

Тема 1. Методологические аспекты экономико-математического моделирования

ВВЕДЕНИЕ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ (ЭММ)

[economic-mathematical methods] — обобщающее название комплекса экономических и математических научных дисциплин, объединенных для изучения экономики.

Введено академиком Василием Сергеевичем **Немчиновым** в начале 60-х гг. XX века.

- Причиной появления **экономико-математических методов** послужило усложнение экономики и управления хозяйством.
- Принимаемые в сфере хозяйственной деятельности решения уже не могут основываться исключительно на опыте и интуиции.
- Практика выявила многогранные возможности экономико-математических методов в разработке и выполнении планов на различных уровнях управления.

К экономико-математическим методам

относятся:

- методы линейной алгебры;
- математического (линейного и нелинейного) программирования;
- теории вероятностей и математической статистики;
- методы экономической кибернетики;
- методы теории игр и принятия решений
- и др.

Принципиальные основы экономико-математических методов

- теория экономико-математического моделирования, включая экономико-статистическое моделирование;
- теория оптимизации экономических процессов.

• ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ [economic-mathematical modelling, economic modelling] — описание экономических процессов и явлений в виде экономико-математических моделей.

Как и всякое моделирование, Э.-м. м. основывается на принципе аналогии, т. е. возможности изучения объекта (почему-либо трудно доступного для исследований) не непосредственно, а через рассмотрение другого, подобного ему и более доступного объекта, его модели.

В данном случае таким более доступным объектом является экономико-математическая модель.

- ❖ **Моделирование** – один из способов исследования систем.
- ❖ **Модель** – образ реальной системы (объекта, процесса) в материальной или теоретической форме. Этот образ отражает существенные свойства объекта, он замещает реальный объект в ходе исследования и управления.

Моделирование основывается на принципе аналогии, т.е. возможности изучения реального объекта (системы) не непосредственно, а опосредованно, через рассмотрение подобного ему и более доступного объекта (модели).

- Целью моделирования является **повышение эффективности управления экономикой на разных уровнях управления.**
- Экономическое управление осуществляется на макро- и микроэкономическом уровнях.
- **На макроуровне** объектами управления являются народное хозяйство в целом, отрасли и сектора экономики, **на микроуровне** – предприятия и рынки.

К основным функциям управления экономическими объектами (системами) относятся:

- сбор и обработка информации об объекте управления;
- анализ и оценка информации об объекте управления;
- прогнозирование развития объекта;
- программирование развития объекта;
- планирование развития объекта;
- регулирование развития объекта.

Практическими задачами экономико-математического моделирования являются:

- анализ экономических объектов и процессов;
- прогнозирование экономических процессов;
- выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной деятельности.

Математической моделью объекта управления называется одно либо несколько математических уравнений, которые задают связи между наиболее существенными для управления показателями объекта.

По содержанию различают **экономико-математические** и **экономико-статистические** методы и модели.

Различие между ними состоит в решаемых с их помощью задачах и применяемых методах.

- Экономико-математические модели включают в себя целевые критерии, уравнения, неравенства и ограничения, описывающие функционирование объекта, а также соотношения между показателями, обусловленные существующими экономическими зависимостями между ними.
- Для разработки экономико-математических моделей используют аппарат математического программирования, теории планирования и управления и др.

Экономико-статистические модели связаны с анализом статистических данных об объекте управления.

Эти модели устанавливают статистические связи, существующие между показателями объекта.

Для разработки экономико-статистических моделей используют аппарат математической статистики и теории вероятностей.

Этапы экономико-математического моделирования

1. Постановка экономической проблемы, ее качественный анализ

На данном этапе формулируется сущность проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответы.

Этот этап включает выделение важнейших свойств моделируемого объекта, изучение структуры объекта и основных зависимостей, связывающих его элементы, формулирование гипотез, объясняющих поведение и развитие объекта.

2. Построение математической модели

Это этап формализации экономической проблемы, выражение ее в виде конкретных математических зависимостей, то есть функций, уравнений, неравенств.

Для построения модели необходимо указать список параметров и переменных моделей, т.е. нефиксированных заранее величин, описывающих ту или иную сторону моделируемого явления.

Переменные могут быть экзогенными и эндогенными.

Экзогенные - это переменные, которые задаются вне модели, то есть известны заранее.

Эндогенные - это переменные, которые определяются в ходе расчетов по модели. Параметры - это коэффициенты уравнений модели. После формулировки списка переменных модели необходимо указать, какие значения переменных могут реализоваться, т.е. указать множество допустимых значений переменных. Это множество часто представляется с помощью системы ограничений на значения переменных. Эти ограничения выделяют среди всевозможных значений переменных допустимые значения. В некоторых случаях переменные могут принимать только целые неотрицательные значения. В экономико-математических исследованиях часто встречаются переменные, являющиеся функциями других переменных.

