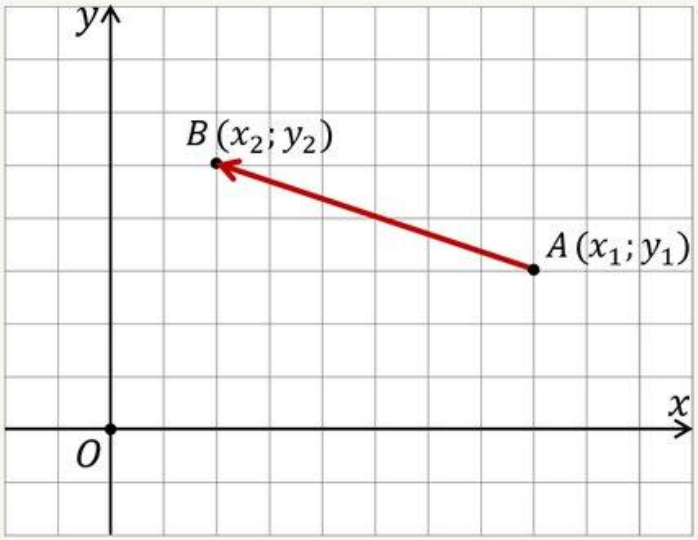
Простейшие задачи в координатах

9 класс

Координаты вектора

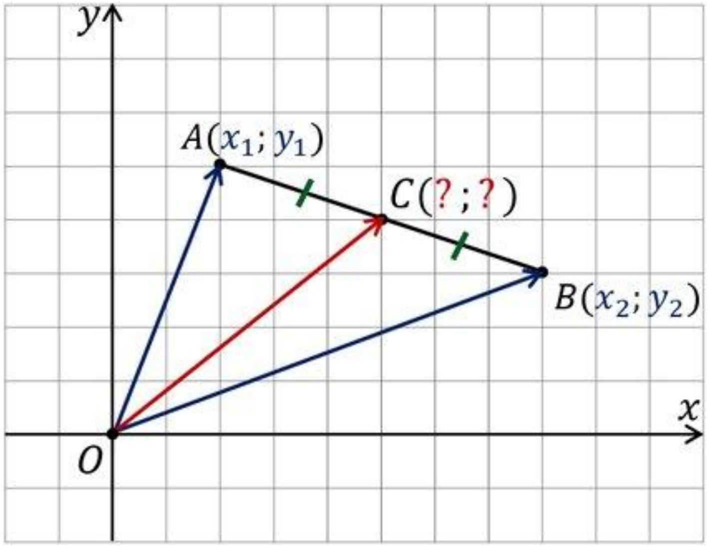


$\overrightarrow{AB}\ \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$

Каждая координата вектора равна
разности соответствующих координат его конца и начала.

Координаты середины отрезка

1. Определение координат середины отрезка



$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$\overrightarrow{OA}$ – радиус-вектор точки A

$\overrightarrow{OB}$ – радиус-вектор точки B

$\overrightarrow{OA}$ $\{x_1; y_1\}$

$\overrightarrow{OB}$ $\{x_2; y_2\}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ $\{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$

$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ $\left\{\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right\}$

Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

$\overrightarrow{OC}$ $C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Решение задач

найти координаты середины отрезка:

С(-5,17) Д(2,33);

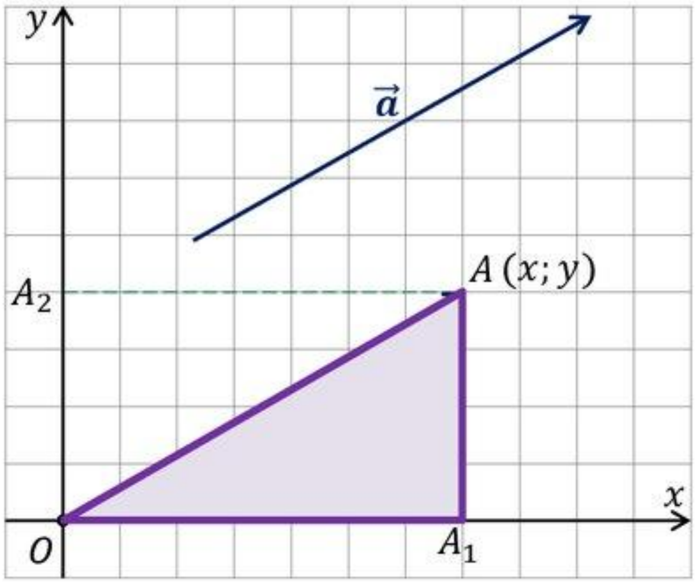
В(-4) С(3)

А (-1) В (9)

М(-15) К (29)

Длина вектора

2. Вычисление длины вектора по его координатам



$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

$A(x; y) \implies \overrightarrow{OA}\,\{x; y\}$ $\qquad$ $\vec{\boldsymbol{a}}\,\{\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}\}$

