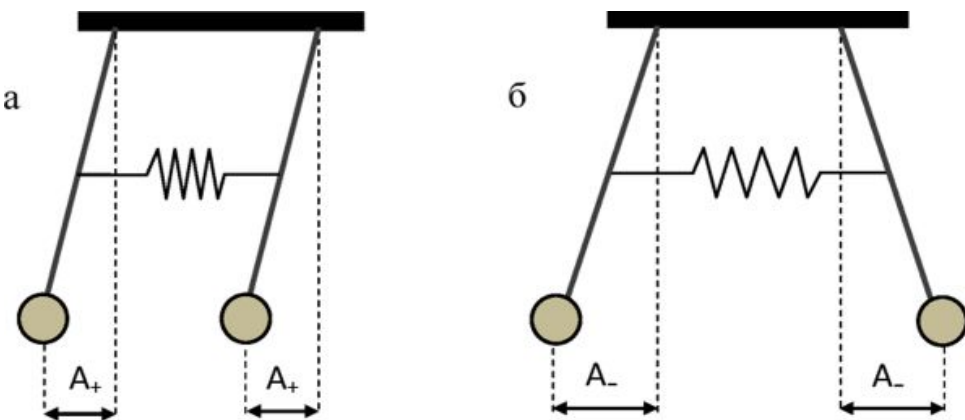


# Компьютерное моделирование колебания связного маятника

ГБОУ «Средняя школа №8 города Жодино»

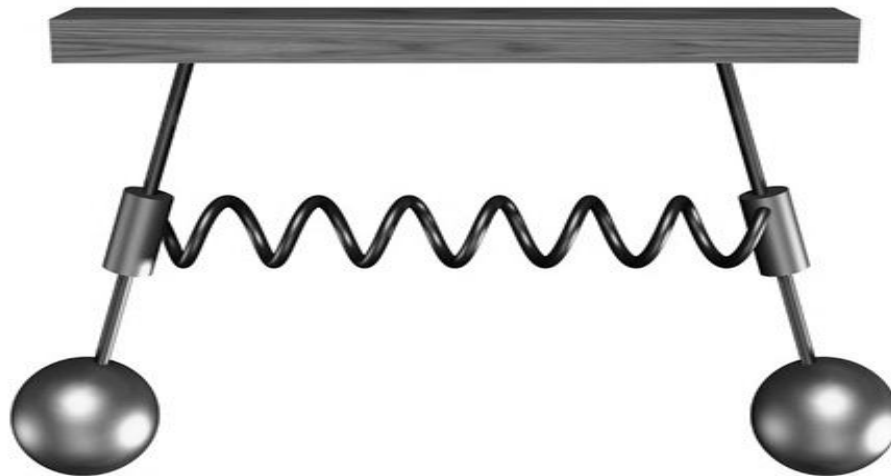


Выполнили:  
Буславский Тимофей Алексеевич,  
Костюк Артем Александрович  
учащиеся 9 класса

Руководитель Денискин  
Евгений Вадимович, учитель физики

# Определение связанных маятников

---



# Цель и задачи работы

---

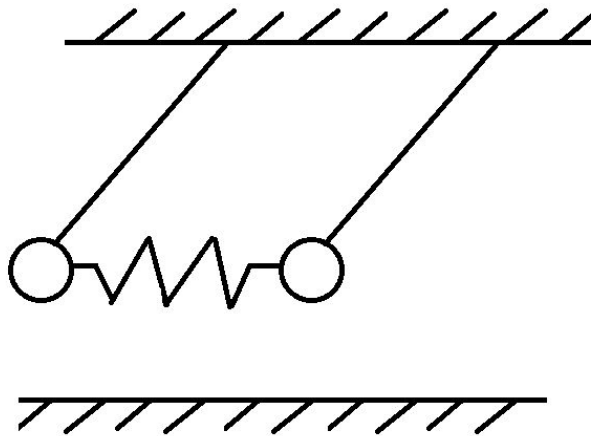
**Целью нашей работы:** является разработка компьютерной модели системы колеблющихся двух математически связанных маятников. Для решения цели мы поставили следующие задачи:

- **Разработать теоретические модели колебаний маятника, для разных режимов колебаний**
- **Найти условия возникновения различных колебательных режимов**
- **Создать компьютерную программа в Excel и на C++, которая моделирует наши колебания**
- **Результаты работы программ и моделей проверить на эксперименте**

