

# Тема 7

## 7.5. Трение в винтовой паре

При рассмотрении трения в винтовой паре применяются следующие допущения:

1. Сила взаимодействия винта и гайки приложена на *среднем диаметре* резьбы;

2. Пространственная пара сводится к *плоской*, т. е. винтовая линия разворачивается на плоскость и рассматривается равновесие ползуна на наклонной плоскости.

Покажем внешние силы, действующие на ползун, находящийся на наклонной плоскости:

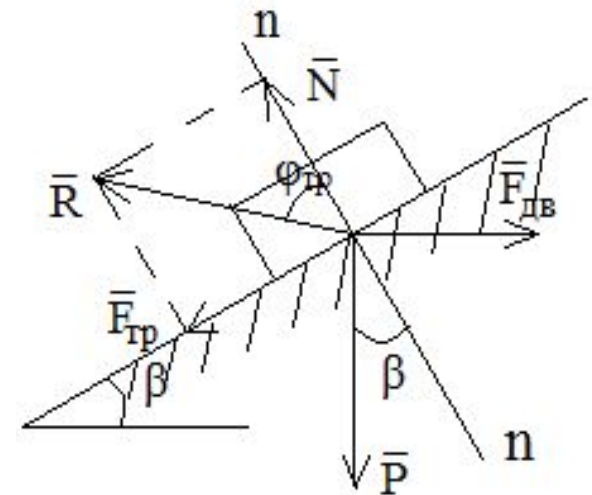
$\bar{F}_{\text{дв}}$  – движущая сила;

$\bar{P}$  – осевая сила;

$\bar{N}$  – нормальная реакция;

$\bar{F}_{\text{тр}}$  – сила трения;

$\beta$  – угол наклона винтовой линии.



# Тема 7

- Уравнение равновесия:

$$\bar{F}_{\text{дв}} + \bar{P} + \bar{N} + \bar{F}_{\text{тр}} = 0.$$

Для определения  $\bar{F}_{\text{дв}}$  строим план сил.

$$\text{Из } \triangle ABC: F_{\text{дв}} = P \tan(\beta + \varphi_{\text{тр}}).$$

Определим момент внешних сил, необходимых для завинчивания гайки, т.е. при движении **вверх** по винтовой линии

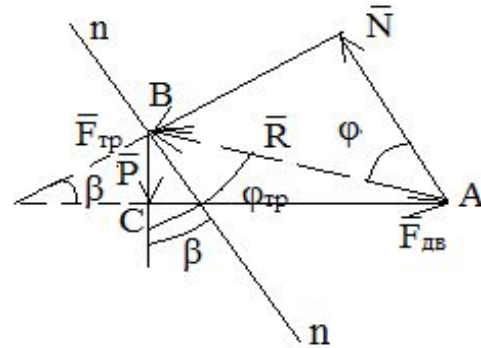
$$M = F_1 \cdot r_1 = F_{\text{дв}} \cdot r = Pr \cdot \tan(\beta + \varphi_{\text{тр}}),$$

где  $F_1$  – сила, приложенная к гайке;  $r_1$  – радиус вписанной окружности гайки;  $r$  – средний радиус резьбы.

Если ползун будет двигаться по винтовой линии **вниз**, то сила трения  $\bar{F}_{\text{тр}}$  будет направлена в противоположную сторону и вектор полной реакции  $\bar{R}$  отклонится от нормали вправо на угол  $\varphi$ . Момент, необходимый для отвинчивания гайки будет равен

$$M = Pr \cdot \tan(\beta - \varphi_{\text{тр}}).$$

При  $\beta \leq \varphi_{\text{тр}}$ , момент становится отрицательным, т.е. движение вниз по резьбе будет невозможно. Такой винтовой механизм называется **самотормозящимся**. Подобные механизмы нашли применение в **домкратах**.



# Тема 7

## 7.6. Теоретические основы вибрационного перемещения

**Вибрационное перемещение** – среднее одностороннее направленное движение тел под действием периодических сил. На рис. показана расчетная схема для определения основных сил, действующих на тело, располагающееся на горизонтальной шероховатой поверхности, вибрирующей под

$$s = -\frac{\delta}{2} \cos \omega \cdot t, \quad (1)$$

где  $s$  – перемещение;  $\delta$  – размах колебаний;

$\omega$  – частота колебаний.

Сила инерции  $\Phi$  определится выражением

$$\Phi = -m \cdot a, \quad (2)$$

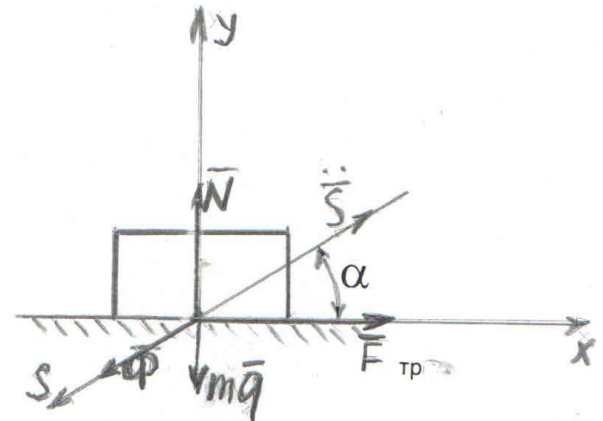
где  $m$  – масса тела;  $a$  – ускорение движения.

Дифференцируя дважды (1) и подставляя ускорение в (2), получим

$$\Phi = -m \frac{\delta}{2} \omega^2 \cos \omega \cdot t. \quad (3)$$

Силу трения  $F_{\text{тр.}}$  найдем, используя закон Кулона:

$$F_{\text{тр.}} = f_{\text{тр.}} \cdot N.$$



# Тема 7

В последнем выражении  $N$  – сила нормального давления, которая определится из уравнения проекций всех сил на ось  $y$ . Уравнения движения:

$$m \ddot{x} = \sum x_i = F \cdot \cos \alpha;$$

$$m \ddot{y} = \sum y_i = N - mg - \dots \sin \alpha.$$

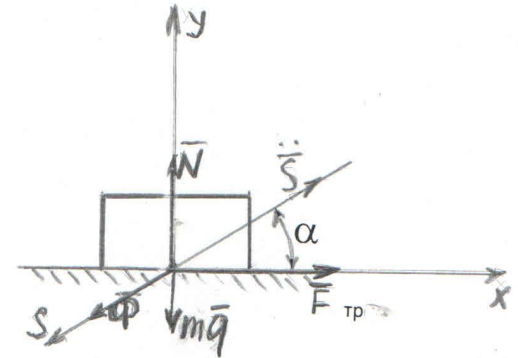
(4)

(5)

где  $g$  – ускорение свободного падения;

$f_{тр.}$  – коэффициент трения скольжения;

$\alpha$  – угол бросания.



