

# Техническая

## механика

Балочные системы.

Классификация нагрузок и опор. Понятие о силе трения.

# ***Виды нагрузок***

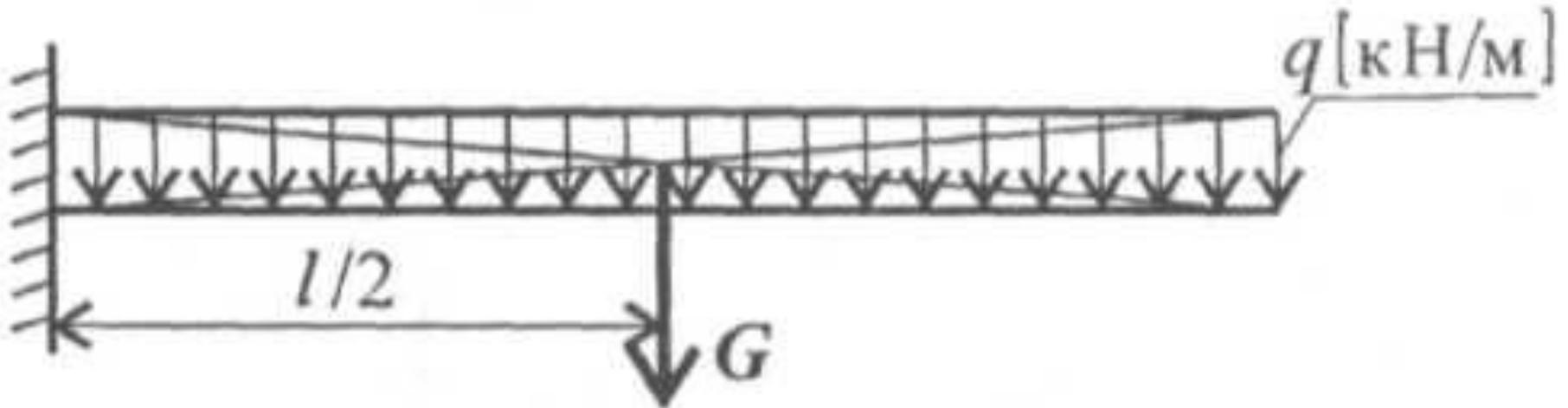
По способу приложения нагрузки делятся на сосредоточенные и распределенные.

Если реально передача нагрузки происходит на пренебрежимо малой площадке (в точке), нагрузку называют ***сосредоточенной***.

Часто нагрузка распределена по значительной площадке или линии (давление воды на плотину, давление снега на крышу и т.п.), тогда нагрузку считают ***распределенной***.

В задачах статики для абсолютно твердых тел распределенную нагрузку можно заменить равнодействующей сосредоточенной силой (рис. ).

Где  
 $q$  — интенсивность нагрузки;  
 $l$  — длина стержня;  
 $G = ql$  — равнодействующая распределенной нагрузки.



# *Разновидности опор балочных систем*

Балка — конструктивная деталь в виде прямого бруса, закрепленная на опорах и изгибаемая приложенными к ней силами.

