ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ В ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

ЭДС каждой фазы трехфазного трансформатора или трехфазного генератора часто оказываются несинусоидальными. Каждая ЭДС (e_A, e_B, e_C) повторяет по форме остальные со сдвигом на одну треть периода (T/3) и может быть разложена на гармоники. Постоянная составляющая обычно отсутствует.

Пусть **k**–я гармоника ЭДС фазы **A**

$$e_{kA} = E_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k).$$

Так как ЭДС фазы B отстает от ЭДС фазы A на T/3, а ЭДС фазы C опережает ЭДС фазы A на T/3, то ЭДС фаз B и C гармоники k соответственно равны:

$$e_{kB} = E_{km}\sin(k\omega(t - \frac{T}{3}) + \psi_k) = E_{km}\sin(k\omega t - \frac{2\pi}{3}k + \psi_k);$$

$$e_{kC} = E_{km}\sin(k\omega t + \frac{2\pi}{3}k + \psi_k);$$

$$k\omega T_3 = k\frac{2\pi T}{T3} = k\frac{2\pi}{3}$$

Если **k** = 1, 4, 7, 10, то ЭДС фазы **B** гармоники **k** отстает на 120o от ЭДС фазы A гармоники. Следовательно, чередование фаз гармоник 4-, 7-, 10-й такое же, как у первой гармоники, т.е. прямое чередование фаз. Эту совокупность гармоник принято называть ***прямой*** последовательностью (рис. 1.13).

Если k = 2, 5, 8, 11, то **k**–я гармоника ЭДС фазы **B** опережает

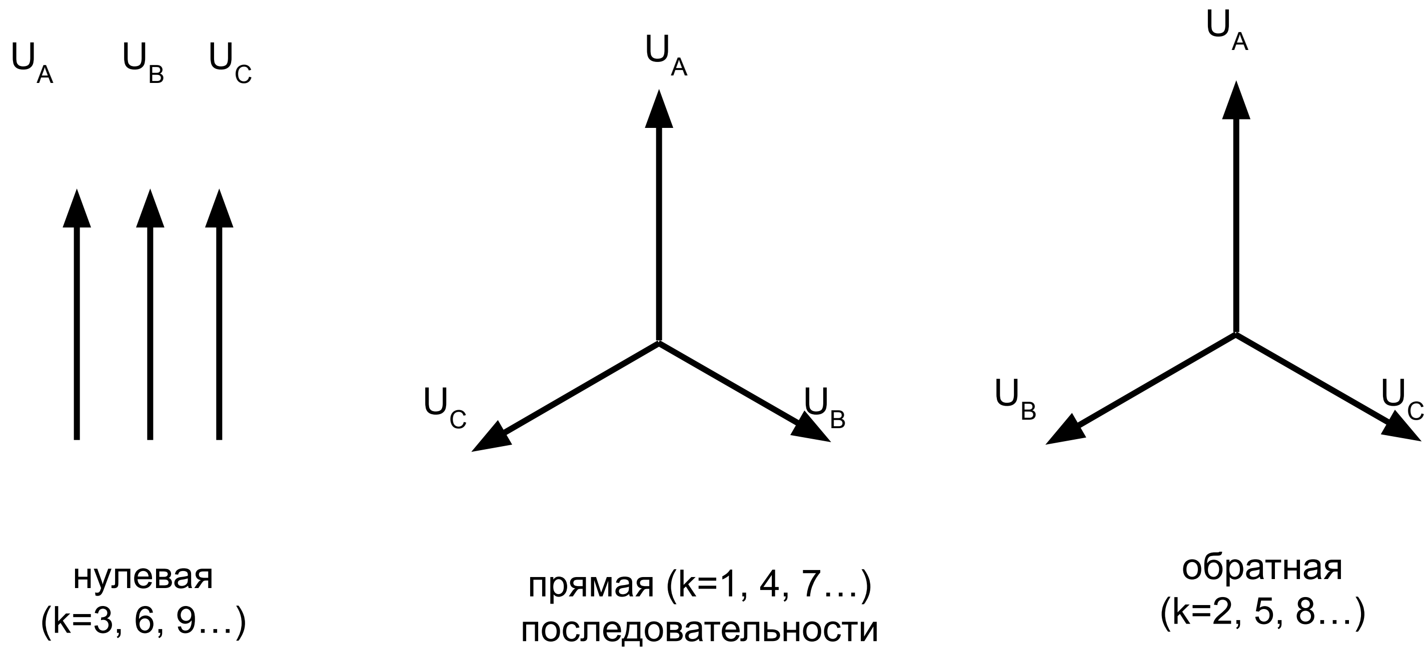
k–ю гармонику ЭДС фазы **A** на угол $\frac{2\pi}{3}$. Т.е. трехфазные

