bar{A} + C)$$

| A | B | C | $\bar{A} \wedge B$ | \bar{A} | $A \vee C$ | F |
|---|---|---|--------------------|-----------|------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

Пример №8

$$F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \vee C)$$
$$= (A * B) + (\bar{A} + C)$$

| A | B | C | $\overline{A \wedge B}$ | \bar{A} | $A \vee C$ | F |
|---|---|---|-------------------------|-----------|------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | | |

Пример №8

$$F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\overline{A} \vee C)$$

$$= (A * B) + (\overline{A} + C)$$

| A | B | C | $A \wedge B$ | \overline{A} | $A \vee C$ | F |
|---|---|---|--------------|----------------|------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | |

Пример №8

$$F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \vee C)$$

$$= (A * B) + (\bar{A} + C)$$

| A | B | C | $A \wedge B$ | \bar{A} | $A \vee C$ | F |
|---|---|---|--------------|-----------|------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

Таблица истинности логической функции
 $F=(A \vee B) \& (\overline{A} \vee \overline{B})$

| A | B | $A \vee B$ | \overline{A} | \overline{B} | $\overline{A} \vee \overline{B}$ | $(A \vee B) \& (\overline{A} \vee \overline{B})$ |
|---|---|------------|----------------|----------------|----------------------------------|--|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Таблица истинности логического выражения $\overline{A \& B}$

| A | B | \overline{A} | \overline{B} | $\overline{A \& B}$ |
|---|---|----------------|----------------|---------------------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Таблица истинности логического выражения $\overline{A \vee B}$

| A | B | $A \vee B$ | $\overline{A \vee B}$ |
|---|---|------------|-----------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Закон тождества:** всякое высказывание тождественно самому себе.

$$A=A$$

- **Закон непротиворечия:** высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

$$A \& \bar{A}=1$$

- **Закон исключенного третьего.** Высказывание может быть истинным, либо ложным, третьего не дано.

$$A \vee \bar{A}=1$$

- **Закон двойного отрицания:** если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание.

$$\bar{\bar{A}}=A$$

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Законы Моргана:**

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \ \& \ \bar{B}$$

$$\overline{A \ \& \ B} = \bar{A} \ \vee \ \bar{B}$$

-
- Таблицы истинности совпадают, следовательно, логические выражения равносильны: $\overline{A \& B} = \overline{A} \& \overline{B}$
 - Докажите, используя таблицы истинности, что логические выражения $\overline{\overline{A} \vee \overline{B}}$ и $A \& B$ равносильны

Домашнее задание

- Докажите справедливость первого закона Моргана , используя таблицы истинности.
- Докажите справедливость второго закона Моргана , используя таблицы истинности.

Триггер — важнейшая структурная единица
оперативной памяти компьютера.
(хранит, запоминает и считывает информацию)

