

Системы счисления

§ 7. Системы счисления

§ 8. Двоичная система счисления

§ 9. Восьмеричная система счисления

§ 10. Шестнадцатеричная система счисления

Что такое система счисления?

Система счисления — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — *цифр*, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

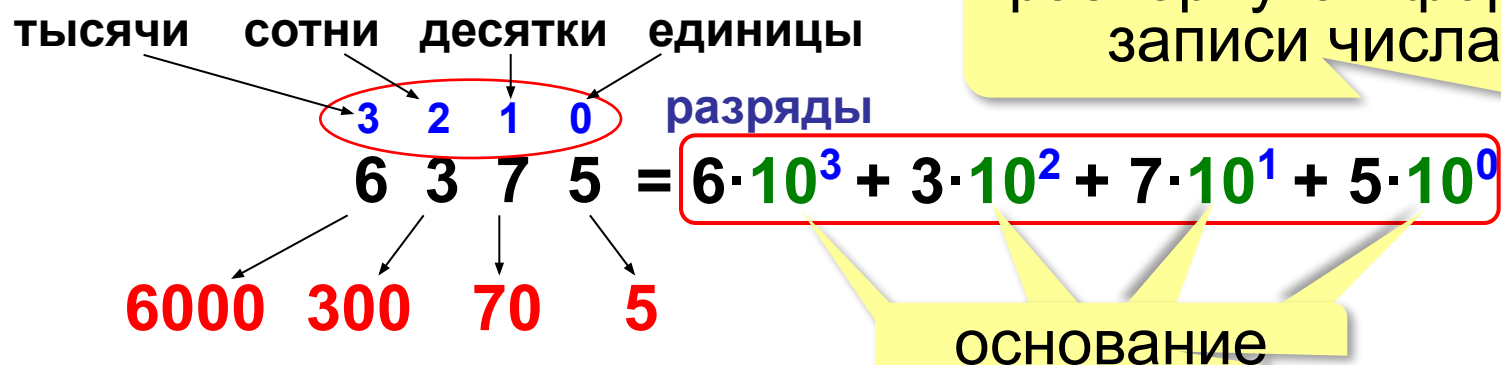
Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления — это такая система, в которой значение цифры не зависит от её места (позиции) в записи числа.

- унарная
- египетская десятичная
- римская
- славянская
- и другие...

Определения

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.



Алфавит системы счисления — это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Другие позиционные системы

- двоичная

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + \cancel{0 \cdot 2^0} = 22$$

- восьмеричная система

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 4 & 5 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 8^2 & 8^1 & 8^0 \end{array} = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 101$$

 $N^0 = 1$

- шестнадцатеричная

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 2 & 3 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 16^2 & 16^1 & 16^0 \end{array} = 1 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 291$$

- и другие...

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 2 & 3 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 5^2 & 5^1 & 5^0 \end{array} = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 38$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 4 & 5 & 6 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 7^2 & 7^1 & 7^0 \end{array} = 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 210$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 5 & 7 & 8 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 8^2 & 8^1 & 8^0 \end{array} = 5 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 8 \cdot 8^0 = 424$$



Перевести числа в 10СС, используя развернутую форму числа

 101110_2 174_8 190_{16} 141_5

Проверочная работа

- Алфавит системы – это ...
- Основание системы счисления - ...
- Системы счисления делятся на ...
- Используя развернутую форму числа переведите числа в 10СС

 123_3 138_9 57_7 111_6 121_2

Системы счисления

§ 2. Двоичная система счисления

Двоичная система счисления

Основание (количество цифр): **2**

Алфавит: **0, 1**

Перевод в десятичную систему

$$2 \rightarrow 10$$

$$\begin{array}{cccccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 \end{array}
 {}_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$10 \rightarrow 2 \quad = 16 + 2 + 1 = 19$$

Выделение степеней числа 2:

$$21 = 16 + 5 = 16 + 4 + 1 = 10101_2$$

$$\begin{array}{cccc}
 2^4 & & 2^4 & 2^2 & 2^0 \\
 \text{[]} & & \text{[]} & \text{[]} & \text{[]}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 21 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + \\
 1 \cdot 2^0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Выделение степеней числа 2

77 **10** → **2**

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
				1	0	0	1	1	0	1

$$77 = 64 + 8 + 4 + 1$$

$$77 = 1001101_2$$

Другой способ

$$\begin{array}{cccccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 \end{array}
 {}_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 +$$

$$= 1 \cdot (2^0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) \cdot 2 + 1$$



Какое число?

