

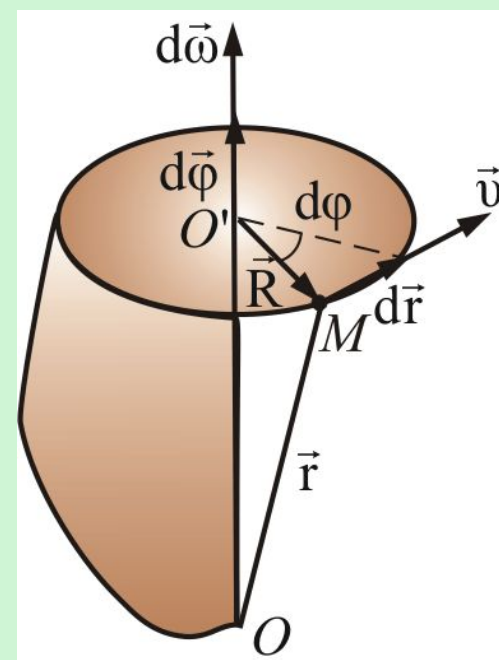
Сегодня: *

Лекция 2

Кинематика вращательного движения

*Движение твердого тела, при котором две его точки O и O' остаются неподвижными, называется **вращательным движением вокруг неподвижной оси**, а неподвижную прямую OO' называют **осью вращения**.*

Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси OO' .



Угол поворота характеризует *перемещения* всего тела за время dt .

Удобно ввести $d\vec{\varphi}$ вектор элементарного поворота тела, численно равный углу поворота и направленный вдоль оси вращения OO' так, чтобы глядя вдоль вектора мы видели вращение по часовой стрелке.

Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются *псевдовекторами* или *аксиальными векторами*.

Эти векторы не имеют определённых точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Элементарные повороты удовлетворяют обычному правилу сложения векторов:

$$d\overset{\vee}{\varphi} = d\overset{\vee}{\varphi}_1 + d\overset{\vee}{\varphi}_2.$$

Угловой скоростью $\overset{\vee}{\omega}$ называется вектор численно равный первой производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в направлении $d\overset{\vee}{\varphi}$ ($\overset{\vee}{\omega}$ и $d\overset{\vee}{\varphi}$ всегда направлены в одну сторону).

$$\overset{\vee}{\omega} = \frac{d\overset{\vee}{\varphi}}{dt}$$

Пусть \vec{v} – линейная скорость точки M . За промежуток времени dt точка M проходит путь $dr = v dt$. В то же время $dr = R d\varphi$ (центральный угол). Тогда,

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{R d\varphi}{dt} = \omega R$$

или в векторной форме $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$

Вектор $\vec{\omega}$ ортогонален к векторам $\vec{\omega}$ и \vec{R} и направлен в ту же сторону, что и векторное произведение $[\vec{\omega}, \vec{R}]$

Период T – промежуток времени, в течение которого тело совершает полный оборот (т.е. поворот на угол $\varphi = 2\pi$).

Частота ν – число оборотов тела за 1 секунду.

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

При вращении с угловой скоростью ω ,
имеем:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu; \quad T = \frac{2\pi}{\omega};$$

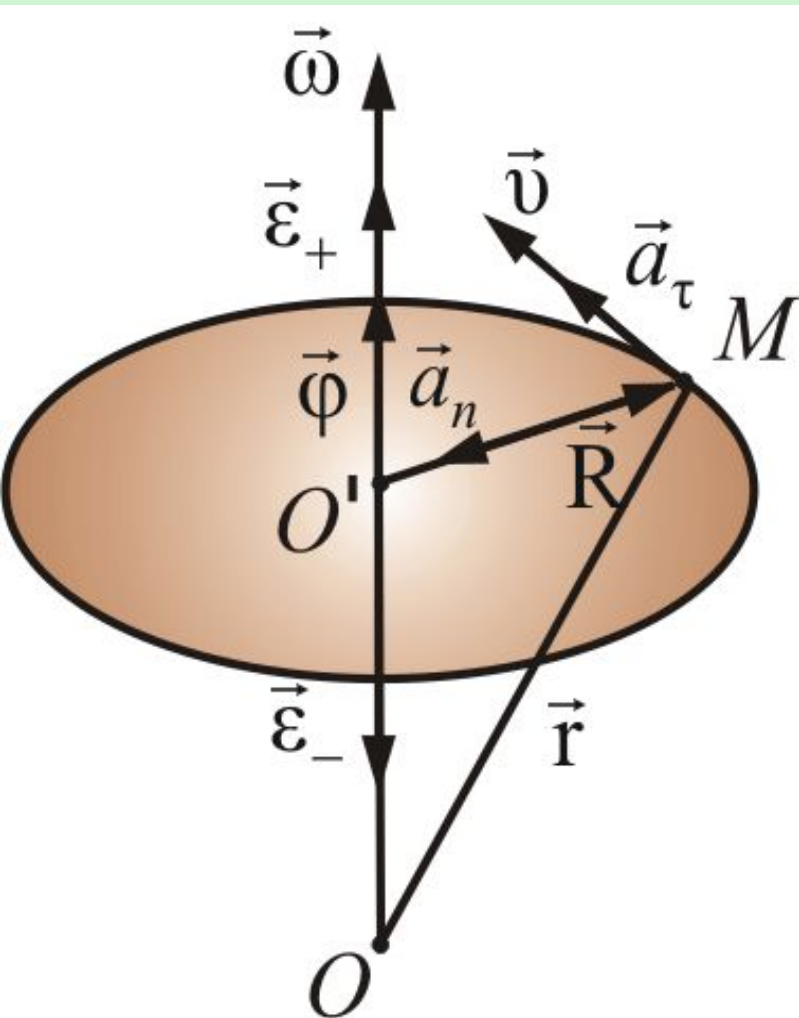
Для характеристики *неравномерного вращения тел*
введем вектор *углового ускорения* $\vec{\varepsilon}$:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен в ту же сторону, что и при ускоренном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} > 0\right)$

и направлен в противоположную $\vec{\omega}$ сторону при замедленном вращении $\left(\frac{d\omega}{dt} < 0\right)$.

Как и любая точка твердого тела, точка M имеет нормальную и тангенциальную составляющие ускорения. Выразим нормальное и тангенциальное ускорения точки M через угловую скорость и угловое ускорение:



$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) =$$

$$= R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon;$$

$$a_\tau = R\varepsilon;$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Обратите внимание. Все кинематические параметры, характеризующие вращательное движение (угловое ускорение, угловая скорость и угол поворота) **направлены вдоль оси** вращения.

Формулы простейших случаев вращения тела
вокруг неподвижной оси:

- равномерное вращение $\varepsilon = 0; \omega = \text{const};$

- равнопеременное вращение $\varepsilon = \text{const};$

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega t; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$