Сила трения в выражениях (4) и (5) будет переменной по величине и направлению

$$F_{тр} = f \left( mg \mp \frac{\delta \cdot \omega^2}{2} \cos \alpha \cdot \sin \alpha \right).$$

(6)

Эта сила будет являться **движущей силой**, вызывающей вибрационное перемещение, т.е. проскальзывание тела по шероховатой поверхности либо вперед, либо назад в зависимости от соотношения между силами тяжести и инерции.

$$A = \frac{\delta}{2} \cos \omega \cdot t.$$

Введем горизонтальную амплитуду колебаний. Тогда из выражения (4), с учетом (6), получим следующие возможные варианты относительного движения:

# Тема 7

$$A = \frac{f \cdot g}{\omega^2 (1 + f \cdot \operatorname{tg} \alpha)}$$

покоем;

– граничное состояние между проскальзыванием и

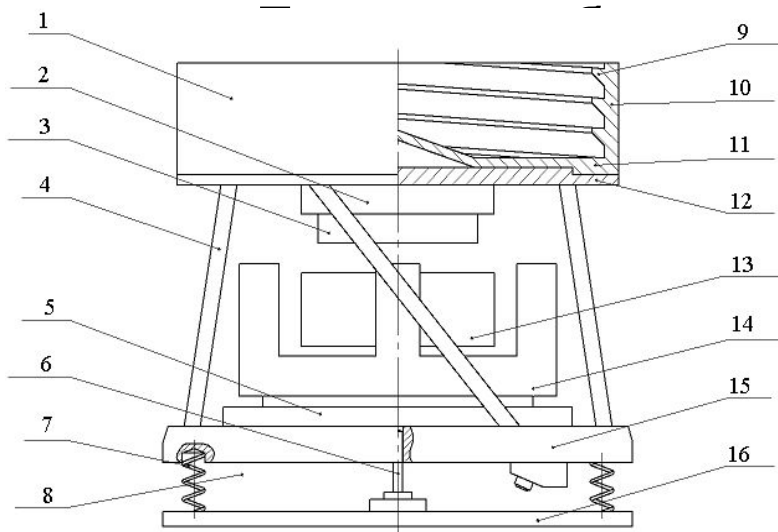
$$A \leq \frac{f \cdot g}{\omega^2 (1 + f \cdot \operatorname{tg} \alpha)}$$

– тело будет двигаться вместе с плоскостью;

$$A \geq \frac{f \cdot g}{\omega^2 (1 + f \cdot \operatorname{tg} \alpha)}$$

– проскальзывание, т.е. вибрационное перемещение.

При малых значениях амплитуды будет наблюдаться проскальзывание со скоростями  $V = 1-5$  м/мин. При дальнейшем увеличении амплитуды возможно движение с подбрасыванием со скоростями  $V = 20-25$  м/мин.



ного перемещения находит широкое применение в грузочных и транспортных устройствах.

1 – бункер; 2 – прокладка; 3 – якорь;

4 – подвеска; 5 – вибратор; 6 – ось;

7 – амортизатор; 9 – лоток;

10 – обечайка; 11 – конус; 12 – днище;

13 – катушка; 14 – сердечник; 15 –

# Тема 7

## 7.7. Механический КПД механизмов и машин

*Коэффициент полезного действия* (КПД) – это безразмерная величина, характеризующая количество полезно используемой механизмом или машиной суммарной энергии.

В период установившегося движения соблюдается условие равенства работ движущих сил и сил сопротивлений

$$A_{дв} = A_c.$$

Работа сил сопротивления складывается из суммы сил *полезного* сопротивления, т. е. тех сил, для преодоления которых предназначен механизм или машина, и сил *вредного* сопротивления, к которым относятся силы трения, силы аэрогидродинамического сопротивления и т. д.

$$A_{дв} = A_{пс} + A_{тр}.$$

Количественно КПД определяется отношением работы сил полезного сопротивления к работе движущих сил

$$\eta = \frac{A_{пс}}{A_{дв}}.$$

Выразим работу сил полезного сопротивления

$$A_{пс} = A_{дв} - A_{тр}.$$

# Тема 7

Тогда

$$\eta = A_{nc} / A_{\partial s} = (A_{\partial s} - A_{mp}) / A_{\partial s} = 1 - \psi,$$

где  $\psi = A_{mp} / A_{\partial s}$  коэффициент **потерь**, который показывает, какая часть работы движущих сил расходуется на преодоление непроизводительных сопротивлений.

Коэффициент полезного действия (КПД) механизма всегда меньше единицы, так как коэффициент потерь не может быть равен нулю из-за потерь механической энергии, вызванных наличием трения в кинематических парах

$$0 \leq \eta \leq 1.$$

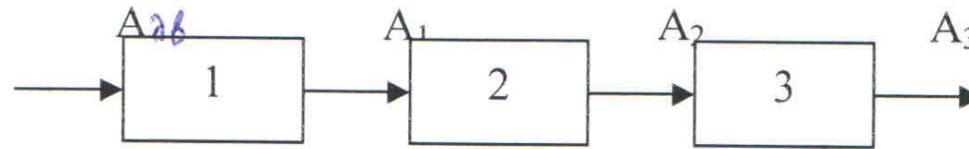
Чем ближе значение КПД к единице, тем меньше потери, следовательно, выше качество механизма или машины.

Каждая машина представляет собой комплекс механизмов, соединенных последовательно или параллельно. Поэтому общий КПД можно вычислить по отдельным ее элементам.

