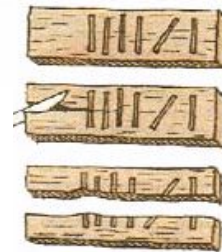
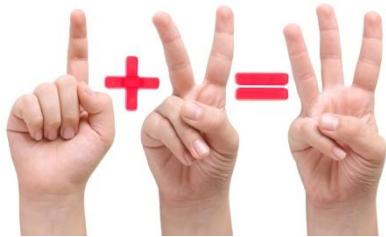


Системы счисления

Что такое система счисления?

Система счисления — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — *цифр*, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

Счёт на пальцах:



Унарная (лат. *unus* – один) – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



- только натуральные числа
- запись больших чисел – длинная (1 000 000?)

Египетская десятичная система

черта	– 1	лотос	 – 1000	 – 1000000
хомут	∩ – 10	палец	 – 10000	человек
верёвка	⊙ – 100	лягушка	 – 100000	

$$\text{лотос} \text{ верёвка} \text{ верёвка} \text{ хомут хомут хомут хомут} \text{ черта черта черта черта} = 1235$$

$$2014 = \text{лотос лотос} \text{ хомут} \text{ черта черта черта черта}$$

Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления: значение цифры не зависит от её места в записи числа.

- унарная
- египетская десятичная
- римская



*Желтый / Ф. Елбчин /
10/к-88г.*

«Пираты XX века»



- славянская
- и другие...

Римская система счисления

I – 1 (палец),

V – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

X – 10 (две ладони),

L – 50,

C – 100 (*Centum*),

D – 500 (*Demimille*),

M – 1000 (*Mille*)



Спасская башня
Московского Кремля

Римская система счисления

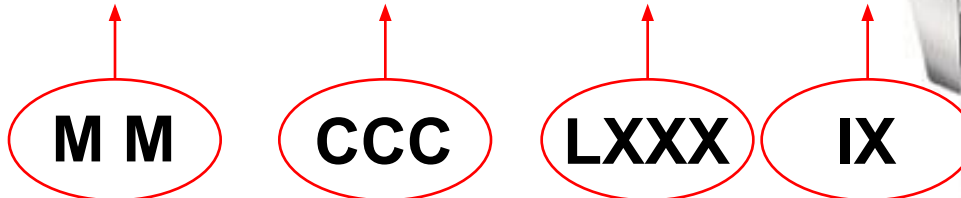
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$



Римская система счисления

MCDLXVII =

MMDCXLIV =

MMMCCCLXXII =

CMXXVIII =

Римская система счисления

3768 =

2983 =

1452 =

1999 =

Римская система счисления



- только натуральные числа (*дробные?*
отрицательные?)
- для записи больших чисел нужно вводить новые цифры
- СЛОЖНО ВЫПОЛНЯТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)



Часы
Суздальского
Кремля

Системы счисления

§ 10. Позиционные системы счисления

Система счисления. Определения.

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Алфавит системы счисления — это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Формы записи чисел

тысячи сотни десятки единицы
 → → → →
 3 2 1 0 разряды

развёрнутая форма
записи числа

$$\begin{array}{cccc}
 6 & 3 & 7 & 5 \\
 \swarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow \\
 6000 & 300 & 70 & 5
 \end{array}
 = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Схема Горнера:

$$6\ 3\ 7\ 5 = ((6 \cdot 10 + 3) \cdot 10 + 7) \cdot 10 +$$



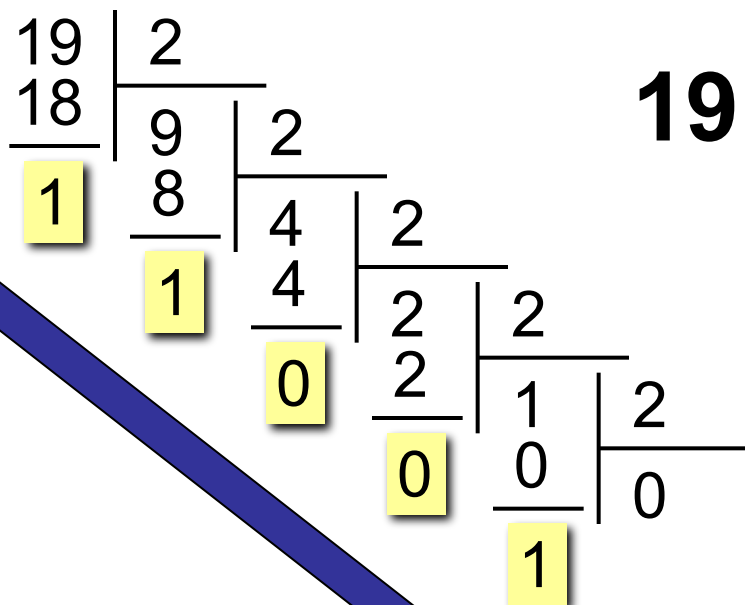
- для вычислений не нужно использовать возведение в степень
- удобна при вводе чисел с клавиатуры, начиная с первой

Двоичная система

Основание (количество цифр): 2

Алфавит: 0, 1

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система
счисления

2 → 10

4 3 2 1 0 разряды

$$\begin{aligned}
 10011_2 &= 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\
 &= 16 + 2 + 1 = 19
 \end{aligned}$$

Метод подбора

77 $10 \rightarrow 2$

77

наибольшая степень двойки, которая меньше или равна данному числу

13

5

1

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$$77 = 64 + 13 + 5 + 1$$

Разложение по степеням двойки:

$$77 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$77 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

6 5 4 3 2 1 0 разряды

$$77 = 1001101_2$$

Перевод из двоичной в десятичную

разряды 6 5 4 3 2 1 0

$$\begin{aligned} 1001101_2 &= 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 \\ &= 64 + 8 + 4 + 1 = 77 \end{aligned}$$

Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

**PDP-11, ДВК,
СМ ЭВМ, БЭСМ,
БК**

10 → 8

$$\begin{array}{r|l}
 100 & 8 \\
 \hline
 8 & 12 \\
 \hline
 20 & 8 \\
 \hline
 16 & 1 \\
 \hline
 4 & 0 \\
 & \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

8 → 10

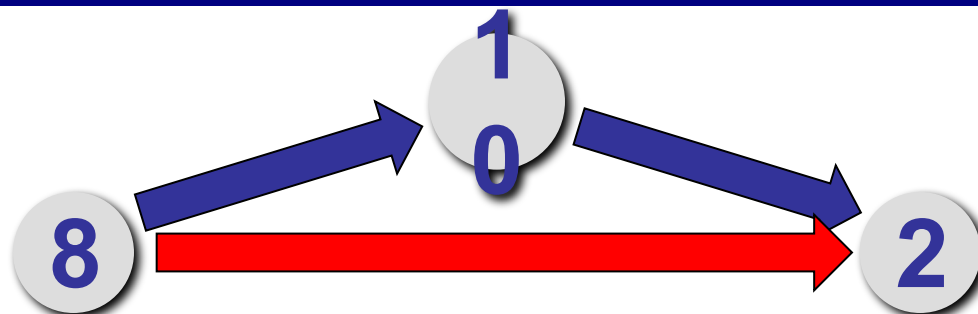
2 1 0 разряды

$$\begin{aligned}
 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\
 &= 64 + 32 + 4 = 100
 \end{aligned}$$

Восьмеричная система счисления

X_{10}	X_8	X_2
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

Перевод в двоичную систему счисления



- трудоёмко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \quad \underbrace{111}_7 \quad \underbrace{010}_2 \quad \underbrace{101}_5$$

Перевод из двоичной в восьмеричную

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$
 $\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

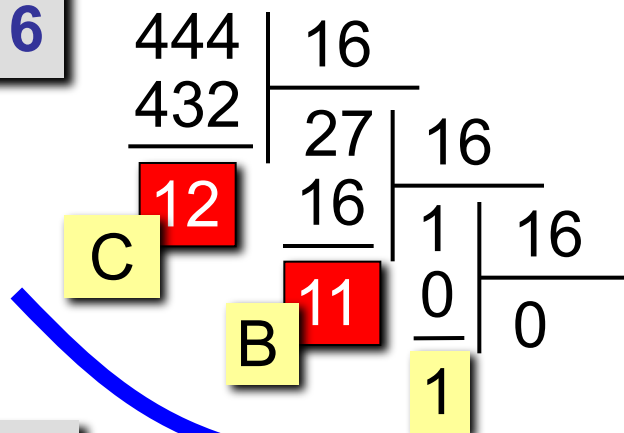
Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Шестнадцатеричная система счисления