$OA_1 = |x|$

$A_1A = OA_2 = |y|$

$OA^2 = OA_1{}^2 + A_1A^2 \implies OA = \sqrt{OA_1{}^2 + A_1A^2}$

$OA = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\overrightarrow{OA} = \vec{a} \implies |\overrightarrow{OA}| = |\vec{a}| \implies OA = |\vec{a}|$

$|\vec{\boldsymbol{a}}| = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$

Длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

$$\vec{\boldsymbol{a}}\,\{\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}\} \implies |\vec{\boldsymbol{a}}| = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$$

Найти длину вектора

а) $\vec{a}\{5;9\}$; $\quad |\vec{a}| = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$

б) $\vec{b}\{-3;4\}$; $\quad |\vec{b}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

в) $\vec{c}\{-10;-10\}$; $\quad |\vec{c}| = \sqrt{100+100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

Расстояние между точками

3. Определение расстояния между двумя точками

$$\overrightarrow{M_1M_2}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

$$\left|\overrightarrow{M_1M_2}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{M_1M_2}\right| = M_1M_2 = d$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Найти расстояние между точками

1. $A(6;-5)$, $B(10;-8)$

$$AB=\sqrt{(10-6)^2+(-8-(-5))^2}=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{25}=5$$

2. $A(-2;-1)$, $B(6;5)$

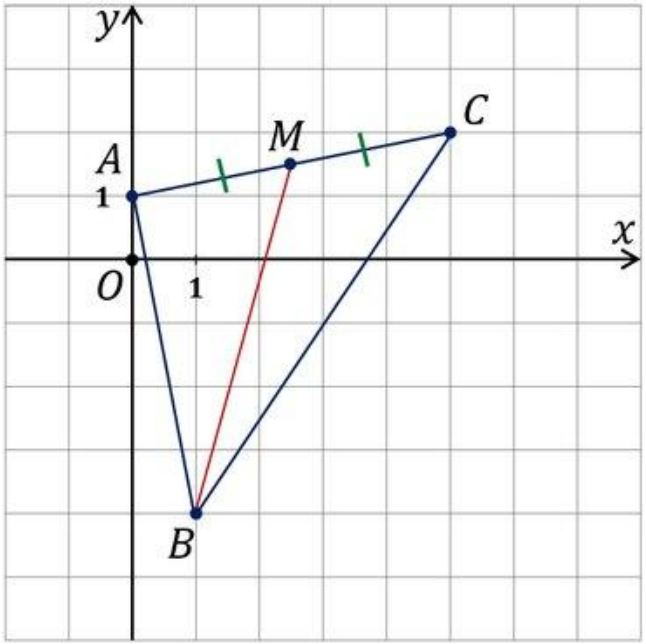
$$AB=\sqrt{(6-(-2))^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$$

3. $A(5;13)$, $B(5;12)$

$$AB=\sqrt{(5-5)^2+(12-13)^2}=\sqrt{0^2+(-1)^2}=\sqrt{1}=1$$

Решение задач

Задача. Найти длину медианы BM треугольника ABC, если $A(0;1)$, $B(1;-4)$, $C(5;2)$.



Решение.

$$M\left(\frac{5+0}{2};\frac{2+1}{2}\right) \Leftrightarrow M\,(2{,}5;1{,}5)$$

$$\overrightarrow{BM}\,\{2{,}5-1;1{,}5-(-4)\} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}\,\{1{,}5;5{,}5\}$$

$$|\overrightarrow{BM}| = \sqrt{(1{,}5)^2+(5{,}5)^2} = \sqrt{2{,}25+30{,}25} = \sqrt{32{,}5}$$

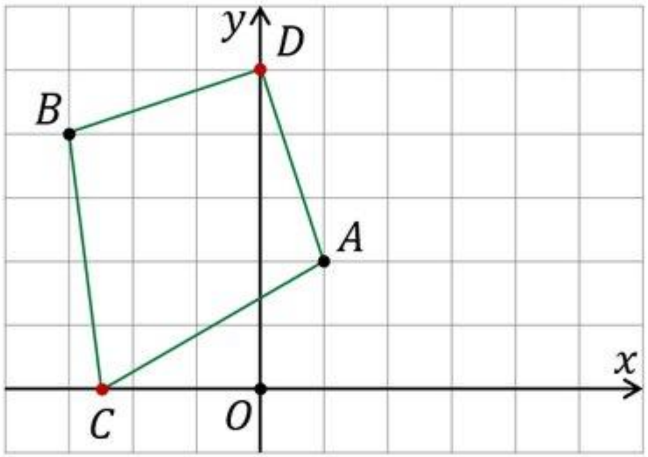
$$\sqrt{32{,}5} = \sqrt{25\cdot 1{,}3} = 5\sqrt{1{,}3}$$

$$|\overrightarrow{BM}| = BM = 5\sqrt{1{,}3}$$

Решение задач

Задача. На оси Ox и на оси Oy найти точки равноудалённые от точек $A(1;2)$ и $B(-3;4)$.

Решение.