# Тема 7

## 1. Последовательное соединение механизмов

Рассмотрим машину, состоящую из последовательно соединенных механизмов, условно обозначенных на схеме цифрами 1, 2 и 3.



Пусть к механизму 1 подводится работа величиной  $A_{дв}$ . На выходе получаем работу величиной  $A_1$ , которая подводится к механизму 2. Таким образом,  $A_1$  – работа сил полезного сопротивления 1-го механизма и движущих сил 2-го механизма;  $A_2$  – работа сил полезного сопротивления 2-го механизма и движущих сил 3-го механизма;  $A_3$  – работа сил полезного сопротивления машины. Величина работы на выходе всегда меньше, чем подведенная работа на входе ( $A_1 < A_{дв}$ ,  $A_2 < A_1$ ,  $A_3 < A_2$ ), так как в каждом механизме имеются механические потери подведенной к нему работы.

Частные КПД механизмов:  $\eta_1 = A_1 / A_{дв}$ ;  $\eta_2 = A_2 / A_1$ ;  $\eta_3 = A_3 / A_2$ .

Общий КПД машины  $\eta_{общ}^{пол} = \frac{A_3}{A_{дв}}$ . (1)



# Тема 7

Найдем произведение частных КПД

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = \frac{A_1}{A_{\text{дв}}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} = \frac{A_3}{A_{\text{дв}}}. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), можно сделать вывод, что они совпадают. Таким образом, **общий механический КПД машины, состоящей из последовательно соединенных механизмов, равен произведению их КПД:**

$$\eta_{\text{общ}}^{\text{посл}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n.$$

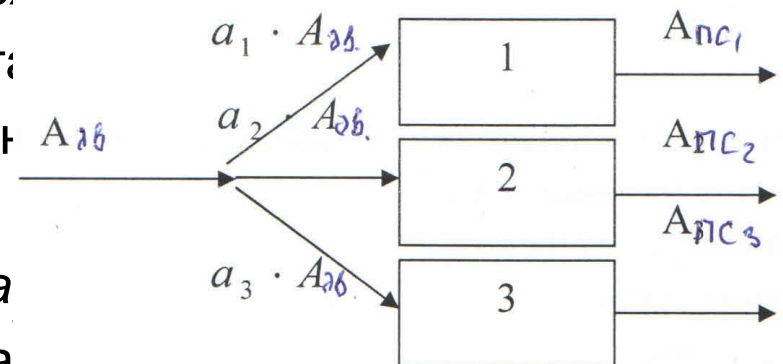
Здесь  $n$  – число механизмов.

## 2. Параллельное соединение механизмов

Рассмотрим машину, состоящую из трех параллельно соединенных механизмов, условно обозначенных на схеме цифрами 1, 2, 3.

Пусть к механизмам подводится работа величиной  $A_{\text{дв}}$ , которая распределяется на каждый механизм в разных долях, определяемых коэффициентами  $a_1, a_2, a_3$  каждый из которых меньше 1, а их сумма

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$



# Тема 7

## Общий КПД машины

$$\eta_{\text{общ}}^{\text{парал}} = \frac{A_{\text{ПС1}} + A_{\text{ПС2}} + A_{\text{ПС3}}}{A_{\text{дв}}}. \quad (3)$$

Так как  $\eta_1 = \frac{A_{\text{ПС1}}}{a_1 \cdot A_{\text{дв}}}$ ;  $\eta_2 = \frac{A_{\text{ПС2}}}{a_2 \cdot A_{\text{дв}}}$ ;  $\eta_3 = \frac{A_{\text{ПС3}}}{a_3 \cdot A_{\text{дв}}}$ ;

$A_{\text{ПС1}} = \eta_1 \cdot A_{\text{дв}} \cdot a_1$ ;  $A_{\text{ПС2}} = \eta_2 \cdot A_{\text{дв}} \cdot a_2$ ;  $A_{\text{ПС3}} = \eta_3 \cdot A_{\text{дв}} \cdot a_3$ .  
Подставив эти выражения в (3), получим

$$\eta_{\text{общ}}^{\text{парал}} = \frac{(\eta_1 \cdot a_1 + \eta_2 \cdot a_2 + \eta_3 \cdot a_3) \cdot A_{\text{дв}}}{A_{\text{дв}}} = \eta_1 \cdot a_1 + \eta_2 \cdot a_2 + \eta_3 \cdot a_3.$$

Отсюда следует, что *общий механический КПД машины при параллельном соединении механизмов равен сумме величин КПД каждого механизма, умноженных на коэффициенты долей работ, подводимых к механизмам:*

$$\eta_{\text{общ}}^{\text{парал}} = \eta_1 \cdot a_1 + \eta_2 \cdot a_2 + \dots + \eta_n \cdot a_n.$$

Здесь  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 1$ .

# Тема 7

Сравним варианты последовательного и параллельного соединения механизмов с точки зрения минимизации механических потерь в машине. Пусть величины КПД каждого механизма равны  $\eta$ .

При этом коэффициенты, учитывающие доли распределения общей работы  $A_{\text{об}}$  между всеми механизмами, также равны:

$$a_1 = a_2 = a_3 = \frac{1}{3}.$$

Тогда

$$\eta_{\text{общ}}^{\text{посл}} = \eta^3, \quad \eta_{\text{общ}}^{\text{пар}} = \eta.$$

Так как  $\eta < 1$ , то  $\eta^3 < \eta$ . Отсюда следует, что параллельное соединение механизмов в машине предпочтительнее с точки зрения уменьшения механических потерь.

# Тема 8

## Тема 8. Введение в динамику машин

### 8.1. Основные задачи и методы динамики машин

**Динамика** – это раздел дисциплины «Теории механизмов и машин», изучающий методы исследования движения механизмов и машин, происходящего под действием приложенных сил и моментов пар сил в функции времени.

В динамике машин решаются две основные задачи: **прямая** задача (задача **динамического анализа**), заключающаяся в определении законов движения рабочих органов механизмов и машин по заданным силам; **обратная** задача (задача **динамического синтеза**), состоящая в нахождении силовых воздействий, обеспечивающих воспроизведение заданных законов движения.

