

Практикум по решению задачи №21 (базовый уровень)



*Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики Коми
Мишариной Альбиной Геннадьевной*

Задачи №20 на смекалку

- [Тип №1](#) (про кузнечика)
- [Тип №2](#) (про улитка)
- [Тип № 3](#) (с квартирами)
- [Тип № 4](#) (с монетами)
- [Тип № 5](#) (про работу)
- [Тип № 6](#) (про грибы)
- [Тип № 7](#) (про палку)
- [Тип № 8](#) (про лекарства)
- [Тип № 9](#) (про кольцевую дорогу)
- [Тип № 10](#) (о продажах)
- [Тип № 11](#) (с глобусом)
- [Тип № 12](#) (с прямоугольником)
- [Тип № 13](#) (про числа)
- [Тип № 14](#) (с ящиками)
- [Тип №15](#) (с таблицей)
- [Тип № 16](#) (про викторину)
- [Тип № 17](#) (разные)

Тип №1

Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за один прыжок. Кузнечик начинает прыгать из начала координат. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 11 прыжков?

Решение.



Заметим, что кузнечик может оказаться только в точках с нечётными координатами, **т.к. количество прыжков, которое он делает, — нечётно.** Максимально кузнечик может оказаться в точках, **модуль которых не превышает одиннадцати.** Таким образом, кузнечик может оказаться в точках: $-11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9$ и 11 ; **всего 12 точек.**

Тип №1

Заяц прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых заяц может оказаться, сделав ровно 6 прыжков, начиная прыгать из начала координат?

Решение.

6, -4, -2, 0, 2, 4
и 6;

всего 7 точек.

Ответ: 7

Почему здесь **0**
учитывается?

Тип №1 Решите самостоятельно

Воробей прыгает вдоль прямой в любом направлении. Длина прыжка равна единичному отрезку. Сколько существует точек, в которых воробей может оказаться, сделав 5 прыжков?

Решение.

Ответ: 6

Тип №1 Решите самостоятельно

Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 12 прыжков, начиная прыгать из начала координат?

Решение.

Ответ: 13

Тип №1 Решите самостоятельно

Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 8 прыжков, начиная прыгать из начала координат?

Ответ: 9

Тип №2

Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 3 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

Решение.

За день улитка заползёт на 4 метра, а за ночь — сползёт на 3 метра. Итого за сутки она заползёт на метр.

За шестеро суток она поднимется на высоту шести метров. И днём следующего дня она уже окажется на вершине дерева.

Ответ: 7

Тип №2

Нефтяная компания бурит скважину для добычи нефти, которая залегает, по данным геологоразведки, на глубине 3 км. В течение рабочего дня бурильщики проходят 300 метров в глубину, но за ночь скважина вновь «заиливается», то есть заполняется грунтом на 30 метров. За сколько рабочих дней нефтяники пробурят скважину до глубины залегания нефти?

Решение.

За день скважина увеличивается на $300 - 30 = 270$ м. К началу одиннадцатого рабочего дня нефтяники пробурят 2700 метров. За одиннадцатый рабочий день нефтяники пробурят ещё 300 метров, то есть дойдут до глубины 3 км.

Ответ: 11.

Тип №2

В результате паводка котлован заполнился водой до уровня 2 метра. Строительная помпа непрерывно откачивает воду, понижая её уровень на 20 см в час. Подпочвенные воды, наоборот, повышают уровень воды в котловане на 5 см в час. За сколько часов работы помпы уровень воды в котловане опустится до 80 см?

Решение.

За час уровень воды в котловане уменьшается на $20 - 5 = 15$ см. Нужно откачать $2 \cdot 100 - 80 = 120$ см воды. Следовательно, уровень воды в котловане опустится до 80 см

$$\frac{120}{15} = 8 \text{ часов.}$$

Ответ: 8.

Тип №2

В бак объёмом 38 литров каждый час, начиная с 12 часов, наливают полное ведро воды объёмом 8 литров. Но в днище бака есть небольшая щель, и из неё за час вытекает 3 литра. В какой момент времени (в часах) бак будет заполнен полностью.

Решение.

К концу каждого часа объём воды в баке увеличивается на $8 - 3 = 5$ литров.

Через 6 часов, то есть в 18 часов, в баке будет 30 литров воды. В 18 часов в бак дольют 8 литров воды и объём воды в баке станет равным 38 литров.

Ответ: 18.

Тип №2 Решите самостоятельно

Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 1 м. Высота дерева 13 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева? **Ответ: 4**

Тип №2 Решите самостоятельно

Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 2 м. Высота дерева 26 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

Ответ: 12

Тип №2 Решите самостоятельно

Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь сползает на 2 м. Высота дерева 28 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

Ответ: 26

Тип №3

Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом **семиэтажный**. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Поскольку в первых 7 подъездах не меньше 462 квартир, в каждом подъезде не меньше $462 : 7 = 66$ квартир. Следовательно, на каждом из 7 этажей в подъезде не меньше 9 квартир.

Пусть на каждой лестничной площадке по 9 квартир. Тогда в первых семи подъездах всего $9 \cdot 7 \cdot 7 = 441$ квартира, и квартира 462 окажется в восьмом подъезде, что противоречит условию.

Пусть на каждой площадке по 10 квартир. Тогда в первых семи подъездах $10 \cdot 7 \cdot 7 = 490$ квартир, а в первых шести — 420. Следовательно, квартира 462 находится в седьмом подъезде. Она в нем 42-ая по счету, поскольку на этаже по 10 квартир, она расположена на пятом этаже.