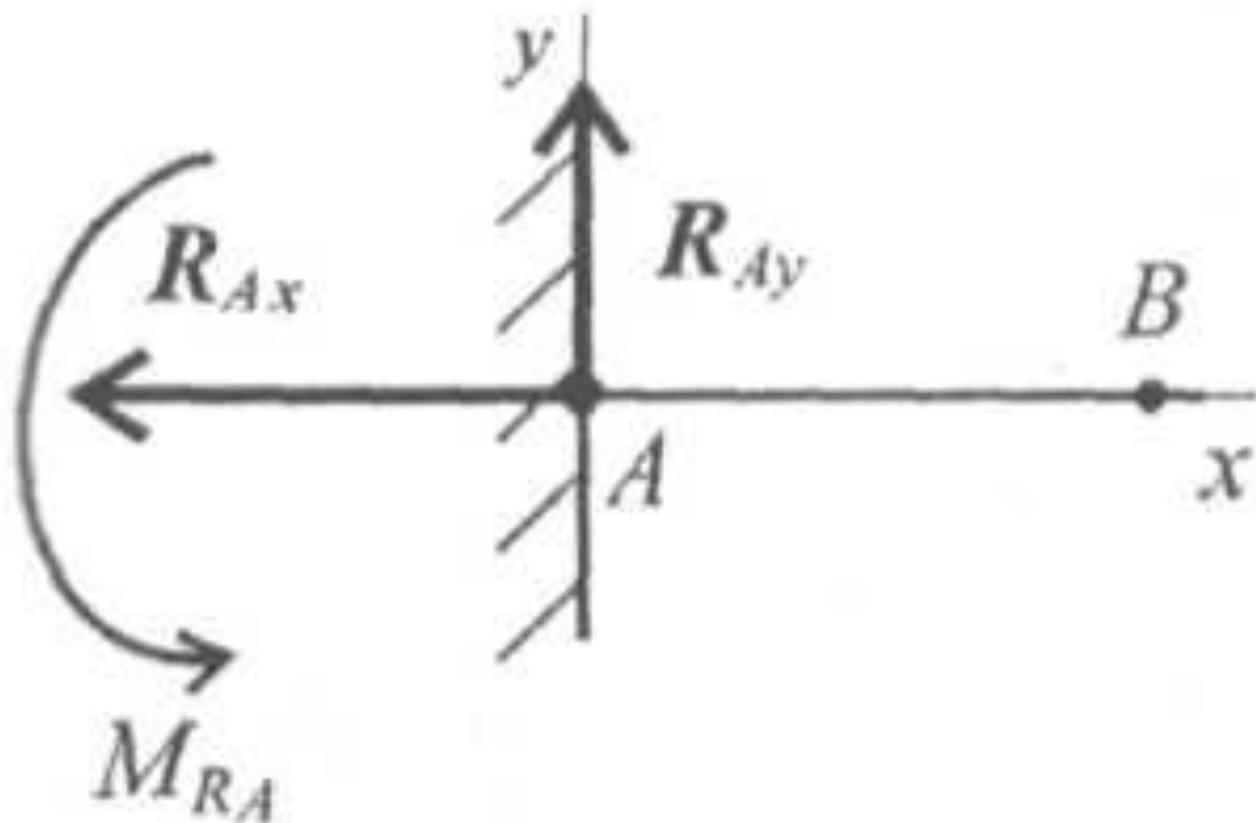
Высота сечения балки незначительна по сравнению с длиной

## ***Жесткая заделка (защемление)***

Опора не допускает перемещений и поворотов.

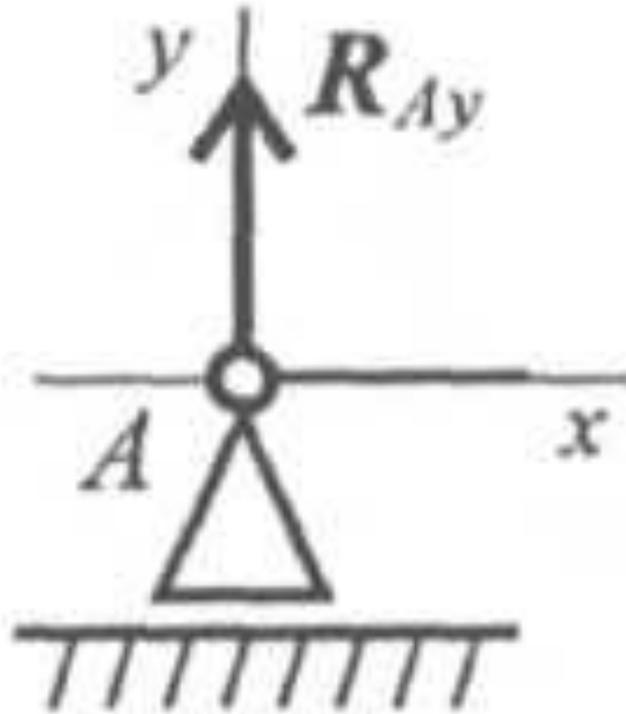
Заделку заменяют двумя составляющими силы

$R_{Ax}$  и  $R_{Ay}$  и парой с моментом  $M_R$ .



