

# ҚИСЫҚСЫЗЫҚТЫ трапецияның ауданы және анықталған интеграл. (есептер шығару)

Алгебра және анализ бастамалары.  
11А сынып  
Мұғалімі: Ахметова А.Ш.



# Оқу мақсаттары:

11.3.1.4 - қисықсызықты трапецияның анықтамасын білу және оның ауданын табу үшін Ньютон-Лейбниц формуласын қолдану;

11.3.1.5 - анықталған интеграл ұғымын білу және оны есептеу;

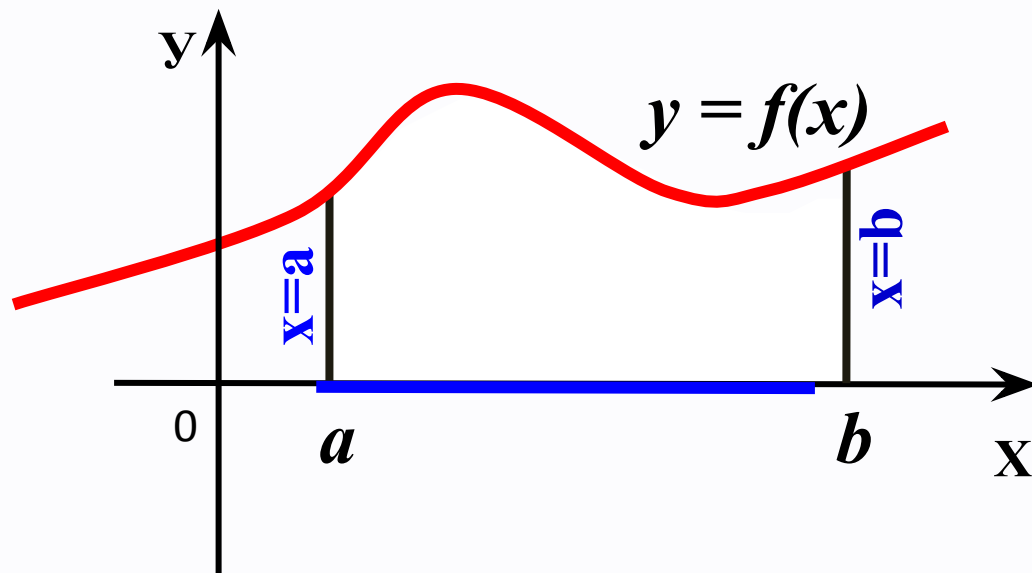
# Сабақтың мақсаты:

- - анықталған интеграл анықтамасын біледі;
- - анықталған интеграл қасиеттерін қолданады;
- - анықталған интегралды Ньютон-Лейбниц формуласымен есептейді;
- - қисықсызқты трапецияның ауданын табу үшін анықталған интегралды қолданады.

**1. Қисықсыздықты  
трапецияның ауданы  
дегеніміз не?**

# 1. Қисықсыздықты трапеция

Анықтама. Жоғарыдан үзіліссіз теріс емес  $y=f(x)$  функциясының графигімен, ал төменгі жағынан  $Ox$  осінің  $[a;b]$  кесіндісімен, бүйір жақтарынан  $x=a$ ,  $x=b$  түзулерінің кесінділерімен шектелген жазық фигураны қисықсыздықты трапеция деп атайды.



$[a;b]$  кесіндісі қисықсыздықты трапецияның -  
**табаны** болады.

