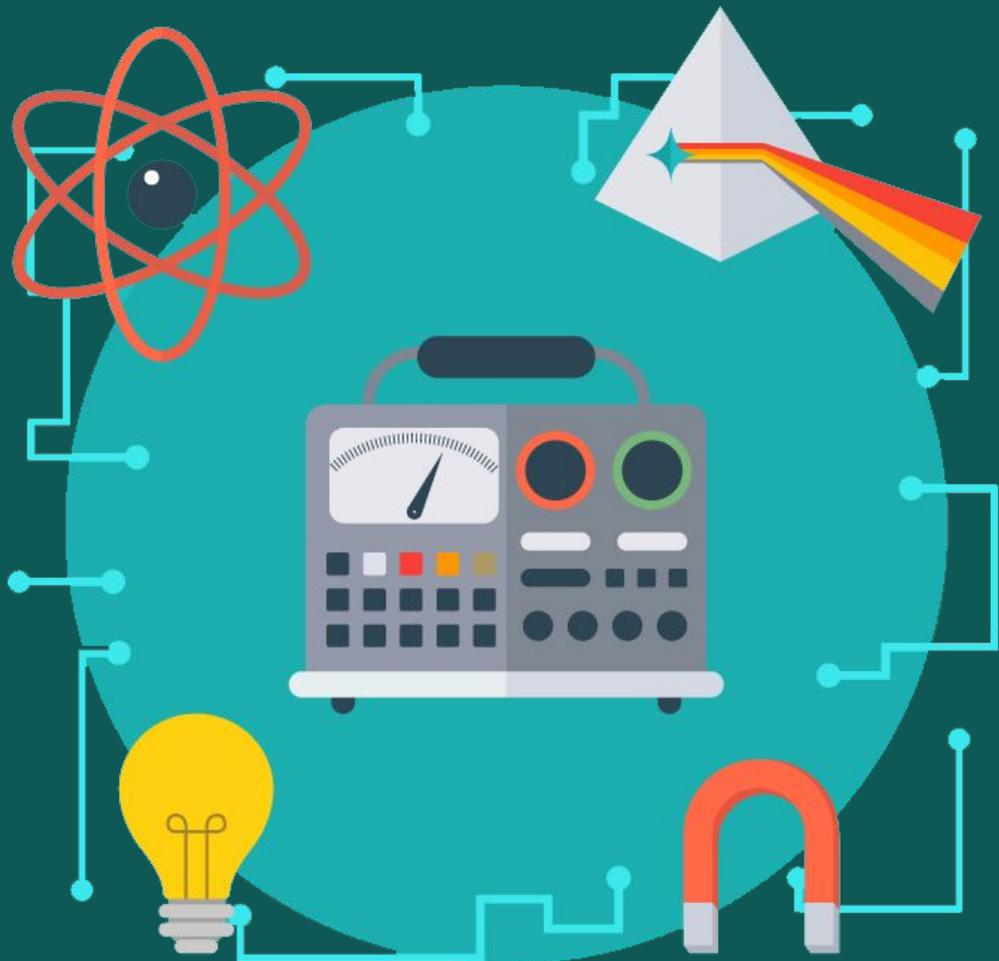


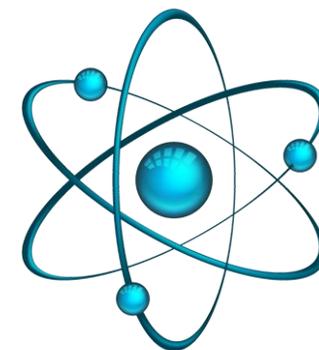
ПРАКТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА



Доцент кафедры
экспериментальной
физики
Ерина Марина Васильевна

Лекция № 9

Статистический анализ случайных погрешностей



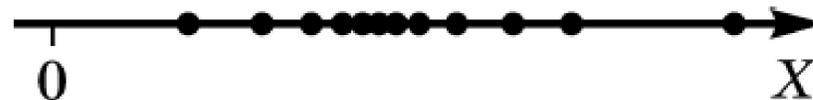
Статистический анализ случайных погрешностей



Причины разброса времени скатывания:

- неровности доски, обусловленные этими неровностями различие траекторий
- при определении времени ручным секундомером из-за конечной скорости реакции будет допускаться ошибка порядка $\pm 0,1$ с. При автоматизации измерения времени погрешность возникает вследствие конечного времени размагничивания якоря электромагнита, удерживающего шарик.

Выявление случайной погрешности, ее учет и минимизация являются обязательными действиями при правильном планировании и осуществлении любого измерительного эксперимента.



Рассмотрим многократные измерения одной и той же физической величины x . В силу случайности ошибок, результаты отдельных опытов могут отличаться.

№	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	71		
2	72		
3	72		
4	73		
5	71		
	$\bar{x} = 71,8$		

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Рассмотрим многократные измерения одной и той же физической величины x . В силу случайности ошибок, результаты отдельных опытов могут отличаться.

№	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	71	-0,8	
2	72	0,2	
3	72	0,2	
4	73	1,2	
5	71	-0,8	
	$\bar{x} = 71,8$	$\Sigma = 0$	

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Рассмотрим многократные измерения одной и той же физической величины x . В силу случайности ошибок, результаты отдельных опытов могут отличаться.

