

# Электромагнитная ИНДУКЦИЯ

Лекция 7

Главы 8.1-8.9

# Список литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм. ISBN - 978-5-8114-1208-2. Издательство «Лань». 2021 г.
- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 4. Волны. Оптика. ISBN - 978-5-8114-1210-5. Издательство «Лань». 2021 г.
- Трофимова Т. И. Руководство к решению задач по физике : учебное пособие для прикладного бакалавриата: Учебное пособие/Трофимова Т. И..-М:Издательство Юрайт,2019, ISBN 978-5-9916-3429-8.-265. <https://elis.psu.ru/node/557918>

# Основные темы

- Явление электромагнитной индукции.
- Электродвижущая сила индукции.
- Методы измерения магнитной индукции.
- Токи Фуко.
- Явление самоиндукции.
- Ток при замыкании и размыкании цепи.
- Взаимная индукция.
- Энергия магнитного поля.
- Работа перемагничивания ферромагнетика.

# Явление электромагнитной индукции

- В 1831 году Фарадей обнаружил, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.
- Это явление называют электромагнитной индукцией, а возникающий ток – индуктивным.
- Явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменениях магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила  $\mathcal{E}_i$ .

# Явление электромагнитной индукции

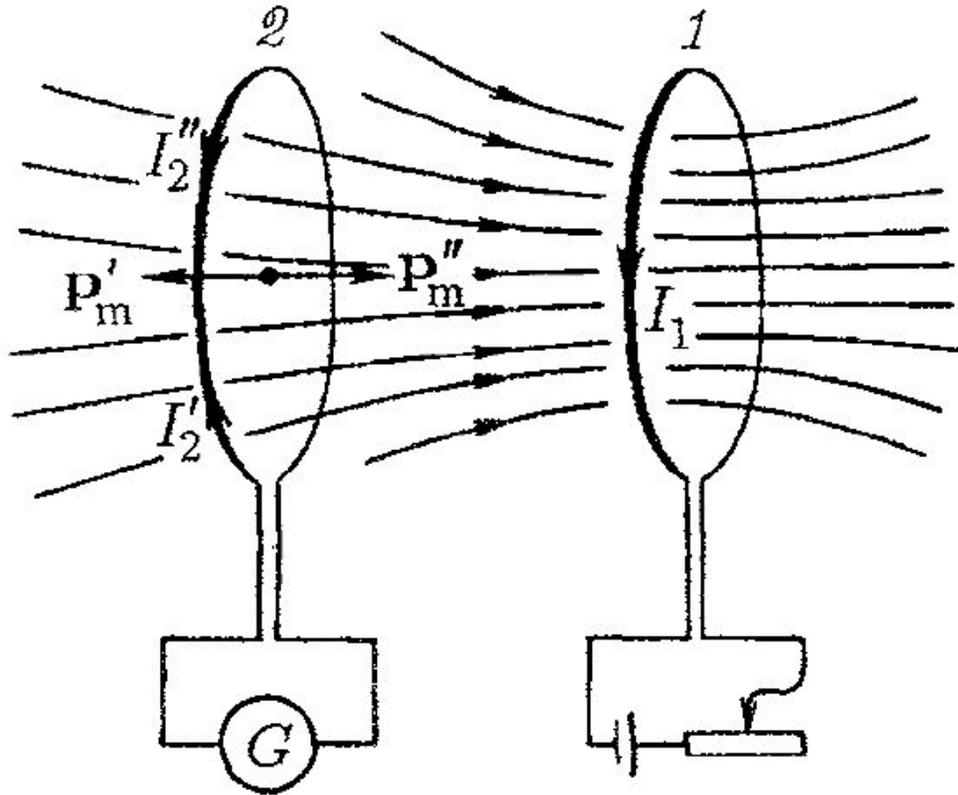


Рис.  
1

- Величина  $\mathcal{E}_i$  не зависит от способа, которым осуществляется изменение магнитного потока  $\Phi$ , и определяется лишь скоростью изменения потока, т.е.  $d\Phi/dt$ .
- При изменении знака  $d\Phi/dt$  направление  $\mathcal{E}_i$  также изменяется.
- Рассмотрим стенд, изображенный на рисунке.

# Явление электромагнитной индукции

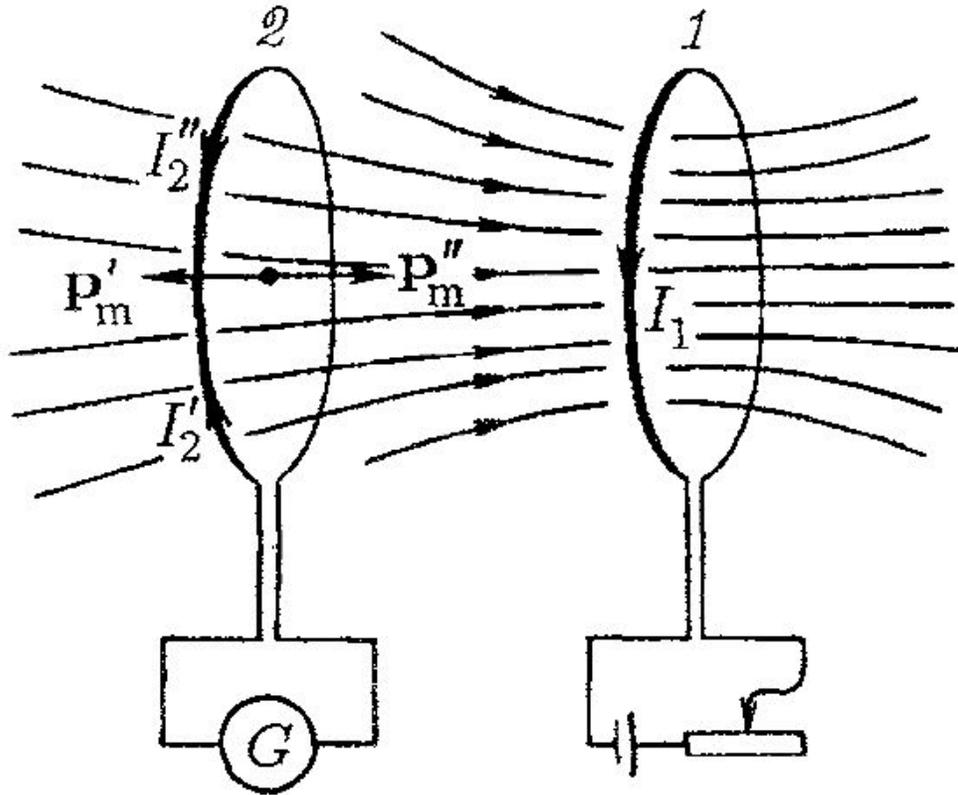


Рис.  
1

- Силу тока  $I_1$  в контуре 1 можно изменять с помощью реостата.
- Этот ток  $I_1$  создает магнитное поле, пронизывающее контур 2.
- Если увеличить ток  $I_1$ , поток магнитной индукции  $\Phi$  будет расти.
- Это приведет к появлению в контуре 2 индукционного тока  $I_2$ , регистрируемого гальванометром.
- Уменьшение тока  $I_1$  обусловит убывание магнитного потока, что приведет к появлению тока  $I_2$  в противоположном направлении.