# Теоретическая часть

---

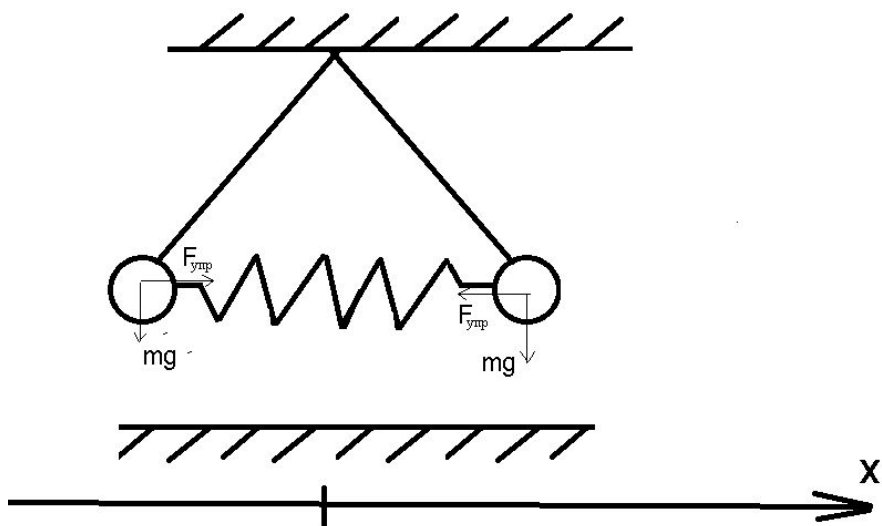
Первый режим колебаний



$$T_{\text{синх}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

# Теоретическая часть

## Второй режим колебаний

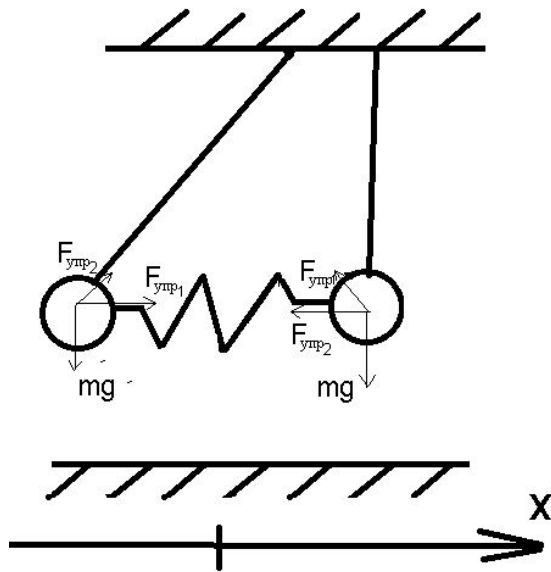


$$a = \frac{2kx}{m} + g \frac{x}{l} \quad (2)$$

$$T_{\text{асинх}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m} + \frac{g}{l}}} \quad (3)$$

# Теоретическая часть

Третий режим колебаний-суперпозиция первых двух



$$\begin{cases} k(x_2 - x_1) + \frac{mgx_1}{l} = ma_1 \\ k(x_1 - x_2) + \frac{mgx_2}{l} = ma_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x_+ &= x_1 + x_2 \\ x_- &= x_2 - x_1 \end{aligned} \quad (5)$$

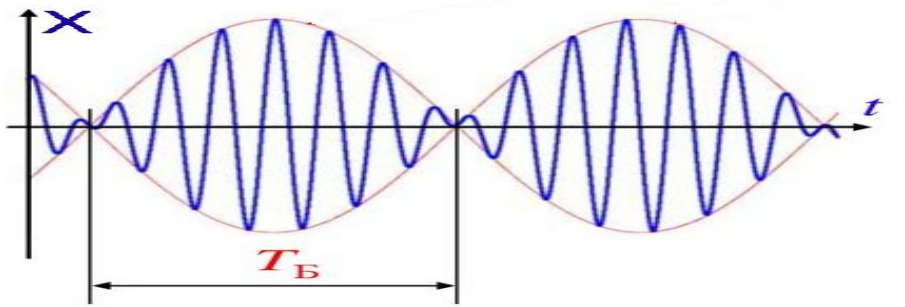
$$\begin{cases} \frac{mgx_+}{l} = ma_+ \\ 2k\Delta x + mg\Delta x = ma_- \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{A\cos(\omega_{\text{синхр}}t) + A\cos(\omega_{\text{асинхр}}t)}{2} \\ x_2 = \frac{A\cos(\omega_{\text{синхр}}t) - A\cos(\omega_{\text{асинхр}}t)}{2} \end{cases} \quad (7)$$

$$x_1 = A\cos\left(\frac{\omega_{\text{синхр}} + \omega_{\text{асинхр}}}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_{\text{синхр}} - \omega_{\text{асинхр}}}{2}t\right) \quad (8)$$

# Биения

---



$$x_1 = A \cos\left(\frac{\omega_{\text{синхр}} - \omega_{\text{асинхр}}}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_{\text{синхр}} + \omega_{\text{асинхр}}}{2} t\right) \quad (8)$$

$A \cos\left(\frac{\omega_{\text{синхр}} - \omega_{\text{асинхр}}}{2} t\right)$  изменение амплитуды,  $\omega_{\text{синхр}}$  и  $\omega_{\text{асинхр}}$  близки друг к другу, то амплитуда будет меняться медленно  $\frac{\omega_{\text{синхр}} + \omega_{\text{асинхр}}}{2}$  частота более быстрые колебания графика

$$T_{\text{асинх}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m} + \frac{g}{l}}} \quad (3)$$

$$\frac{2k}{m} \ll \frac{g}{l} \quad (9)$$

# Алгоритм работы программы для каждого маятника

---

Расчет ускорение

$$a = \frac{2kx}{m} + g \frac{x}{l} \quad (2)$$

Считая на малом промежутке времени движение равноускоренным расчет скорости

$$v = v_0 + a\Delta t \quad (10)$$

Расчет новых координат

$$x = x_0 + \frac{(v + v_0)}{2} \Delta t \quad (11)$$

Повтор алгоритма нужное кол-во раз



# Компьютерное моделирование

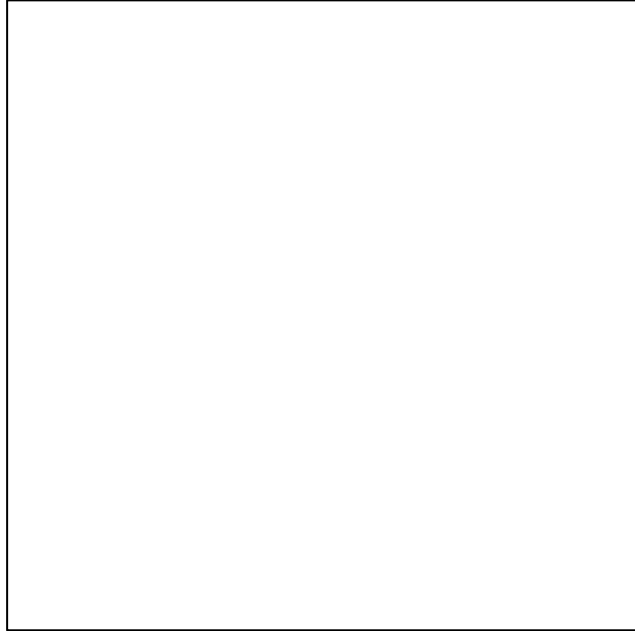
Номер ячейки	Название ячейки
A1	Время , t с
B1	Координата x1, м
C1	Координата x2, м
D1	Скорость u1, м/с
E1	Скорость u2, м/с
F1	Ускорение a1, м/с <sup>2</sup>
G1	Ускорение a2, м/с <sup>2</sup>
J1	Промежуток времени dt, с
K1	Отношение ускорения свободного падения к длине нити g/l , 1/с <sup>2</sup>
L1	Отношение коэффициента жесткости пружину к массе груза k/m , Н/(кг м)