системы этих гармоник имеют обратное чередование фаз. По аналогии с прямой последовательностью эту группу гармоник называют гармониками ***обратной*** последовательности.

Гармоники, кратные трем (k = 3, 6, 9,...), образуют систему ***нулевой*** последовательности, т.е. третьи гармоники ЭДС

всех трех фаз совпадают по фазе – $3 \cdot \frac{2\pi}{3} = 2\pi$:

$$e_{3A} = e_{3B} = e_{3C} = E_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3).$$



U_A U_B U_C
нулевая
(k=3, 6, 9…)
U_A U_B U_C
прямая (k=1, 4, 7…)
последовательности
U_A U_B U_C
обратная
(k=2, 5, 8…)

Рис.1.13.

Рассмотрим особенности работы трехфазных систем, вызываемые гармониками, кратными трем.

1. При соединении обмоток трехфазного генератора (трехфазного трансформатора) треугольником (рис. 1.15, а) даже при отсутствии внешней нагрузки по ним протекают токи гармоник, кратных трем. Алгебраическая сумма ЭДС третьих гармоник равна $3E_3$. (Алгебраическая сумма первых гармоник ЭДС и всех гармоник ЭДС, не кратных трем, которые образуют систему ***прямой*** или ***обратной*** последовательности, равна нулю, поэтому от действия этих гармоник при отсутствии нагрузки по замкнутому треугольнику ток протекать не будет.) Если сопротивление обмотки каждой фазы для третьей гармоники равно $\mathbf{Z_3}$, то ток третьей гармоники в треугольнике $\mathbf{I_3 = 3E_3/3Z_3 = E_3/Z_3}$. Аналогично, ток шестой гармоники $\mathbf{I_6 = E_6/Z_6}$, где $\mathbf{E_6}$ – действующее значение фазной ЭДС шестой гармоники, а $\mathbf{Z_6}$ – сопротивление фазы для шестой гармоники.

