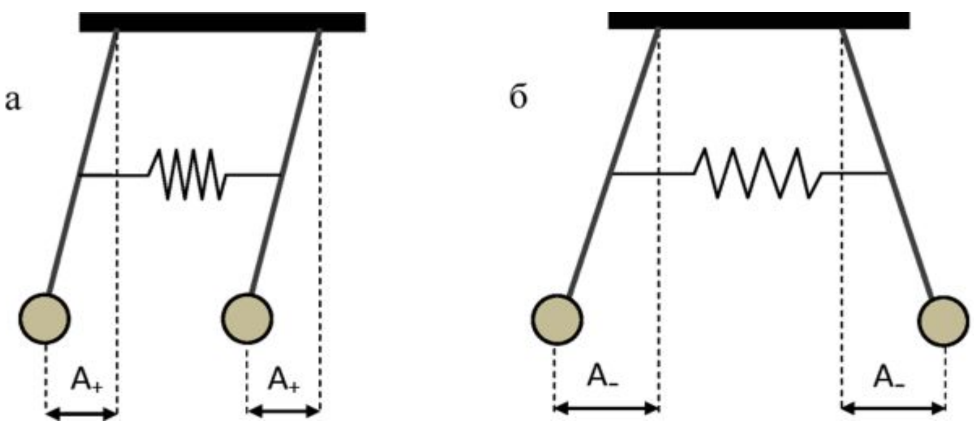
Компьютерное моделирование колебания связного маятника

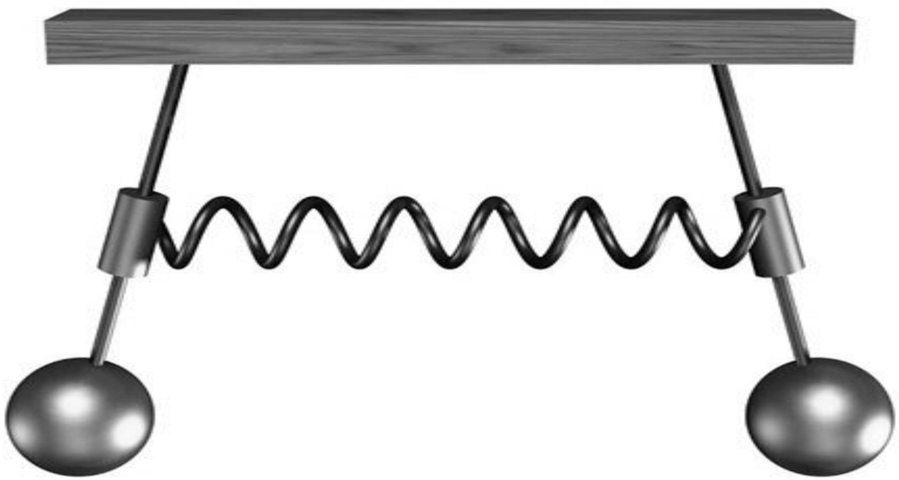
ГУО «Средняя школа №8 города Жодино»



Выполнили:
Буславский Тимофей Алексеевич,
Костюк Артем Александрович
учащиеся 9 класса

Руководитель Денискин
Евгений Вадимович, учитель физики

Определение связанных маятников



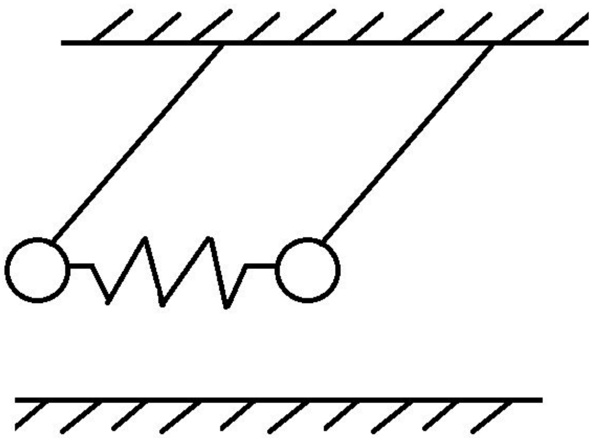
Цель и задачи работы

Целью нашей работы: является разработка компьютерной модели системы колеблющихся двух математически связных маятников. Для решения цели мы поставили следующие задачи:

- **Разработать теоретические модели колебаний маятника, для разных режимов колебаний**
- **Найти условия возникновения различных колебательных режимов**
- **Создать компьютерную программа в Excel и на C++, которая моделирует наши колебания**
- **Результаты работы программ и моделей проверить на эксперименте**