Если бы на каждой площадке было по 11 квартир, то в первых шести подъездах оказалось бы $11 \cdot 7 \cdot 6 = 462$ квартиры, то есть 462 квартира в шестом подъезде, что противоречит условию.

Значит **Саша живёт на пятом этаже.**

Тип №3

Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в восьмом подъезде в квартире № 468, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом 12-тиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Поскольку в первых 8 подъездах не меньше 468 кв., в каждом подъезде не меньше $468 : 8 = 58,5$ кв. Следовательно, на каждом из 12 этажей в подъезде не меньше 4 кв.

Пусть на каждой лестничной площадке по 4 кв. Тогда в первых восьми подъездах всего $4 \cdot 8 \cdot 12 = 384$ квартиры, и квартира 468 окажется не в восьмом подъезде, что противоречит условию.

Пусть на каждой площадке по 5 квартир. Тогда в первых восьми подъездах $5 \cdot 8 \cdot 12 = 480$ квартир, а в первых семи — 420. Следовательно, квартира 468 находится в восьмом подъезде. Она в нем 48ая по счету, поскольку на этаже по 5 кв, она расположена на десятом этаже.

Если бы на каждой площадке было по 6 кв, то в первых семи подъездах было бы $6 \cdot 7 \cdot 12 = 504$ кв, то есть 482 квартира в седьмом подъезде, что противоречит условию.

Ответ: 10

Тип №3

Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

Решение.

Число квартир, этажей и подъездов может быть только целым числом.

Заметим, что число 110 делится на 2, 5 и 11.

Следовательно, в доме должно быть 2 подъезда, 5 квартир и 11 этажей.

Ответ: 11.

Тип №3 Решите самостоятельно

Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в двенадцатом подъезде в квартире № 465, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом пятиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Ответ: 4

Тип №3 Решите самостоятельно

Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в десятом подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На каком этаже живёт Саша?

(На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Ответ: 3

Тип № 3 Решите самостоятельно

Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение

:

Ответ: 5

Тип № 3 Решите самостоятельно

Катя с подружкой Леной пошли в гости к Свете, зная, что она живёт в 364-й квартире в 6-ом подъезде. Подойдя к дому, они обнаружили, что дом 16-тиэтажный. На каком этаже живёт Света? (На всех этажах число квартир одинаковое, номера квартир начинаются с единицы).

Ответ: 11

Тип № 3 Решите самостоятельно

Игорь решил сделать домашнее задание по математике с Колей и пошёл к нему домой, зная, что он живёт рядом с доме, в пятом подъезде и в 206 квартире. Подойдя к дому, Игорь обнаружил, что он девятиэтажный. На каком этаже живёт Коля? (На всех этажах число квартир одинаковое, номера квартир в доме начинаются с единицы).

Ответ: 6

Тип № 3 Решите самостоятельно

Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 170 квартир?

Ответ: 17

Тип № 3 Решите самостоятельно

Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 130 квартир?

Ответ: 13

Тип № 4

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;
- за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение.

Пусть Николай сделал сначала x операций второго типа, а затем y операций первого типа. Тогда имеем:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0, & \text{количество золотых монет не изменилось,} \\ x + y = 50, & \text{медных стало на 50 больше.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30. \end{cases}$$

Тогда серебряных монет стало на

$$3y - 5x = 90 - 100 = -10$$

т.е. **на 10 меньше.**

Тип №4

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- 1) за 3 золотых монеты получить 4 серебряных и одну медную;
- 2) за 6 серебряных монет получить 4 золотых и одну медную.

У Николы были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, **ЗОЛОТЫХ НЕ ПОЯВИЛОСЬ**, зато появилось 35 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николы?

Решение.

Пусть Никола сделал сначала **x** операций второго типа, а затем **y** операций первого типа. Тогда имеем:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 0, & \text{количество золотых монет не изменилось,} \\ x + y = 35, & \text{медных стало на 35 больше.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 20. \end{cases}$$

Тогда серебряных монет стало на $4y - 6x = 80 - 90 = -10$
т.е. **на 10 меньше.**

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 5 золотых монет получить 6 серебряных и одну медную;
- за 8 серебряных монет получить 6 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 55 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение.

Ответ: 20

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 5 золотых монет получить 4 серебряные и одну медную;
- за 10 серебряных монет получить 7 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение.

Ответ: 20

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 4 золотые монеты получить 5 серебряных и одну медную;
- за 7 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 90 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Ответ: 30

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 2 золотые монеты получить 3 серебряные и одну медную;
- за 7 серебряных монет получить 3 золотые и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После обменного пункта золотых монет у него не появилось, зато появилось 20 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Ответ: 20

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- 1) за 4 золотых монеты получить 6 серебряных и одну медную;**
- 2) за 10 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.**

У Саши были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 45 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Саши?

Тип №4 Решите самостоятельно

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- 1) за 4 золотых монеты получить 5 серебряных и 2 медных;**
- 2) за 7 серебряных монет получить 3 золотых и 1 медную.**

У Кости были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Кости?

Ответ: 78

Тип №5

Хозяин договорился с рабочими, что они копают колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им **3500** рублей, а за каждый следующий метр — на **1600** рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной **9 метров**?

Решение.