# Явление электромагнитной индукции

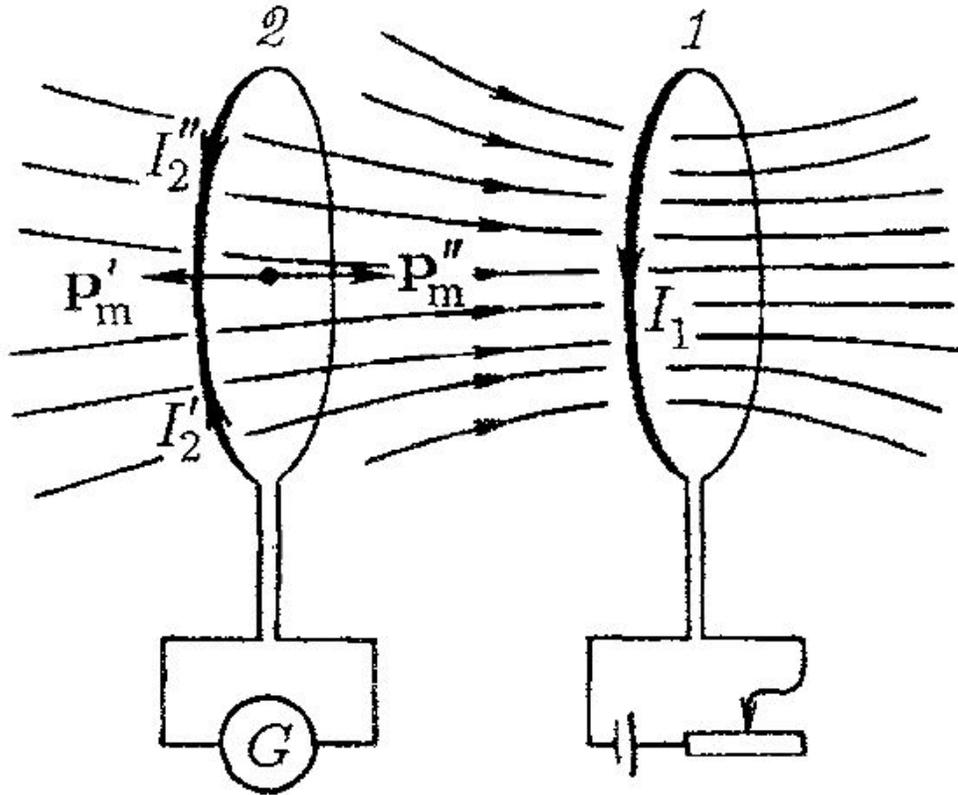


Рис.  
1

- Индукционный ток  $I_2$  можно вызвать также, приближая контур 2 к контуру 1 или наоборот, удаляя контур 2 от контура 1.
- В обоих случаях направления возникающего тока противоположны.
- При изменении угла между контурами 1 и 2 также будет происходить изменение потока и соответственно возникать индукционный ток.

# Явление электромагнитной индукции

- Ленц установил правило, позволяющее найти направление индукционного тока.
- Правило Ленца гласит, что ***индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.***
- Если изменение потока вызвано перемещением контура 2, то возникает индукционный ток такого направления, что сила взаимодействия с контуром 1 противится движению контура.
- При приближении контура 2 к контуру 1 возникнет ток  $I'_2$ , магнитный момент которого направлен противоположно полю  $I_1$ .
- Следовательно, на контур 2 будет действовать сила, отталкивающая его от контура 1.

# Явление электромагнитной индукции

- При удалении контура 2 от контура 1 возникает ток  $I''_2$ , момент которого  $\mathbf{p}''_m$  совпадает по направлению с полем тока  $I_1$ , так что сила, действующая на контур 2 притягивает его к контуру 1.
- Если оба контура неподвижны и изменение потока вызвано изменением тока в контуре 1, то в контуре 2 возникает такой ток, который стремится ослабить изменения внешнего потока, приведшие к появлению индукционного тока.
- При увеличении  $I_1$ , т.е. возрастании магнитного потока, направленного вправо, возникает ток  $I'_2$ , создающий поток, направленный влево.
- При уменьшении  $I_1$  возникает ток  $I'_2$ , стремящийся поддержать внешний поток неизменным.

# Электродвижущая сила индукции

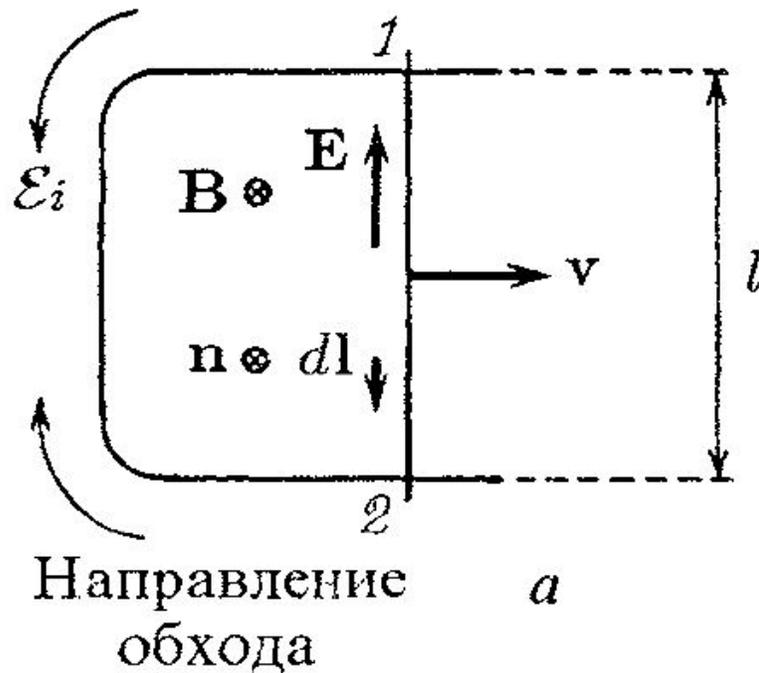


Рис.  
2

- Итак, мы выяснили, что изменение магнитного потока  $\Phi$  через контур вызывает возникновение в контуре электродвижущей силы индукции  $\mathcal{E}_i$ .
- Определим связь между  $\mathcal{E}_i$  и скоростью изменения потока  $\Phi$ .
- Возьмем контур с подвижной перемычкой  $l$ .
- Поместим его в однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости контура и направленное за чертеж.