## 2. Ньютон-Лейбниц формуласы?

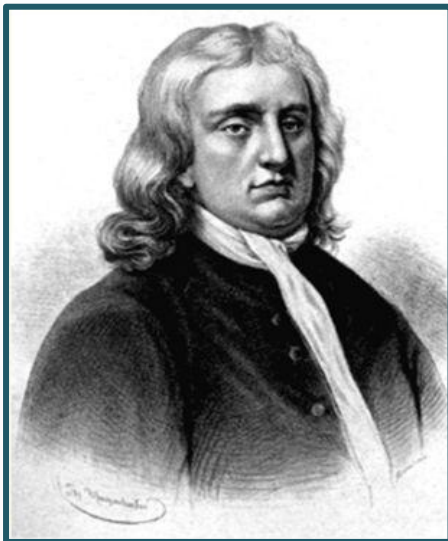
## 2. Ньютона-Лейбниц формуласы

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

И.НЬЮТОН  
1643—1727

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Г.ЛЕЙБНИЦ  
1646—1716



**3. Алғашқы функциялардың  
формулаларын анықталған  
интегралды табуда  
қолданылады ма? Қандай  
түрлерін білесіздер?**



$$\int 0 \, dx = C$$

---

$$\int 1 \, dx = x + C$$

---

$$\int k \, dx = kx + C$$

---

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

---

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

---

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

---

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C$$

---

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C$$

**4. ҚИСЫҚСЫЗЫҚТЫ  
трапецияның ауданын  
есептеу алгоритмі қандай?**

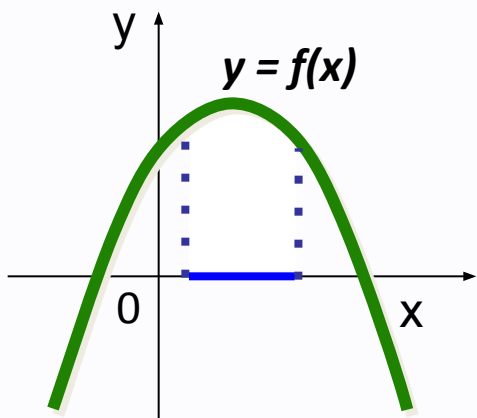
# Қисықсыздықты трапецияның ауданын есептеу алгоритмі.

- 1.Берілген сызықтарды координаталық жазықтықта салу;
- 2.Фигураны  $Ox$  осі бойымен шектелген кесіндінің ұштары болатын  $a$  және  $b$ -ның мәндерін табу;
- 3. $f(x)$  функциясының алғашқы функциясын табу;
- 4. $S=F(b)-F(a)$  формуланы қолданып қисықсыздықты трапецияның ауданын есептеу.

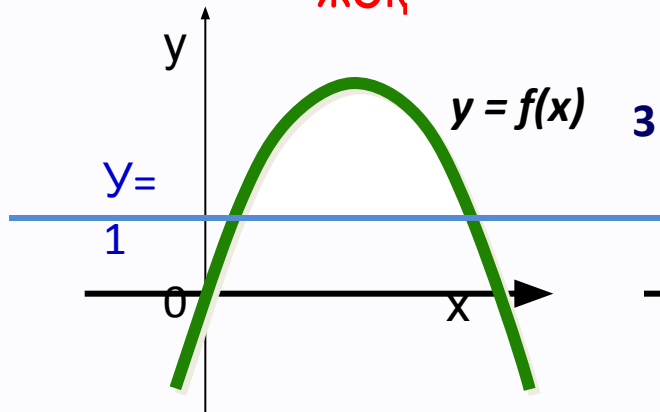
**5. Берілген фигуралар  
қисықсыздықты трапеция  
бола ала ма?**