Кроме того, в процессе динамических исследований могут определяться **мощности**, необходимые для обеспечения заданного режима движения машины; проводится сравнительная **оценка** механизмов и машин с учетом их механического **коэффициента полезного действия**; устанавливаются **законы движения ведущего звена** (например, колебания угловой скорости кривошипа за один оборот) под действием внешних сил, приложенных к звеньям механизма; а также решаются задачи динамической **балансировки**, **виброзащиты** и **виброизоляции** или подбора оптимальных соотношений между силами, массами и размерами звеньев механизма.

# Тема 8

Объектом изучения в динамике машин является *машинный агрегат*. В общем виде его можно представить как механическую систему, состоящую из трех основных частей: двигателя, передаточного механизма и исполнительного механизма. В ряде случаев в состав машинного агрегата входит и система управления.

В качестве основного метода динамического исследования механизмов и машин положен *закон сохранения энергии*, сформулированный М.В. Ломоносовым. Последний удобно записать в форме *теоремы об изменении кинетической энергии*: изменение кинетической энергии механизма на некотором перемещении равно разности работ движущих сил и сил сопротивления движению на этом перемещении

$$T - T_0 = A_{дв} - A_c,$$

где  $T_0$  – кинетическая энергия в начале движения;  $T$  – кинетическая энергия в конце движения;  $A_{дв}$  – работа движущих сил;  $A_c$  – работа сил сопротивления.

Приведенное равенство и будет *основным уравнением движения* механизма.

Наряду с этим уравнением и ранее применявшемся при силовом анализе механизмов принципом Даламбера, в динамике машин используются *уравнения Лагранжа* второго рода, уравнения *Аппеля*, принцип наименьшего принуждения *Гаусса* и другие уравнения и принципы, известные из теоретической механики.

Таким образом, зная силы, действующие в машине или механизме, нетрудно

# Тема 8

**Работа** – это физическая величина, характеризующая преобразование энергии из одной формы в другую.

Элементарная работа **силы** выражается формулой

$$dA = F \cdot dS \cdot \cos \alpha,$$

где  $F$  – сила;  $dS$  – элементарная величина перемещения точки приложения силы;  $\alpha$  – угол между направлениями силы и перемещения.

Элементарная работа **момента силы** выражается формулой

$$dA = M \cdot d\varphi,$$

где  $M$  – момент силы;  $d\varphi$  – элементарный угол поворота.

**Полная работа** выражается формулами

$$A = \int dA = \int F \cos \alpha dS \text{ или } A = \int M d\varphi.$$

**Мощность** – это характеристика скорости изменения энергии, которая определяется как производная работы по времени.

$$N = \frac{dA}{dt} = \sum (F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i) + \sum (M_i \cdot \omega_i)$$

где  $\alpha_i$  – угол между направлениями векторов силы и скорости.

В случае действия постоянных сил используется значение **средней мощности** – это отношение совершенной работы к интервалу времени ее выполнения.

$$N = P \cdot V \cdot \cos \alpha \text{ или } N = M \cdot \omega.$$

# Тема 8

**Кинетическая энергия** – это накопленная работа, совершаемая над механической системой с целью сообщения этой системе некоторого ускорения и принуждения совершать определенные движения с требуемой скоростью в необходимом направлении.

Для  $i$ -го звена, совершающего **сложное** движение (например, для шатуна кривошипно-ползунного механизма), кинетическую энергию можно выразить как сумму кинетических энергий поступательного движения со скоростью центра масс звена и вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения

$$T_i = \frac{m_i \cdot V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \cdot \omega_i^2}{2},$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -ого звена;  $V_{si}$  – скорость центра масс  $i$ -ого звена;  $J_{si}$  – момент инерции  $i$ -ого звена относительно его центра масс;  $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -ого звена;  $r$  – число звеньев, совершающих вращательное движение.

Для **всего механизма** кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий всех звеньев  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \cdot \omega_i^2}{2} \right)$ ,

где  $n$  – количество подвижных звеньев.

# Тема 8

## 8.2. Выбор динамической модели машинного агрегата

Машинные агрегаты являются *сложными* многозвенными и многосвязными электромеханическими, пневмомеханическими и гидромеханическими системами. Полное описание всех аспектов динамического поведения его элементов и происходящих в нем динамических процессов не представляется возможным, как, кстати, и необходимым. В этой связи возникает необходимость абстрагирования от частных особенностей реального машинного агрегата и замены его некоторой *динамической моделью*.

Выбор той или иной динамической модели машинного агрегата определяется, прежде всего, характером исследуемых процессов: скоростью изменения выходных координат, частотным спектром действующих в машине активных сил и т. п. В значительной степени выбор адекватной модели является эвристической процедурой, основанной, в первую очередь, на опыте конструктора. С одной стороны, динамическая модель должна быть достаточно *простой*, чтобы обеспечить практическую осуществимость и эффективность решения задач динамики а, с другой стороны, достаточно *сложной*, чтобы гарантировать достоверность получаемых на её основе результатов.



# Тема 8

Во всех случаях следует стремиться к использованию *наиболее простых* динамических моделей, адекватных исследуемым процессам. Усложнение моделей, не вызванное необходимостью, приводит к введению в расчет лишних параметров машинных агрегатов, которые также определяются неточно. Связанные с усложнением модели дополнительные ошибки зачастую перекрывают кажущееся уточнение расчета.

Наибольшее применение в динамике машин получила *одномассовая динамическая модель*, т.е. расчетная схема с одним звеном (*звеном приведения*), координата (и её производные) которого совпадают с обобщенной координатой (и её производными) механизма в любой момент времени.

Эта расчетная схема, при всей своей простоте, отражает многие характерные особенности поведения машинных агрегатов с *жесткими* звеньями. Учет *упругих свойств* звеньев приводит к необходимости применения более сложных двухмассовых и многомассовых расчетных схем.

Для получения динамических моделей машинных агрегатов используется метод *приведения сил и масс* к какому-либо звену

## Тема 8

В качестве звена приведения целесообразно выбрать такое, которое не изменяет направление движения в пределах одного цикла работы механизма. В противном случае приведенные силы и моменты будут достигать бесконечно больших величин. Таким звеном приведения может быть выбрано *ведущее* или *начальное* звено механизма, совершающее непрерывное вращательное или поступательное движения.