# Электродвижущая сила индукции

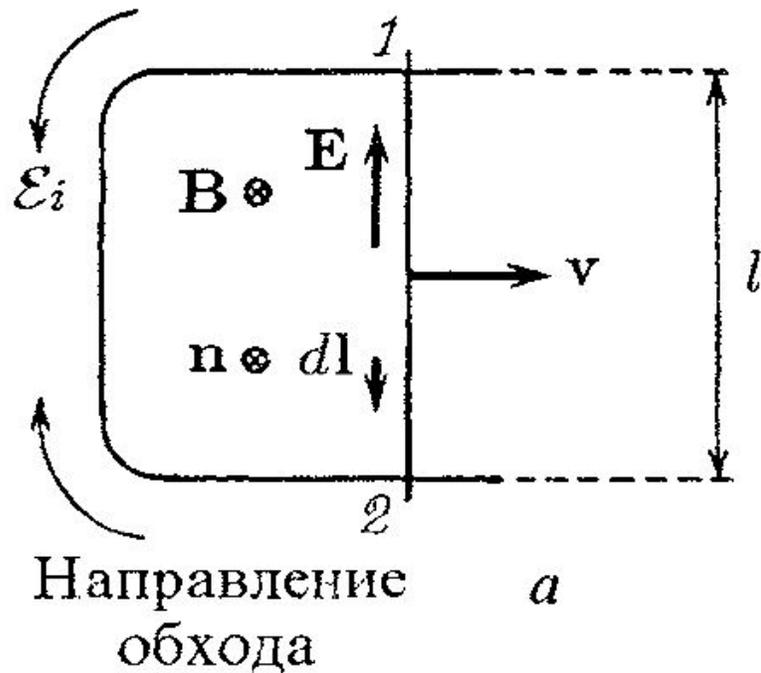


Рис.  
2

- Приведем перемычку в движение со скоростью  $v$ .
- С той же скоростью станут перемещаться относительно поля и носители тока – электроны.
- В результате на каждый электрон начнет действовать направленная вдоль перемычки магнитная сила

$$\mathbf{F}_{\boxtimes} = -e[\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (8.1)$$

# Электродвижущая сила индукции

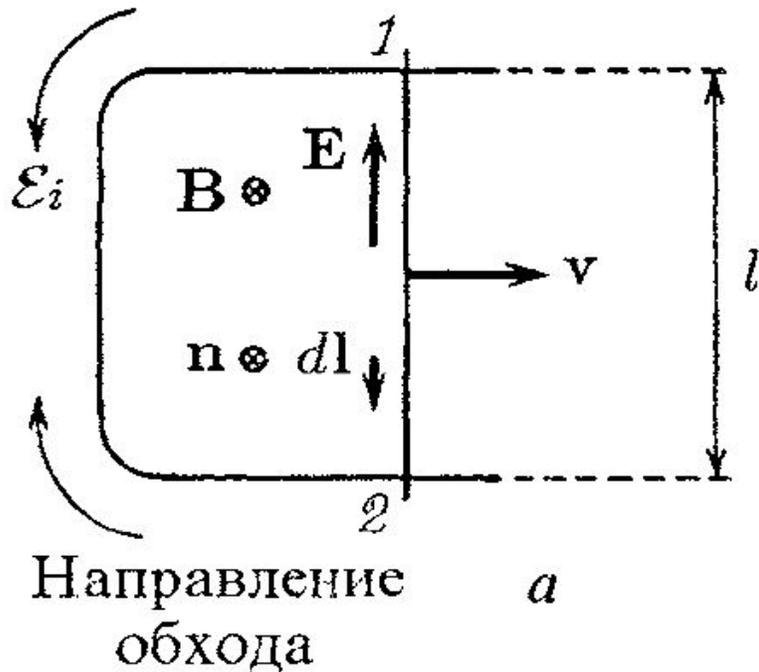


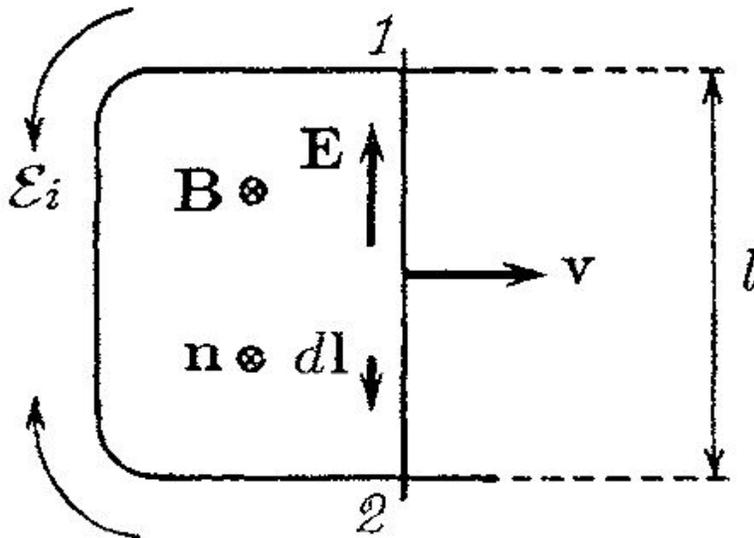
Рис.  
2

- Действие этой силы эквивалентно действию на электрон электрического поля напряженности  $\mathbf{E} = [\mathbf{v}\mathbf{B}]$
- Это поле неэлектростатического происхождения.
- Его циркуляция по контуру дает величину ЭДС, индуцируемой в контуре

$$E_i = \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint [\mathbf{v}\mathbf{B}] d\mathbf{l} = \int_1^2 [\mathbf{v}\mathbf{B}] d\mathbf{l} \quad (8.2)$$

(подынтегральная функция отлична от нуля только на образуемом перемычкой участке 1-2)

# Электродвижущая сила индукции



Направление  
обхода

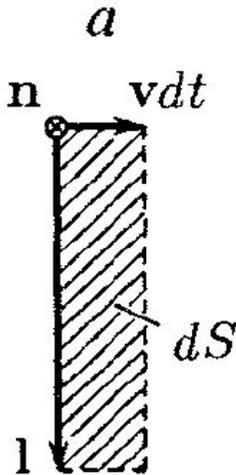
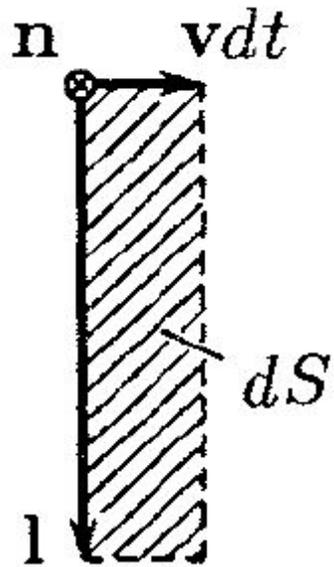


Рис.  
3

б

- Будем считать  $\mathcal{E}_i$  положительной в том случае, когда ее направление образует с направлением нормали к контуру правовинтовую систему.
  - Тогда обход по контуру и направление векторов  $d\mathbf{l}$  будет по часовой стрелке.
  - Если в (8.2) вынести за знак интеграла постоянный вектор  $[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ , то получим
- $$\mathcal{E}_i = [\mathbf{v}\mathbf{B}] \int_1^2 d\mathbf{l} = [\mathbf{v}\mathbf{B}] \mathbf{l}$$
- Где  $\mathbf{l}$  – вектор, показанный на рисунке б.

# Электродвижущая сила индукции



б

Рис.  
4

- Осуществим в полученном выражении циклическую перестановку, после умножим и разделим на  $dt$ .

$$E_i = [\mathbf{v}\mathbf{B}]\mathbf{l} = \mathbf{B}[\mathbf{l}\mathbf{v}] = \frac{\mathbf{B}[\mathbf{l}, \mathbf{v}dt]}{dt} \quad (8.3)$$

- Из рисунка 4 видно, что  $[\mathbf{l}, \mathbf{v}dt] = \mathbf{n}dS$

где  $dS$  – приращение площади контура за время  $dt$ .