# 6. Төмендегі фигуралар қисықсызықты трапеция бола алады ма?

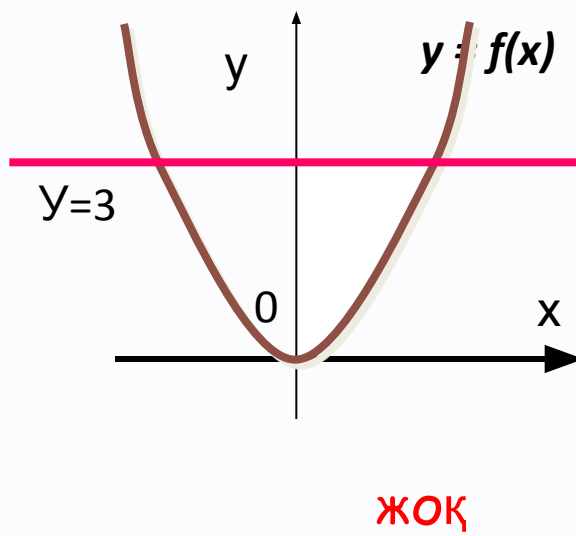
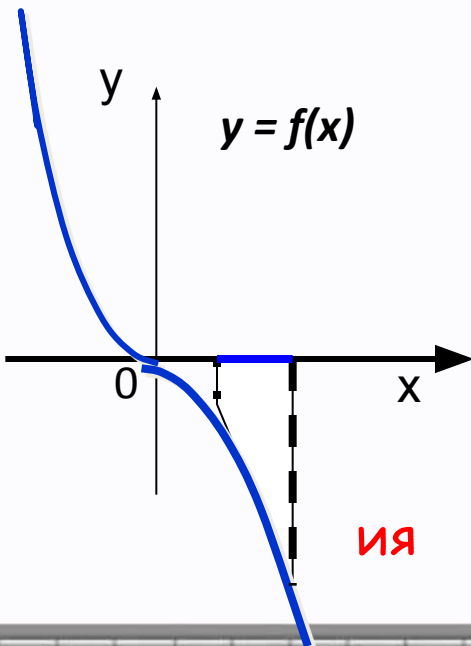
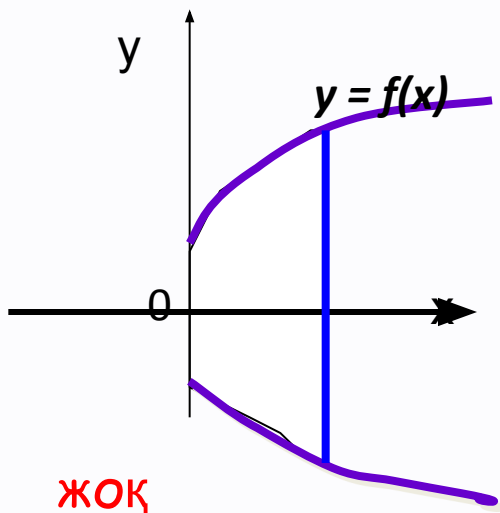
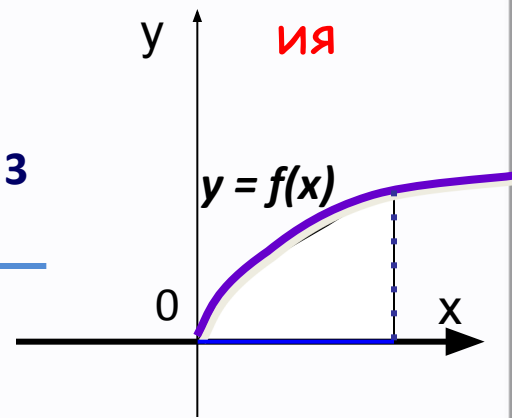
ИЯ



ЖОҚ



ИЯ



ЖОҚ

# Миға шабуыл

1 топ

1.  $\int 7x dx$
2.  $\int 9x^8 dx$
3.  $\int 9 \sin x dx$
4.  $\int 4 \cos 4x dx$
5.  $\int (7x - 5)^4 dx$
6.  $\int (7x^2 - 4x^3 + 6) dx$
7.  $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$

2 топ

1.  $\int 5x dx$
2.  $\int 7x^6 dx$
3.  $\int 5 \cos x dx$
4.  $\int 6 \sin 2x dx$
5.  $\int (3x + 1)^6 dx$
6.  $\int (5x^3 - 6 + 10x^4) dx$
7.  $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$