Для того, чтобы движение реального механизма или машины было эквивалентным движению динамической модели, необходимо выполнение следующих *условий* (условий приведения):

1. Кинетическая энергия звена приведения должна быть равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма или машины;
2. Работа или мощность условных сил, приложенных к звену приведения, должна быть равна сумме работ или мощностей всех реальных внешних сил и моментов сил, действующих на механизм или машину.

Таким образом, работу всех внешних сил, действующих в механизме, можно заменить работой одной приведенной силы или момента силы, а кинетическую энергию всех звеньев механизма —

# Тема 8

## 8.3. Приведение сил и моментов сил

Определим значения приведенных сил и моментов сил, принимая в качестве звена приведения ведущее звено, совершающее поступательное и вращательное движения.

Для этого воспользуемся вторым условием приведения, согласно которому для сохранения эквивалентности динамической модели реальному механизму *работа или мощность условных сил или моментов сил, приложенных к звену приведения, должна быть равна сумме работ или мощностей всех реальных внешних сил и моментов сил*, действующих на механизм

$$N_{\Pi} = \sum_{i=1}^n N_i = \sum_{i=1}^n (F_i V_i \cos \alpha_i + M_i \omega_i), \quad (1)$$

где  $N_{\Pi}$  – мощность приведенной силы;  $N_i$  – мощность внешней силы;  $F_i$  – внешняя сила;  $V_i$  – скорость точки приложения внешней силы;  $\alpha_i$  – угол между векторами внешней силы и скорости точки её приложения;  $M_i$  – момент пары сил, приложенных к звену;  $\omega_i$  – угловая скорость звена;  $n$  – число подвижных звеньев.

# Тема 8

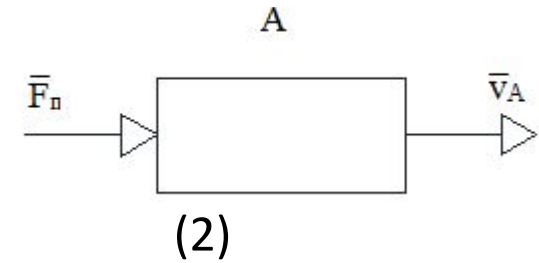
Пусть звено приведения совершает *поступательное* движение. Тогда

$$N_{\Pi} = F_{\Pi} \cdot V_A,$$

где  $F_{\Pi}$  – приведенная сила;  $V_A$  – скорость т. А звена.

Подставляя это выражение в (1), получим

$$F_{\Pi} = N_{\Pi} / V_A = \sum_{i=1}^n N_i / V_A = \sum_{i=1}^n (F_i V_i \cos \alpha_i / V_A + M_i \omega_i).$$

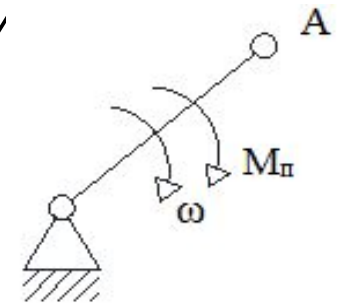


**Приведенной силой** называется такая условная сила, приложенная к звену приведения, работа или мощность которой равна сумме работ или мощностей всех внешних сил и моментов сил, действующих на звенья механизма.

Если звено приведения совершает *вращательное* дви

$$N_{\Pi} = M_{\Pi} \cdot \omega,$$

где  $M_{\Pi}$  – приведенный момент сил;  $\omega$  – угловая скорость звена приведения.



Подставляя это выражение в (1), получим

$$M_{\Pi} = N_{\Pi} / \omega = \sum_{i=1}^n N_i / \omega = \sum_{i=1}^n (F_i V_i \cos \alpha_i / \omega + M_i \omega_i / \omega). \quad (3)$$

**Приведенным моментом сил** называется такой условный момент, приложенный к звену приведения, работа или мощность которого равна сумме работ или мощностей всех внешних сил и моментов сил, действующих на звенья механизма.

# Тема 8

- Установим **связь** между приведенной силой и приведенным моментом сил. Если известен приведенный момент, то из условия

$$N_{\pi} = F_{\pi} \cdot V_A = M_{\pi} \cdot \omega$$

приведенная сила равна

$$F_{\pi} = \frac{M_{\pi} \cdot \omega}{V_A} = \frac{M_{\pi} \cdot \omega}{\omega l_{OA}} = \frac{M_{\pi}}{l_{OA}},$$

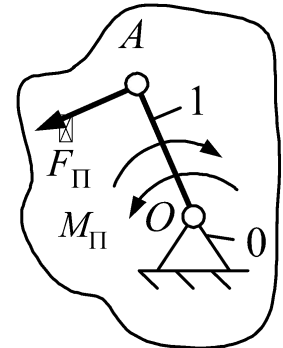
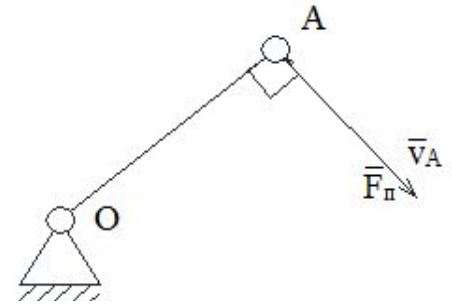
так как  $V_A = \omega \cdot l_{OA}$ .

Если известна приведенная сила, то приведенный момент

$$M_{\pi} = F_{\pi} \cdot l_{OA}.$$

Для нахождения приведенных сил можно использовать **рычаги Жуковского**, так как приведенные силы будут направлены в сторону, противоположную направлению уравновешивающих сил.

При решении практических задач приведенные силы и моменты сил обычно разделяют на две составляющие: приведенные движущие силы и моменты сил и приведенные силы и моменты сил сопротивления.



# Тема 8

## 8.4. Приведение масс и моментов инерции

Для нахождения приведенных масс и моментов инерции воспользуемся первым условием приведения, согласно которому для сохранения эквивалентности динамической модели реальному механизму необходимо, чтобы **кинетическая энергия звена приведения была равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма:**

$$T_{\Pi} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (4)$$

где  $T_{\Pi}$  – кинетическая энергия звена приведения;  $T_i$  – кинетическая энергия  $i$ -того звена;  $n$  – число подвижных звеньев.