- По определению потока выражение  $\mathbf{B}d\mathbf{S} = \mathbf{B}\mathbf{n}dS$  представляет собой поток через площадку  $dS$ , т.е. приращение потока  $d\Phi$  через контур и тогда получим  $[\mathbf{l}, \mathbf{v}dt] = \mathbf{n}dS = d\Phi$

# Электродвижущая сила индукции

- Таким образом, приходим к выражению

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (8.4)$$

- Как видим знаки в правой и левой частях уравнения противоположны.
- Это объясняет стремление индуцированного тока, а значит и сил противодействовать причинам, его вызывающим.

# Электродвижущая сила индукции

- Единицей потока магнитной индукции в СИ служит **вебер** (Вб), который представляет собой поток через поверхность в  $1 \text{ м}^2$ , пересекаемую нормальными к ней линиями магнитного поля с  $B$ , равной  $1 \text{ Тл}$ .
- При скорости изменения потока, равной  $1 \text{ Вб/с}$ , в контуре индуцируется ЭДС, равная  $1 \text{ В}$ .
- В гауссовой системе единицей потока  $\Phi$  является **максвелл** (Мкс).

# Электродвижущая сила индукции

- В случае, если геометрия контура постоянна, а магнитный поток изменяется за счет изменения поля  $B$ , объяснение возникновения ЭДС индукции оказывается другим.
- Изменяющееся со временем магнитное поле порождает вихревое электрическое поле  $E$ .
- Под действием поля  $E$  носители тока в проводнике приходят в движение – возникает индуцированный ток.
- Связь между ЭДС индукции и изменениями магнитного потока в этом случае также описывается выражением (8.4).

# Электродвижущая сила индукции

- Если контур, в котором индуцируется ЭДС, состоит не из одного витка, а из  $N$  витков, то поскольку витки соединяются последовательно,  $\mathcal{E}_i$  будет равна сумме ЭДС, индуцированных в каждом из витков в отдельности, то есть

$$E_i = -\sum \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\sum \Phi)$$

- Величину  $\psi = \sum \Phi$  (8.7)

называют **потокосцеплением** или **полным магнитным потоком**.

- Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков (8.8) то

$$E_i = -\frac{d\psi}{dt} \quad (8.9)$$

- ЭДС, индуцируемая в сложном контуре равна

# Методы измерения магнитной индукции

- Пусть полный магнитный поток, сцепленный с некоторым контуром, изменяется от значения  $\Psi_1$  до  $\Psi_2$ .
- Найдем заряд  $q$ , который протекает при этом через каждое сечение контура.
- Мгновенное значение силы тока в контуре равно

$$I = \frac{E_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt}$$

- Отсюда

$$dq = Idt = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt} dt = -\frac{1}{R} d\Psi$$

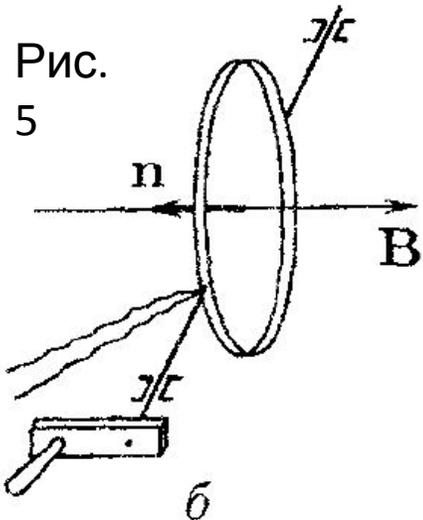
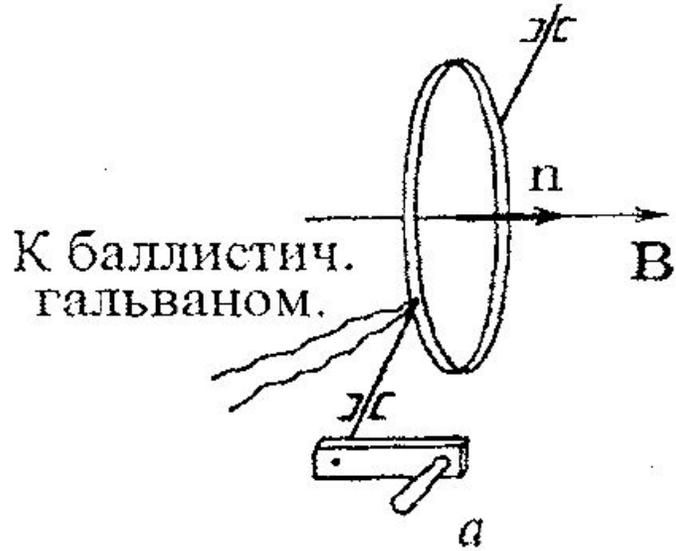
# Методы измерения магнитной индукции

- Проинтегрировав это выражение, найдем, полный заряд:

$$q = \int dq = -\frac{1}{R} \int_1^2 d\Psi = \frac{1}{R} (\Psi_1 - \Psi_2) \quad (8.10)$$

- Соотношение (8.10) лежит в основе разработанного Столетовым баллистического способа измерения магнитной индукции, суть которого заключается в следующем:
- В исследуемое поле помещают небольшую катушку, имеющую  $N$  витков.
- Катушку располагают так, чтобы вектор  $\mathbf{B}$  оказался перпендикулярным к плоскости витков.

# Методы измерения магнитной индукции



- Тогда полный магнитный поток, сцепленный с катушкой, будет равен

$$\Psi_1 = NBS$$

- Где  $S$  – площадь одного витка, которая должна быть настолько малой, чтобы поле в ее пределах можно было считать однородным (рис. а).

- При повороте катушки на 180 (рис. б) потокосцепление становится равным

$$\Psi_2 = -NBS$$

# Методы измерения магнитной индукции

- Следовательно, изменение полного потока при повороте катушки равно  $\Psi_1 - \Psi_2 = 2NBS$
- Если поворот катушки осуществить достаточно быстро, в контуре возникает импульс тока, при котором протекает заряд

$$q = \frac{1}{R} 2NBS \quad (8.11)$$

- Заряд, протекающий по цепи при кратковременном импульсе тока, можно измерить с помощью так называемого баллистического гальванометра, который представляет собой гальванометр с большим периодом собственных колебаний.

# Методы измерения магнитной индукции

- Измерив  $q$  и зная  $R$ ,  $N$  и  $S$ , можно по формуле (8.11) найти  $B$ .
- Под  $R$  в данном случае подразумевается полное сопротивление цепи, включающее сопротивление катушки, соединительных проводов и гальванометра.
- Вместо того, чтобы поворачивать катушку, можно включать или выключать исследуемое магнитное поле или изменять его направление на обратное.

# Методы измерения магнитной индукции

- Еще один вариант – использовать свойство висмута, у которого сопротивление сильно возрастает под действием магнитного поля - 5% на каждую десятую долю тесла.
- Если поместить предварительно проградуированную висмутовую спираль в магнитное поле, то по изменению сопротивления можно определить магнитную индукцию поля.
- У других металлов тоже есть такая зависимость, но она гораздо слабее.
- У меди увеличение сопротивления в  $10^4$  раз меньше, чем у висмута.

# Токи Фуко

- Индукционные токи могут возбуждаться и в сплошных массивных проводниках.
- В этом случае их называют **токами Фуко** или **вихревыми** токами.
- Электрическое сопротивление массивного проводника мало, поэтому токи Фуко могут достигать очень большой силы.
- В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие пути и направления, чтобы своим действием возможно сильнее противиться причине, которая их вызывает.