делится на 2

остаток от
деления на 2

$$1001_2 = 1001_2 : 2$$

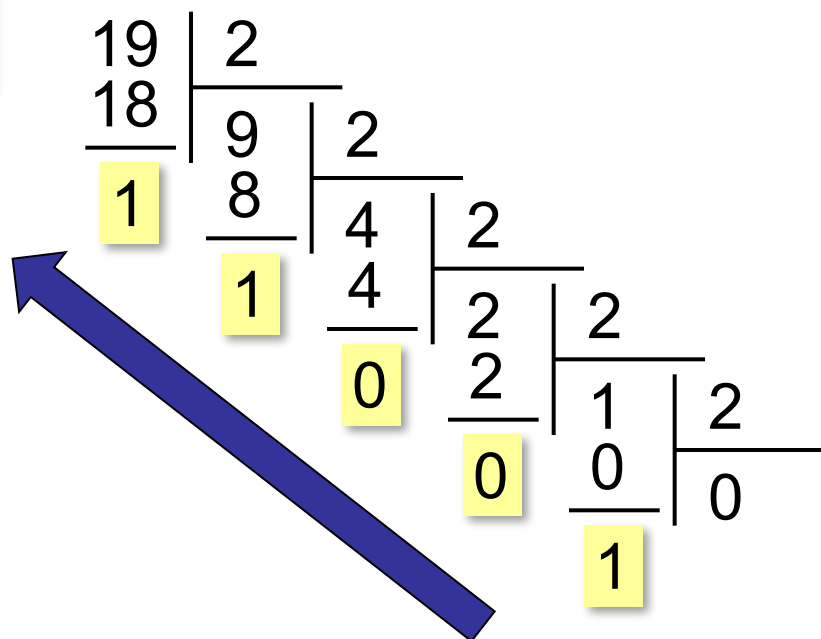
деление
нацело



Последняя цифра
двоичной записи
числа = остатку от
его деления на 2!

Другой способ

10 → 2



$$19 = 10011_2$$



Какое определить, что число чётное?

Системы счисления

§ 3. Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7



Что неправильно?

3275_8

~~6986_8~~

~~5482_8~~

~~319_8~~

Из восьмеричной в десятичную

8 → 10

2 1 0 разряды

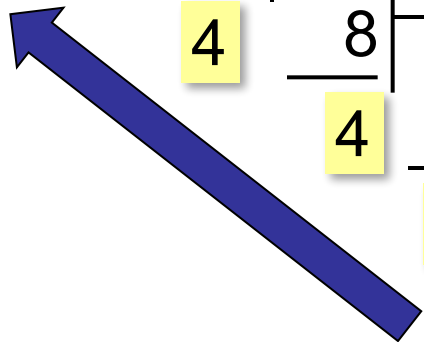
$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

Восьмеричная система счисления

10 → 8

$$\begin{array}{r|l}
 100 & 8 \\
 \hline
 96 & 12 \\
 \hline
 4 & 8 \\
 \hline
 & 4 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 0 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$



СВЯЗЬ С ДВОИЧНОЙ СИСТЕМОЙ

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как **три** двоичных (*триада*)!

$$1625_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{110}_6 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

0	1	2	3	4	5	6	7
000	001	010	011	100	101	110	111

Перевод из двоичной в восьмеричную

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

$1\ 1\ 3\ 5\ 7$

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

СВЯЗЬ С ДВОИЧНОЙ СИСТЕМОЙ

Переведите в двоичную систему:

$$375_8 =$$

$$5246_8 =$$

Переведите в восьмеричную систему:

$$1010011_2 =$$

$$10101100_2 =$$