Пусть звено приведения совершает **поступат**

Тогда

$$T_{\Pi} = m_{\Pi} V_A^2 / 2,$$

где  $m_{\Pi}$  – приведенная масса;  $V_A$  – скорость т. А звена.



Кинетическая энергия всех звеньев механизма

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot v_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \cdot \omega_i^2}{2} \right)$$

Подставляя эти выражения в (4), получим

$$\frac{m_{\Pi} V_A^2}{2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot v_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \cdot \omega_i^2}{2} \right)$$

# Тема 8

- Откуда приведенная масса

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{V_A} \right)^2 + I_{si} \left( \frac{\omega_i}{V_A} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

**Приведенной массой** механизма называется такая условная масса, сосредоточенная в точке приведения, кинетическая энергия поступательного движения которой равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма.

Если звено приведения совершает **вращательное** движение, то

$$T_{\Pi} = \frac{I_n \omega^2}{2},$$

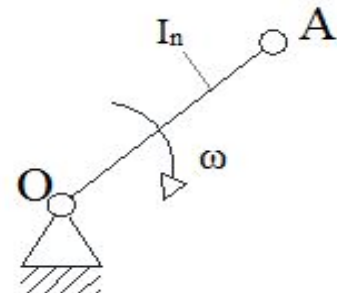
где  $I_n$  – приведенный момент инерции;  $\omega$  – угловая скорость звена приведения.

Подставляя в (4), будем иметь

$$\frac{I_n \omega^2}{2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \cdot \omega_i^2}{2} \right).$$

Откуда приведенный момент инерции

$$I_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{\omega} \right)^2 + I_{si} \left( \frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (6)$$



# Тема 8

● **Приведенным моментом инерции** механизма называется такой условный момент инерции, создаваемый приведенной массой во вращательном движении относительно оси вращения звена приведения, кинетическая энергия которого равна кинетической энергии всего механизма.

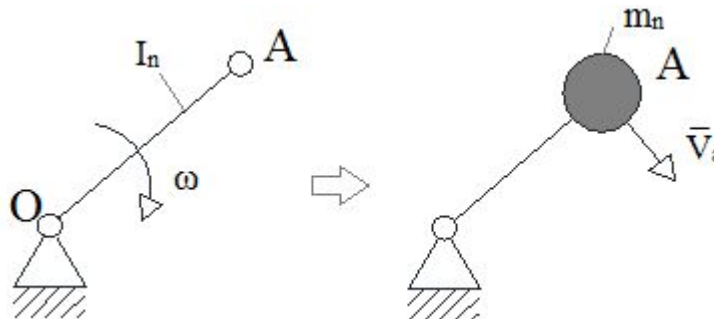
Установим **связь** между приведенной массой и приведенным моментом инерции. Если известен приведенный момент инерции, то из условия

$$\frac{m_{\Pi} \cdot V_A^2}{2} = \frac{I_{\Pi} \omega^2}{2},$$

получим

$$m_{\Pi} = \frac{I_{\Pi}}{l_{OA}^2},$$

так как  $V_A = \omega \cdot l_{OA}$ .

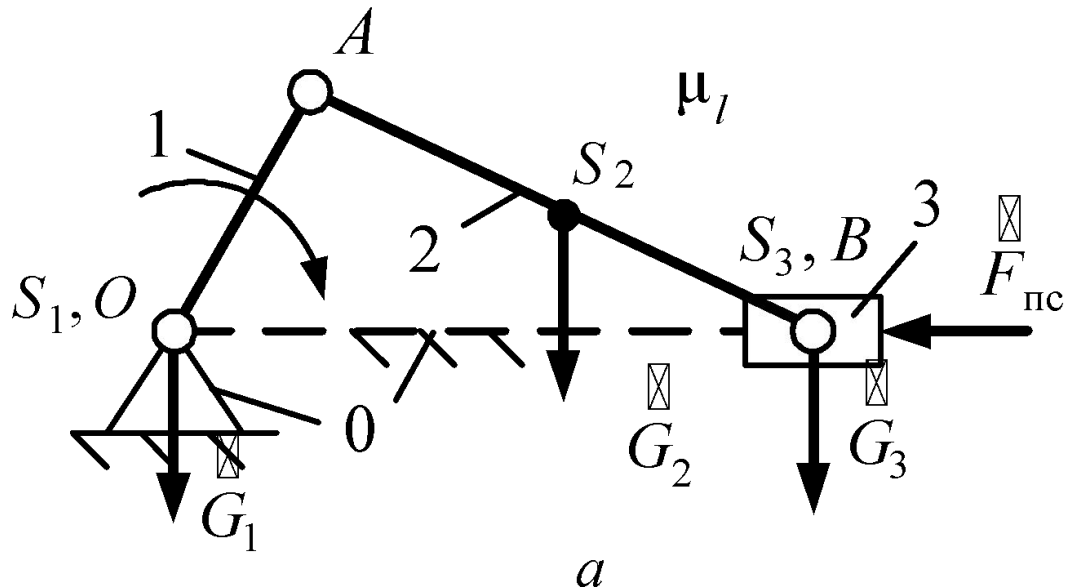




# Тема 8

- Рассмотрим *пример*: получить *динамическую модель* кривошипно-ползунного механизма (см. рис. *a*), если известны длины звеньев, положения их центров масс ( $S_1, S_2$  и  $S_3$ ), моменты инерции звеньев относительно осей, проходящих через центры масс, линейные и угловые скорости звеньев и их центров масс, а также их направления, угловые скорости кривошипа и шатуна и сила полезного сопротивления ( $F_{\text{пс}}$ ), приложенная к звену 3.

Вычерчиваем механизм в выбранном масштабе длин ( $\mu_l$ ), в заданном положении кривошипа *1* (см. рис. *a*).