Теоретическая часть

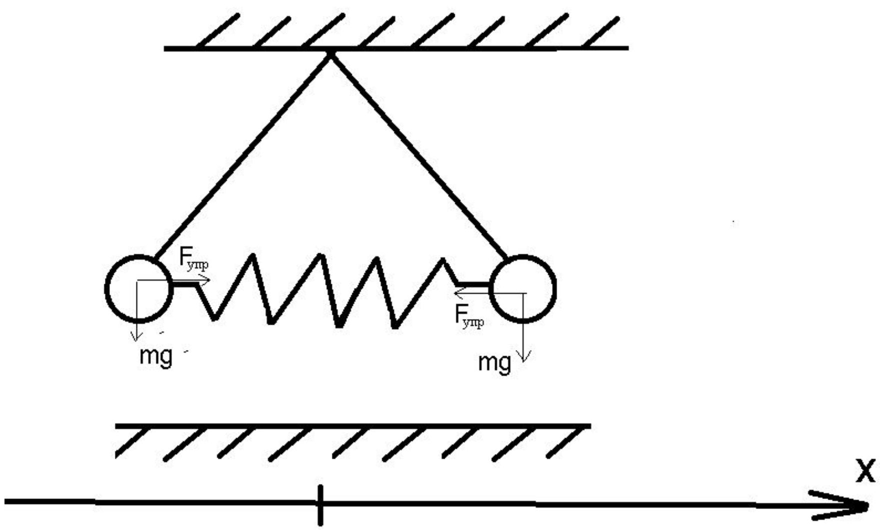
Первый режим колебаний



$$T_{\text{синх}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

Теоретическая часть

Второй режим колебаний

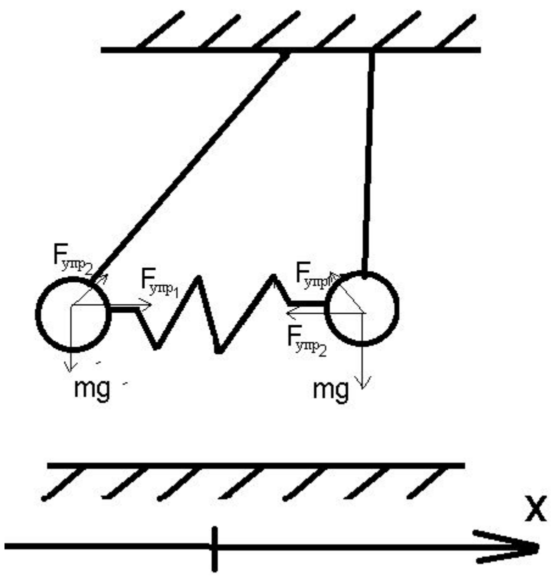


$$a = \frac{2kx}{m} + g\,\frac{x}{l} \quad (2)$$

$$T_{асинх} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m}+\frac{g}{l}}} \quad (3)$$

Теоретическая часть

Третий режим колебаний-суперпозиция первых двух



$$\begin{cases} k(x_2 - x_1) + \frac{mgx_1}{l} = ma_1 \\ k(x_1 - x_2) + \frac{mgx_2}{l} = ma_2 \end{cases} \quad (4)$$

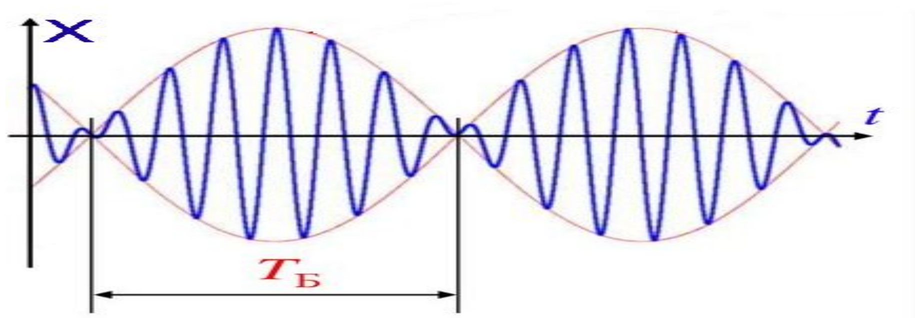
$$\begin{aligned} x_+ &= x_1 + x_2 \\ x_- &= x_2 - x_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{mgx_+}{l} = ma_+ \\ 2k\Delta x + mg\Delta x = ma_- \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{Acos(\omega_{\text{синхр}}t) + Acos(\omega_{\text{асинхр}}t)}{2} \\ x_2 = \frac{Acos(\omega_{\text{синхр}}t) - Acos(\omega_{\text{асинхр}}t)}{2} \end{cases} \quad (7)$$

$$x_1 = Acos(\frac{\omega_{\text{синхр}} + \omega_{\text{асинхр}}}{2} t) cos(\frac{\omega_{\text{синхр}} - \omega_{\text{асинхр}}}{2} t) \quad (8)$$

Биения



$$x_1 = Acos(\frac{\omega_{синхр} - \omega_{асинхр}}{2} t)cos(\frac{\omega_{синхр} + \omega_{асинхр}}{2} t) \quad (8)$$

$Acos(\frac{\omega_{синхр} - \omega_{асинхр}}{2} t)$ изменение амплитуды, $\omega_{синхр}$ и $\omega_{асинхр}$ близки друг к другу, то амплитуда будет меняться медленно

$\frac{\omega_{синхр} + \omega_{асинхр}}{2}$ частота более быстрые колебания графика

.

$$T_{асинх} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m} + \frac{g}{l}}} \quad (3)$$

$$\frac{2k}{m} \ll \frac{g}{l} \quad (9)$$

Алгоритм работы программы для каждого маятника

Расчет ускорение

$$a = \frac{2kx}{m} + g\,\frac{x}{l} \quad (2)$$

Считая на малом промежутке времени движение равноускоренным расчет скорости

$$\upsilon = \upsilon_0 + a\Delta t \ (10)$$

Расчет новых координат

$$x = x_0 + \frac{(\upsilon + \upsilon_0)}{2}\Delta t \quad (11)$$

Повтор алгоритма нужное кол-во раз

Компьютерное моделирование

Номер ячейки	Название ячейки
A1	Время , t c
B1	Координата x1, м
C1	Координата x2, м
D1	Скорость υ1, м/с
E1	Скорость υ2, м/с
F1	Ускорение а1, м/с2
G1	Ускорение а2, м/с2
J1	Промежуток времени dt, c
K1	Отношение ускорения свободного падения к длине нити g/l , 1/c2
L1	Отношение коэффициента жесткости пружину к массе груза k/m , Н/(кг м)