A2	Начальное время 0с
B2	Начальная координата тела №1: 0,01м
C2	Начальная координата тела №2: 0м
D2	Начальная скорость тела №1: 0, м/с
E2	Начальная скорость тела №2: 0, м/с
J2	Промежуток времени dt=0,001 с
K2	Отношение ускорения свободного падения к длине нити g/l=10(1/с <sup>2</sup> )
L2	Отношение коэффициента жесткости пружину к массе груза k/m=1 Н/(кг м)
A3	$=B2+(D2+D3)*J^2/2$
B3	$=C2+(E2+E3)*J^2/2$
C3	$=D2+F2*J^2$
D3	$=E2+G2*J^2$
E3	$=-L^2*(B3-C3)-K^2*B3$
F2	$=-L^2*(B2-C2)-K^2*B2$
G2	$=-L^2*(C2-B2)-K^2*C2$

# Компьютерное моделирование

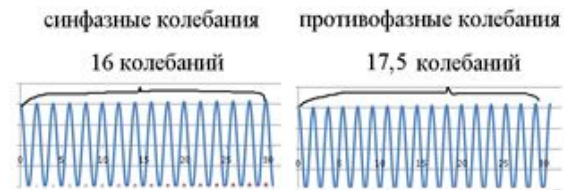
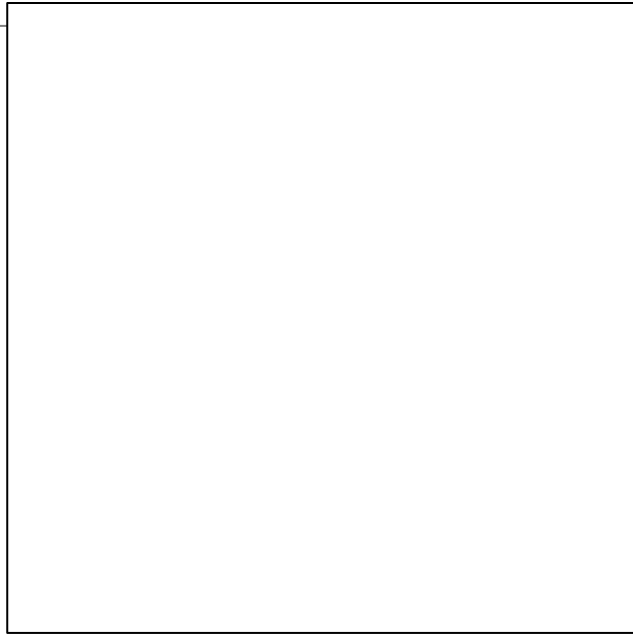
Первый режим колебаний

---



# Компьютерное моделирование

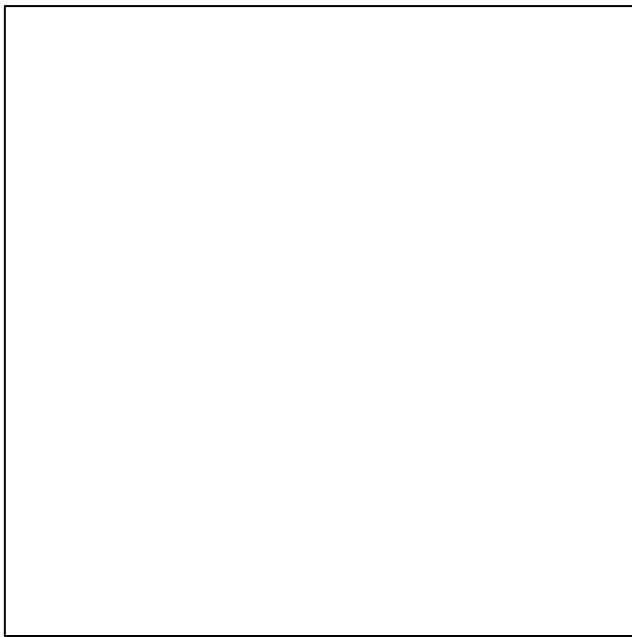
## Второй режим колебаний



# Компьютерное моделирование

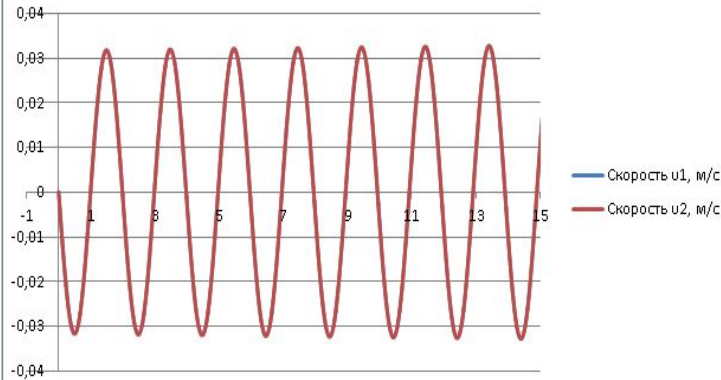
Третий режим колебаний-суперпозиция первых двух