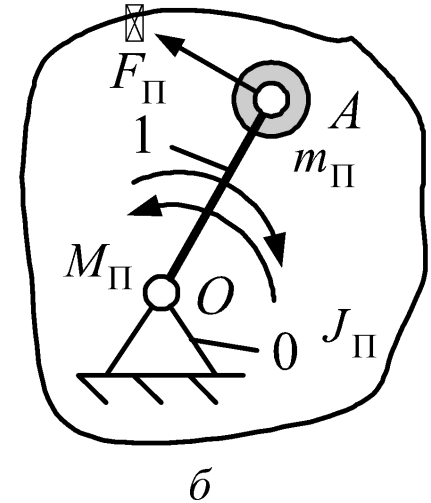


# Тема 8

- В качестве **звена приведения** выберем кривошип 1 (см. рис. б). Тогда приведенный момент инерции на основании (6)

$$J_{\Pi} = J_{s1} + J_{s2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_{s2}}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{V_B}{\omega_1} \right)^2,$$

где  $J_{s1}, J_{s2}$  – моменты инерции звеньев относительно осей, проходящих через центры масс;  $m_2, m_3$  – массы звеньев;  $\omega_1, \omega_2$  – угловые скорости звеньев;  $V_{s2}, V_B$  – линейные скорости звеньев.



Приведенный момент сил согласно (3)

$$M_{\Pi} = \frac{G_{\text{вс}} \cdot V_{s2}}{\omega_1} \cos \left( \overset{\boxtimes}{G_2}, \overset{\boxtimes}{V_{s2}} \right) - \frac{F \cdot V_B}{\omega_1} \cos \left( \overset{\boxtimes}{F_{\text{пс}}}, \overset{\boxtimes}{V_B} \right),$$

где  $G_2 = m_2 g$  – сила тяжести звена 2;  $g$  – ускорение свободного падения;  $F_{\text{пс}}$  – сила полезного сопротивления.

Если за **точку приведения** выбрать т. А, то, используя вышеприведенные зависимости, можно получить эквивалентные значения приведенной массы и приведенной силы:

$$m_{\Pi} = \frac{I_{\Pi}}{l_{OA}^2}; \quad F_{\Pi} = \frac{M_{\Pi}}{l_{OA}}.$$

# Тема 8

## 8.5. Режимы движения машинных агрегатов и их энергетические характеристики

Полным временем движения машинного агрегата называется промежуток времени от начала движения до его окончания. Это время состоит из трех периодов: разбега; установившегося движения и выбега.

Покажем их на тахограмме:

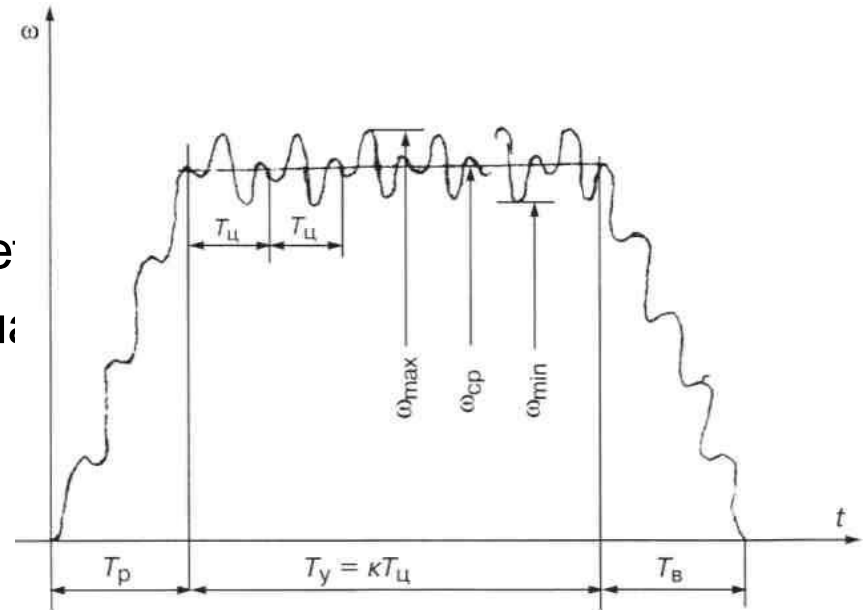
$$T = T_p + T_y + T_b.$$

1. Период **разбега** ( $T_p$ ) характеризуется нарастанием скорости ведущего звена до некоторого среднего значения, соответствующего рабочей скорости машинного агрегата.

Необходимым условием для разгона является превышение работы движущих сил над силами сопротивления

$$A_d > A_c,$$

т. е. суммарная работа в режиме разгона всегда положительна  $A_c > 0$ .



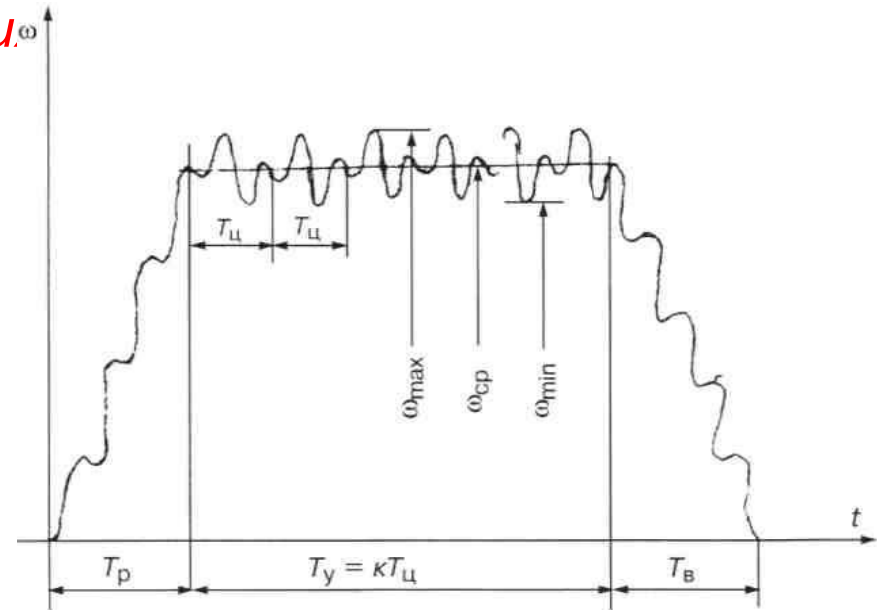
# Тема 8

2. Период *установившегося движения* ( $T_y$ ) – период движения, при котором угловая скорость ведущего звена колеблется около среднего значения  $\omega_{cp}$ .