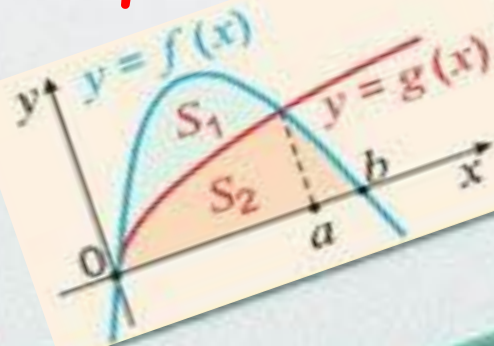
3 топ

1.  $\int 2 dx$
2.  $\int x^5 dx$
3.  $\int \sin x dx$
4.  $\int 4 \cos x dx$
5.  $\int (6x - 10)^8 dx$
6.  $\int (6x^3 + 8x^7 - 3) dx$
7.  $\int \operatorname{tg}(6x - \frac{\pi}{3}) dx$

# Дескриптор.

- 1. Алғашқы функцияның жалпы түрін жаза алады.
- 2. Алғашқы функцияларды табу формулаларын қолданады.
- 3. Өрнектерді ықшамдай алады.

АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛДЫҢ  
КӨМЕГІМЕН ФИГУРАЛАРДЫҢ  
АУДАНЫН ЕСЕПТЕУ



$$S_1 = \int_0^a (f(x) - g(x)) dx$$

$$S_2 = \int_0^a g(x) dx + \int_a^b f(x) dx$$



**Қисықсызықты трапецияның ауданын анықталған интеграл көмегімен есептеңіз**

**№1 тапсырма**

$$y = x^2 - 3x + 3, x = 1, x = 3$$

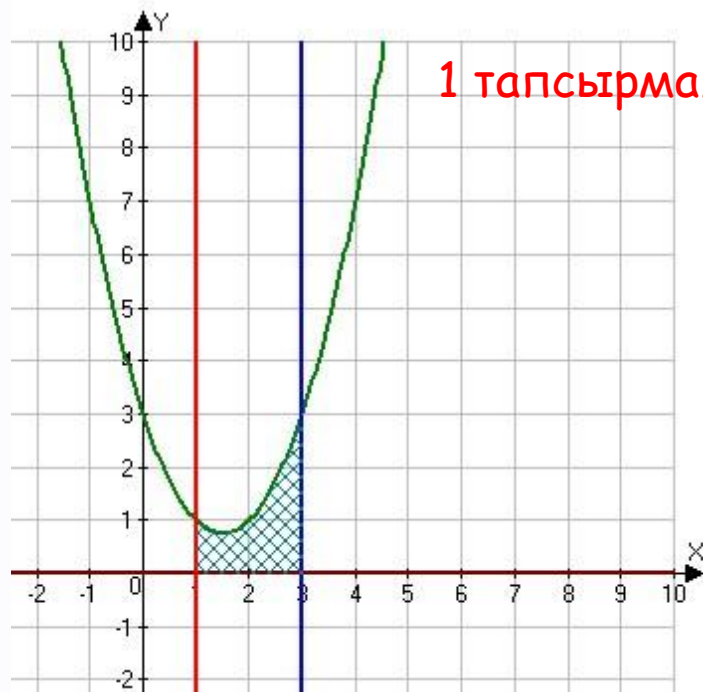
**№2 тапсырма**

$$y = 1 - x^2, y = 0,$$
$$x = -\frac{1}{2}, x = 1.$$

**№3 тапсырма**

$$y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}$$

Суретте кескінделген қисықсызықты трапецияның ауданын анықталған интеграл көмегімен есептеңіз



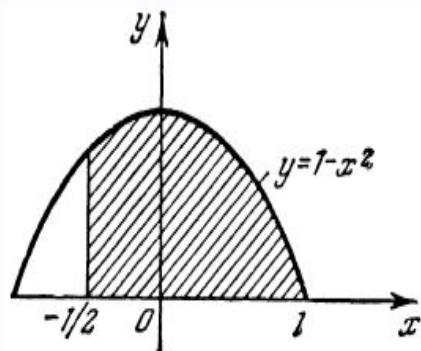
1 тапсырма.  $y = x^2 - 3x + 3, x = 1, x = 3$