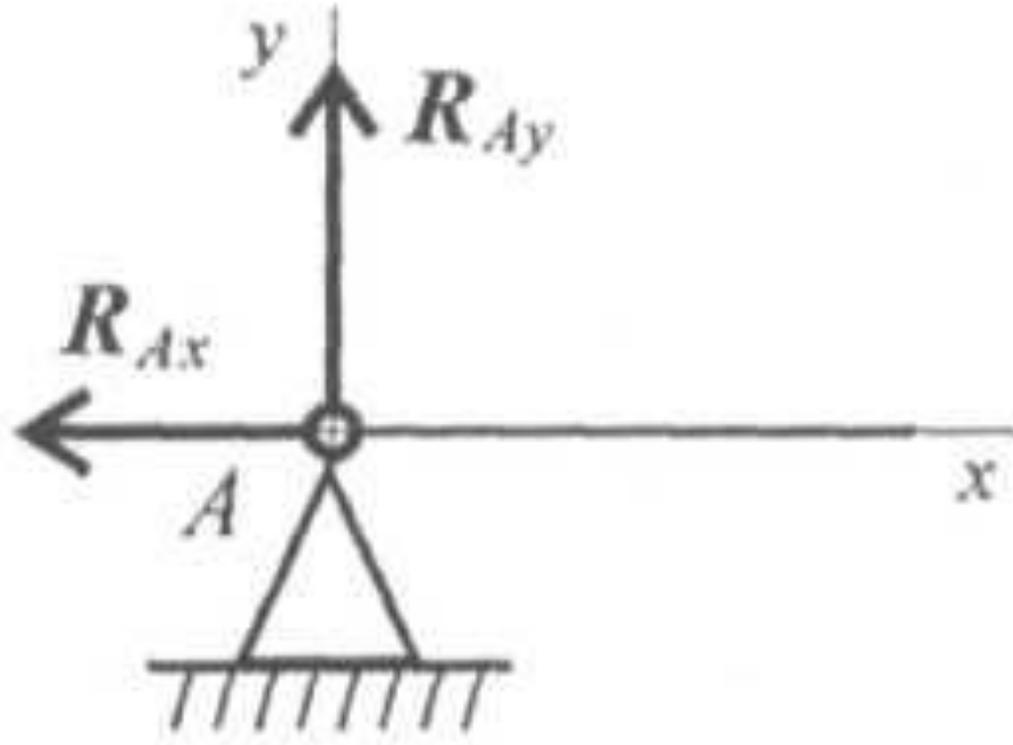
## ***Шарнирно-подвижная опора***

Опора допускает поворот вокруг шарнира и перемещение вдоль опорной поверхности. Реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности



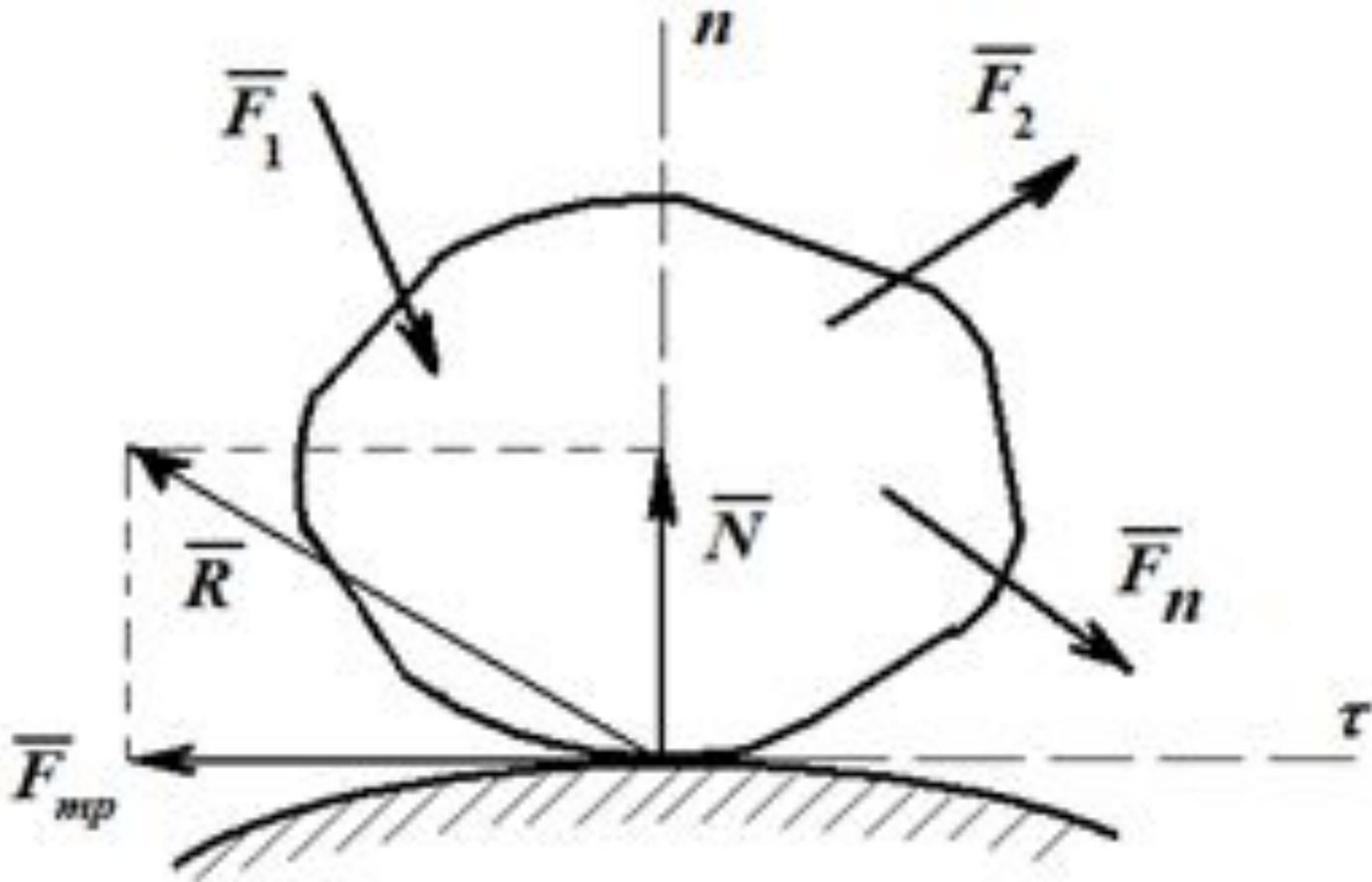
# Шарнирно-неподвижная опора

Опора допускает поворот вокруг шарнира и может быть заменена двумя составляющими силы вдоль осей координат.



## Понятие о силе трения.

При стремлении сдвинуть тело, лежащее на шероховатой поверхности, возникает сила реакции  $R$ , которая имеет две составляющие – нормальную  $N$  и силу трения  $F_{\text{тр}}$ .



В механике обычно рассматривается только сухое трение между поверхностями, при этом различают трение при покое или равновесии тела

и трение скольжения при движении одного тела по поверхности другого с некоторой относительной скоростью.

$$F_{тр} = \sum F_{it}$$

# Законы для сухого трения:

1. сила трения находится в общей касательной плоскости соприкасающихся поверхностей тел и направлена в сторону, противоположную направлению возможного скольжения тела под действием активных сил. Величина силы трения зависит от активных сил и заключена между нулем и своим максимальным значением, которое достигается в момент выхода тела из положения равновесия:  $0 \leq F_{тр} \leq F_{тр}^{max}$ ;

2. максимальное значение силы трения при прочих равных условиях не зависит от площади контакта трущихся поверхностей и пропорционально нормальной реакции:

$$F_{тр}^{max} = fN [H],$$

где

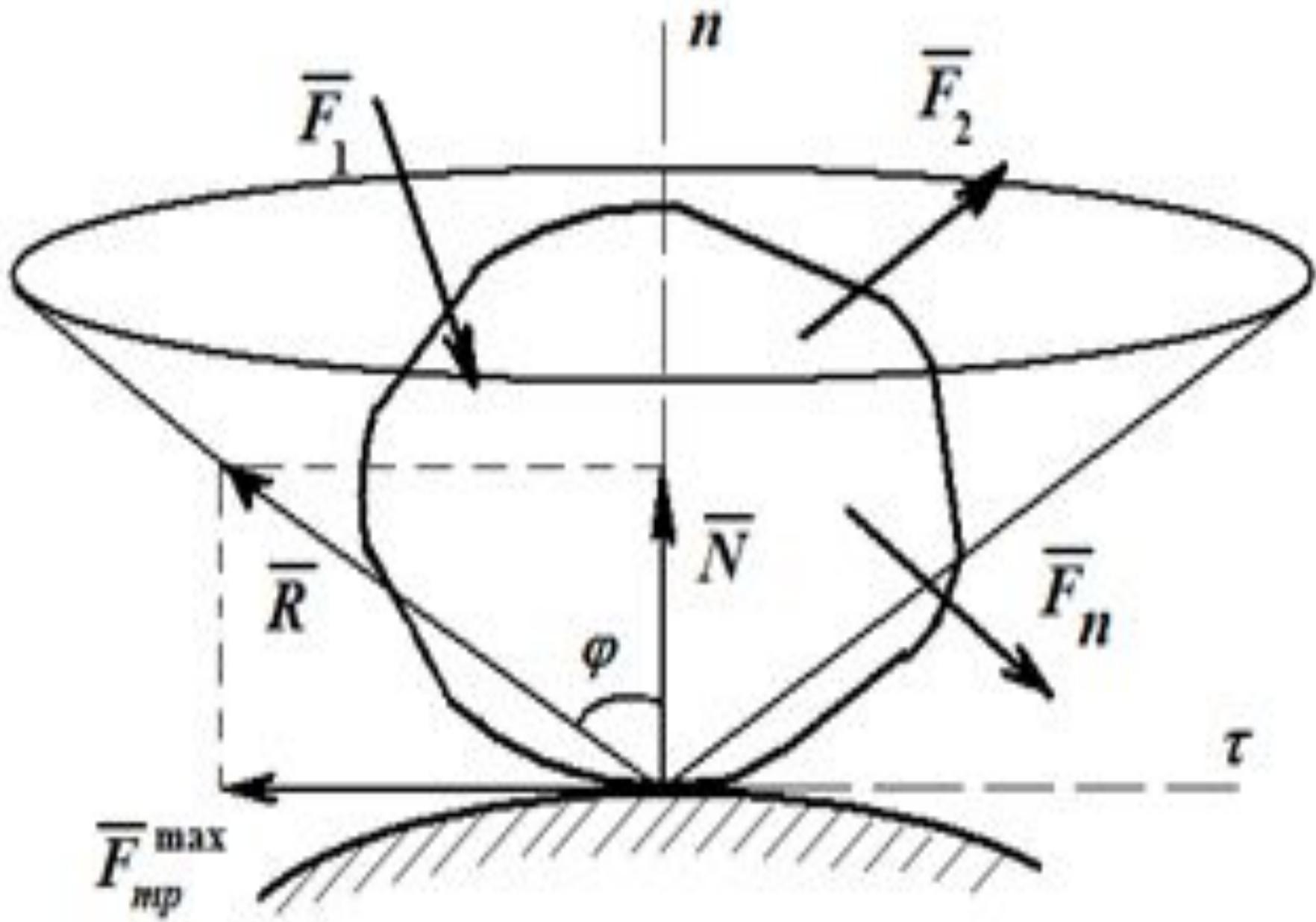
*f* – коэффициент трения, являющийся безразмерной величиной и зависящий от материала и физического состояния трущихся поверхностей.

## Угол трения

Если твердое тело под действием активных сил находится на шероховатой поверхности в предельном состоянии равновесия (сила трения достигает своего максимального значения), то полная реакция шероховатой поверхности отклонена от нормали к общей касательной плоскости трущихся поверхностей на наибольший угол  $\varphi$ , который называют *углом трения* (рисунок). При этом

$$\mathit{tg}\varphi = F_{\text{тр}}^{\text{max}} / N = fN / N = f.$$

То есть тангенс угла трения равен коэффициенту трения.