Это время состоит из ряда циклов

$$T_y = k T_{ц},$$

где  $T_{ц}$  – длительность цикла;  
 $k$  – число циклов.



*Циклом* установившегося движения называется промежуток времени, по истечении которого положение, скорость и ускорение ведущего звена принимают постоянные значения.

За цикл движения работа движущих сил должна быть равна работе сил сопротивления

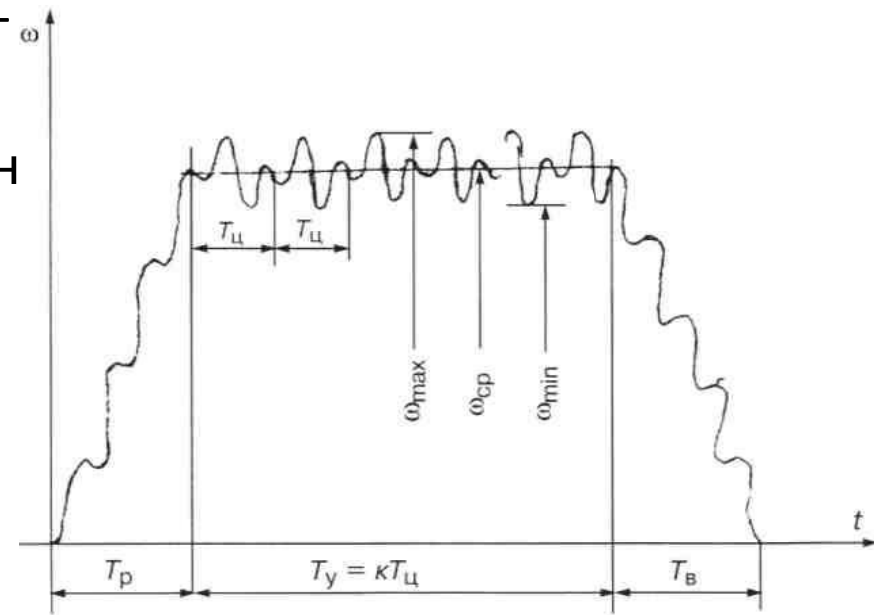
$$A_d = A_c.$$

Такое движение называется *периодическим*, при котором машинный агрегат обладает постоянными циклами движения.

## Тема 8

3. **Период выбега** или **остановки** ( $T_B$ ) – период времени, в течение которого происходит снижение скорости движения ведущего звена от среднего до нулевого значения.

Необходимым условием для выбега является превышение работы сил сопротивления над работой движущих сил



$$A_d < A_c.$$

Режимы «разбега» и «выбега» сопровождаются **переходными** процессами и, в зависимости от структуры машинного агрегата и характера действия силовых факторов, протекают в период от нескольких долей до десятков секунд.

## Тема 8

Исследование *переходных режимов* необходимо для нахождения *времени срабатывания* машинного агрегата, которое определяет быстроедействие многих рабочих машин, работающих в так называемых *старт-стопных* режимах: автооператоры, промышленные роботы и манипуляторы, поворотные и тактовые столы, загрузочные и подающие устройства, вспомогательное технологическое оборудование автоматических линий и т.п.

Стремление к повышению производительности этих устройств может привести к возникновению больших ускорений, вызывающих значительные динамические нагрузки и упругие колебания исполнительных механизмов, которые нарушают точность функционирования, увеличивают время выполнения операций и снижают прочность основных элементов и надежность работы. Таким образом, при создании подобных машин возникает задача *учета упругих свойств* конструкции и разработки методов и средств ограничения колебательных движений. Кроме того, в периоды разбега и выбега необходимо решать проблему *прохода* через критические зоны, когда угловая скорость ведущего вала машинного агрегата становится равной одной из собственных частот колебаний, при которых механическая система попадает в резонанс. Длительное пребывание в

## Тема 8

В режиме *установившегося движения* работает большинство технологических и энергетических машин: металлорежущие станки, кривошипные прессы, прокатные станы, электродвигатели, электрогенераторы, насосы, компрессоры, двигатели внутреннего сгорания и т.д. Наилучшим условием работы этих машин является *равномерное* вращение ведущего звена.

За цикл установившегося движения изменение кинетической энергии равно нулю ( $\Delta T = 0$ ). Однако внутри цикла угловая скорость ведущего звена может *меняться* из-за несовпадения законов изменения движущих сил и сил сопротивления, а также непостоянства значений приведенного момента инерции машинного агрегата. Например, для механизмов станков и поршневых насосов и компрессоров приведенный момент движущих сил является постоянной величиной, а приведенный момент сил сопротивления – переменной. Для механизмов двигателей внутреннего сгорания и паровых машин постоянным является приведенный момент сил сопротивления, а переменным – приведенный момент движущих сил. Приведенный момент инерции машинного агрегата также является переменной величиной при изменении положений ведущего звена. В результате этого значение скорости движения его ведущего звена колеблется в течение рассматриваемого

# Тема 8

● Наличие в машинном агрегате колебательных движений – основная причина неравномерности движения ведущего звена, называемая *неравномерностью хода*, для оценки которой используется *коэффициент неравномерности хода*:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}},$$

где  $\omega_{min}$ ,  $\omega_{max}$  – минимальное и максимальное значения скорости;  $\omega_{cp}$  – среднее значение скорости ведущего звена.

Чем больше коэффициент неравномерности, тем больше колебания скорости. Колебания скорости движения ведущего звена машинного агрегата вызывают дополнительные динамические (инерционные) нагрузки, а также дополнительное трение в кинематических парах, снижающее надежность машинного агрегата и его КПД. Кроме того, колебания скорости ухудшают рабочие технологические процессы, связанные, например, с металлообработкой или с равномерной подачей заготовок и т. д.

На практике коэффициент неравномерности имеет значения от десятых до сотых и, даже тысячных, долей единицы. Например, для ударных машин и прессов  $\delta \leq 0,2$ , для металлорежущих станков  $\delta = 0,04 - 0,02$ , для двигателей внутреннего сгорания  $\delta \leq 0,01$ .