Последовательность цен за метр — арифметическая прогрессия с первым элементом **3500** и разностью **1600**. Сумма первых элементов арифметической прогрессии —

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}.$$

То есть в нашем случае имеем

$$S_9 = \frac{9 \cdot (2 \cdot 3500 + 8 \cdot 1600)}{2} = 89100.$$

Тип №5

Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им **4200** рублей, а за каждый следующий метр — **на 1300 рублей больше**, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной **11 метров**?

Решение.

Последовательность цен за метр — это арифметическая прогрессия с первым членом **4200** и разностью **1300**. Сумма первых членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n.$$

В нашем случае имеем:

$$S_{11} = \frac{2 \cdot 4200 + 10 \cdot 1300}{2} \cdot 11 = 117700.$$

Ответ: 117 700.

Тип №5

Тренер посоветовал Андрею в первый день занятий провести на беговой дорожке 15 минут, а на каждом следующем занятии увеличивать время, проведённое на беговой дорожке, на 7 минут. За сколько занятий Андрей проведёт на беговой дорожке в общей сложности 2 часа 25 минут, если будет следовать советам тренера?

Решение.

Время, проведённое на беговой дорожке представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом равным **15** и разностью **7**. Сумма членов арифметической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n \Leftrightarrow 2 \cdot 60 + 25 = \frac{2 \cdot 15 + 7(n-1)}{2} n \Leftrightarrow 290 = 30n + 7n^2 - 7n.$$

$$7n^2 + 23n - 290 = 0 \Leftrightarrow (n-5)(n+58) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{58}{7}, \\ n = 5. \end{cases}$$

Ответ: 5.

Тип №5 Решите самостоятельно

Хозяин договорился с рабочими, что они заасфальтируют ему дорогу к дому длиной 20 метров на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3500 рублей, а за каждый следующий метр — на 100 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они заасфальтируют дорогу к дому?

Ответ: 95000

Тип №5 Решите самостоятельно

Хозяин договорился с рабочими, что они заасфальтируют ему дорогу к дому длиной 30 метров на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3800 рублей, а за каждый следующий метр — на 500 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они заасфальтируют дорогу к дому?

Ответ: 331 500

Тип №5 Решите самостоятельно

Хозяин договорился с бригадой рабочих, что они построят водонапорную башню на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 8500 рублей, а за каждый следующий метр — на 2500 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они построят башню высотой 8 метров?

Ответ: 138 000

Тип №5 Решите самостоятельно

Хозяин договорился с рабочими, что они заасфальтируют ему дорогу от трассы к дому на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 7600 рублей, а за каждый следующий метр — на 1800 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они заасфальтировали 16 метров дороги?

Ответ: 337 600

Тип №6

В корзине лежат 30 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Решение.

В корзине есть как минимум 19 рыжиков. Иначе можно было бы взять 12 груздей и первое условие не выполнялось.

Аналогично из второго условия следует, что в корзине как минимум 11 груздей.

Сопоставляя эти два факта, получим, что в корзине именно 19 рыжиков и 11 груздей.

Ответ: 19.

Тип №6

В корзине лежат 25 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 11 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 16 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Решение.

Пусть мы взяли 10 груздей. Тогда все остальные грибы — рыжики, иначе бы мы взяли груздь и условие бы нарушилось. Таким образом, в корзине минимум 15 рыжиков.

Теперь возьмём 15 рыжиков. Тогда все остальные грузди, иначе аналогично первому случаю мы бы взяли один из оставшихся рыжиков, и условие бы не выполнилось. Отсюда следует, что в корзине минимум 10 груздей. Минимум 15 рыжиков и минимум 10 груздей. А всего грибов 25.

Значит, среди них именно 15 рыжиков и 10 груздей.

Тип №6

В корзине лежат 40 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 17 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Решение.

В корзине имеется как минимум 24 рыжика. Иначе мы бы могли взять 17 груздей, и первое условие бы не выполнилось.

Аналогично из второго условия вытекает, что в корзине как минимум 16 груздей.

Из этих двух утверждений можно сделать вывод, что в корзине ровно 24 рыжика и 16 груздей.

Тип №6

В корзине лежит 50 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 28 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 24 грибов хотя бы один груздь. Сколько груздей в корзине?

Решение.

В корзине точно лежит 27 груздей и 23 рыжика, так как взять 28 груздей, как и 24 рыжика, не получится по условию задачи

Тип №6 Решите самостоятельно

В корзине лежат 50 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 27 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: 24

Тип №6 Решите самостоятельно

В коробке 26 карандашей: жёлтые и зелёные. Известно, что среди любых 10 карандашей имеется хотя бы один жёлтый, а среди любых 18 карандашей – хотя бы один зелёный. Сколько всего жёлтых карандашей в коробке?

Ответ: 17

Тип №6 Решите самостоятельно

В коробке 20 карандашей: жёлтые и красные. Известно, что среди любых 8 карандашей имеется хотя бы один жёлтый, а среди любых 14 карандашей – хотя бы один красный. Сколько всего жёлтых карандашей в коробке?

Ответ: 13

Тип №7

На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если распилить палку по красным линиям, получится 15 кусков, если по жёлтым — 5 кусков, а если по зелёным — 7 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх

цветов?

Решение.



Если распилить палку по красным линиям, то получится 15 кусков, следовательно, линий - 14.

Если распилить палку по желтым - 5 кусков, следовательно, линий - 4.

Если распилить по зеленым - 7 кусков, линий - 6.

Всего линий: $14+4+6=24$ линии, следовательно, кусков будет 25.