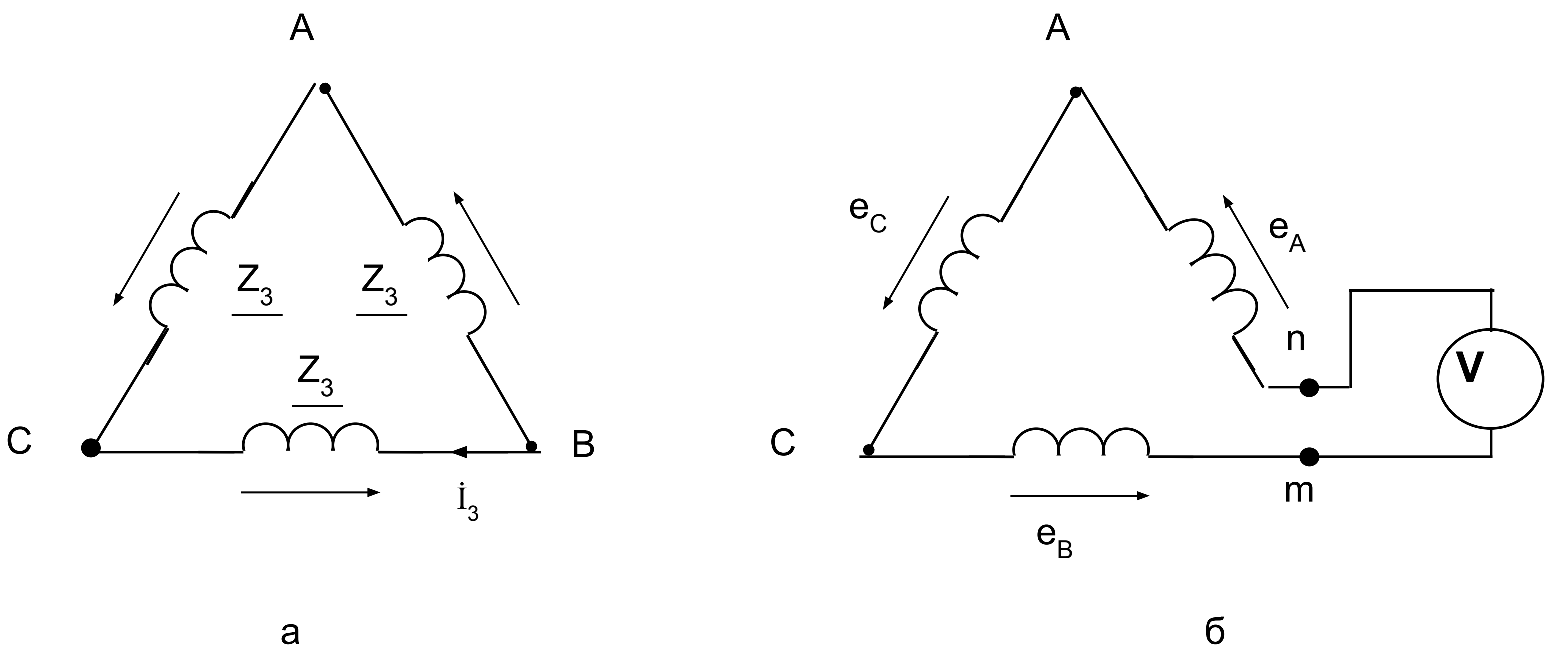


Рис. 1.15.

Действующее значение тока, протекающего по замкнутому треугольнику в схеме на рис. 1.15, а:

$$I = \sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + ...}$$

Так как токи нулевой последовательности во всех трех обмотках одинаковы, то на основании первого закона Кирхгофа получаем очень важное следствие: ***токи нулевой последовательности не покидают обмоток, соединенных треугольником, т.е. в линейных проводах, подключенных к треугольнику, токов нулевой последовательности нет***.

2. Если соединить обмотки трехфазного генератора (трехфазного трансформатора) в открытый треугольник (рис. 1.15, б), то при наличии в фазных ЭДС гармоник, кратных трем, на зажимах **m – n** будет напряжение, равное сумме ЭДС этих гармоник:

$$u_{mn} = 3E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) + 3E_{6m}\sin(6\omega t + \psi_6) + \ldots$$

Действующее значение этого напряжения, измеренное вольтметром электродинамической или электромагнитной системы, будет равно

$$U = 3\sqrt{E_3^2 + E_6^2 + E_9^2 + \ldots}$$

3. В линейных напряжениях независимо от того, звездой или треугольником соединены обмотки генератора (трансформатора), гармоники, кратные трем, при симметричной нагрузке отсутствуют.

Рассмотрим сначала схему соединения трехфазного источника ЭДС треугольником (рис. 1.15, а) при отсутствии внешней нагрузки. Обозначив ϕ_{A3} потенциал точки **A**, ϕ_{B3} – потенциал точки **B** третьей гармонике, получим $\boldsymbol{\phi_{B3} = \phi_{A3} + E_3 - I_3 Z_3}$. Но $\boldsymbol{E_3 = I_3 Z_3}$, следовательно, $\boldsymbol{\phi_{A3} = \phi_{B3}}$. При наличии равномерной нагрузки, соединенной треугольником, каждая фаза генератора (трансформатора) и параллельно ей присоединенная нагрузка могут быть заменены эквивалентной ветвью с некоторой ЭДС E'_3 и сопротивлением Z'_3. На полученную схему можно распространить вывод, сделанный для случая отсутствия внешней нагрузки.