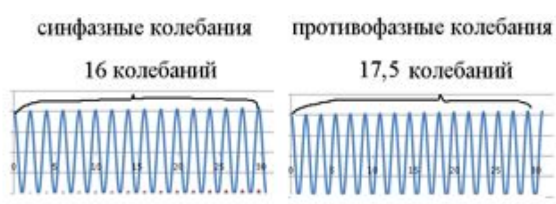
A2	Начальное время 0с
B2	Начальная координата тела №1: 0,01м
C2	Начальная координата тела №2: 0м
D2	Начальная скорость тела №1: 0, м/с
E2	Начальная скорость тела №2: 0, м/с
J2	Промежуток времени dt=0,001 c
K2	Отношение ускорения свободного падения к длине нити g/l=10(1/c2)
L2	Отношение коэффициента жесткости пружину к массе груза k/m=1 Н/(кг м)
A3	=B2+(D2+D3)*J$2/2
B3	=C2+(E2+E3)*J$2/2
C3	=D2+F2*J$2
D3	=E2+G2*J$2
E3	=-L$2*(B3-C3)-K$2*B3
F2	=-L$2*(B2-C2)-K$2*B2
G2	=-L$2*(C2-B2)-K$2*C2

Компьютерное моделирование

Первый режим колебаний

Компьютерное моделирование

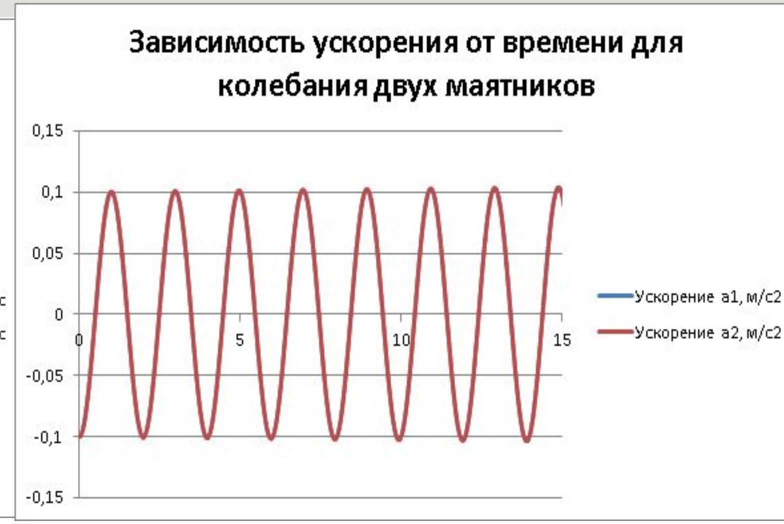
Второй режим колебаний



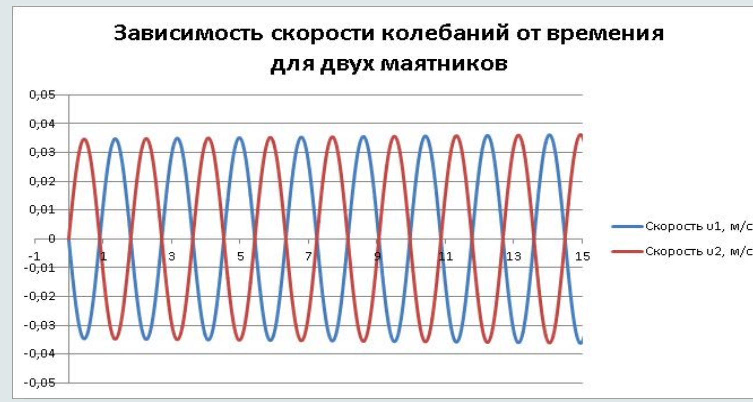
Компьютерное моделирование

Третий режим колебаний-суперпозиция первых двух

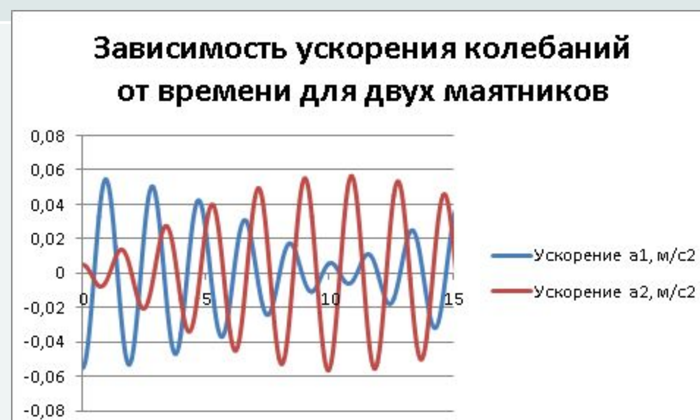
Синфазное колебание



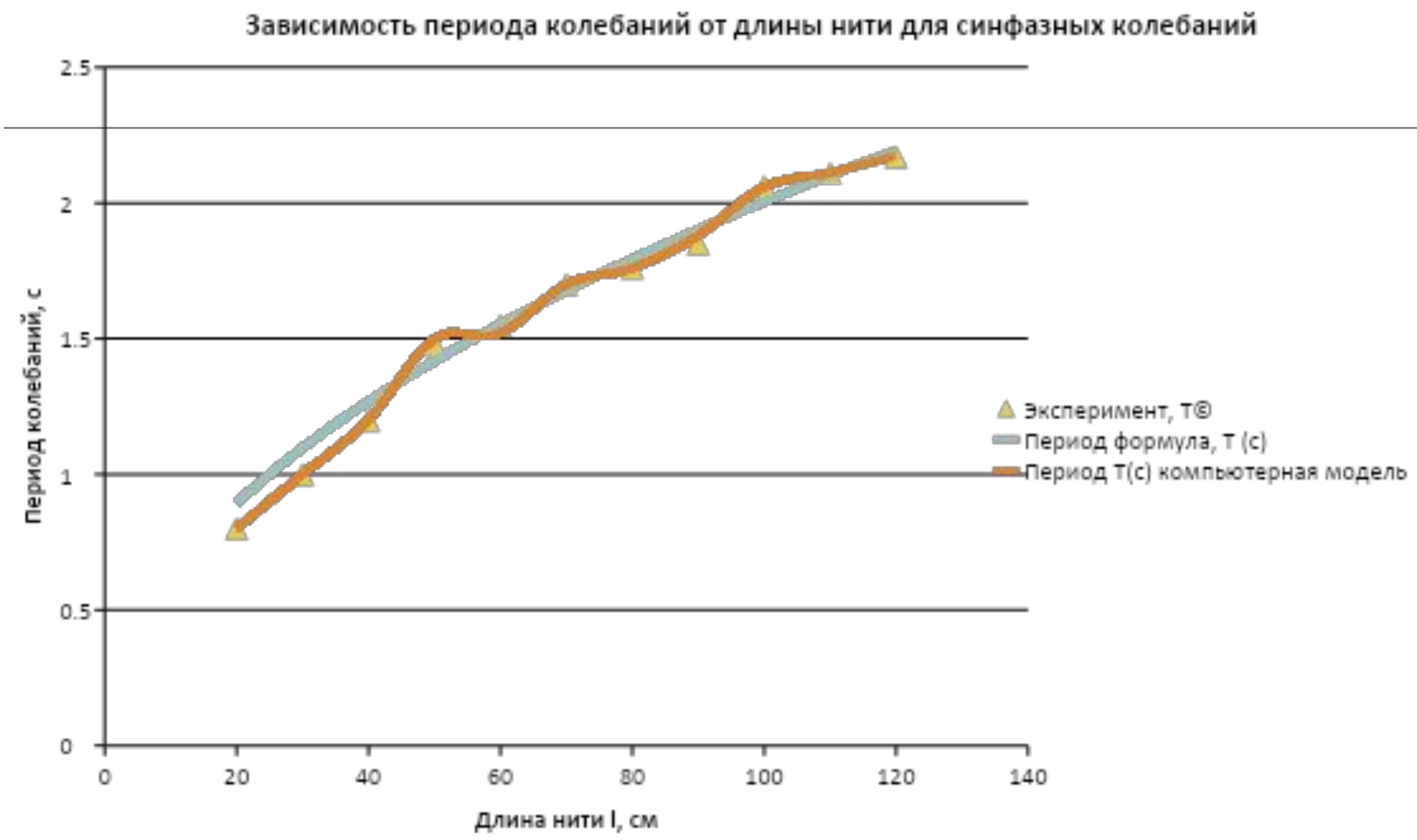
Колебание в противофазе



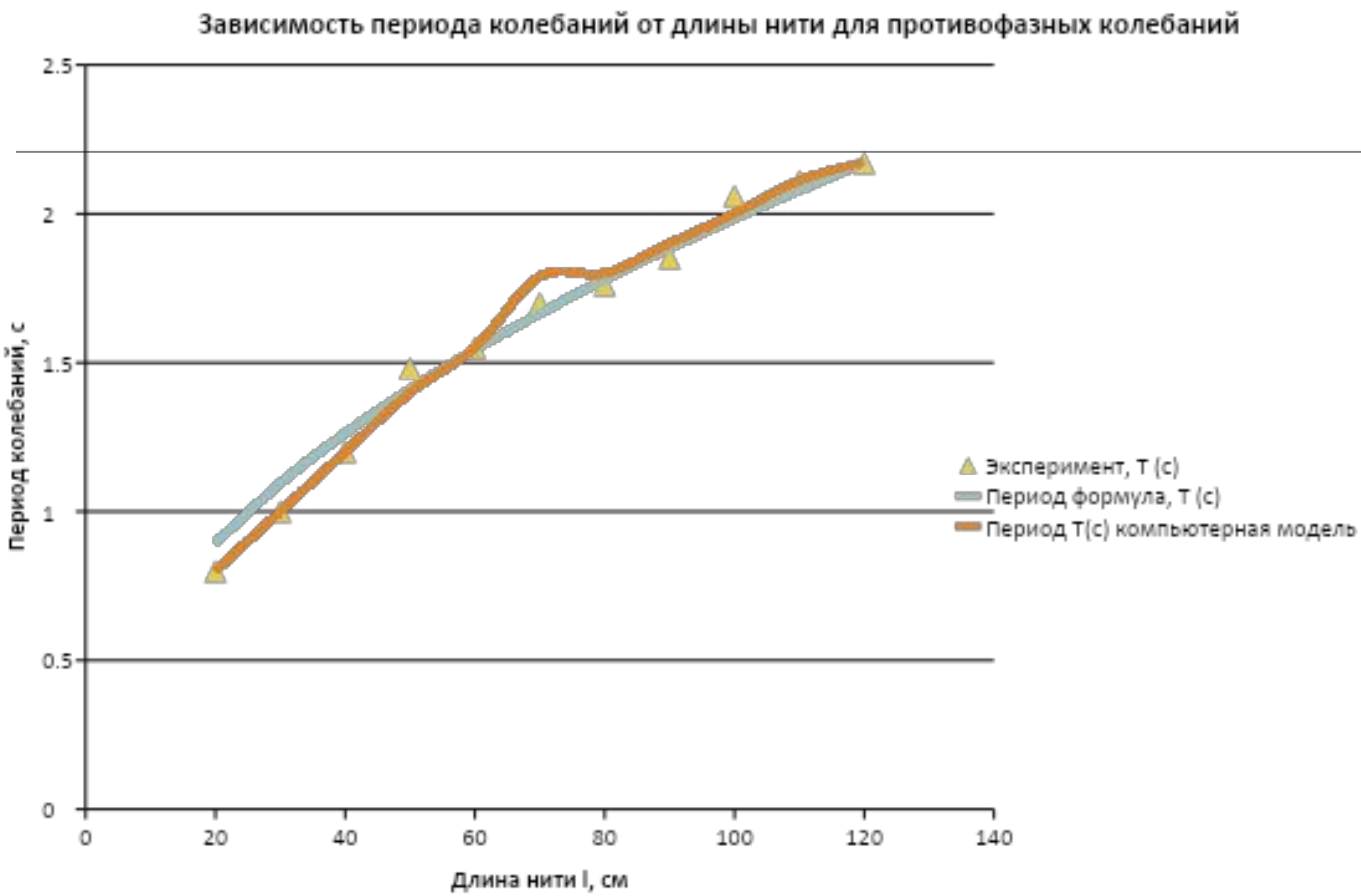
Биение



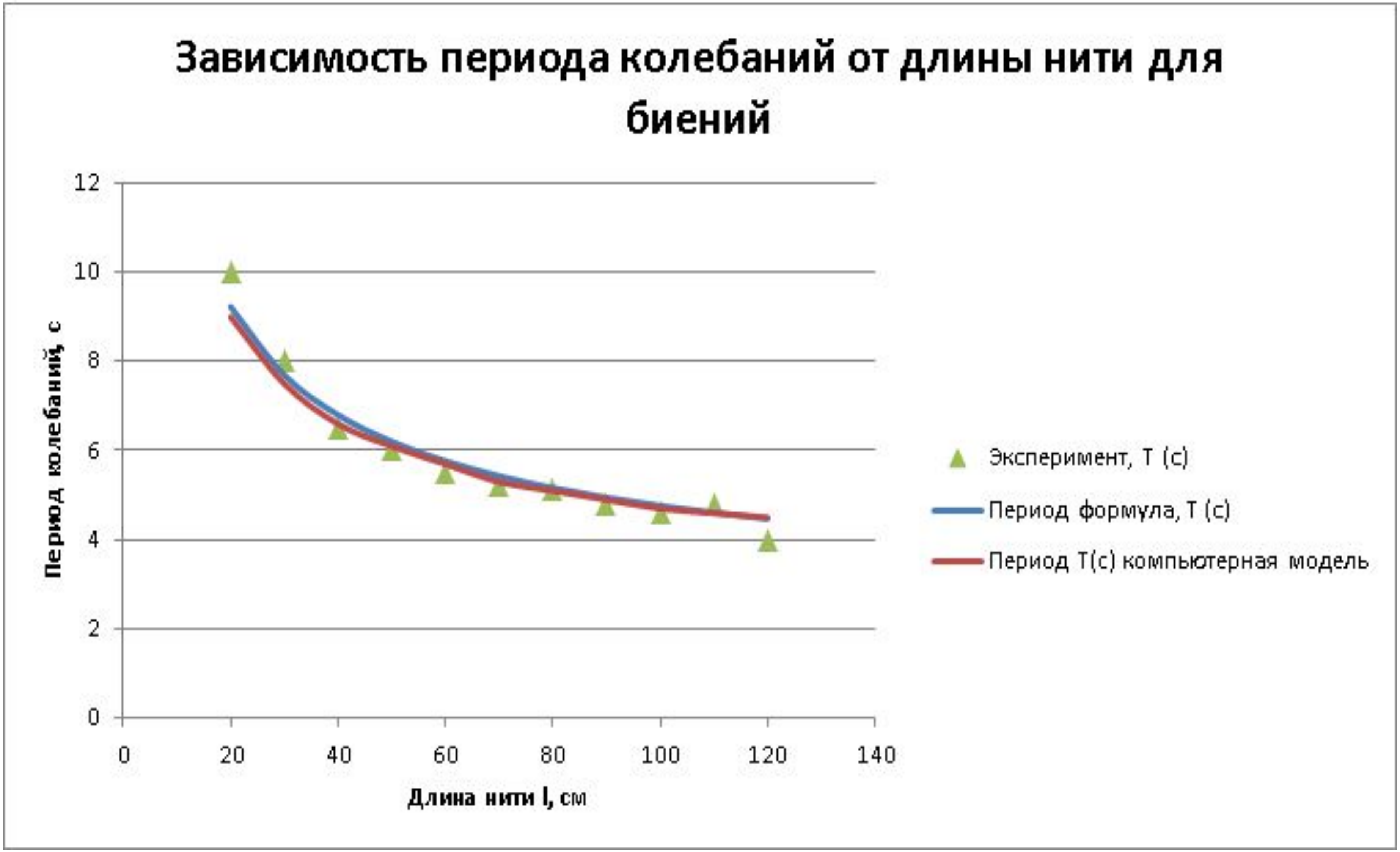
Экспериментальная часть