Ответ: 25

Тип №7

На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если распилить палку по красным линиям, получится 5 кусков, если по жёлтым — 7 кусков, а если по зелёным — 11 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх цветов?

Решение.

Каждый распил увеличивает количество кусков на один.

Т.е. всего 4 красные линии, 6 жёлтых и 10 зелёных.

Значит всего 20 линий.

А кусков получится 21.

Ответ: 21

Тип №7 Решите самостоятельно

На шесте отмечены поперечные линии белого, синего и красного цвета, Если распилить шест по белым линиям, то получится 3 куска, если по синим – 5 кусков, а если по красным – 13 кусков. Сколько кусков получится, если распилить шест по линиям всех цветов?

Ответ: 19

Тип №7 Решите самостоятельно

На палке отмечены поперечные полосы трёх различных цветов: синего, желтого и зелёного. Если распилить палку по синим линиям, то получится 7 кусков, если по жёлтым – 11 кусков, а если по зелёным – 13 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех цветов?

Ответ: 29

Тип №8

Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 3 капли, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. Приняв 30 капель, он ещё 3 дня пьёт по 30 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает приём на 3 капли. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Решение

- 1) На первом этапе приёма капель число принимаемых капель в день представляет собой возрастающую арифметическую прогрессию с первым членом, равным 3, разностью, равной 3 и последним членом, равным 30. Следовательно:

$$a_n = 30; a_1 = 3; d = 3 \text{ и знаем, что } a_n = a_1 + d(n - 1)$$

Тогда $3 + 3(n-1)=30$; $3+ 3n-3=30$; $3n=30$; $n=10$, т.е. прошло **10** дней по схеме увеличения до 30 капель. Знаем формулу суммы ариф. прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Вычислим **S10**:
$$S_{10} = \frac{3 + 30}{2} \cdot 10 = 33 \cdot 5 = 165 \text{ (капель)}$$

2) За следующие 3 дня – по 30 капель: $30 \cdot 3 = 90$ (капель)

3) На последнем этапе приёма $a_1 = 30$; $d = -3$; $a_n = 0$

Т.е. $30 - 3(n-1) = 0$; $30 - 3n + 3 = 0$; $-3n = -33$; $n = 11$ т.е. 11 дней приём лекарства уменьшался. Найдём сумму арифметич. прогрессии

$$S_{11} = \frac{30 + 0}{2} \cdot 11 = 15 \cdot 11 = 165 \text{ (капель)}$$

4) Значит $165 + 90 + 165 = 420$ капель всего

5) Тогда $420 : 250 = 42/25 = 1 (17/25)$ пузырька

Ответ: надо купить 2 пузырька

Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 20 капель, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. После 15 дней приёма пациент делает перерыв в 3 дня и продолжает принимать лекарство по обратной схеме: в 19-й день он принимает столько же капель, сколько и в 15-й день, а затем ежедневно уменьшает дозу на 3 капли, пока дозировка не станет меньше 3 капель в день. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 200 капель?

Решение.

Найдем, сколько капель лекарства нужно пациенту в первые 15 дней. Имеем арифметическую прогрессию:

$$a_{15} = a_1 + d \cdot (n - 1) = 20 + 3 \cdot 14 = 62$$

Тогда
$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{15} = \frac{20 + 62}{2} \cdot 15 = 41 \cdot 15 = 615 \text{ (капель)}$$

Значит, на весь курс приема пациенту нужно $615 \cdot 2 = 1230$ капель.

Тогда $1230 : 200 = 6,15 \Rightarrow$ **7 пуз.**

Тип №9

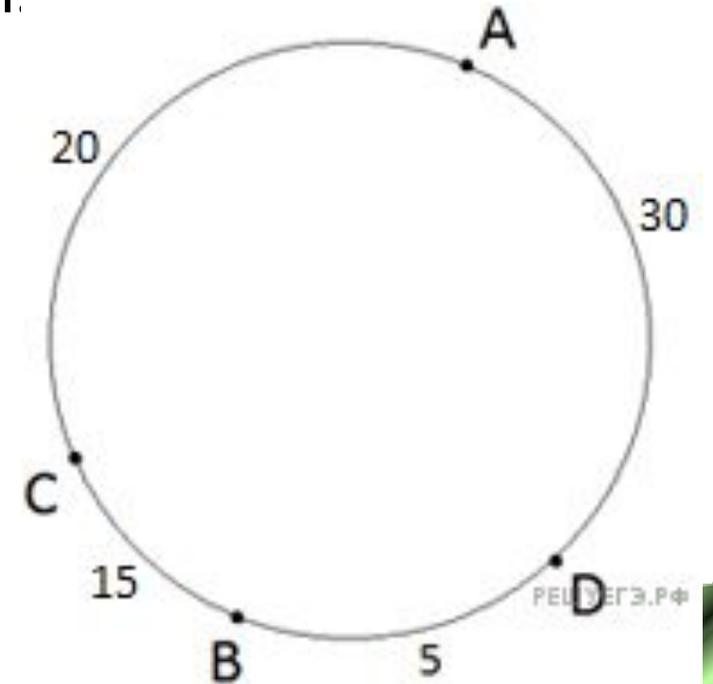
На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С и D. Расстояние между А и В — 35 км, между А и С — 20 км, между С и D — 20 км, между D и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и С. Ответ дайте в км.

Решение.

Расположим А, В, С, D вдоль кольцевой дороги по очереди так, чтобы расстояния соответствовали данным в условии. Всё хорошо, кроме расстояния между D и А. Чтобы оно было таким, каким нужно, подвинем D и поставим между В и А нужным образом.