# Токи Фуко

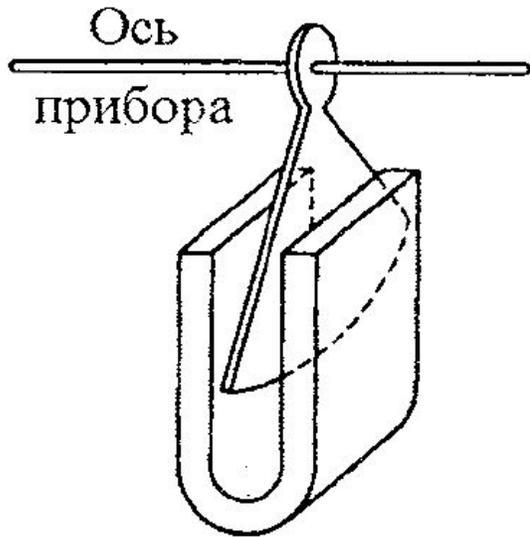


Рис.  
6

- Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем.
- Этим, например, пользуются для демпфирования (успокоения) подвижных частей гальванометров, сейсмографов и других приборов.
- На подвижной части прибора укрепляется проводящая пластина в виде сектора, которая вводится в зазор между полюсами сильного постоянного магнита.
- При движении в пластине возникают сильные токи Фуко, вызывающие торможение.

# Токи Фуко

- Торможение возникает лишь при движении пластины и исчезает, когда пластина неподвижна.
- Поэтому электромагнитный успокоитель совершенно не препятствует точному приходу системы в положение равновесия.
- Тепловое действие токов Фуко используется в индукционных печах.
- Такая печь представляет собой катушку, питаемую высокочастотным током большой силы.
- Если поместить внутрь катушки проводящее тело, в нем возникнут интенсивные вихревые токи, которые могут разогреть тело до плавления.

# Токи Фуко

- Таким способом осуществляют плавление металлов в вакууме, что позволяет получать материалы высокой чистоты.
- Бытовые кухонные индукционные печи разогревают индуцированными вихревыми токами, создаваемыми высокочастотным магнитным полем частотой 20-100 кГц.
- Во многих случаях токи Фуко бывают нежелательными и приходится принимать специальные меры для борьбы с ними.
- Так, например, сердечники трансформаторов набирают из тонких пластин, разделенных изолирующими прослойками.
- Пластины располагаются так чтобы возможные токи Фуко

# Токи Фуко

- Токи Фуко, возникающие в проводниках, по которым текут переменные токи, направлены так, что ослабляют ток внутри проводника и усиливают вблизи поверхности.
- В результате быстропеременный ток оказывается распределенным по сечению проводника неравномерно – он как бы вытесняется на поверхность проводника.
- Это явление называется **скин-эффектом** или **поверхностным** эффектом.
- Из-за скин-эффекта внутренняя часть проводника в высокочастотных цепях оказывается бесполезной.
- Поэтому в высокочастотных цепях применяют проводники в виде трубок.

# Явление самоиндукции

- Электрический ток, текущий в любом контуре, создает пронизывающий этот контур магнитный поток  $\Psi$ .
- При изменениях  $I$  изменяется также и  $\Psi$ , вследствие чего в контуре индуцируется ЭДС.
- Это явление называется *самоиндукцией*.
- В соответствии с законом Био-Савара магнитная индукция  $B$  пропорциональна силе тока, вызвавшего поле.
- Отсюда вытекает, что ток  $I$  в контуре и создаваемый им полный магнитный поток  $\Psi$  через контур пропорциональны друг другу:

$$\Psi = LI \quad (8.12)$$

# Явление самоиндукции

- Коэффициент пропорциональности  $L$  между силой тока и полным магнитным потоком называется **индуктивностью контура**.
- Линейная зависимость  $\Psi$  от  $I$  наблюдается только в тех случаях, когда магнитная проницаемость  $\mu$  среды, окружающей контур, не зависит от напряженности поля  $H$ , т. е. в отсутствии ферромагнетиков.
- В противном случае  $\mu$  является сложной функцией от  $I$  и, поскольку  $B = \mu_0 \mu H$ , зависимость  $\Psi$  от  $I$  также будет довольно сложной.
- Однако соотношение (8.12) распространяют и на этот случай, считая индуктивность  $L$  функцией от  $I$ .

# Явление самоиндукции

- Кроме того, при неизменной силе тока  $I$  полный поток может изменяться за счет изменения формы и размеров контура.
- Из сказанного следует, что индуктивность  $L$  зависит от геометрии контура и от магнитных свойств окружающей контур среды.
- Если контур жесткий и поблизости от него нет ферромагнетиков, индуктивность  $L$  является постоянной величиной.
- За ***единицу индуктивности*** в СИ принимается индуктивность такого проводника, у которого при силе тока в нем в 1А возникает сцепленный с ним магнитный поток  $\Psi$ , равный 1 Вб.
- Эту ***единицу называют генри*** (Гн).

# Явление самоиндукции

- В гауссовой системе индуктивность имеет размерность длины.
- В соответствии с этим единицу индуктивности в этой системе называют **сантиметром**.
- Индуктивностью в 1 см обладает контур, с которым при силе тока 1 СГСМ-единица (т.е. 10 А) сцеплен поток, равный 1 Мкс ( $10^{-8}$  Вб).
- Вычислим индуктивность соленоида.
- Возьмем соленоид такой длины, чтобы его можно было практически считать бесконечным.
- При протекании по нему тока  $I$  внутри соленоида возбуждается однородное поле, индукция которого равна

$$B = \mu_0 n I$$

# Явление самоиндукции

- Поток через каждый из витков равен  $\Phi=BS$ , а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом, составляет

$$\Psi = N\Phi = nlBS = \mu_0\mu n^2 lSI \quad (8.13)$$

- где  $l$  – длина соленоида,  $S$  – площадь поперечного сечения,  $n$  – число витков на единицу длины (произведение  $nl$  дает полное количество витков  $N$ ).
- Сопоставление формул (8.12) и (8.13) дает для индуктивности очень длинного соленоида выражение

$$L = \mu_0\mu n^2 lS = \mu_0\mu n^2 V \quad (8.14)$$

- где  $V=lS$  – объем соленоида.

# Явление самоиндукции

- При изменениях силы тока в контуре возникает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_s$ , равная

$$E_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right) \quad (8.15)$$

- Если при изменениях силы тока индуктивность остается постоянной, выражение для ЭДС самоиндукции имеет вид

$$E_s = -\frac{LdI}{dt} \quad (8.16)$$

- Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток бывает направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

# Явление самоиндукции

- В данном случае причиной, вызывающей  $\mathcal{E}_S$  является изменение силы тока в цепи.
- Примем в качестве положительного направления обхода по часовой стрелке.
- При этом условии сила тока будет положительной, если ток течет в цепи по часовой стрелке, и отрицательной, если ток течет против часовой стрелки.
- Аналогично  $\mathcal{E}_S$  будет положительной, если она действует в направлении по часовой стрелке и отрицательной, если она действует в направлении против часовой стрелки.