Зависимость периода колебаний от длины нити для синфазных колебаний
Период колебаний, с
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
20
40
60
80
100
120
140
Длина нити l, см
Эксперимент, T©
Период формула, T (c)
Период T(c) компьютерная модель

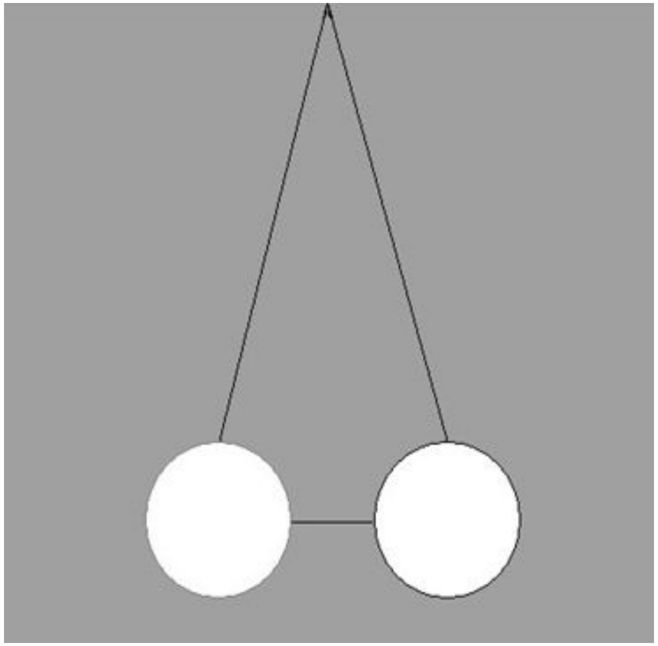


Зависимость периода колебаний от длины нити для противофазных колебаний
Период колебаний, с
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
20
40
60
80
100
120
140
Длина нити l, см
Эксперимент, Т (с)
Период формула, Т (с)
Период Т(с) компьютерная модель