При соединении трехфазного источника ЭДС звездой (рис. 1.16) линейное напряжение равно разности соответствующих фазных напряжений. Так как напряжения третьих гармоник в фазных напряжениях равны и совпадают по фазе, то их разность равна нулю. Таким образом, как при соединении обмоток генератора как треугольником, так и звездой ***в линейных напряжениях отсутствуют гармоники, кратные трем*.**

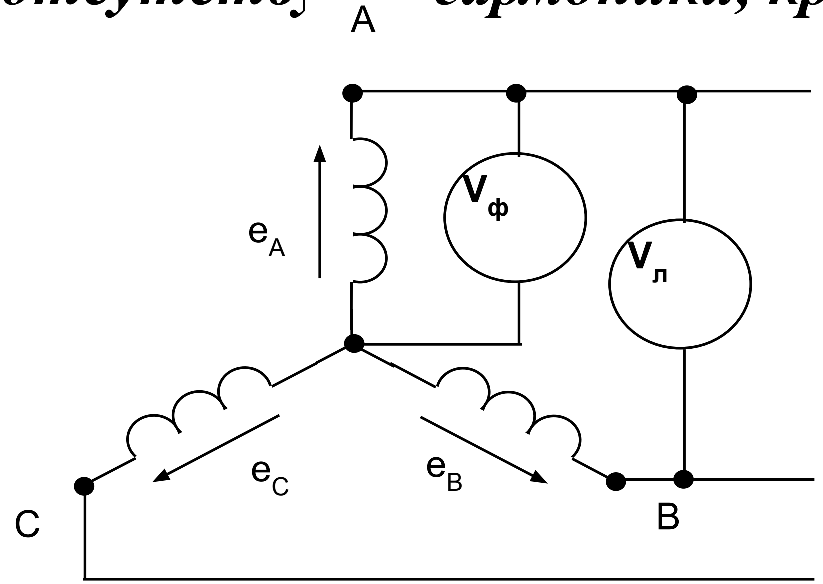


Рис. 1.16

Из этого получаем второе важное следствие: так как в линейных напряжениях отсутствуют гармоники, кратные трем, в ***сопротивлениях нагрузок, соединенных треугольником, отсутствуют токи нулевой последовательности.***

В фазном напряжении могут присутствовать все гармоники (постоянная составляющая обычно отсутствует). Следовательно, действующее значение фазного напряжения

$$U_{ф} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + ...}$$

Поскольку в линейном напряжении схемы (рис.1.16) отсутствуют гармоники, кратные трем, то

$$U_{л} = \sqrt{3}\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2 + U_5^2 + ...}$$

Поэтому при наличии гармоник, кратных трем, отношение

$$U_1 / U_{ф} < \sqrt{3}$$

4. При соединении генератора и симметричной нагрузки звездой и отсутствии нулевого провода токи третьих и других гармоник нулевой последовательности не могут протекать по линейным проводам. Это следует из первого закона Кирхгофа. Так как направление токов нулевой последовательности в трех фазах одинаковое, без четвертого провода алгебраическая сумма токов не может быть равной нулю. Поэтому между нулевыми точками приемника **0'** и генератора **0** (рис.1.17 при $\mathbf{Z_0} = \infty$) имеется напряжение

$$u_{0'0} = E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) + E_{6m}\sin(6\omega t + \psi_6) + ...,$$

действующее значение которого

$$U_{0'0} = \sqrt{\frac{E_{3m}^2}{2} + \frac{E_{6m}^2}{2} + ...}$$

5. При соединении генератора, который генерирует ЭДС третьей гармоники, и нагрузки звездой с нулевым проводом (рис. 1.17), при одинаковых сопротивлениях фаз по нулевому проводу будет протекать ток третьей гармоники. Если для третьей гармоники сопротивление нагрузки обозначить а сопротивление нулевого провода то ток третьей гармоники

$$\dot{I}_{03} = \frac{\dot{E}_3}{\underline{Z}_{03} + \frac{\underline{Z}_{н3}}{3}}.$$