# Явление самоиндукции

- Производная  $dI/dt$  положительна в двух случаях: либо при возрастании положительного тока, либо при убывании по модулю отрицательного тока.
- Из (8.16) следует, что в этих случаях  $\mathcal{E}_s < 0$ .
- Это означает, что ЭДС самоиндукции направлена против часовой стрелки и, следовательно, противится указанным изменениям тока.
- Производная  $dI/dt$  отрицательна также в двух случаях: либо при убывании положительного тока, либо при возрастании по модулю отрицательного тока.
- В этих случаях  $\mathcal{E}_s > 0$  и, следовательно, противится указанным изменениям тока.

# Явление самоиндукции

- Соотношение (8.16) дает возможность определить индуктивность  $L$  как коэффициент пропорциональности между скоростью изменения силы тока в контуре и возникающей вследствие этого ЭДС самоиндукции.
- Однако это верно лишь в том случае, если  $L = \text{const}$ .
- В присутствии ферромагнетиков  $L$  недеформируемого контура будет функцией от  $I$  (через  $H$ ), следовательно,  $dL/dt$  можно записать как  $(dL/dI) (dI/dt)$ . Произведя такую подстановку в (8.15) получим

$$E_s = - \left( L + I \frac{dL}{dI} \right) \frac{dI}{dt} \quad (8.17)$$

- То есть коэффициент пропорциональности отнюдь не равен  $L$ .

# Ток при замыкании и размыкании цепи

- По правилу Ленца дополнительные токи, возникающие вследствие самоиндукции, всегда направлены так, чтобы противодействовать изменениям тока в цепи.
- Это приводит к тому, что установление тока при замыкании цепи и убывание тока при размыкании цепи происходят не мгновенно, а постепенно.
- Найдем характер изменения тока при размыкании цепи.
- Пусть в цепь с не зависящей от  $I$  индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R$  включен источник тока с ЭДС  $\mathcal{E}$ .
- В цепи будет течь постоянный ток  $I_0 = \frac{E}{R}$  (8.18)

# Ток при замыкании и размыкании цепи

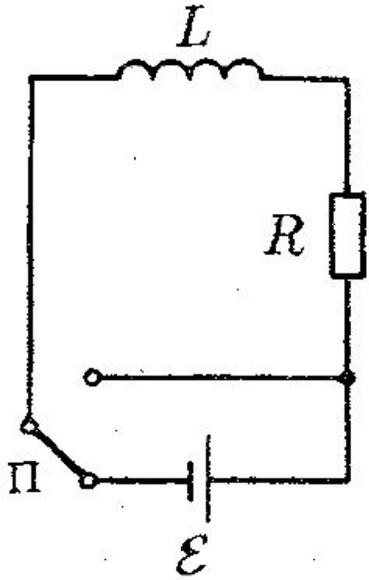


Рис.  
7

- Сопротивление источника будем считать пренебрежительно малым.
- В момент времени  $t=0$  отключим источник тока, замкнув одновременно цепь переключателем П.
- Как только сила тока начнет убывать, возникнет ЭДС самоиндукции, противодействующая этому убыванию.
- Сила тока в цепи будет соответствовать уравнению

$$IR = E_S = -L \frac{dI}{dt} \text{ или } \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0 \quad (8.19)$$

# Ток при замыкании и размыкании цепи

- Преобразуем выражение (8.19) до вида

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$$

- И проинтегрируем полученное выражение, в результате

$$\ln I = -\frac{R}{L} t + \ln const$$

- В результате потенцирования (этого выражения) получим

$$I = const \cdot \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \quad (8.20)$$

# Ток при замыкании и размыкании цепи

- Найдем значение  $const$  из начальных условий.
- При  $t=0$  сила тока имела значение (8.18).
- Следовательно,  $const=I_0$ .
- Подставим это значение в (8.20) и получим

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \quad (8.21)$$

- Итак, после отключения источника ЭДС сила тока в цепи не обращается мгновенно в нуль, а убывает по экспоненциальному закону (8.21) (см. рисунок на стр.43 кривая 1).
- Скорость убывания определяется имеющей размерность (8.22) времени величиной  $\tau = \frac{L}{R}$

# Ток при замыкании и размыкании цепи

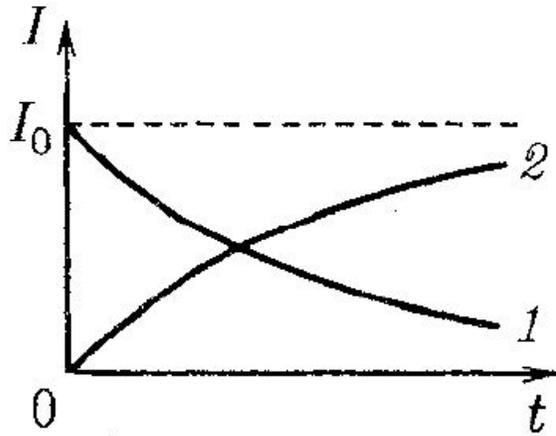


Рис.  
8

- Величину  $\tau$  называют **постоянной времени цепи**.
- Подставим в формулу (8.22) значение  $\tau$  и получим  $I_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$  (8.23)
- То есть,  $\tau$  есть время, в течение которого сила тока уменьшается в  $e$  раз.
- Из формулы (8.22) следует, что чем больше индуктивность  $L$  цепи и меньше ее сопротивление  $R$ , тем больше постоянная времени  $\tau$  и тем медленнее спадает ток в цепи.

# Ток при замыкании и размыкании цепи

- Для упрощения расчетов мы считали, что цепь в момент отключения источника тока замыкается накоротко.
- Если просто разорвать цепь с большой индуктивностью, возникающее высокое индуцированное напряжение создает искру или дугу в месте разрыва.
- Теперь рассмотрим случай замыкания цепи.
- После подключения источника ЭДС, до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения (8.18), в цепи кроме ЭДС  $\mathcal{E}$ , будет действовать ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_S$ .
- В соответствии с законом Ома

$$IR = E + E_S = E - L \frac{dI}{dt} \text{ или } \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{E}{L} \quad (8.24)$$

# Ток при замыкании и размыкании цепи

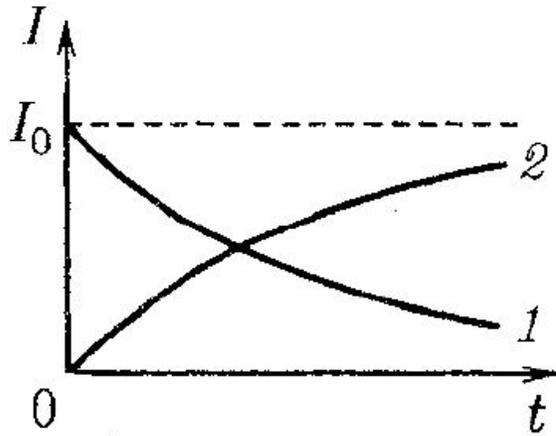


Рис.  
8

- Уравнение (8.24) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением.
- В соответствии с теорией дифференциальных уравнений решением уравнения (8.24) будет

$$I = I_0 + const \cdot \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

- В начальный момент времени сила тока  $I$  равна нулю. Отсюда  $const = -I_0$ , таким образом

$$I = I_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right] \quad (8.25)$$

- Эта функция описывает нарастание тока в цепи после подключения источника ЭДС (кривая 2)