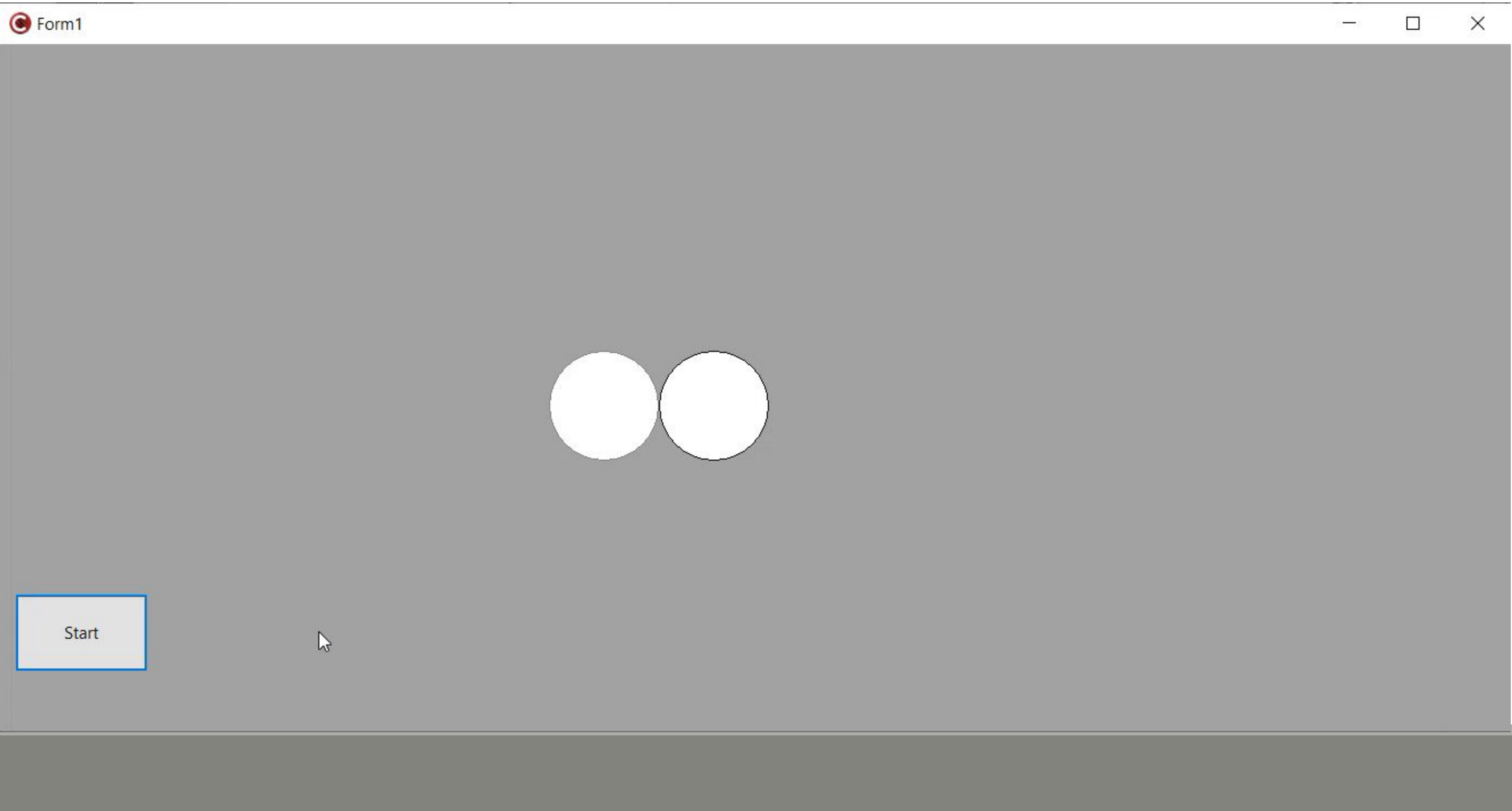

Зависимость периода колебаний от длины нити для биений
Период колебаний, с
Длина нити l, см
0
2
4
6
8
10
12
20
40
60
80
100
120
140
Эксперимент, Т (с)
Период формула, Т (с)
Период Т(с) компьютерная модель