Шешуі.

$$S = \int_1^3 (x^2 - 3x + 3) dx = \left( \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 =$$

$$= \left( \frac{1}{3} \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 \right) - \left( \frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{3}{2} \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 \right) =$$

$$= \left( 18 - \frac{27}{2} \right) - \left( \frac{11}{6} \right) = \frac{18 \cdot 2 - 27}{2} - \frac{11}{6} = \frac{9}{2} - \frac{11}{6} = \frac{8}{3} \text{ кв.ед.}$$



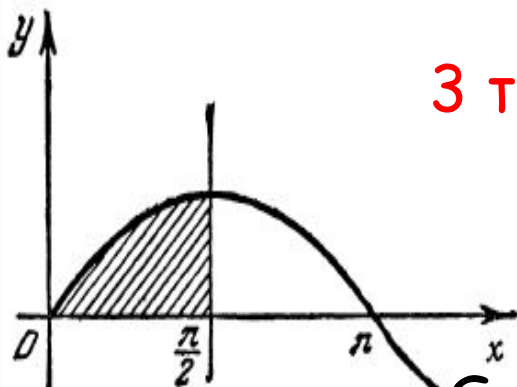
2 тапсырма.

$$y = 1 - x^2, \quad x = -\frac{1}{2}, \quad x = 1, \quad y = 0$$

Шешуі.

$$S = \int_{-\frac{1}{2}}^1 (1 - x^2) dx = \left[ x - \frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{1}{2}}^1 =$$

$$= \left( 1 - \frac{1}{3} \right) - \left[ -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \left( -\frac{1}{2} \right)^3 \right] = \frac{2}{3} + \frac{11}{24} = \frac{27}{24} \quad (\text{бірл.кес.})$$



3 тапсырма  $y = \sin x, \quad x = \pi/2, \quad y=0$

Шешуі.

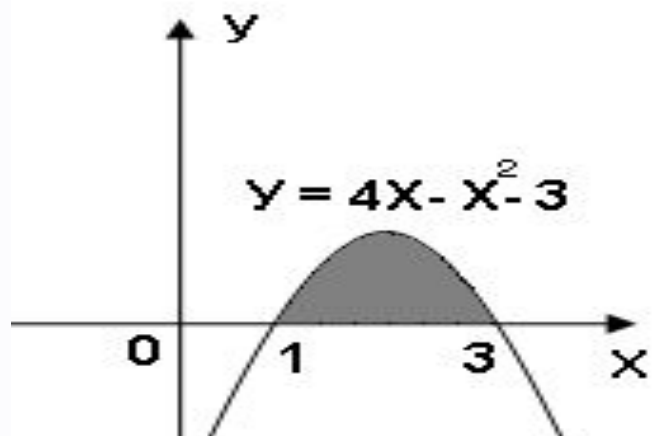
$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 - (-1) = 1 \quad (\text{бірл.кес.})$$

# Дескриптор.

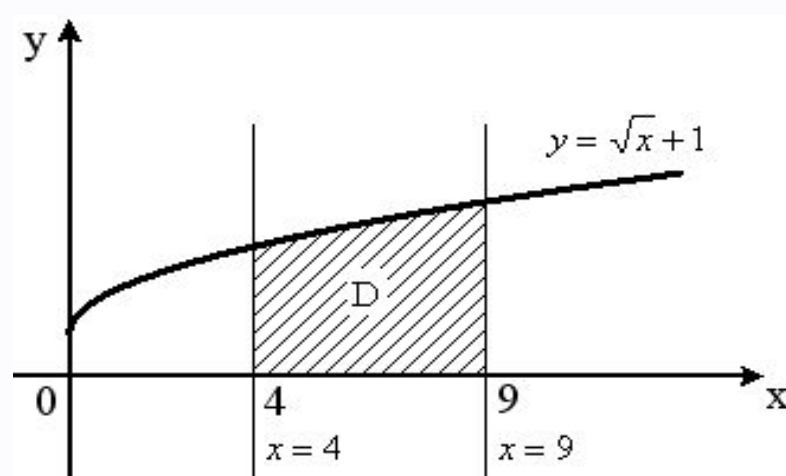
- 1. Қисықсыздықты трапецияның ауданын таба алады;
- 2. Ньютон-Лейбниц формуланы жазық фигураның ауданын табуда қолданады;
- 3. Тригонометриялық функциялардың мәндерін біледі;