Тогда между В и С будет 15 км.

Ответ: 15.



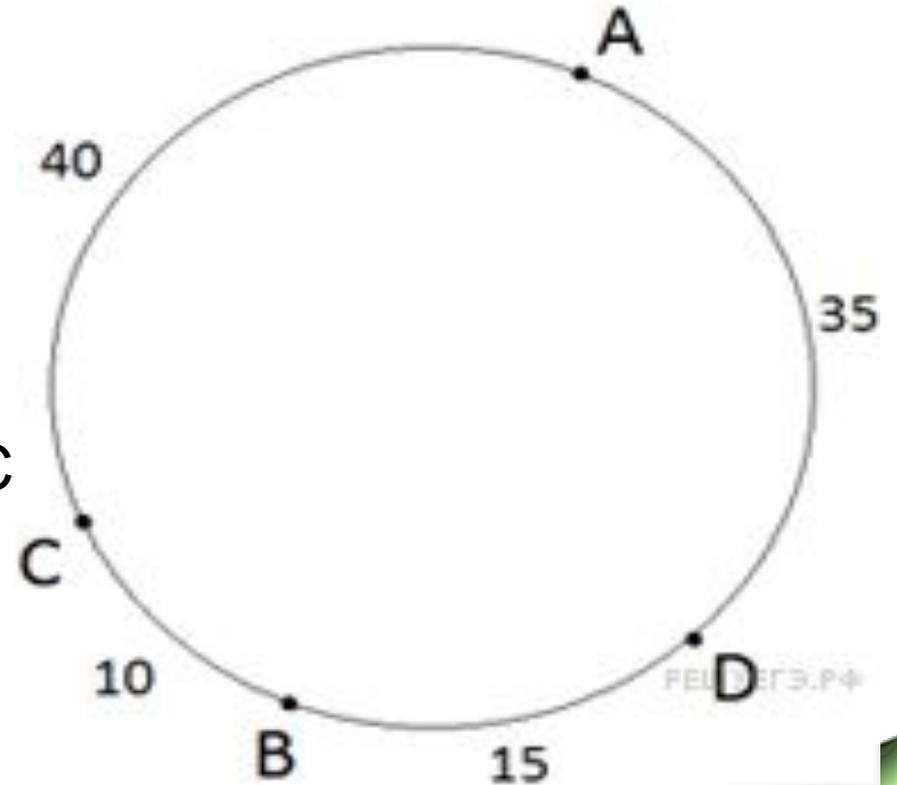
Тип №9

На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С и D. Расстояние между А и В — 50 км, между А и С — 40 км, между С и D — 25 км, между D и А — 35 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и С.

Решение. Расположим А, В, С, D вдоль кольцевой дороги по очереди так, чтобы расстояния соответствовали данным в условии.

Тогда между В и D будет 15 км.

А между В и С — 10 км.



Ответ: 10

Тип №9 Решите самостоятельно

На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, Б, В и Г. Расстояние между А и Б — 35 км, между А и В — 20 км, между В и Г — 20 км, между Г и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги по кратчайшей дуге). Найдите расстояние (в километрах) между Б и В.

Решение.

Ответ: 15

Тип №9 Решите самостоятельно

Беговая дорожка для проведения тренировок имеет форму окружности. На ней установлены 4 измерительных прибора в точках А, В, С и D. Расстояние между точками равно длине наименьшей дуги окружности, соединяющей эти точки. Найдите расстояние (в метрах) между точками В и С, если расстояние между А и В равно 650м, между А и С – 400м, между С и D – 550м, а между А и D – 350м.

Ответ: 250

Тип №9 Решите самостоятельно

Беговая дорожка для проведения тренировок имеет форму окружности. На ней установлены 4 измерительных прибора в точках А, В, С и D. Расстояние между точками равно длине наименьшей дуги окружности, соединяющей эти точки. Найдите расстояние (в метрах) между точками В и С, если расстояние между А и В равно 600м, между А и С – 450м, между С и D – 350м, а между А и D – 400м.

Ответ: 150

Тип №9 Решите самостоятельно

На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С, и D. Расстояние между А и В – 65 км, между А и D – 60 км, между С и А – 45 км, между С и D – 25 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и D.

Ответ: 5

Тип №9 Решите самостоятельно

На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С, и D. Расстояние между А и В – 70 км, между А и С – 20 км, между С и В – 90 км, между В и D – 55 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между С и D.

Ответ: 35

Тип №10.

В магазине бытовой техники объём продаж холодильников носит сезонный характер. В январе было продано 10 холодильников, и в три последующих месяца продавали по 10 холодильников. С мая продажи увеличивались на 15 единиц по сравнению с предыдущим месяцем. С сентября объём продаж начал уменьшаться на 15 холодильников каждый месяц относительно предыдущего месяца. Сколько

Решение.

Последовательно рассчитаем сколько холодильников было продано за каждый месяц и просуммируем результаты:

$$\begin{aligned} &10 \cdot 4 + (10 + 15) + (25 + 15) + (40 + 15) + \\ &+ (55 + 15) + (70 - 15) + (55 - 15) + \\ &+ (40 - 15) + (25 - 15) = \\ &= 40 + 25 + 40 + 55 + 70 + 55 + 40 + 25 + 10 = \\ &= 120 + 110 + 130 = 360 \end{aligned}$$

Ответ: 360.