Основание: 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
 10 11 12 13 14 15

10 → 16



$$444 = 1BC_{16}$$

16 → 10

2 1 0 разряды

$$1BC_{16} = 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C$$

$$12 \cdot 16^0$$

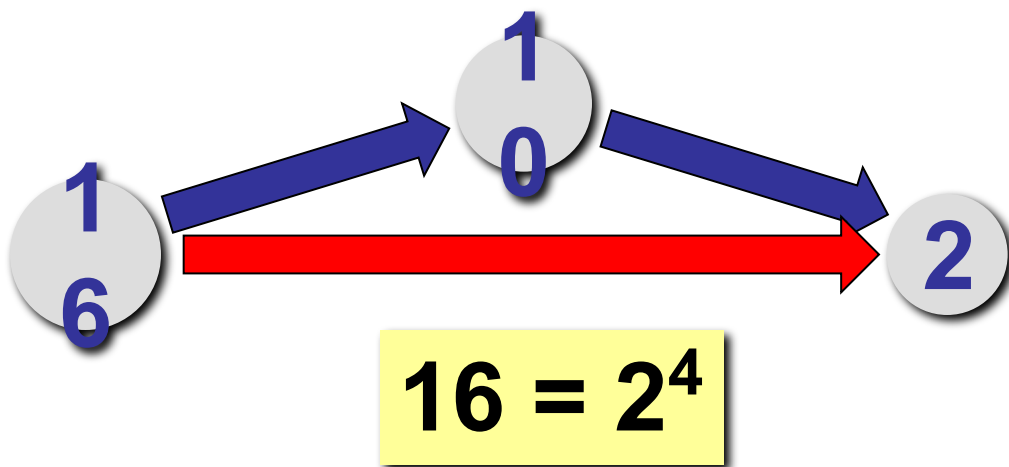
$$= 256 + 176 + 12 = 444$$

Шестнадцатеричная система счисления

X_{10}	X_{16}	X_2
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

X_{10}	X_{16}	X_2
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Перевод в двоичную систему



- трудоёмко
- 2 действия



Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \quad \underbrace{1111}_F \quad \underbrace{0001}_1 \quad \underbrace{1010}_A_2$$

Перевод из двоичной системы

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

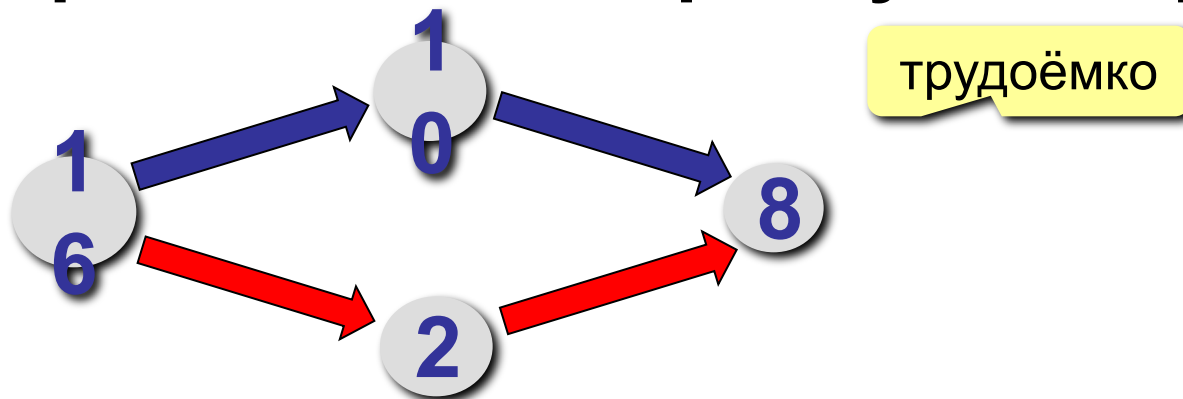
$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$
 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{E}\ \boxed{F}$

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Перевод в восьмеричную и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады (справа):

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$