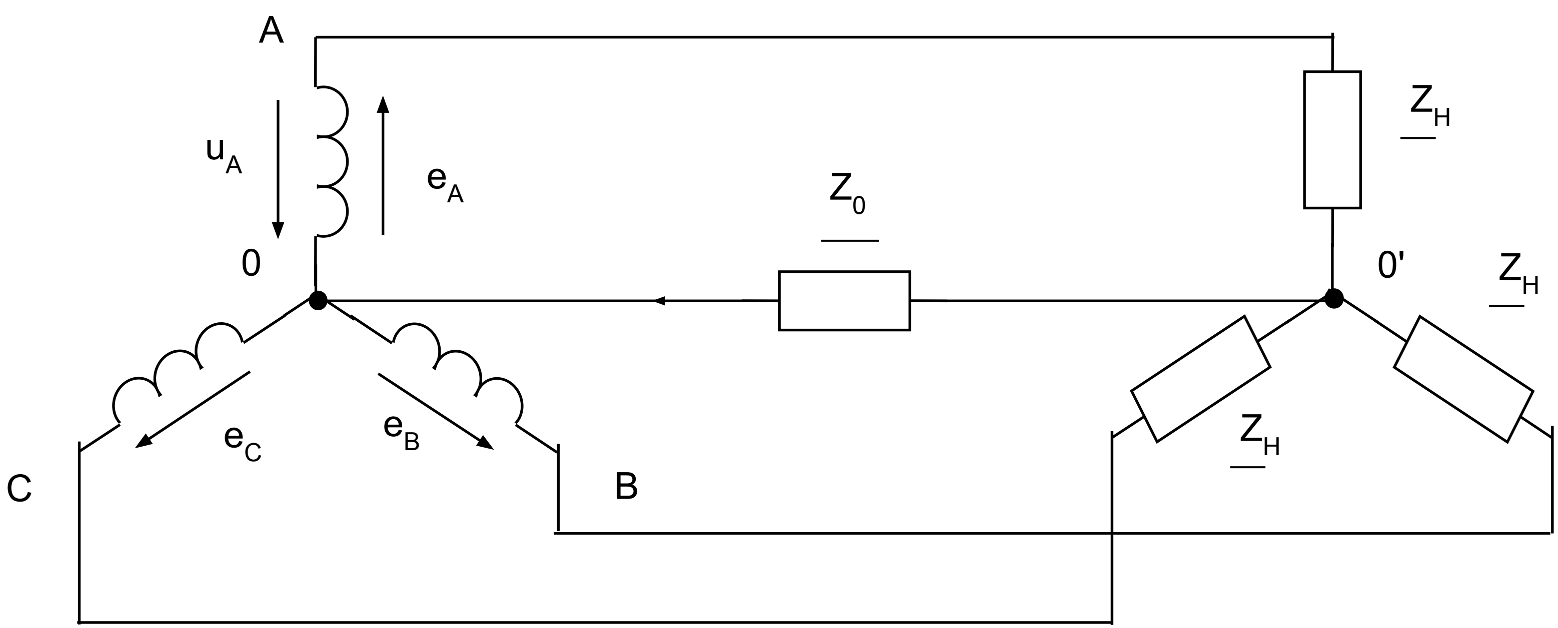


Рис. 1.17

По каждому из линейных проводов будет протекать ток третьей гармоники Аналогично вычисляются токи и других гармоник, кратных трем.

БИЕНИЯ

Колебательный процесс, получающийся в результате сложения двух синусоидальных колебаний с равными амплитудами и близкими, но не равными частотами **ω1** и **ω2**, дает колебание, которое называют **биением**. Пусть

$$f(t) = A\sin(\omega_1 t) + A\sin(\omega_2 t).$$

Воспользуемся известным тригонометрическим преобразованием

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Следовательно, **f(t)** можно представить как:

$$f(t) = 2A\cos(\Omega t)\sin(\omega t),$$

где

$$\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, \quad \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (\Omega << \omega).$$

График результирующего колебания изображен на рис. 1.19. Амплитуда колебания изменяется по закону **2Acos(Wt)**. Огибающая колебаний нанесена пунктиром.