№	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	71	-0,8	0,64
2	72	0,2	0,04
3	72	0,2	0,04
4	73	1,2	1,44
5	71	-0,8	0,64
	$\bar{x} = 71,8$	$\Sigma = 0$	$\Sigma = 2,8$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Стандартным отклонением результатов измерений называется величина, определяемая выражением:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (1)$$

Квадрат стандартного отклонения называют **дисперсией**:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N} \quad (2)$$

В случае, когда измерений не очень много для расчета **стандартного отклонения** используют другую формулу:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (3)$$

Дисперсия:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N-1} \quad (4)$$

Это связано с тем, что формулу (1) нельзя применять в случае, когда измерение только одно (никакого отклонения нет). Формула (3) логично исключает эту возможность.

Стандартное отклонение используют для оценки величины ошибки в серии измерений.

В случае, если измерений много, $\sqrt{N} \approx \sqrt{N-1}$

Приме

р:

N	\sqrt{N}	$\sqrt{N-1}$
5	2,2	2
10	3,2	3
20	4,5	4,4

Стандартное отклонение показывает погрешность **единичного измерения**.

Для того, чтобы охарактеризовать ошибку в **среднем значении**, используют **стандартное отклонение среднего**:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Рассчитаем дисперсию, стандартное отклонение и стандартное отклонение среднего для серии наших измерений:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N - 1} = 0,7$$

$$\sigma_x \approx 0,8$$

$$\sigma_{\bar{x}} \approx 0,6$$

$$\bar{x} = 71,8 \pm 0,6$$

Пример:

Вычислите среднее значение \bar{x} , стандартное отклонение σ_x и стандартное отклонение среднего $\sigma_{\bar{x}}$ для следующих 20 измерений. Ответ запишите в виде $x = \bar{x} \pm \Delta x$, где $\Delta x = t_{\alpha,n} \sigma_{\bar{x}}$ с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$.

25,4; 26,7; 26,3; 25,5; 25,1; 26,9; 25,4; 25,3; 26,7; 25,2; 26,4; 25,7; 26,9; 25,4;
25,8; 26,2; 26,7; 25,3; 26,2; 25,1.

25,4		
26,7		
26,3		
25,5		
25,1		
26,9		
25,4		
25,3		
26,7		
25,2		
26,4		
25,7		
26,9		
25,4		
25,8		
26,2		
26,7		
25,3		
26,2		
25,1		

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} = 0,65$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0,14$$

$$\Delta x = 2,1 \cdot 0,14 = 0,03$$

$$\bar{x} = 25,91 \pm 0,03$$

n	$\alpha=0,7$	$\alpha=0,9$	$\alpha=0,95$
3	1,06	2,9	4,3
4	0,98	2,4	3,2
5	0,94	2,1	2,8
6	0,62	2,0	2,6
10	0,88	1,8	2,3
15	0,87	1,8	2,1
20	0,86	1,7	2,1

25,4	-0,51	0,26
26,7	0,79	0,62
26,3	0,39	0,15
25,5	-0,41	0,17
25,1	-0,81	0,66
26,9	0,99	0,98
25,4	-0,51	0,26
25,3	-0,61	0,37
26,7	0,79	0,62
25,2	-0,71	0,50
26,4	0,49	0,24
25,7	-0,21	0,04
26,9	0,99	0,98
25,4	-0,51	0,26
25,8	-0,11	0,01
26,2	0,29	0,08
26,7	0,79	0,62
25,3	-0,61	0,37
26,2	0,29	0,08
25,1	-0,81	0,66
		7,96

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} = 0,65$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = 0,14$$

$$\Delta x = 2,1 \cdot 0,14 = 0,03$$

$$\bar{x} = 25,91 \pm 0,03$$

n	$\alpha=0,7$	$\alpha=0,9$	$\alpha=0,95$
3	1,06	2,9	4,3
4	0,98	2,4	3,2
5	0,94	2,1	2,8
6	0,62	2,0	2,6
10	0,88	1,8	2,3
15	0,87	1,8	2,1
20	0,86	1,7	2,1

СПАСИБО!

$$S = \frac{(v - v_0)}{2a}$$

$$\Delta U = A + Q$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

$$Q = \lambda m$$

$$X = X_{\max} \cdot \cos \omega t$$

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$$

$$A = FS \cos \alpha$$

$$P = \frac{F}{S}$$

$$\Delta d = \frac{(2k+1)\lambda}{2}$$

$$\phi = \frac{P}{P_0 \cdot 100\%}$$

$$Ft = \Delta p$$

$$F = mg$$

$$v_2 = \frac{(v_1 + v)}{1 + v_1 v / c^2}$$

$$t = \frac{t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\lambda = vT$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$P = IU$$

СПАСИБО!

$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2}$$

$$E = \frac{mv^2}{2}$$

$$\eta = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1}$$

$$E = 2\pi k \sigma$$

$$F = \rho g V$$

$$Q = C(T_2 - T_1)$$

$$P = m(g+a)$$

$$\frac{v}{T} = \text{const}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$p = mc = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}$$

$$T = \frac{2\pi\sqrt{l}}{g}$$

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$$

$$F_U = -kx$$