$C(x;0)$

$AC = BC$

$\sqrt{(x-1)^2+(0-2)^2} = \sqrt{(x-(-3))^2+(0-4)^2}$

$(x-1)^2+(0-2)^2 = (x-(-3))^2+(0-4)^2$

$x^2-2x+1+4 = x^2+6x+9+16$

$-8x = 20 \quad \Rightarrow \quad x = -2{,}5$ $\qquad$ $\boldsymbol{C(-2,5;0)}$

$D(0;y)$

$AD = BD$

$\sqrt{(0-1)^2+(y-2)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2+(y-4)^2}$

$(0-1)^2+(y-2)^2 = (0-(-3))^2+(y-4)^2$

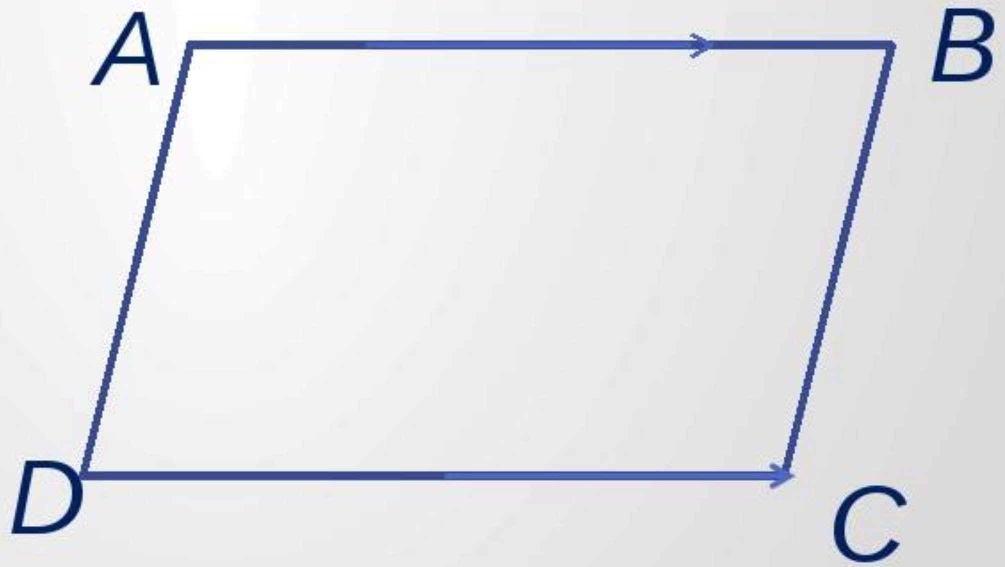
$1+y^2-4x+4 = +9+y^2-8x+16$

$4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = 5$ $\qquad$ $\boldsymbol{D(0;5)}$

Ответ: $C(-2{,}5;0)$, $D(0;5)$.

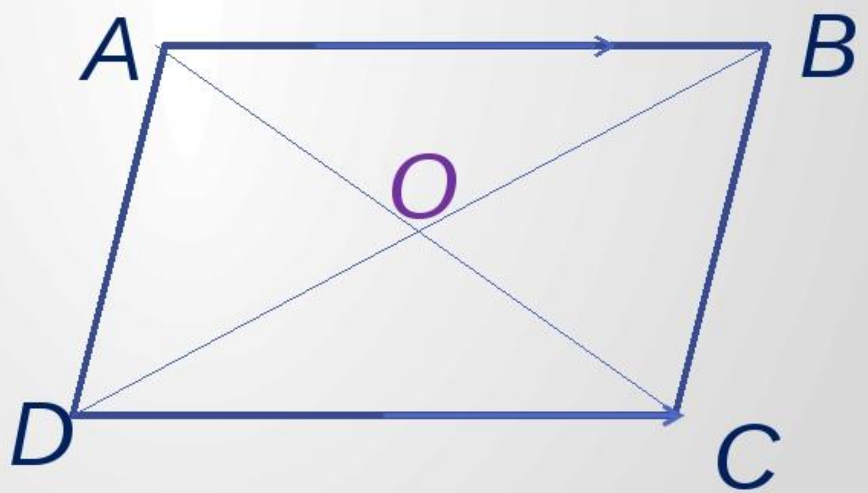
Решение задач

Найдите координаты вершины B параллелограмма $ABCD$, если $A(0; 0)$, $C(5; 7)$, $D(3; 0)$.



Решение задач

ABCD – параллелограмм. *A* (–4; 1), *B* (–2; 5), *C* (6; 3).
Найдите координаты вершины *D* и точки пересечения диагоналей. Вычислите периметр параллелограмма.



Решение задач

1. Найдите координаты середины отрезка MN, если:
   1) $M(4; 3)$, $N(6; 1)$;
   2) $M(-3; -2)$, $N(-1; 4)$;
   3) $M(-4; -5)$, $N(-1; 4)$.
2. Точка C — середина отрезка AB. Найдите координаты точки B, если $A(-3; 8)$, $C(-5; 4)$.
3. В треугольнике ABC $A(3; -1)$, $B(-5; 7)$, $C(1; 5)$. Найдите длину средней линии KP треугольника ABC, где точки K и P — середины сторон AB и BC соответственно.
4. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на осях координат, а его серединой является точка $M(-4; 3)$.