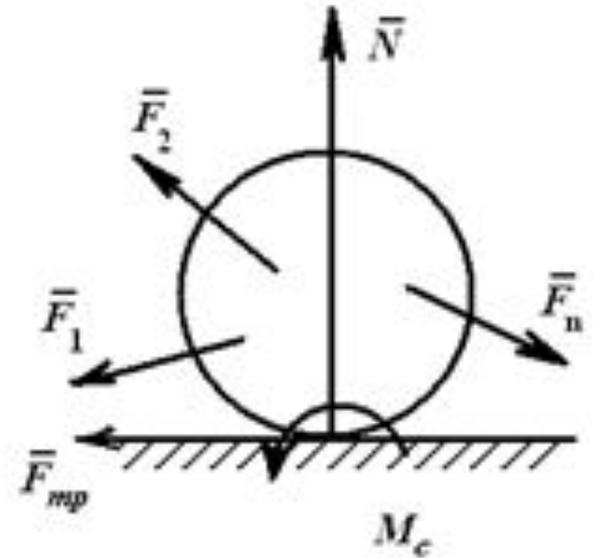
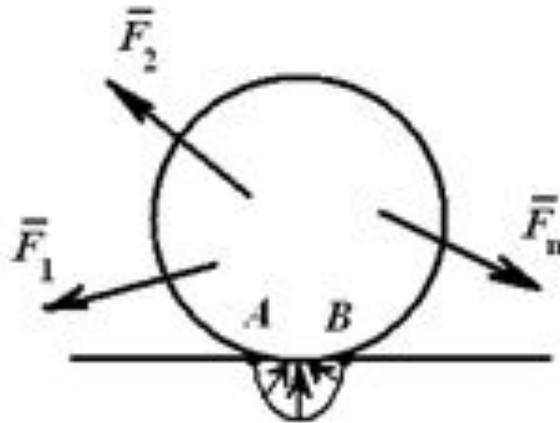
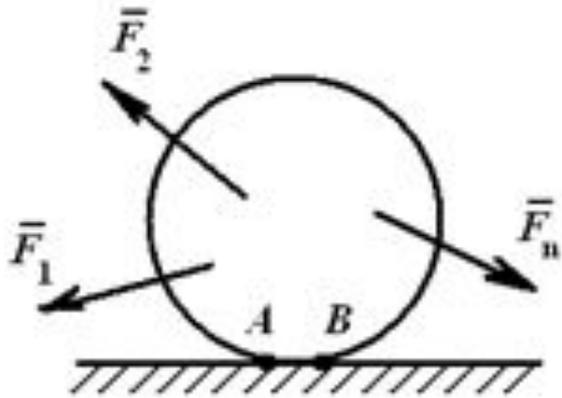
# Конус трения

*Конусом трения* называют конус, описанный линией действия полной реакции, построенной на максимальной силе трения, вокруг направления нормальной реакции.

Для равновесия тела на шероховатой поверхности необходимо и достаточно, чтобы линия действия равнодействующей активных сил, действующих на тело, проходила внутри конуса трения или по его образующей через его вершину.

# Трение качения

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.



Вследствие деформации тел их касание происходит вдоль площадки ***AB***, появляется распределенная система сил реакций, которая, согласно основной теореме статики, может быть заменена силой и парой сил.

Сила раскладывается на две составляющие – нормальную ***N*** и силу трения ***F<sub>тр</sub>***, пара сил называется *моментом сопротивления качению* ***M<sub>с</sub>***.

При равновесии тела момент сопротивления качению определяется из условий равновесия системы сил. При этом установлено, что момент сопротивления принимает значения от нуля до максимального значения. Максимальное значение момента сопротивления, соответствующее началу качения, определяется равенством

$$M_{C \text{ max}} = \delta N \text{ [Нм]},$$

где  $\delta$  – коэффициент трения качения, измеряемый в метрах и зависящий от материала контактирующих тел и геометрии зоны контакта

## Контрольные вопросы:

1. Какие нагрузки различают по способу приложения? Дайте определения?
2. Как схематически обозначают распределенные нагрузки? Каким эквивалентом заменяют?
3. Дайте определение балки?
4. Дайте определение жесткой заделки? Схематическое обозначение?
5. Дайте определение шарнирно-подвижной опоры? Схематическое обозначение?
6. Дайте определение шарнирно-неподвижной опоры? Схематическое обозначение?
7. Какие силы трения рассматривают в механике? Почему? Формула?
8. Сформулируйте первый закон сухого трения?
9. Сформулируйте второй закон сухого трения?
10. Что называют углом трения?
11. Что называют конусом трения? Нарисуйте?
12. Дайте определение трению качения? На какие составляющие она раскладывается?
13. Как определяется максимальное значение момента сопротивления качению?