Тип №10. Решите самостоятельно

В супермаркете объём продаж мороженого носит сезонный характер. В январе и феврале было продано по 5 коробок мороженого, а с марта продажи увеличивались на 10 коробок по сравнению с предыдущим месяцем. С сентября объём продаж начинал уменьшаться на 15 коробок каждый месяц относительно предыдущего месяца. Сколько коробок мороженого продал магазин за год?

Ответ: 360

Тип №10. Решите самостоятельно

В супермаркете объём продаж минеральной воды носит сезонный характер. В январе и феврале было продано по 20 упаковок, а с марта продажи увеличивались на 40 упаковок по сравнению с предыдущим месяцем. С сентября объём продаж начинал уменьшаться на 60 упаковок каждый месяц относительно предыдущего месяца. Сколько упаковок минеральной воды продал магазин за год?

Ответ: 1440

Тип №11.

На глобусе фломастером проведены 17 параллелей (включая экватор) и 24 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделяют поверхность глобуса?

Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. **Параллель** — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Решение.

Представим, что на глобусе ещё не нарисованы параллели и меридианы. Заметим, что **24 меридиана разделят глобус на 24 части.**

Рассмотрим сектор, образованный двумя соседними меридианами. Проведение первой параллели разделит сектор на две части, проведение второй добавит ещё одну часть, и так далее, таким образом, **17 параллелей разделят сектор на 18 частей.**

Следовательно, весь глобус будет разбит на **$24 \cdot 18 = 432$ части.**

Ответ: 432.

Тип №11.

На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 22 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

- Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Решение.

Двенадцать параллелей разделили глобус на 13 частей, =>
 $13 \cdot 22 = 286$ — на столько частей разделят глобус 12 параллелей и 22 меридианы.

Ответ: 286

Тип №11. Решите самостоятельно

На поверхности глобуса фломастером проведены 15 параллелей и 12 меридиан. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

Ответ: 192

Тип №11. Решите самостоятельно

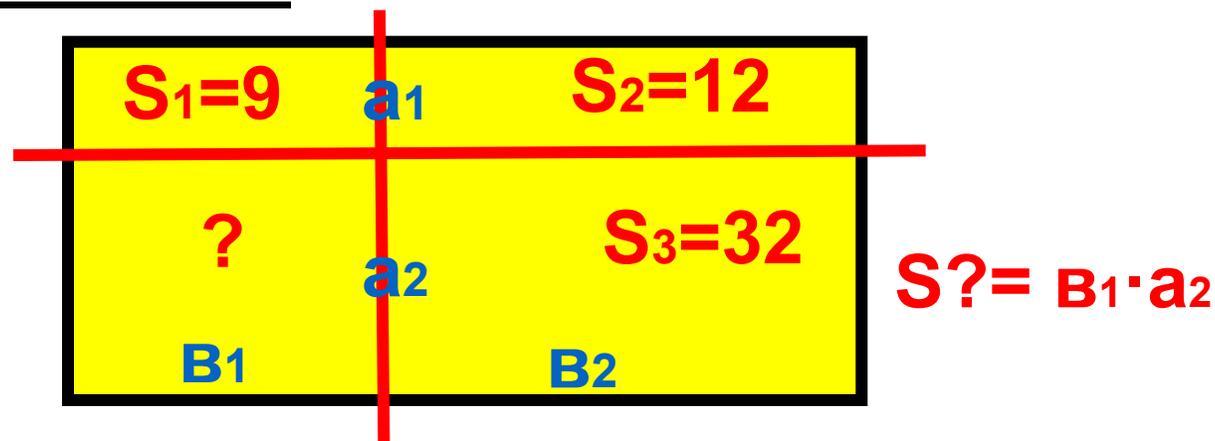
На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 15 меридиан. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

Ответ: 195

Тип №12.

Прямоугольник разбит на 4 маленьких прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Площади трёх из них, начиная с верхнего левого и далее по часовой стрелке, равны **9, 12, 32**. Найдите площадь четвертого прямоугольника?

Решение.



$$1) S_1: S_2 = (a_1 b_1) : (a_1 b_2) = 9:12 \Rightarrow b_1: b_2 = 9:12, \\ b_1 = 3/4 \cdot b_2$$

$$2) S_2: S_3 = (b_2 a_1) : (b_2 a_2) = 12:32 \Rightarrow a_1 : a_2 = 12 : 32, \\ a_2 = 8/3 \cdot a_1$$

$$\text{Тогда } S = 3/4 \cdot b_2 \cdot 8/3 \cdot a_1 = 3/4 \cdot 8/3 \cdot \\ \cdot (b_2 \cdot a_1) = 2 \cdot 12 = 24 \quad \text{Ответ: } 24$$

Тип №12. Решите самостоятельно

Прямоугольник разбит на 4 маленьких прямоугольника двумя перпендикулярными разрезами. Площади трёх из них, начиная с верхнего левого и далее по часовой стрелке, равны 10, 2, 6. Найдите площадь четвертого прямоугольника?

Ответ: 30

Тип №12. Решите самостоятельно

Прямоугольник разбит на 4 маленьких прямоугольника двумя перпендикулярными разрезами. Площади трёх из них, начиная с верхнего левого и далее по часовой стрелке, равны 28,8, 6. Найдите площадь четвертого прямоугольника?

Ответ: 21

Тип №12. Решите самостоятельно

Прямоугольник разбит на 4 маленьких прямоугольника двумя перпендикулярными разрезами. Площади трёх из них, начиная с верхнего левого и далее по часовой стрелке, равны 5, 6, 18. Найдите площадь четвертого прямоугольника?