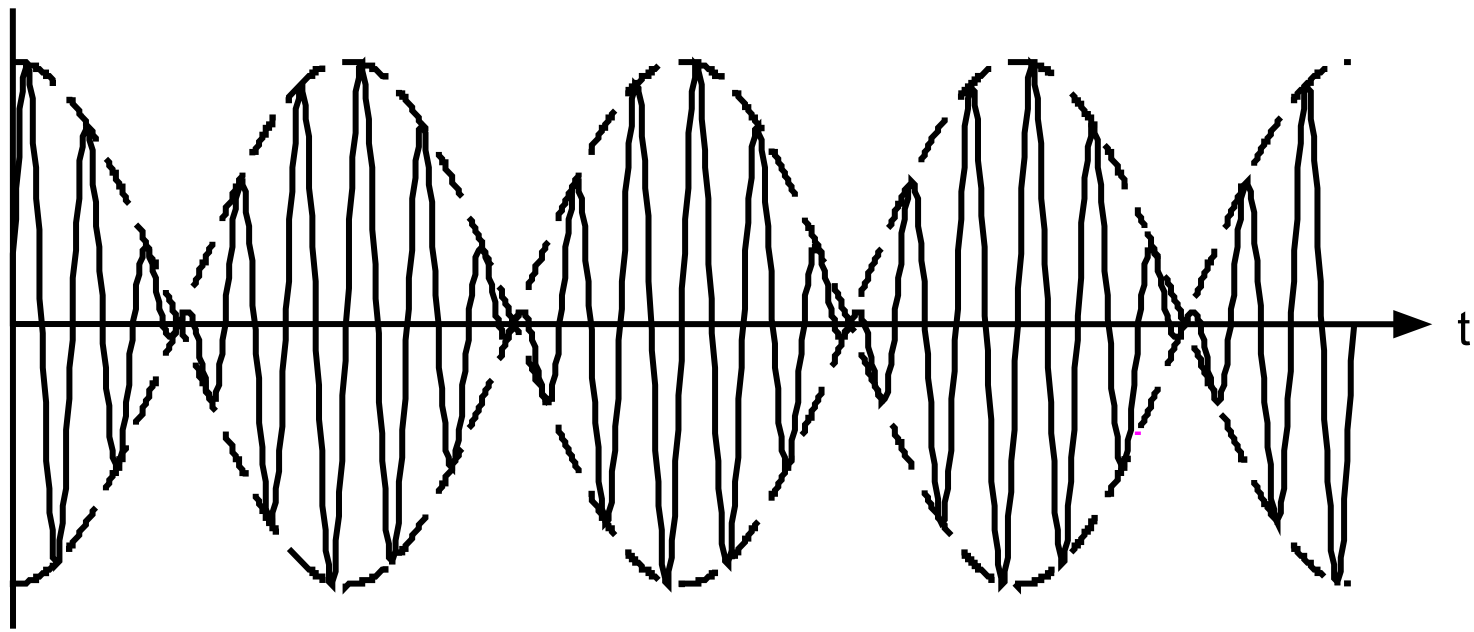


Рис 1.19

МОДУЛИРОВАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

При передаче информации широко применяют модулированные колебания. Модулированным колебанием **$f(t) = A\sin(\omega t+\psi)$** называют колебание, в котором амплитуда **A**, частота **ω**, фаза **ψ** или и те и другие вместе изменяются во времени.

Колебание, в котором ***изменяется*** только амплитуда **A**, а угловая частота **ω** и фаза **ψ** неизменны, называют **колебанием, модулированным по амплитуде**.

Колебание с ***изменяющейся*** угловой частотой **ω**, но неизменными амплитудой **A** и фазой **ψ**, называют **колебанием, модулированным по частоте**.

Колебание, в котором ***изменяется*** только фаза **ψ**, а амплитуда **A** и угловая частота **ω** неизменны, называют **колебанием, модулированным по фазе**.

Простейшим амплитудно-модулированным (АМ) является колебание, в котором амплитуда изменяется по закону синуса:

$$f(t) = A_0\left[1 + m\sin(\Omega t)\right]\sin(\omega t + \psi),$$

где **m** – глубина модуляции (как правило, **m < 1**);

Ω — частота модуляции (**Ω<<ω**).

График АМ–колебания приведен на рис. 1.20, а (огибающая показана пунктиром).