**Задача:** Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки.

**Дано:**

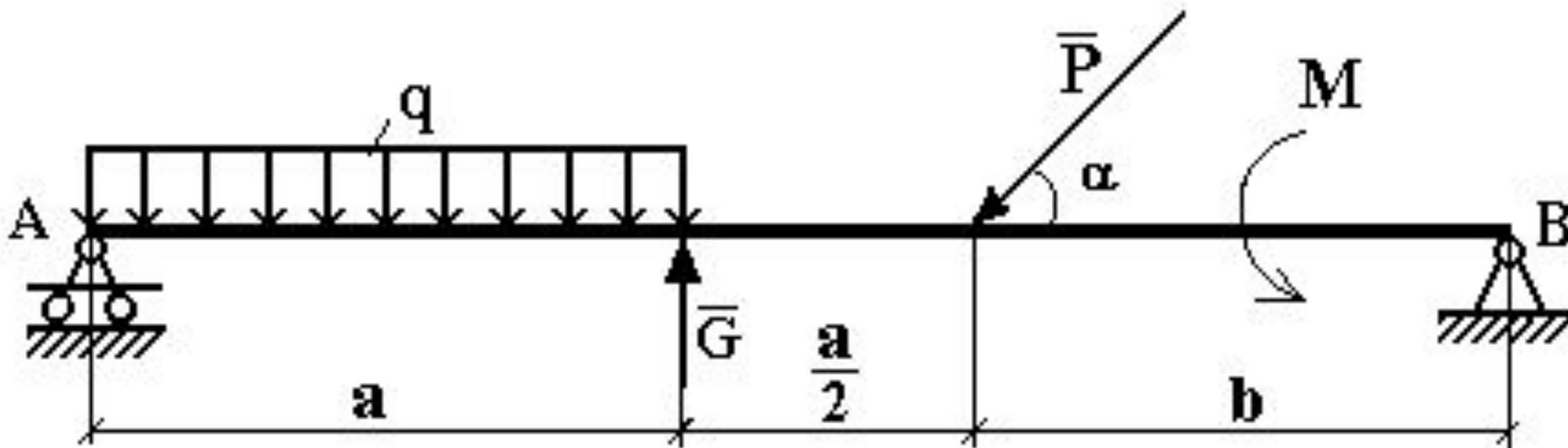
Схема балки (рис.).

$P = 20 \text{ кН}$ ,  $G = 10 \text{ кН}$ ,  $M = 4 \text{ кНм}$ ,  $q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $a = 2 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,

$\alpha = 30^\circ$

---

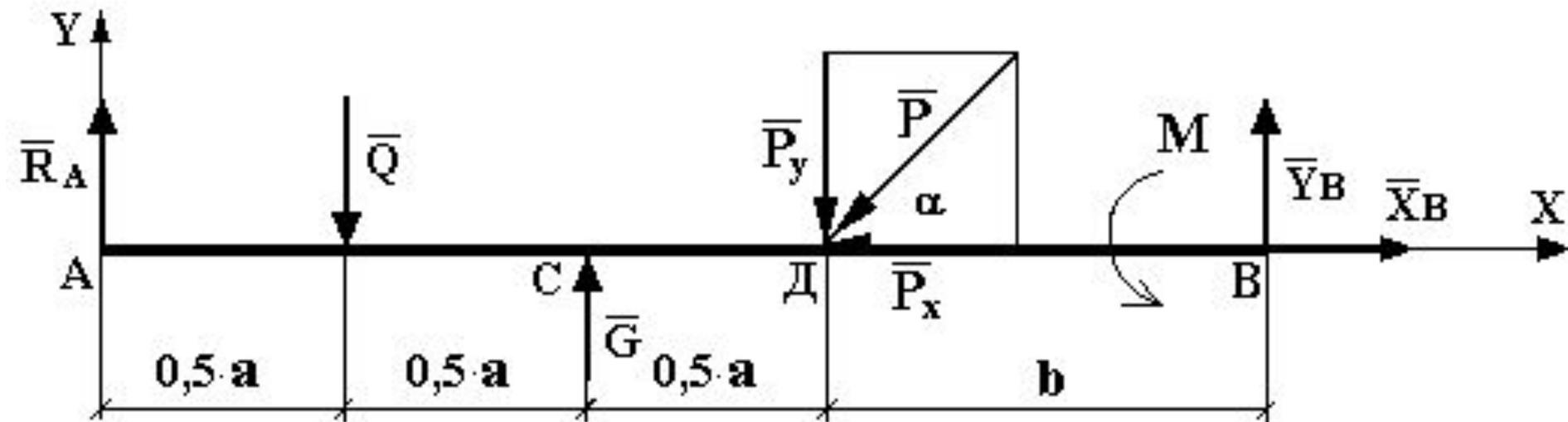
Определить реакции опор в точках A и B.