3. Математический анализ модели

Целью данного этапа является выяснение общих свойств модели. Здесь применяются чисто математические приемы исследования. Наиболее важный момент - доказательство существования решения построенной модели.

Аналитическое исследование модели по сравнению с эмпирическим, то есть численным, имеет то преимущество, что получаемые выводы сохраняют свою силу при различных конкретных значениях внешних и внутренних параметров модели.

4. Подготовка исходной информации.

Моделирование предъявляет жесткие требования к системе информации. В то же время реальные возможности получения информации ограничивают выбор моделей, предназначенных для практического использования. В процессе подготовки информации широко используются методы теории вероятности и математической статистики.

5. Численное решение.

Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составление программ для ЭВМ и непосредственное проведение расчетов. Трудности этого этапа обусловлены прежде всего большой размерностью экономических задач и необходимостью обработки значительных массивов информации.

6. Анализ численных результатов и их применение

На заключительном этапе рассматривается вопрос о правильности и полноте результатов моделирования и степени практической применимости. Анализ теоретических выводов и численных результатов, получаемых посредством модели, сопоставление их с имеющимися знаниями и фактами действительности позволяет обнаруживать недостатки постановки экономической задачи, математической формализации и использованной информации.

Классификацию методов экономико-математического моделирования можно провести по различным признакам:

- ✓ по классификации дисциплин,
- ✓ целевому назначению,
- ✓ степени агрегированности объектов моделирования,
- ✓ конкретному предназначению,
- ✓ типу информации,
- ✓ учету фактора времени,
- ✓ фактору определенности,
- ✓ типу математического аппарата, положенного в основу модели

другие классификации моделей:

по целевому назначению:

- теоретико-аналитические (используемые в исследовании общих свойств и закономерностей экономических процессов) и прикладные модели (используемые для решения конкретных экономических задач (модели экономического анализа, прогнозирование, управление));

по степени агрегированности объектов моделирования:

- макроэкономические и микроэкономические модели;

по конкретному предназначению:

- балансовые модели (выражают требования соответствия наличия ресурсов и их использования);
- трендовые модели (выражают развитие моделируемой экономической системы через тренд ее основных показателей);
- оптимизационные модели (предназначены для выбора наилучшего варианта из определенного числа вариантов решений);
- имитационные модели (изучают экономические явления с помощью машинных экспериментов);

по типу информации:

- аналитические (построенные на априорной информации) и идентифицируемые модели (построенные на апостериорной информации);

по учету фактора времени:

- статические (все зависимости отнесены к одному моменту времени) и динамические модели (описывают эволюцию процесса во времени);

по фактору определенности:

- детерминированные и вероятностные модели;

по типу математического аппарата, положенного в основу модели:

- матричные модели, модели линейного и нелинейного программирования,
- регрессионные модели,
- модели теории игр,
- модели теории графов,
- сетевые модели,
- модели массового обслуживания,
- модели управления запасами.

1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования

Цель — получение объективной экономической информации и выработка имеющих важное практическое значение рекомендаций.

Формально экономико-математическое моделирование можно отнести как к экономической, так и к математической наукам.

В первом случае ее следует понимать как тот раздел экономики, который изучает количественные и качественные категории, а также поведенческие аспекты экономических субъектов.

Считая же математическую экономику **одним из направлений математики**, можно отнести ее к тем разделам прикладной математики, которые занимаются оптимизационными задачами и задачами принятия решения.

1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования

Экономика — это общественная наука об использовании ограниченных ресурсов с целью максимального удовлетворения неограниченных материальных потребностей населения.

Центральные проблемы экономической науки — рациональное ведение хозяйства, оптимальное распределение ограниченных ресурсов, изучение экономических механизмов управления, разработка методов экономических расчетов — по существу являются задачами, решаемыми в рамках математических наук.

1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования

Количественные и качественные методы математики являются наилучшим вспомогательным аппаратом для получения ответов на **основные вопросы экономики:**

— что должно производиться (т. е. какие товары и услуги и в каком количестве надо производить)?

— как будут производиться товары (т. е. кем и с помощью каких ресурсов и какой технологии)?

— для кого предназначены эти товары (т. е. кем и как будут потребляться эти товары)?

Задача экономической теории, связанная с приведением в систему, истолкованием и обобщением поведения участников экономики в процессе производства, обмена и потребления, восходит к математическим проблемам оптимизации и принятия решения.