Ответ:15

Тип №13.

Произведение десяти идущих подряд чисел разделили на 7. Чему может быть равен остаток?

Решение.

Среди 10 подряд идущих чисел одно из них обязательно будет делиться на 7, поэтому произведение этих чисел кратно семи. Следовательно, остаток от деления на 7 равен нулю.

Ответ: 0.

Тип №13.

Какое наименьшее
число идущих
подряд чисел
нужно взять,
чтобы их
произведение
делилось на 7?

Решение.

Достаточно взять два числа,
одно из которых кратно семи,
например, 7 и 8.

Ответ: 2.

Тип №13.

Какое наименьшее число идущих подряд чисел нужно взять, чтобы их произведение делилось на 9?

Решение.

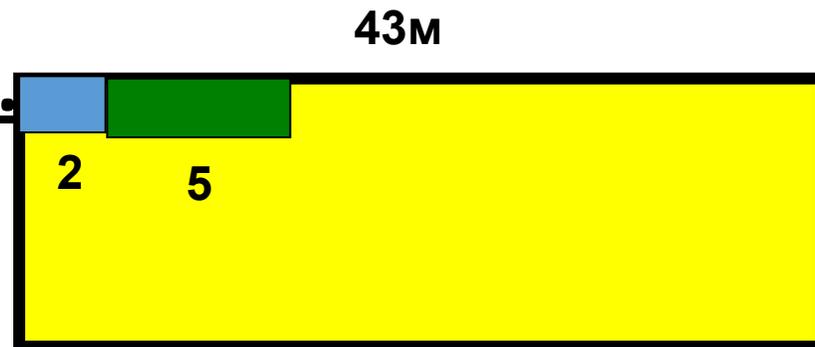
Достаточно взять два числа, одно из которых кратно девяти, например, 9 и 10.

Ответ: 2.

Тип №14.

Ящики двух видов, имеющие одинаковую ширину и высоту, укладывают на складе в один ряд длиной 43м, приставляя друг к другу по ширине. Ящики одного вида имеют длину 2м, а другого-5м. Какое **наименьшее** число ящиков потребуется для заполнения всего ряда без образования пустых мест?

Решение.



Т.к. надо найти наименьшее число ящиков, то => надо взять наибольшее количество больших ящиков. Значит

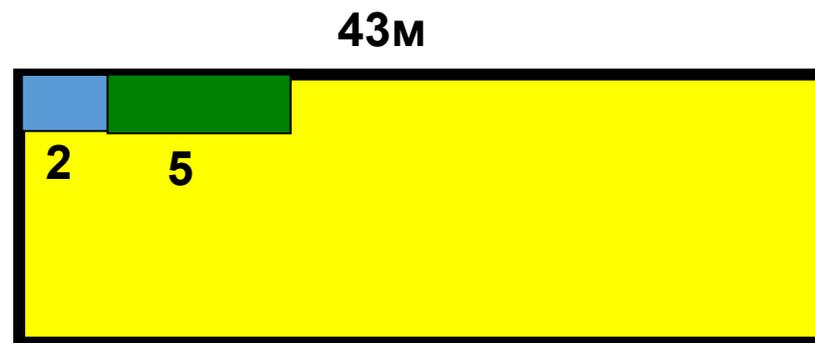
$$5 \cdot \underline{7} = 35; \quad 43 - 35 = 8 \text{ и } 8:2=\underline{4}$$

Значит ящиков **всего 11.**

Тип №14.

Ящики двух видов, имеющие одинаковую ширину и высоту, укладывают на складе в один ряд длиной 43м, приставляя друг к другу по ширине. Ящики одного вида имеют длину 2м, а другого-5м. Какое **наибольшее** число ящиков потребуется для заполнения всего ряда без образования пустых мест?

Решение.



Т.к. надо найти наименьшее число ящиков, то => надо взять наибольшее количество маленьких ящиков. Значит $2 \cdot \underline{19} = 38$; $43-38=5$ и $5 : 5 = \underline{1}$

Значит ящиков **всего 20**

Тип №15.

В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы поставили по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 119, во втором - 125, в третьем - 133, а сумма чисел в каждой строке больше 15, но меньше 18. Сколько всего строк в столбце?

Решение.

Общая сумма во всех столбцах =
 $119 + 125 + 133 = 377$

Числа 18 и 15 не включены в предел, значит:

1) если сумма в строке = 17, то, количество строк равно $377 : 17 = 22,2$

2) если сумма в строке = 16, то, количество строк равно $377 : 16 = 23,5$

Значит кол-во строк = **23** (т.к. оно должно быть между 22,2 и 23,5)

Тип №15. Решите самостоятельно

20. В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы поставили по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 85, во втором — 77, в третьем — 71, а сумма чисел в каждой строке больше 12, но меньше 15. Сколько всего строк в таблице?

Ответ: 17

Тип №15. Решите самостоятельно

В таблице 3 столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы поставили по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 98, во втором - 103, в третьем - 99, а сумма чисел каждой строке больше 26, но меньше 29. Сколько всего строк в таблице?

Ответ: 11

Тип №15. Решите самостоятельно

В таблице 4 столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы поставили по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 58, во втором -93, в третьем - 109, а в четвёртом – 60.

Оказалось, что сумма чисел каждой строке больше 25, но меньше 29. Сколько строк в таблице?