---

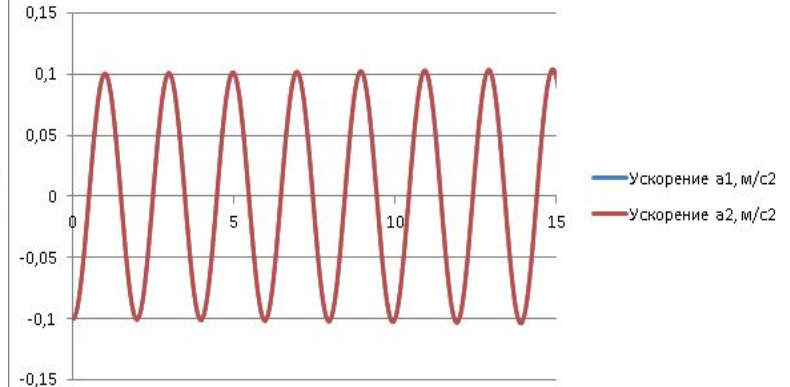


## Синфазное колебание

### Зависимость скорости колебаний от времени для двух маятников

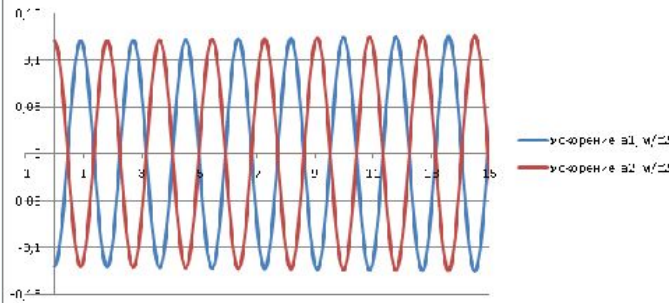


### Зависимость ускорения от времени для колебания двух маятников

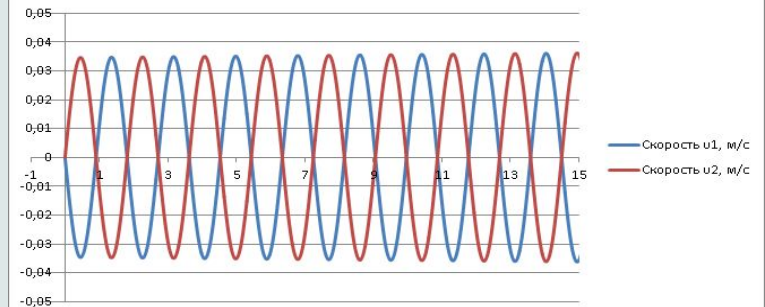


## Колебание в противофазе

### Зависимость ускорения от времени для колебания двух маятников

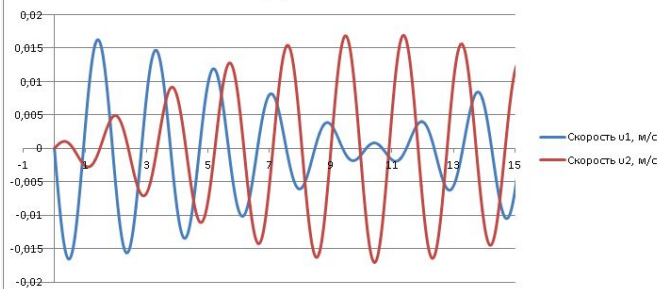