1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического

моделирования

Основные задачи, стоящие перед ЭММ:

- разработка математических моделей экономических объектов, систем и явлений (общих и частных задач экономики при различных условиях, предпосылках и на различных уровнях);
- изучение поведения участников экономики (условий существования оптимальных решений и их признаков, а также методов их вычисления в моделях потребления, фирмы, совершенной и несовершенной конкуренции и др.);
- изучение описательных моделей экономики (модели планирования, "затраты-выпуск", расширяющейся экономики, экономики благосостояния и роста и др.);
- анализ экономических величин и статистических данных (эластичности, средних и предельных величин, регрессионный и корреляционный анализ и прогнозирование экономических факторов и показателей).

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Важным фактором, определяющим роль математики в различных приложениях, является возможность описания наиболее существенных черт и свойств изучаемого объекта на языке математических символов и соотношений.

Такое описание принято называть **математическим моделированием** или **формализацией**. В этой связи кратко охарактеризуем

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Основные элементы экономики в целом, как объекта моделирования:

Первичными элементами экономики являются **товары и участники**.

Говорят, что имеются **экономические товары и участники экономики**, если установлено, что эти товары обмениваются один на другой в результате соглашений, в которых заинтересованными сторонами выступают участники.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Экономический товар — это именно то, что является предметом сделок в данном обществе — труд, капитал, ресурсы, продукты потребления, услуги, информация, ценные бумаги и т.д.

Например, общественные посты, при продажности официальных учреждений, являются экономическими товарами. Становясь наследственными или замещаемыми по конкурсу, они перестают быть экономическими товарами.

Следовательно, экономический товар определяется способностью к обмену.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Имеется один особый товар, являющийся эквивалентом при обмене — **деньги**. Деньги служат средством обращения, мерой стоимости, средством сбережения.

Денежный эквивалент единицы товара называется его **ценой**.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Основными участниками экономики являются:

- ❖ **домашние хозяйства;**
- ❖ **фирмы;**
- ❖ **государство.**

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Домашние хозяйства, с одной стороны, являются *потребителями* конечного продукта, с другой - владельцами ресурсов (земельных, трудовых и др.). Продавая свои ресурсы домашние хозяйства получают доход, а также участвуют в распределении прибыли производственных предприятий (например, посредством ценных бумаг).

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Фирмы, с одной стороны, являются *производителями* товаров и услуг, с другой — потребителями ресурсов. Фирмы получают доход от продажи своих товаров и услуг и являются владельцами производственных мощностей.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

- **Государство** выполняет важные законодательные, управленческие и регулирующие функции. С точки зрения движения товаров в экономике государство является как **продавцом** (государственных предприятий, природных ресурсов, ценных бумаг и др.), так и **покупателем** (государственных закупок продовольствия, вооружения, сырья и др.).

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Большинство участников экономики действует одновременно *как покупатель и продавец.*

Взаимодействуя между собой, покупатели и продавцы образуют **рынок.**

Основными рыночными понятиями являются:

- ✓ спрос;
- ✓ предложение;
- ✓ конкуренция и цена.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Спрос можно определить как платежеспособную потребность в том или ином товаре. Спрос на товар зависит от его цены (т.е. спрос является функцией от цены).

Как правило, при высокой цене приобретается меньшее количество товара (обратная связь (см. рис.1)).

В экономике этот факт называется ***законом спроса***.

Предложение — это то количество товара, которое производители могут и хотят произвести. Предложение также зависит от цены товара (прямая связь (см. рис.1) В экономике этот факт называется ***законом предложения***.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