# Взаимная индукция

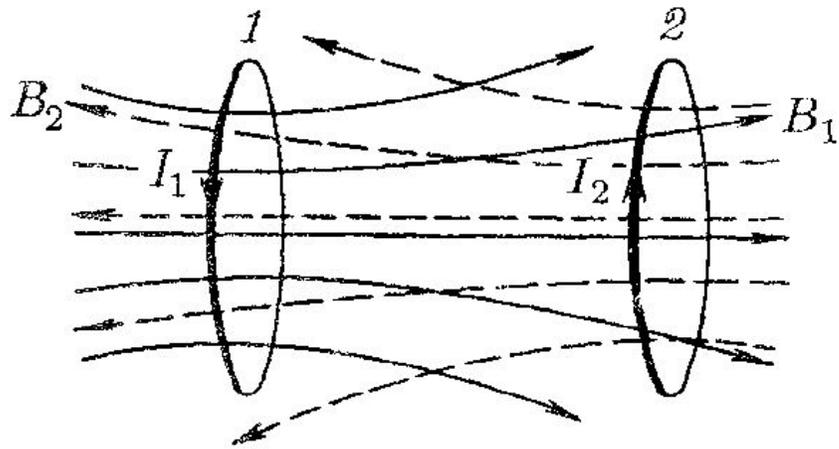


Рис.  
9

- Возьмем два контура 1 и 2, расположенных близко друг к другу.
  - Если в контуре 1 течет ток силы  $I_1$ , он создает через контур 2 пропорциональный  $I_1$  полный магнитный поток
- $$\Phi_{21} = L_{21} I_1 \quad (8.26)$$

- Поле, создающее этот поток, изображено на рисунке сплошными линиями.
- При изменениях тока  $I_1$  в контуре 2 индуцируется ЭДС

$$E_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (8.27)$$

# Взаимная индукция

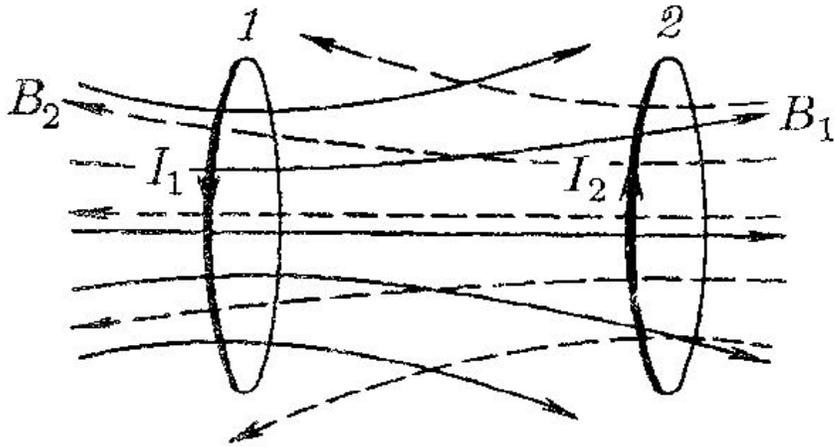


Рис.  
9

- Аналогично при протекании в контуре 2 тока силы  $I_2$  возникает сцепленный с контуром 1 поток

$$\Psi_1 = L_{12} I_2 \quad (8.28)$$

- При изменении тока  $I_2$  в контуре 1 индуцируется ЭДС

$$E_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (8.29)$$

- Контуры 1 и 2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменениях силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

# Взаимная индукция

- Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называются взаимной индуктивностью контуров.
- Расчеты показывают, что при отсутствии ферромагнетиков эти коэффициенты всегда равны друг другу:

$$L_{12} = L_{21} \quad (8.30)$$

- Их значение зависит от формы, размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости окружающей контуры среды.
- Измеряется  $L_{12}$  в тех же единицах, что и индуктивность  $L$ .

# Взаимная индукция

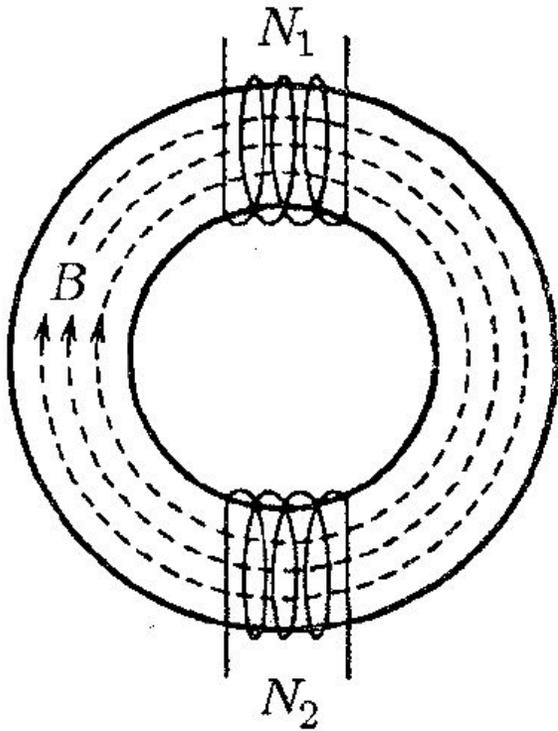


Рис.1  
0

- Найдем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный железный сердечник.
- Линии магнитной индукции сосредоточены внутри сердечника.
- Поэтому можно считать, что возбуждаемое любой из обмоток магнитное поле будет иметь всюду в сердечнике одинаковую напряженность.
- Если первая обмотка имеет  $N_1$  витков и по ней течет ток силы  $I_1$ , то согласно теореме о циркуляции, при длине сердечника  $l$   
$$Hl = N_1 I_1 \quad (8.31)$$

# Взаимная индукция

- Магнитный поток через поперечное сечение сердечника равен  $\Phi = BS = \mu_0 \mu H S$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения сердечника.

- Подставив сюда значение  $H$  из (8.31) и умножив получившееся выражение на  $N_2$ , получим полный поток, сцепленный со второй обмоткой:  $\Psi_{21} = \frac{\mu_0 \mu N_1 N_2^2 I_1}{l}$

- Сопоставление этого выражения с формулой (8.26) дает  $L_{21} = \frac{\mu_0 \mu N_1 N_2^2}{l} I_1$  (8.32)

- Вычисление потока  $\Psi_{12}$  сцепленного с первой обмоткой, дает  $L_{12} = \frac{\mu_0 \mu N_1^2 N_2}{l} I_2$  (8.33)

# Взаимная индукция

- Однако в данном случае нельзя утверждать, что  $L_{12} = L_{21}$ .
- Множитель  $\mu$ , входящий в выражения для этих коэффициентов, зависит от напряженности поля в  $H$  в сердечнике.
- Если  $N_1 \neq N_2$ , один и тот же ток, пропускаемый один раз по первой, а другой раз по второй обмотке создаст в сердечнике поле различной напряженности  $H$ .
- Соответственно значения  $\mu$  в обоих случаях будут различными, так при  $I_1 = I_2$  числовые значения  $L_{12}$  и  $L_{21}$  не совпадают.