### Зависимость скорости колебаний от времени для двух маятников

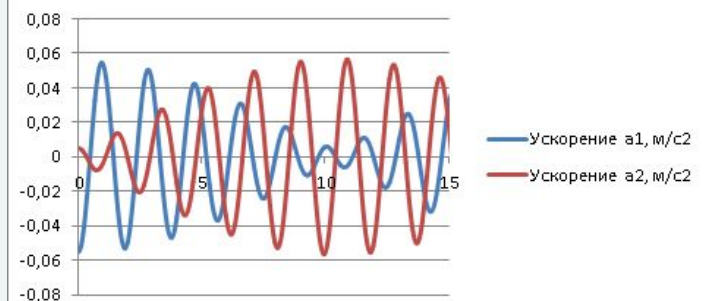


## Биение

### Зависимость скорости колебаний от времени для двух маятников



### Зависимость ускорения колебаний от времени для двух маятников



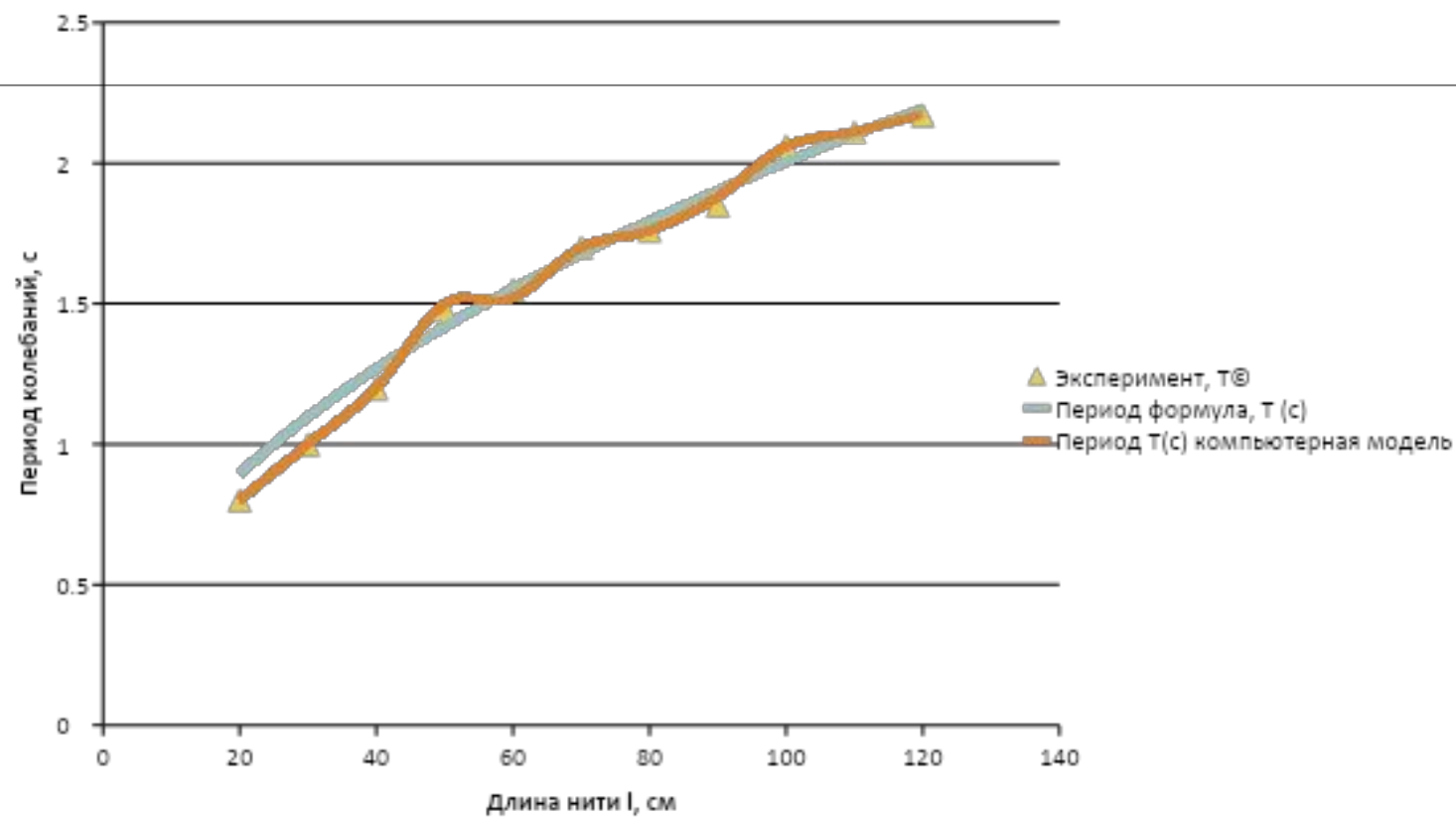
# Экспериментальная часть

---





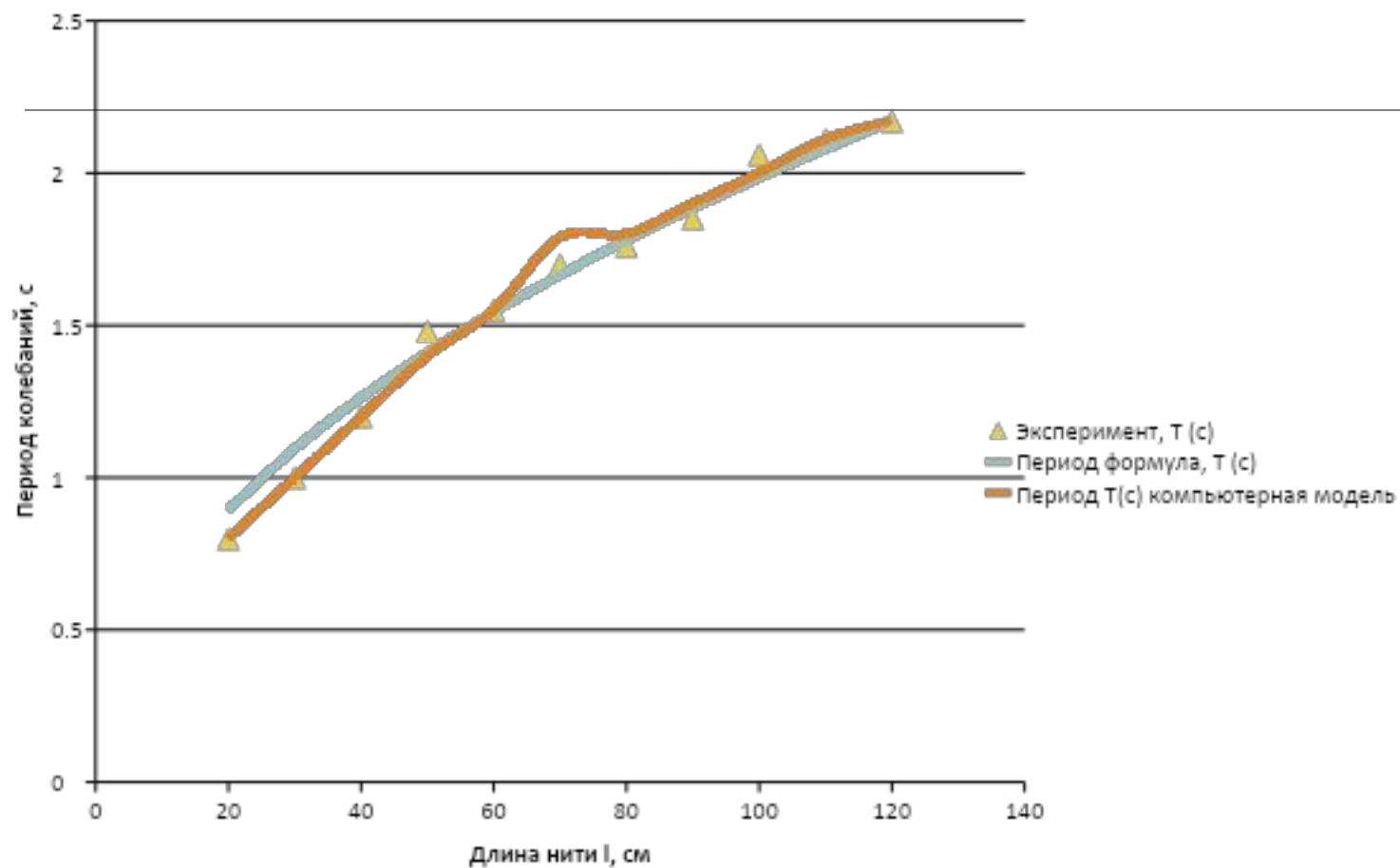
Зависимость периода колебаний от длины нити для синфазных колебаний