Если воспользоваться известным из тригонометрии тождеством

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta),$$

то АМ–колебание можно представить в виде суммы трех колебаний:

$$f(t) = A_0\sin(\omega t+\psi) + \frac{mA_0}{2}\cos((\omega-\Omega)t+\psi) - \frac{mA_0}{2}\cos((\omega+\Omega)t+\psi).$$

Частоту $\boldsymbol{\omega_0}$ называют **несущей**, а частоты ($\boldsymbol{\omega_0}$**-Ω**) и ($\boldsymbol{\omega_0}$ **+ Ω**) – соответственно нижней и верхней **боковыми**. ***Спектр*** АМ-колебания изображен на рис. 1.20, б. Действующее значение функции **f(t)** в соответствии с формулой (1.25) равно

$$\frac{A_0}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{m^2}{2}}$$

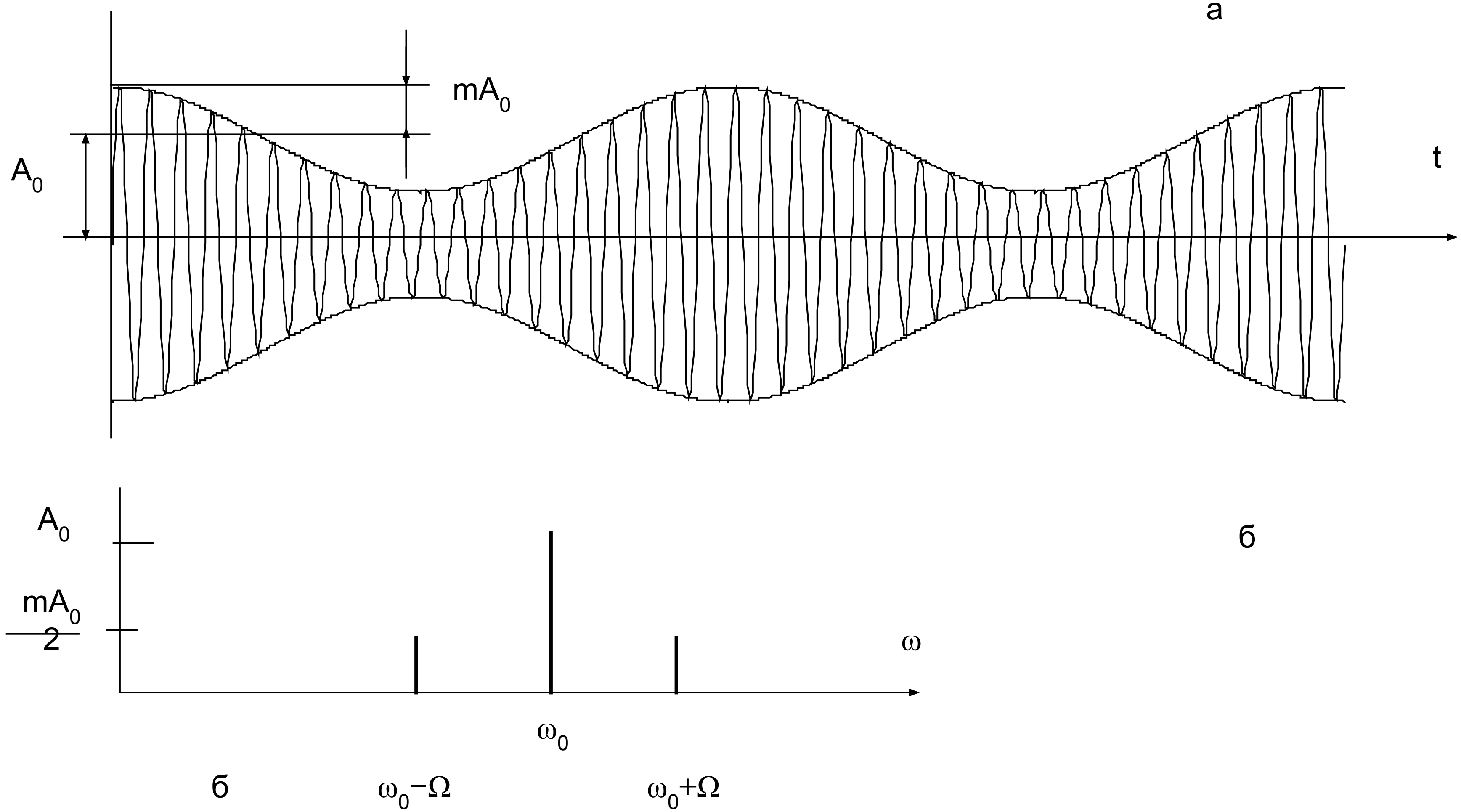


Рис. 1.20