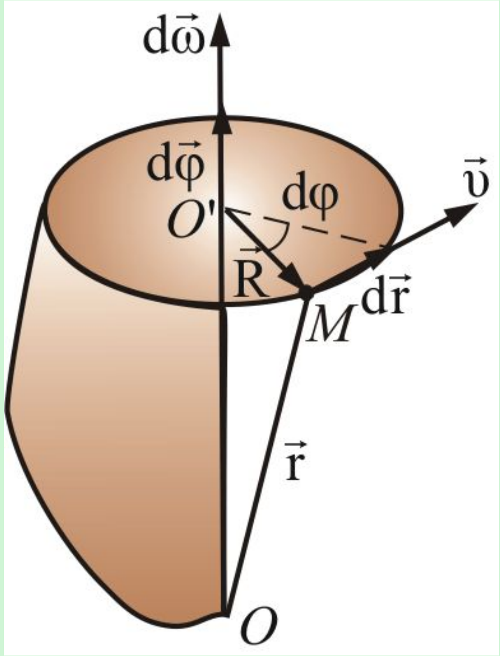
Сегодня: *

Лекция 2

Кинематика вращательного движения

Движение твердого тела, при котором две его точки O и O' остаются неподвижными, называется ***вращательным движением вокруг неподвижной оси****, а неподвижную прямую OO' называют* ***осью вращения****.*

Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси *OO'* .



Угол поворота характеризует *перемещения всего тела за время* d*t*.

Удобно ввести $d\vec{\varphi}$ – вектор элементарного поворота тела, численно равный углу поворота и направленный вдоль оси вращения *OO'* так, чтобы глядя вдоль вектора мы видели вращение по часовой стрелке.

Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются ***псевдовекторами*** или *аксиальными векторами.*

Эти векторы не имеют определённых точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Элементарные повороты удовлетворяют обычному правилу сложения векторов:

$$d\vec{\varphi} = d\vec{\varphi}_1 + d\vec{\varphi}_2 .$$

<u>Угловой скоростью</u> $\vec{\omega}$ *называется вектор численно равный первой производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в направлении* $d\vec{\varphi}$ ($\vec{\omega}$ и $d\vec{\varphi}$ всегда направлены в одну сторону).

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Пусть $\vec{\upsilon}$ – линейная скорость точки M. За промежуток времени dt точка M проходит путь $\mathrm{d}r = \upsilon \mathrm{d}t$. В то же время $\mathrm{d}r = R\mathrm{d}\varphi$ (центральный угол). Тогда,

$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{R\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \omega R$$

или в векторной форме $\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{\mathrm{R}}]$

Вектор $\vec{\upsilon}$ ортогонален к векторам $\vec{\omega}$ и $\vec{R}$ и направлен в ту же сторону, что и векторное произведение $[\vec{\omega}, \vec{R}]$.

Период *T – промежуток времени, в течение которого тело совершает полный оборот* (т.е. поворот на угол $\varphi = 2\pi$).

Частота ν – *число оборотов тела за* 1 *секунду.*

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

При вращении с угловой скоростью ω, имеем:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega};$$

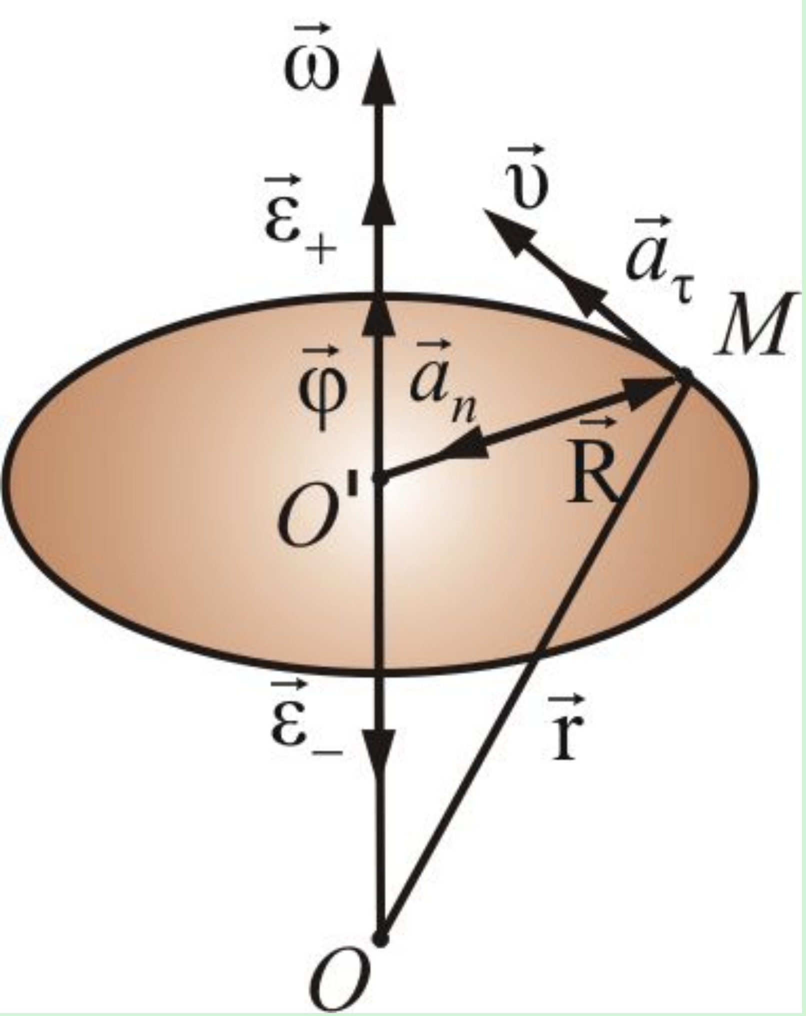
Для характеристики *неравномерного вращения тел* введем вектор ***углового ускорения*** $\vec{\varepsilon}$:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} > 0\right)$

и направлен в противоположную $\vec{\omega}$ сторону при замедленном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} < 0\right)$.

Как и любая точка твердого тела, точка *M* имеет нормальную и тангенциальную составляющие ускорения. Выразим нормальное и тангенциальное ускорения точки *M* через угловую скорость и угловое ускорение:



$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) =$$

$$= R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon;$$

$$a_\tau = R\varepsilon;$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R.$$

Обратите внимание. *Все кинематические параметры, характеризующие вращательное движение (угловое ускорение, угловая скорость и угол поворота)* ***направлены вдоль оси*** *вращения.*

Формулы простейших случаев вращения тела вокруг неподвижной оси:

- равномерное вращение $\varepsilon = 0; \ \omega = \text{const};$

- равнопеременное вращение $\varepsilon = \text{const};$

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega t; \qquad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$