Берілген суреті бойынша фигуралардың ауданын табындар.

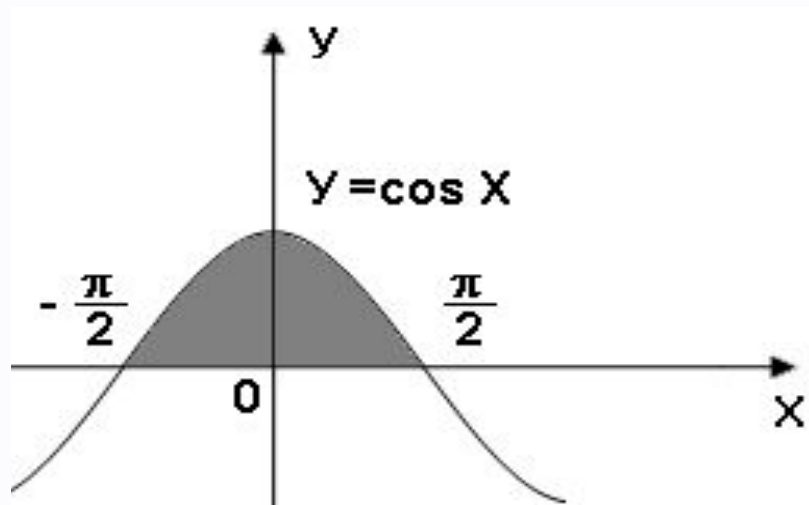
1)



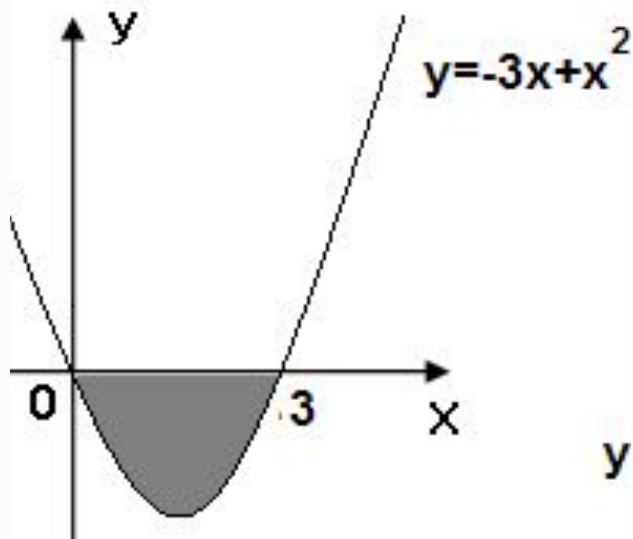
2)



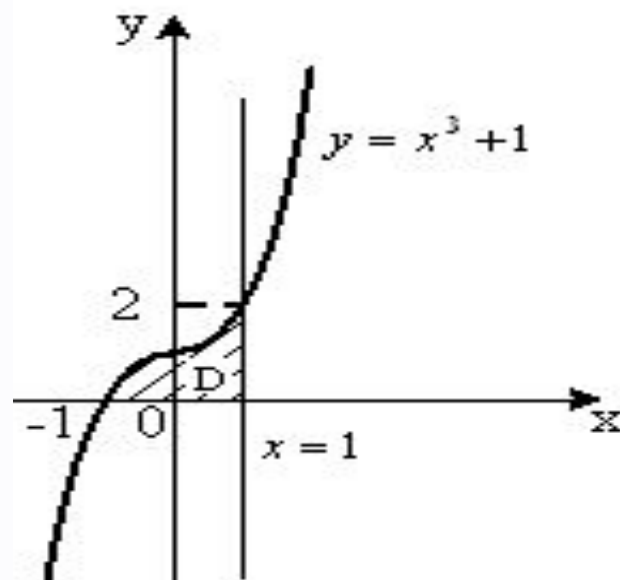
3)