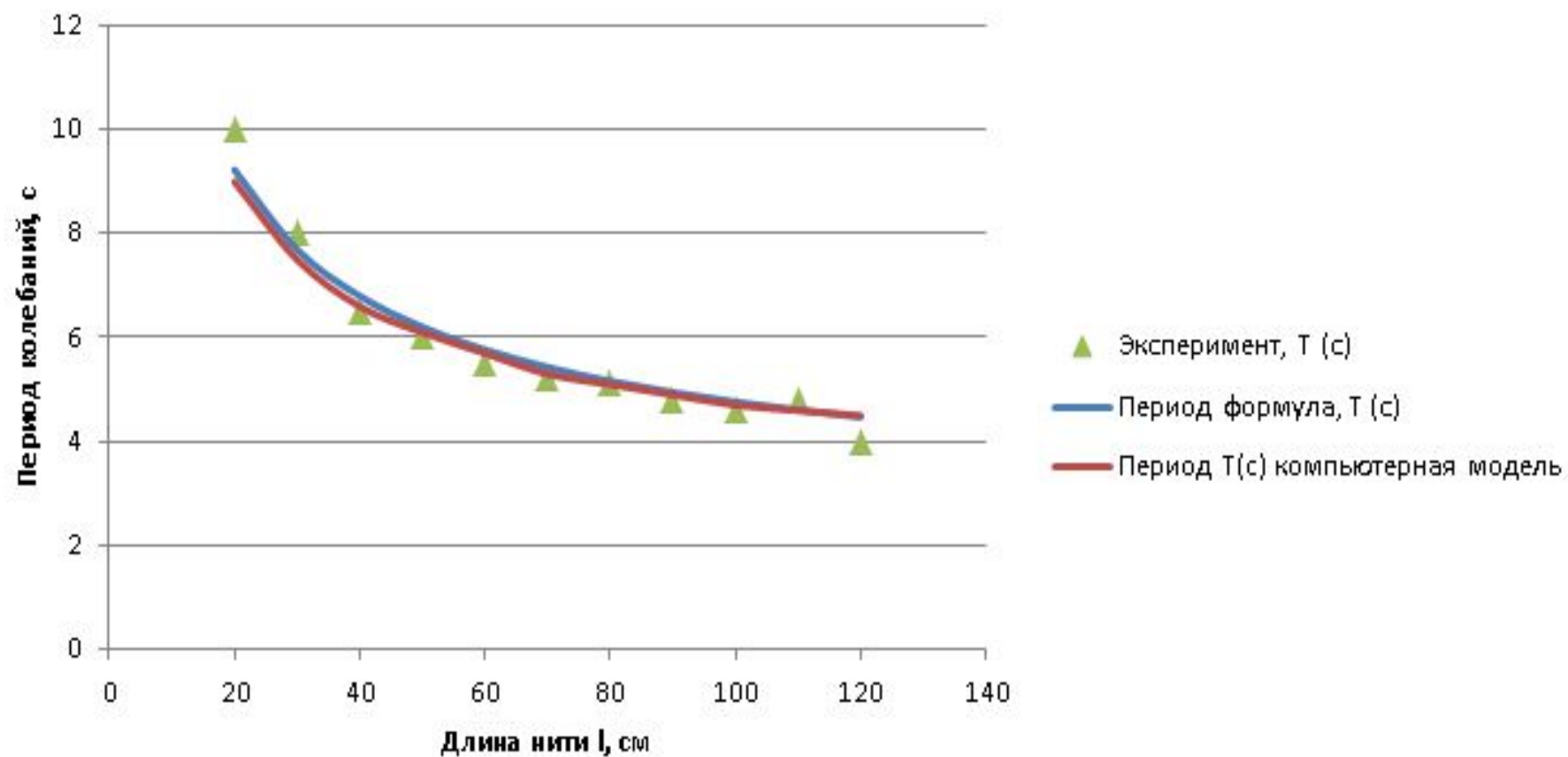


Зависимость периода колебаний от длины нити для противофазных колебаний





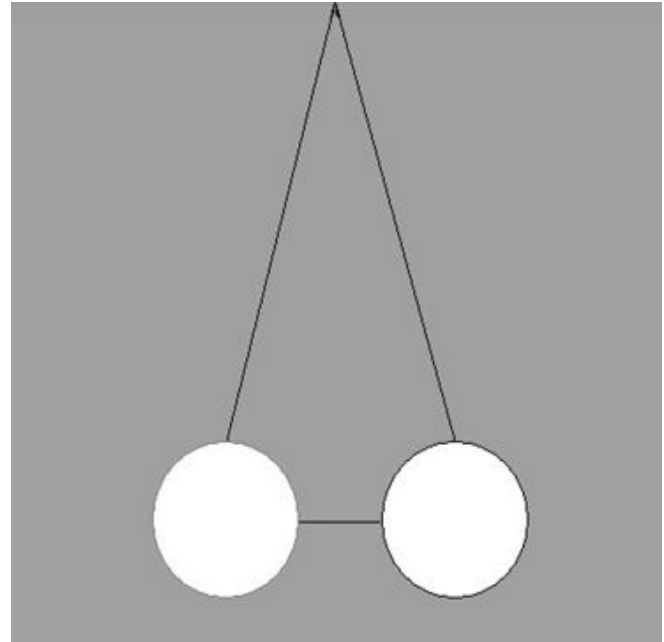
## Зависимость периода колебаний от длины нити для биений