Компьютерная модель на C++

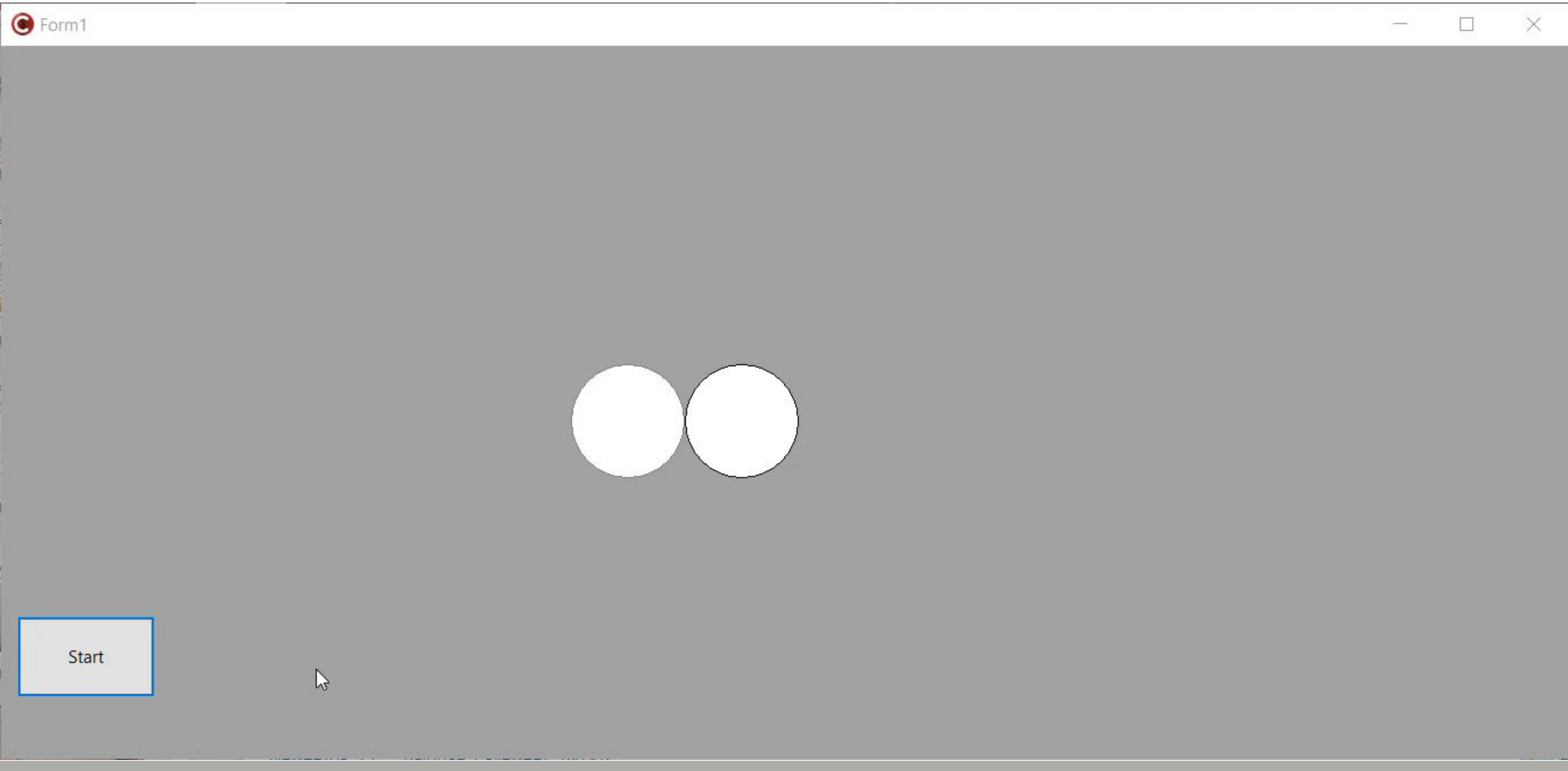
```
void __fastcall TForm1::Timer1Timer(TObject
*Sender)
{
t = t + 0.001;
a1 = -1*km*(x1 -x2) - gl*x1;
a2 = -1*km*(x2 -x1) - gl*x2;
v1 = v1 +a1*t;
v2 = v2 +a2*t;
x1 = x1 + v1*t;
x2 = x2 + v2*t;
}
```