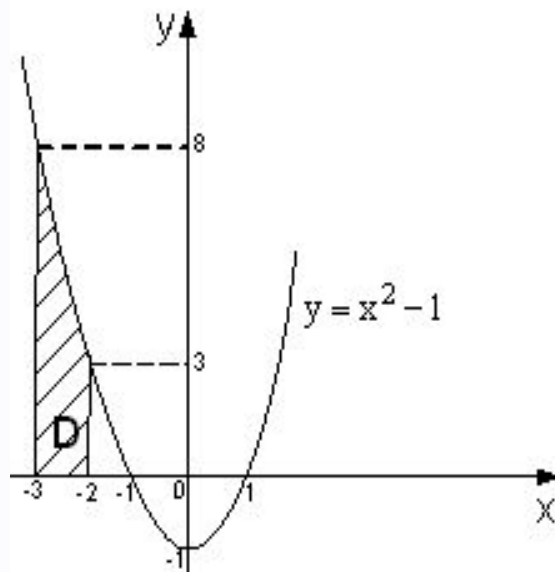
1)



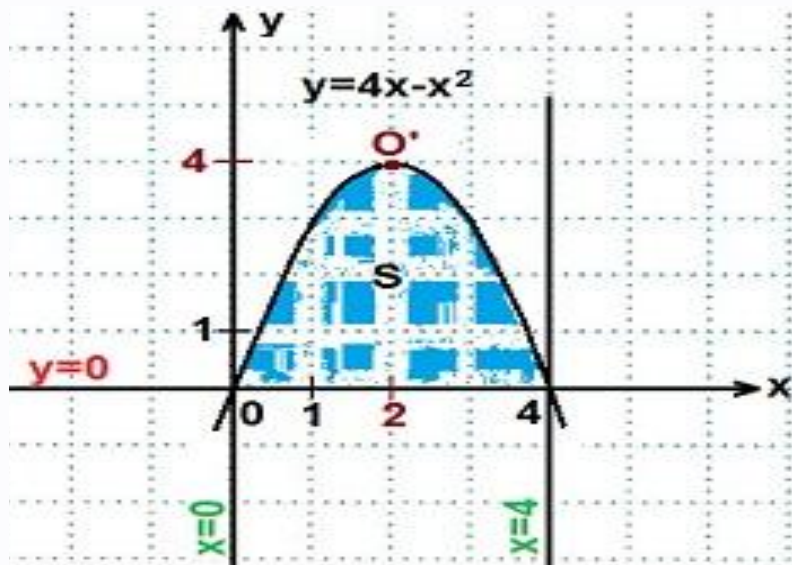
2)



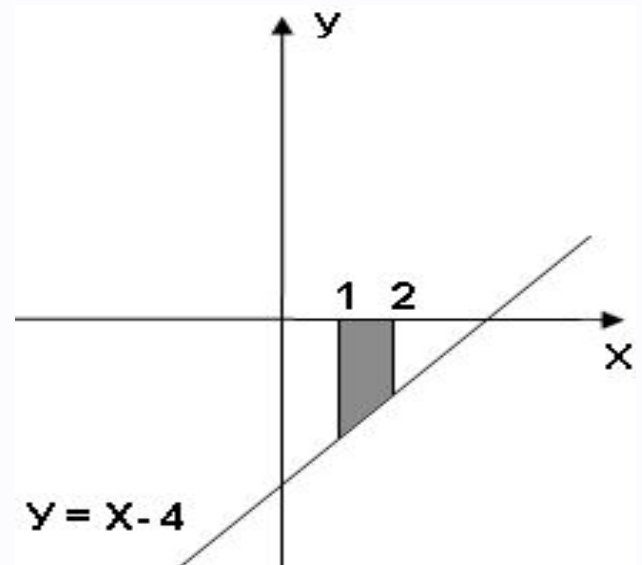
3)