# Компьютерная модель на C++

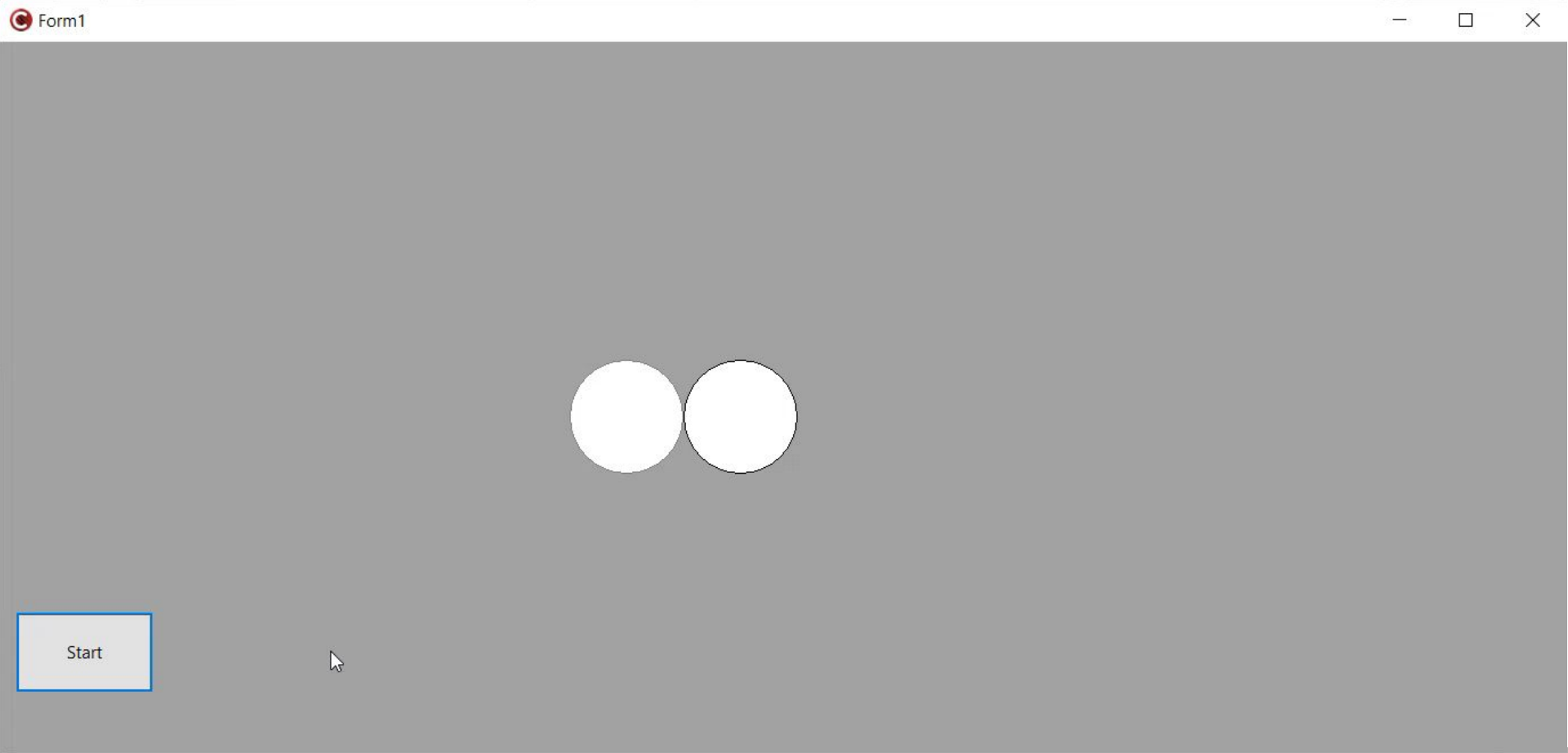
---

```
void __fastcall TForm1::Timer1Timer(TObject
*Sender)
{
t = t + 0.001;
a1 = -1*km*(x1 -x2) - gl*x1;
a2 = -1*km*(x2 -x1) - gl*x2;
v1 = v1 +a1*t;
v2 = v2 +a2*t;
x1 = x1 + v1*t;
x2 = x2 + v2*t;
}
```