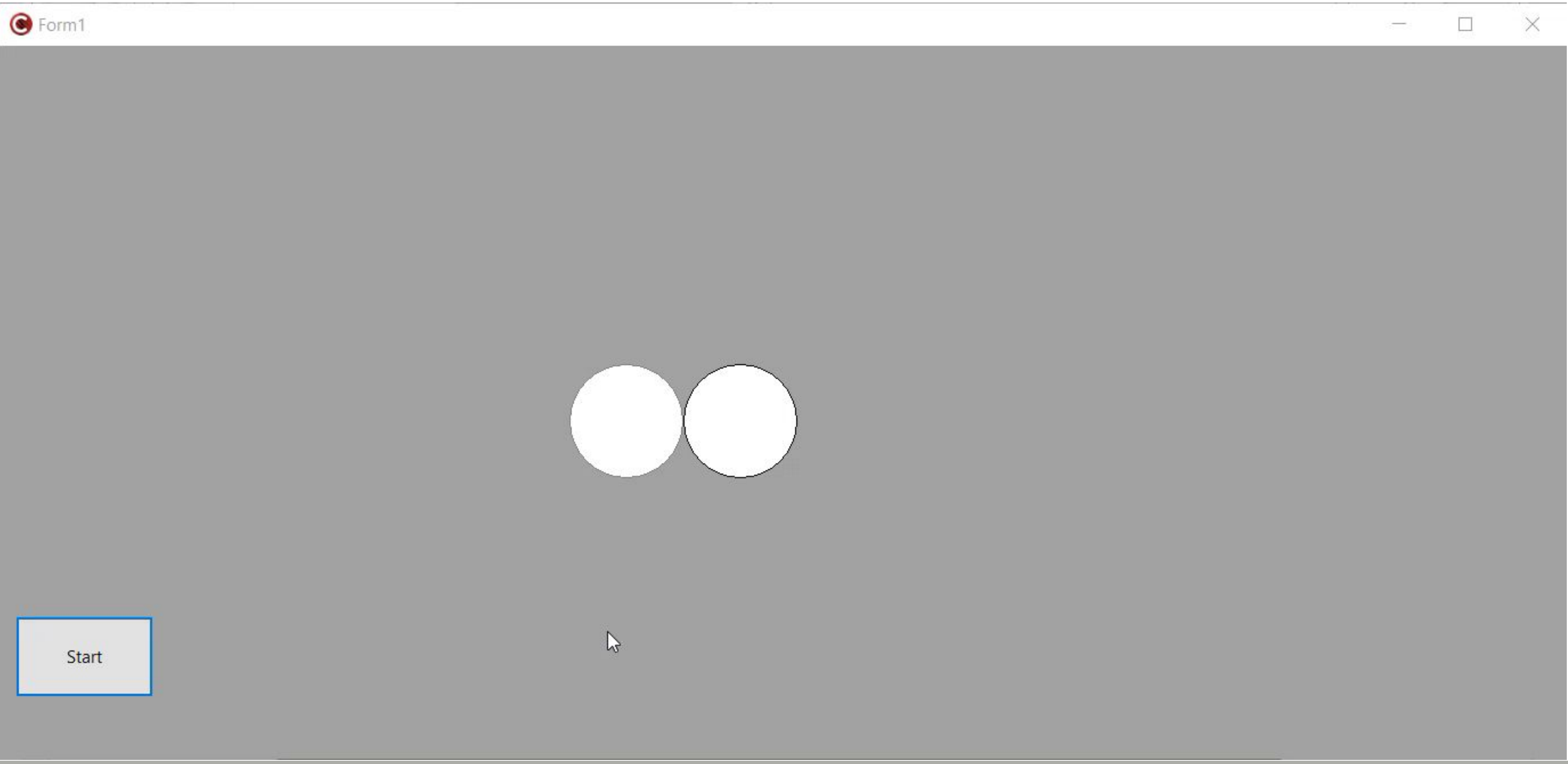
Симуляция Синфазных колебаний



Симуляция противофазных колебаний



Симуляция биения



Выводы

1) Нами разработаны теоретические модели колебаний маятника, для синфазных противофазных колебаний и любых других колебаний связных маятников.

2)Доказано, что любое колебание сводится к суперпозиции синфазного и противофазного колебаний.

3) Рассмотрен такой частный случай произвольного колебания как биения. Получены условия возникновения биений

4)Создана компьютерная программа в Excel и на C++, которая моделирует наши колебания, строит графики зависимости координаты от времени для обоих маятников, а также графики зависимости скорости и ускорения от времени. А также компьютерная программа на С++, которая наглядна демонстрирует модель колебаний двойного маятника.

5)Результаты работы программ и моделей проверены на эксперименте, в котором получена хорошая согласованность с нашей теорией