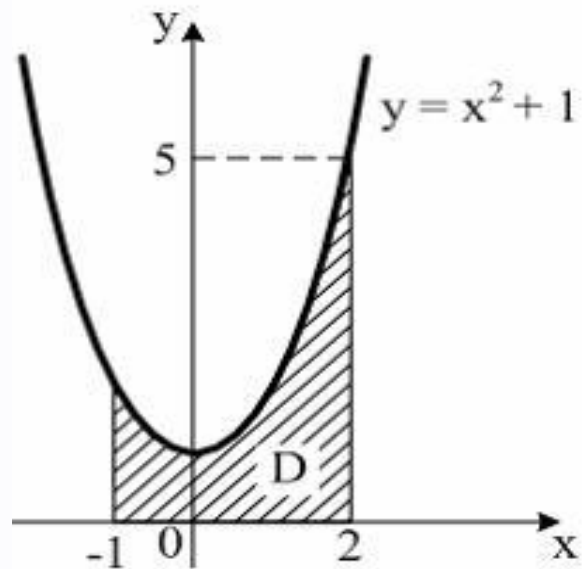
1)



2)



3)



# Деңгейлік тапсырмалар.

## I деңгей тапсырмалары:

$y = x^2 + 5x + 6$ ,  $x = 0$ ,  $x = 6$  қисықтарымен және Оу осімен шектелген қисықсызықты трапецияның ауданын табындар.

## II деңгей тапсырмалары:

Мына сызықтармен шектелген фигураның ауданын табыңыз:

$$y = \sqrt{x}, y = 1, x = 4.$$

## III деңгей тапсырмалары:

$a$ -ның қандай мәнінде мына сызықтармен шектелген фигураның ауданы 4-ке тең:  $y = 2x + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$ .



# Дескриптор

- Қисықсыздықты трапецияның ауданын есептеу алгоритмін біледі;
- Квадрат теңдеулердің түбірін таба алады;
- Арифметикалық квадрат түбірдің анықтамасын біледі;
- Өрнектің мәнән таба алады;

# Жауаптары

## I деңгей тапсырмалары:

Шешуі:

$$x^2 + 5x + 6 = 0,$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = -2$$

$$\int_{-3}^6 (x^2 + 5x + 6) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 6x \right) \Big|_0^6 =$$

$$= \left( \frac{216}{3} + \frac{180}{2} + 36 \right) - \left( \frac{-27}{3} + \frac{45}{2} - 18 \right) =$$

$$198 + 4.5 = 202.5$$

Жауабы: 202.5 кв. бірл.

## II деңгей тапсырмалары:

Шешуі:

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1$$

$$\int_1^4 (\sqrt{x} - 1) dx = \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - x \right) \Big|_1^4 = 1 \frac{2}{3}.$$

Жауабы:  $1 \frac{2}{3}$ .

## III деңгей тапсырмалары:

Шешуі:

$$2x + 2 = 0; \quad x = -1$$

$$\int_{-1}^a (2x + 2) dx = 4.$$

$$\int_{-1}^a (2x + 2) dx = (x^2 + 2x) \Big|_{-1}^a =$$

$$(a^2 + 2a) + 1 = a^2 + 2a + 1.$$

$$a^2 + 2a + 1 = 4.$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0.$$

$$a_1 = 1; \quad a_2 = -3.$$

Жауабы: 1.

## УЙГЕ ТАПТСЫРМА:

- 1. Интегралдың формулаларын жаттау;
- 2. № 3.13 27 бет