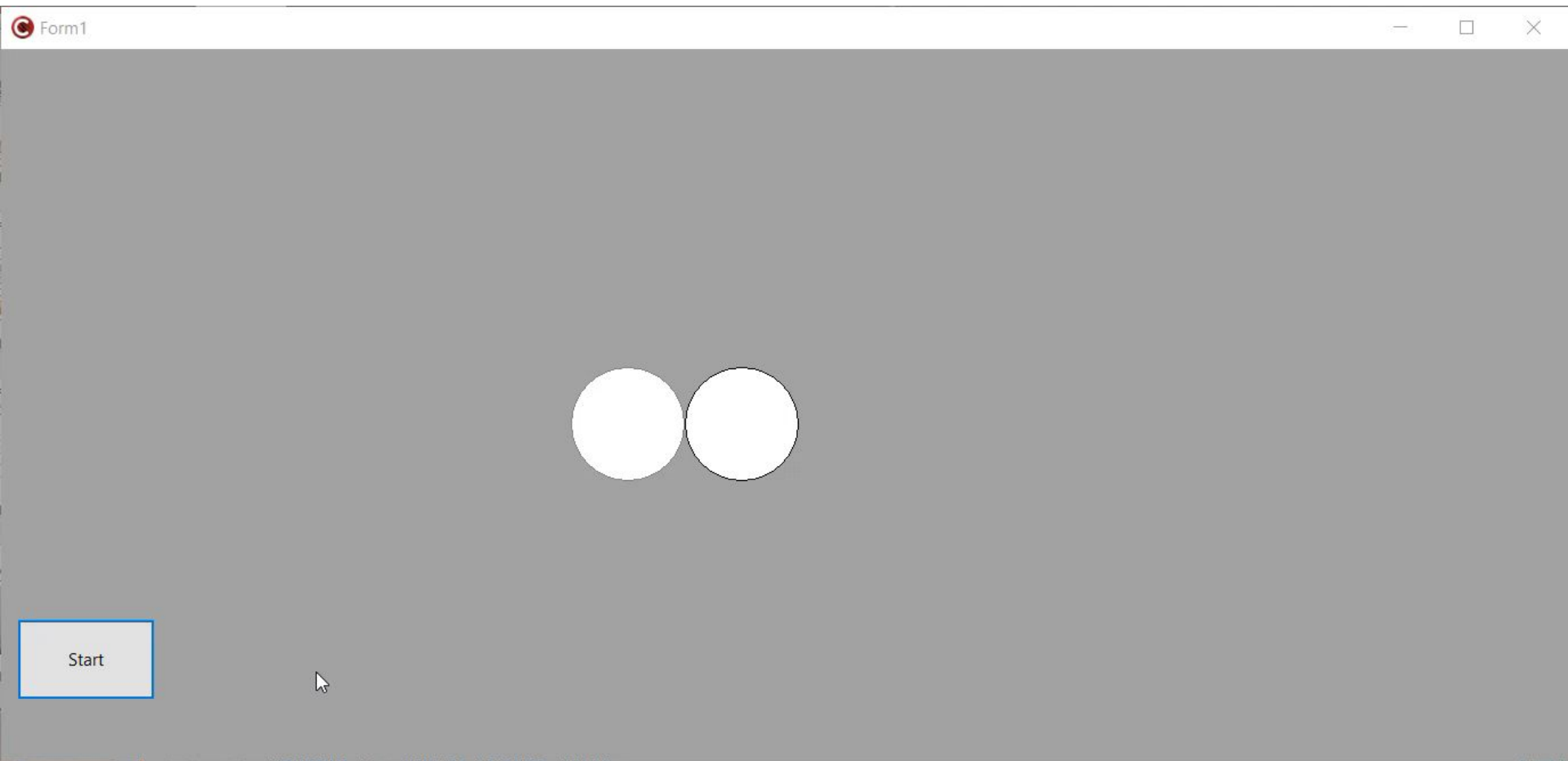
# Симуляция Синфазных колебаний

---



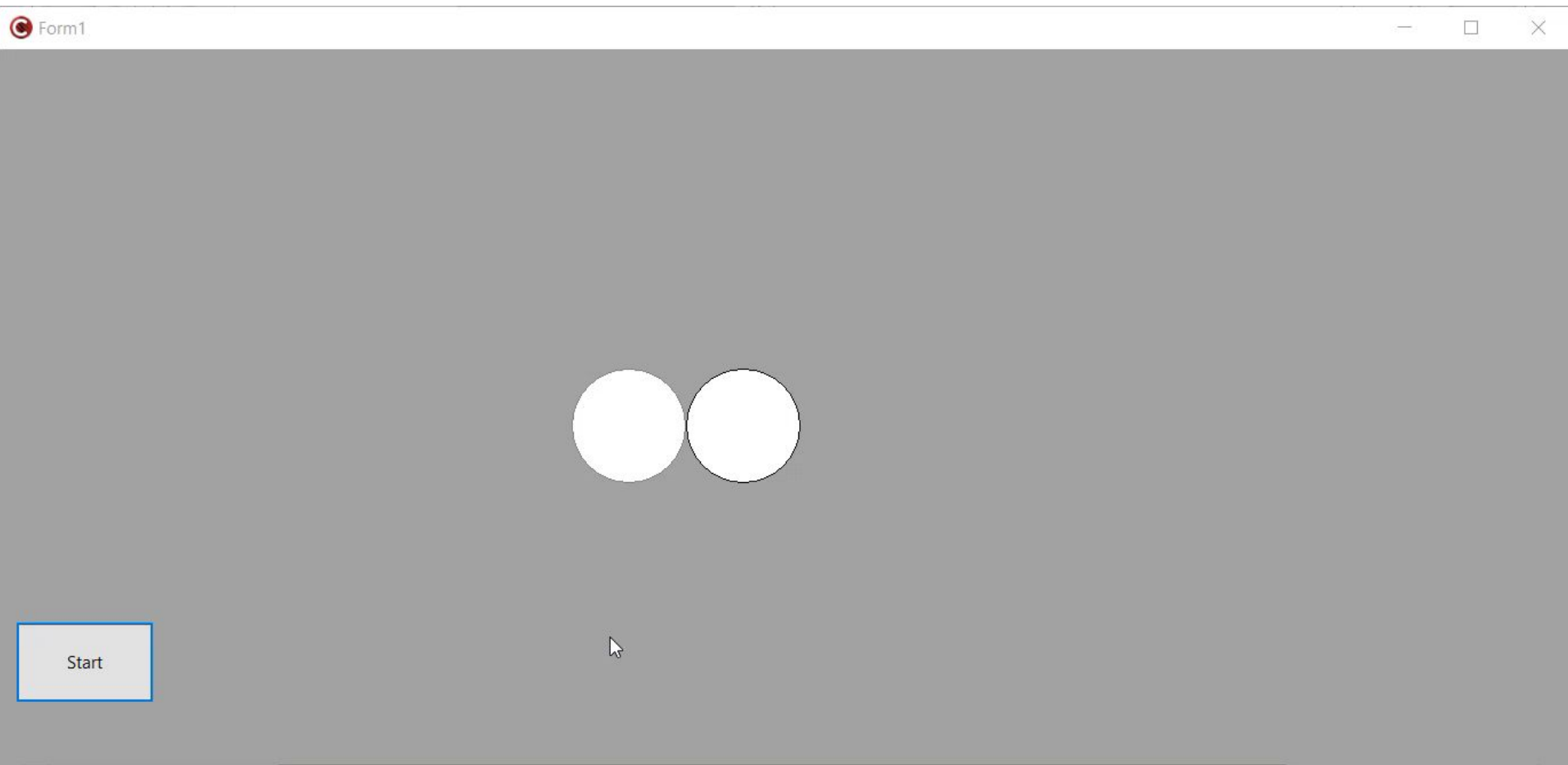
# Симуляция противофазных колебаний

---



# Симуляция биения

---





# Выводы

---

- 1) Нами разработаны теоретические модели колебаний маятника, для синфазных противофазных колебаний и любых других колебаний связанных маятников.
- 2) Доказано, что любое колебание сводится к суперпозиции синфазного и противофазного колебаний.
- 3) Рассмотрен такой частный случай произвольного колебания как биения. Получены условия возникновения биений
- 4) Создана компьютерная программа в Excel и на C++, которая моделирует наши колебания, строит графики зависимости координаты от времени для обоих маятников, а также графики зависимости скорости и ускорения от времени. А также компьютерная программа на C++, которая наглядно демонстрирует модель колебаний двойного маятника.
- 5) Результаты работы программ и моделей проверены на эксперименте, в котором получена хорошая согласованность с нашей теорией