# Энергия магнитного поля

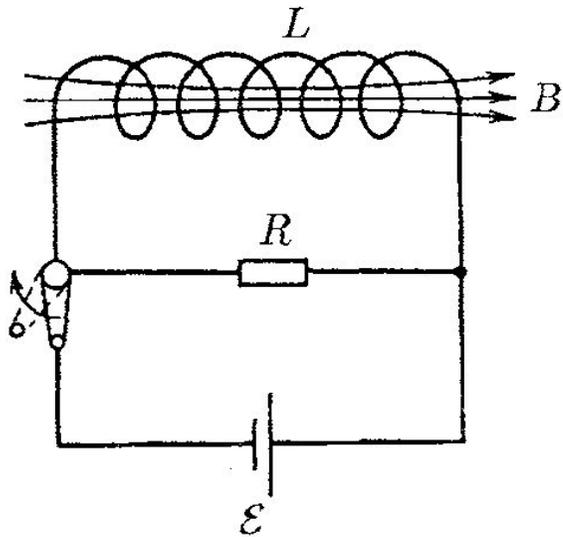


Рис.1

- Рассмотрим цепь, изображенную на рисунке.
- При замкнутом ключе в соленоиде установится ток  $I$ , который обусловит магнитное поле, сцепленное с витками соленоида.
- Если разомкнуть ключ, то через сопротивление  $R$  будет некоторое время течь постоянно убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде ЭДС самоиндукции.

• Работа, совершаемая этим током за время  $dt$ , равна

$$dA = E_s Idt = -\frac{d\Psi}{dt} Idt = -Id\Psi \quad (8.34)$$

# Энергия магнитного поля

- Если индуктивность соленоида не зависит от  $I$  ( $L=const$ ), то  $d\Psi=LdI$  и выражение (8.34) принимает вид

$$dA = -LI dI \quad (8.35)$$

- Проинтегрировав это выражение по  $I$  в пределах от первоначального значения  $I$  до нуля, получим работу, совершаемую в цепи за все время, в течение которого происходит исчезновение магнитного поля:

$$A = -\int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2} \quad (8.36)$$

- Работа (8.36) идет на приращение внутренней энергии (нагревание) сопротивления  $R$ , соленоида и соединительных проводов

# Энергия магнитного поля

- Совершение этой работы сопровождается исчезновением магнитного поля, которое первоначально существовало в окружающем соленоид пространстве.
- Поскольку никаких других изменений в окружающих электрическую цепь телах не происходит, остается заключить, что магнитное поле является носителем энергии, за счет которой и совершается работа.
- Таким образом, мы приходим к выводу, что проводник с индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ , обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2} \quad (8.37)$$

# Энергия магнитного поля

- Эта энергия (8.37) локализована в возбуждаемом током магнитном поле.
- Сравним эту формулу с энергией заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}$$

- Выражение (8.36) можно трактовать как работу, которую необходимо совершить против ЭДС самоиндукции в процессе нарастания тока от нуля до  $I$  и которая идет на создание магнитного поля, обладающего энергией (8.37).
- Действительно, работа, совершаемая против ЭДС самоиндукции равна

$$A' = \int_0^I (-E_s) Idt$$

# Энергия магнитного поля

- Прделав такие же преобразования, что привели нас к (8.35), получим выражение, совпадающее с (8.36):

$$A' = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2} \quad (8.38)$$

- Работа (8.38) совершается при установлении тока за счет источника ЭДС и идет целиком на создание магнитного поля, сцепленного с витками соленоида.
- Выражение (8.38) не учитывает той работы, которую источник ЭДС затрачивает в процессе установления тока на нагревание проводников.

# Энергия магнитного поля

- Выразим энергию магнитного поля (8.37) через величины, характеризующие само поле.
- В случае очень длинного соленоида:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V \text{ или } \mathbf{H} = nI, \quad I = \frac{H}{n}$$

- Подставив эти значения в  $L$  и  $I$  в выражение (8.37) и выполнив преобразования получим

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V \quad (8.39)$$

- В предыдущих лекциях мы говорили, что магнитное поле бесконечно длинного соленоида однородно и отлично от нуля только внутри соленоида.

# Энергия магнитного поля

- Следовательно энергия (8.39) локализована внутри соленоида и распределена по объему с постоянной плотностью  $\omega$ , которую можно найти, разделив  $W$  на  $V$ , то есть

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \quad (8.40)$$

- Вспомнив, что  $B = \mu_0 \mu H$ , формуле (8.40) можно придать вид

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} \quad (8.41)$$

- Очень похоже на формулу плотности энергии электрического поля  $\omega = \frac{D^2}{2\epsilon_0 \epsilon}$

# Энергия магнитного поля

- Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно вычислить энергию поля, заключенного в любом объеме  $V$ .
- Для этого нужно вычислить интеграл

$$\int_V \omega dV = \int_V \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV \quad (8.42)$$

- Можно показать что в случае двух связанных контуров в отсутствии ферромагнетиков энергия поля определяется как

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{L_{12} I_1 I_2}{2} + \frac{L_{21} I_2 I_1}{2} \quad (8.43)$$

- Для  $N$  связанных контуров  $W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^N L_{ik} I_i I_k$  (8.44)

# Работа перемагничивания ферромагнетика

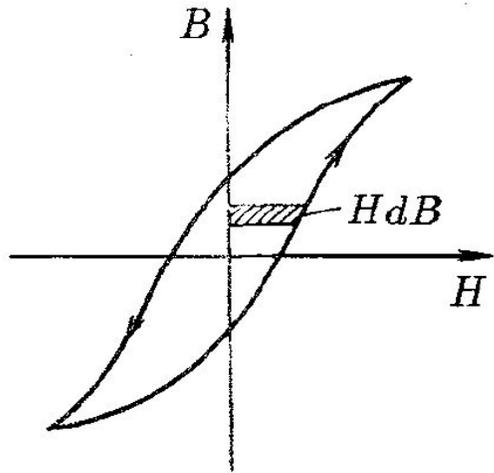


Рис.1

2

- При отсутствии ферромагнетиков работа (8.38) полностью идет на создание магнитного поля.
- При наличии ферромагнетиков работа идет не на создание магнитного поля.
- При совершении одного цикла перемагничивания ферромагнетика затрачивается в расчете на единицу объема работа, численно равная площади петли гистерезиса.

$$A'_{ед.об} = \oint H dB = S_{II} \quad (8.47)$$

- Эта работа идет на нагревание ферромагнетика.

# Задачи

	В магнитное поле помещена катушка радиусом 2 см и длиной 5 см, имеющая удельное количество витков равное 100 витков на см, включена в цепь общим сопротивлением 100 Ом, соединенную с гальванометром, который при повороте катушки на 180 градусов показывает значение 10 мкКл.		
1	Вопрос: какова величина магнитной индукции?	(8.11)	
2	Какова индуктивность такой катушки, если она намотана на бумажный каркас	(8.14)	Воздух
3	Какова индуктивность такой катушки, если она намотана на сердечник из Пермаллоя-68	(8.14)	Пермаллой-68
	Вместо гальванометра в эту цепь подключен источник ЭДС, создающий ток величиной 10 А.		
4	Какова величина тока в цепи будет через 0,1/0,5/2 сек после размыкания цепи	(8.22-8.23)	
5	В течение какого времени ток в цепи будет равен 0	Не имеет решения	
6	В течение какого времени ток в цепи будет равен 0 с точностью до 3-го знака		
7	Как изменится это время, если сопротивление цепи будет в 10 раз больше.		
	магнитная постоянная $1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м		