Ответ: 12

Тип №16.

Список заданий викторины состоял из 36 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за неправильный ответ с него списывали 11 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 75 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение.

Пусть x – количество верных ответов
 y – количество неверных ответов.

Тогда составим уравнение $5x - 11y = 75$, где $0 < x < 36$ и $0 < y < 36$. Из уравнения видно, что y делится на 5.

Пусть: 1) $y=5$, тогда $5x = 75 + 11y = 75 + 55 = 130$, тогда $x = 130 : 5 = 26$ и это меньше 36.

2) $y=10$, тогда $5x = 75 + 11y = 75 + 110 = 185$, тогда $x = 185 : 5 = 37$, но это больше 36.

Ответ: 26

Тип №16. Решите самостоятельно

Список викторины состоит из 32 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за каждый неправильный ответ с него снимали 9 очков, при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 75 очков, если известно, что он по крайней мере 2 раза ошибся? **Ответ: 24**

Тип №16. Решите самостоятельно

Список заданий состоял из 21 вопроса. За каждый правильный ответ ученик получал 6 очков, за каждый неправильный ответ с него снимали 8 очков, при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 66 очков, если известно, что он по крайней мере 1 раз ошибся?

Ответ: 15

Тип №17. Разные

В меню ресторана имеется 6 видов салатов, 3 вида первых блюд, 5 видов вторых блюд и 4 вида десерта.

Сколько вариантов обеда из салата, первого, второго и десерта могут выбрать посетители этого ресторана?

Решение.

Салат можно выбрать **шестью** способами, **первое** — **тремя**, **второе** — **пятью**, **десерт** — **четырьмя**. Следовательно, всего $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 360$ вариантов обеда.

Ответ: 360.

Тип №17. Разные

Каждую секунду бактерия делится на две новые бактерии. Известно, что весь объём одного стакана бактерии заполняют за 1 час. За сколько секунд бактерии заполняют половину стакана?

Решение.

Заметим, что каждую секунду в стакане становится **в два раза больше** бактерий. Т.е. если в какой-то момент бактериями заполнена половина стакана, то через секунду будет заполнен весь стакан. Таким образом, полстакана будет заполнено через 59 минут и 59 секунд,

т. е. через $59 \cdot 60 + 59 = \mathbf{3599}$ секунд.

Тип №17. Разные

В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?

Решение.

Число мест в ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом **24** и разностью **2**.

Член арифметической прогрессии с номером **8** может быть найден по формуле

$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d.$$

$$a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d = 24 + 7 \cdot 2 = 38.$$

Ответ: 38.

Тип №17. Разные

Группа туристов преодолела горный перевал. Первый километр подъёма они преодолели за 50 минут, а каждый следующий километр проходили на 15 минут дольше предыдущего. Последний километр перед вершиной был пройден за 95 минут. После десятиминутного отдыха на вершине туристы начали спуск, который был более пологим. Первый километр после вершины был пройден за час, а каждый следующий на 10 минут быстрее предыдущего. Сколько часов группа затратила на весь маршрут, если последний километр спуска был пройден за 10 минут.

Решение.

На подъём в гору группа затратила **290 минут**, на отдых **10 минут**, на спуск с горы **210 минут**. В сумме туристы затратили на весь маршрут **510 минут**. Переведём 510 минут в часы и получим, что **за 8,5 часов туристы преодолели весь маршрут**.

Тип №17. Разные

В бак для полива объемом 10,2 куб. м насос непрерывно закачивает 1,2 кубометра воды каждый час. Но в днище бака есть небольшое отверстие, через которое каждую минуту вытекает 3 литра. За сколько часов пустой бак будет заполнен полностью?

Решение.

1 куб. м = 1000 литров.

Объем бака равен $10,2 \cdot 1000 = 10200$ л.

Каждый час насос закачивает $1,2 \cdot 1000 = 1200$ литров.

И так как каждую минуту из бака вытекает 3 литра, то за час из бака вытекает $3 \cdot 60 = 180$ л. Значит, каждый час бак наполняется на $1200 - 180 = 1020$ л.

$10200 : 1020 = 10$, т.е. пустой бак будет заполнен полностью **за 10 часов.**

Тип №17. Разные

В результате паводка котлован заполнился водой до уровня 2 метров. Строительная помпа непрерывно откачивает воду, понижая ее уровень на 20 см в час.

Подпочвенные воды, наоборот, повышают уровень воды в котловане на 5 см в час. За сколько часов работы помпы уровень воды в котловане опустится до 80 см?

Решение.

Уровень воды в котловане равен 2 метра = $2 \cdot 100 = 200$ см.

Каждый час из котлована вода уходит на $20 - 5 = 15$ см.

$200 - 80 = 120$ см - нужно откачать из котлована, чтобы уровень воды опустился до 80 см.

$$120:15 = 8.$$

То есть через 8 часов уровень воды в котловане будет 80 см.

Ответ: 8.

Интернет источники

- <https://fotki.yandex.ru/next/users/nata-komiati/album/158683/view/670127?page=3>
- https://img-fotki.yandex.ru/get/15541/83186431.80f/0_a2852_7a2e97ba_S
- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна
- СтатГрад: Тренировочная работа по математике
- РЕШУ ЕГЭ
- Сдам ЕГЭ
- ЕГЭ-Студия
- Твоя-школа.рф
- Годограф



<http://sch-53.ru/files/director/GIA/2016/%D0%95%D0%93%D0%AD%202016.jpg>