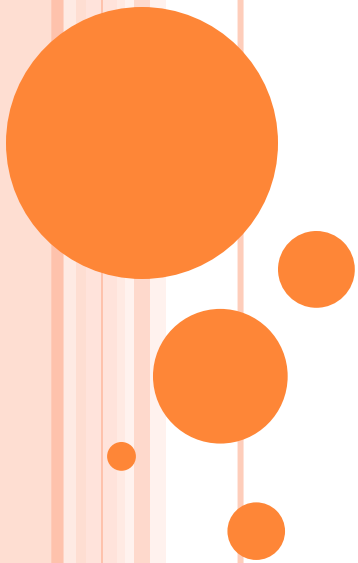


АРИФМЕТИЧЕСКИЕ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ КОМПЬЮТЕРА



Процессор выполняет арифметические и логические операции над двоичными кодами. Поэтому для получения представления об устройстве компьютера, необходимо познакомиться с основными логическими элементами, лежащими в основе его построения. Для понимания принципа работы таких элементов начнем это знакомство с основными начальными понятиями алгебры логики.



Логика — это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах рассуждений и доказательств.

Понятие — это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.

Пример

Прямоугольник, проливной дождь, компьютер — это понятия.



Высказывание — это формулировка своего понимания окружающего мира. Высказывание является повествовательным предложением, в котором что-либо утверждается или отрицается.

Истинным будет высказывание, в котором связь понятий правильно отражает свойства и отношения реальных вещей.

Ложным высказывание будет в том случае, когда оно противоречит реальной действительности.



Пример

«Буква «а» — гласная» - истинное высказывание.

«Компьютер был изобретён в середине 19 века» - ложное высказывание.



Задание. Какие из предложений являются высказываниями? Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?

(не является высказыванием)

2. Делайте утреннюю зарядку!

(не является высказыванием)

3. Париж — столица Англии.

(является ложным высказыванием)

4. Число 11 является простым.

(является истинным высказыванием)

5. $4 + 5 = 10$

(является ложным высказыванием)

6. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.

(является истинным высказыванием)

7. Некоторые медведи живут на севере.

(является истинным высказыванием)

8. Все медведи — бурые.

(является ложным высказыванием)



Умозаключение — это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (знание или вывод).

Пример

Дано высказывание: «Все углы равнобедренного треугольника равны». Получите высказывание «Этот треугольник равносторонний» путём умозаключений.



ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ОПЕРАЦИИ

***Алгебра логики** — это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются над высказываниями.*



Логическая переменная — это простое высказывание, содержащее только одну мысль. Её символическое обозначение — латинская буква (например, А, В, Х, Y и т. д.)

Составное высказывание — логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединённых между собой с помощью логических операций. Её символическое обозначение — $F(A, B, \dots)$.

На основе простых высказываний могут быть построены составные высказывания.



Логические операции — логическое действие.

Таблица истинности — таблица, определяющая значение сложного высказывания при всех возможных значениях простых высказываний.

Рассмотрим три базовые логические операции — конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание и дополнительные — импликацию и эквиваленцию.





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ОПЕРАЦИЯ	ОБОЗНАЧЕНИЕ	ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ	ЛОГИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ ИЛИ ФРАГМЕНТ СХЕМЫ															
ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ)	не A, \bar{A} , $A, \text{not } A, \langle \rangle$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>\bar{A}</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	\bar{A}	0	1	1	0										
A	\bar{A}																	
0	1																	
1	0																	
КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ)	A и B, A & B, $A \wedge B, A \text{ and } B$ $A * B$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>$A \wedge B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	$A \wedge B$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
A	B	$A \wedge B$																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
ДИЗЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ)	A или B, A + B, $A \vee B, A \text{ or } B$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>$A \vee B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	$A \vee B$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	
A	B	$A \vee B$																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
ИМПЛИКАЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ)	<i>"если... , то..."</i> $A \rightarrow B, A \Rightarrow B$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>$A \rightarrow B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	$A \rightarrow B$	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	
A	B	$A \rightarrow B$																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	0																
1	1	1																
ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (ЛОГИЧЕСКОЕ РАВЕНСТВО)	<i>"... тогда и только тогда, когда..."</i> $A \leftrightarrow B,$ $A \equiv B,$ $A \sim B,$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>$A \leftrightarrow B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	$A \leftrightarrow B$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
A	B	$A \leftrightarrow B$																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																

Если составное высказывание (логическую функцию) выразить в виде формулы, в которую войдут логические переменные и знаки логических операций, то получится логическое выражение, значение которого можно вычислить.

Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ или ИСТИНА.

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- действия в скобках;
- инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.



Пример

Запишите в виде логического выражения следующее высказывание: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдёт на рыбалку».

- Проанализируем составное высказывание.
- Оно состоит из следующих простых высказываний: «Петя поедет в деревню», «Будет хорошая погода», «Он пойдёт на рыбалку». Обозначим их через логические переменные:

A = Петя поедет в деревню;

B = Будет хорошая погода;

C = Он пойдёт на рыбалку.

- Запишем высказывание в виде логического выражения, учитывая порядок действий. Если необходимо, расставим скобки:

$$F = A \ \& \ (B \rightarrow C).$$



Задание. Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

Неверно, что $10 > Y > 5$ и $Z < 0$

$$(\neg (Y < 10) \& (Y > 5) \& (Z < 0))$$

A является $\max(A, B, C)$

$$(A > B) \& (A > C)$$

Любое из чисел X, Y, Z положительно

$$(X > 0) \vee (Y > 0) \vee (Z > 0)$$

Любое из чисел X, Y, Z отрицательно

$$(X < 0) \vee (Y < 0) \vee (Z < 0)$$

Все числа X, Y, Z равны 12

$$(X = 12) \& (Y = 12) \& (Z = 12)$$



Найдите значения логических выражений:

$$F = (0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$$

(Ответ: 1)

$$F = (1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$$

(Ответ: 1)

$$F = (0 \& 0) \& (1 \& 1)$$

(Ответ: 0)

$$F = \neg 1 \& (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \& 1)$$

(Ответ: 1)

$$F = (\neg 1 \vee 1) \& (1 \vee \neg 1) \& (\neg 1 \vee 0)$$

(Ответ: 0)



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ.