## Решение:

Рассмотрим равновесие балки  $AB$  (рис.).

К балке приложена уравновешенная система сил, состоящая из активных сил и сил реакции.



**Активные** (заданные) силы:

$\bar{G}$  ,  $\bar{P}$  ,  $\bar{Q}$  , пара сил с моментом  $M$ , где

$\bar{Q}$  - сосредоточенная сила, заменяющая действие  
распределенной вдоль отрезка  $AC$  нагрузки  
интенсивностью  $q$ .

Величина

$$Q = q \cdot AC = q \cdot a = 2 \cdot 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \text{ м} = 4 \text{ кН}.$$

Линия действия силы  $\bar{Q}$  проходит через середину  
отрезка  $AC$ .

## Силы реакции (неизвестные силы):

$$\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B.$$

$\bar{R}_A$  - заменяет действие отброшенного подвижного шарнира (опора  $A$ ).

Реакция  $\bar{R}_A$  перпендикулярна поверхности, на которую опираются катки подвижного шарнира.

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  , - заменяют действие отброшенного неподвижного шарнира (опора  $B$ ).

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  - составляющие реакции  $\bar{R}_B$  , направление которой заранее неизвестно.

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0 \quad \sum F_{KY} = 0 \quad \sum M_0(\bar{F}_K) = 0$$

Задача является статически определимой, так как число неизвестных сил  $(\bar{Y}_B, \quad , \quad )$  - три - равно числу уравнений равновесия.

Поместим систему координат  $XU$  в точку  $A$ , ось  $AU$  направим вдоль балки. За центр моментов всех сил выберем точку  $B$ .

Составим уравнения равновесия:

$$1) \sum F_{XU} = 0 \rightarrow X_B - P \cdot \cos \alpha = 0$$

$$2) \sum F_{YU} = 0 \rightarrow R_A - Q + G - P \cdot \sin \alpha + Y_B = 0;$$

$$3) \sum M_B(\bar{F}_X) = 0 \rightarrow M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b) - R_A \cdot (1,5 \cdot a + b) = 0.$$

Решая систему уравнений, найдем  $\bar{M}_A$   $\bar{X}_B$   $\bar{Y}_B$  .

$$X_B = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН}.$$

$$Y_B = Q - G + P \cdot \sin \alpha - R_A = 4 - 10 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 2,333 = 4 - 2,333 = 1,667 \text{ кН}.$$

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{1}{(1,5 \cdot a + b)} [M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b)] = \\ &= \frac{1}{1,5 \cdot 2} \cdot [4 + 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - 10 \cdot (3 + 1) + 4 \cdot (2 + 3)] = \frac{1}{6} \cdot [4 + 30 - 40 + 20] = \\ &= \frac{14}{6} \approx 2,333 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Определив  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Y}_B$ , найдем величину силы реакции неподвижного шарнира

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{17,32^2 + 1,667^2} = \sqrt{299,9824 + 2,778889} \approx 17,4 \text{ кН}.$$

В целях проверки составим уравнение

$$\sum M_D(\bar{F}_K) = -R_A \cdot 1,5 \cdot a + Q \cdot a - G \cdot 0,5 \cdot a + M + Y_B \cdot b$$

Если в результате подстановки в правую часть этого равенства данных задачи и найденных сил реакций получим нуль, то задача решена - верно.

$$\begin{aligned} \sum M_D(\bar{F}_K) &= -2,333 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 4 + 1,667 \cdot 3 = -6,999 + 8 - 10 + 4 + 5,001 = \\ &= 17,001 - 16,999 = 0,002 \approx 0. \end{aligned}$$

Реакции найдены верно. Неточность объясняется округлением при вычислении  $R_A$ .

**Ответ:**  $R_A = 2,333 \text{ кН}$ .  $R_B = 17,4 \text{ кН}$ .

## Самостоятельно задание:

Определить реакции опор аналогичной балки от заданной нагрузки:

$$P = 30 \text{ кН}, G = 20 \text{ кН}, M = 5 \text{ кНм}, q = 3 \text{ кН/м}, a=3 \text{ м}, b=4 \text{ м}$$

Угол альфа = 45град.