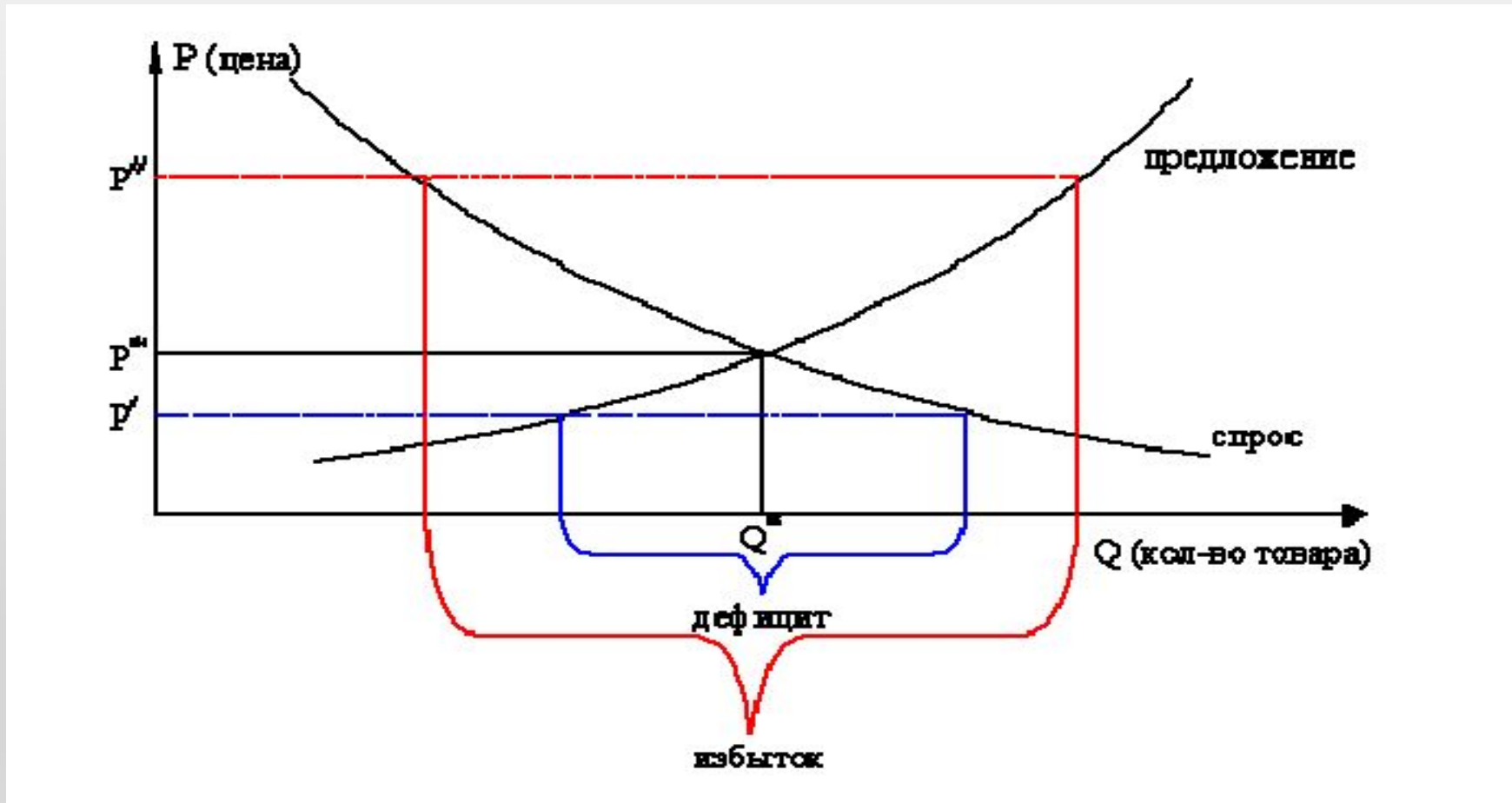


Рис.1 Кривая спроса и предложения и точка равновесия

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Если вся масса товара, произведенная в расчете на данную цену, может быть по этой цене продана полностью, то говорят, что по данному виду товара в экономике существует **равновесие**.

Иными словами, существует такая цена, для которой спрос на данный товар равен предложению. Такая **цена** называется **равновесной**.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Если существует равновесие по всем товарам (и услугам), то говорят о **экономическом равновесии**.

Равновесие — это то состояние к которому стремится экономика, так как в этом случае нет ни дефицита, ни избытка, т. е. удовлетворены интересы всех участников экономики.

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Возможность существования экономического равновесия находится в обратной зависимости от многообразия (видов) товаров.

Чем больше видов, тем сложнее взаимосвязи между ними (например, очевидно, что спрос на чай зависит от наличия кофе, соков, молока и т. д.).

Поэтому для получения реальных результатов в математических моделях рассматриваются только основные виды товаров (например, товары, составляющие потребительскую корзину).

2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Рынки можно классифицировать по различным признакам.

В математических моделях часто применяется классификация по числу участников (рис.2).

покупатели продавцы	Один	Несколько	Много
Один	сделка	олигополия	монополия
Несколько	о л и г о п о л и я		
Много	монополия	олигополия	совершенная конкуренция

Рис. 2 Виды рынков (по числу участников)

В настоящее время можно говорить о том, что для каждого из перечисленных рынков существует своя математическая теория

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

В любой науке по тем или иным признакам (в зависимости от целей исследования или по характеру рассматриваемого круга вопросов) можно выделить отдельные направления, разделы и части.

Математика, возможно как никакая другая наука, объединяет в себе большое количество предметов.

Процесс развития новых направлений продолжается.

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Наиболее укрупненной классификацией математической науки является ее деление на теоретическую (или "чистую") и прикладную математику.

"Чистая" математика занимается теми вопросами, которые развивают саму математику как науку (т. е. она занимается внутренними вопросами).

К прикладной математике относятся те разделы и методы, которые специально созданы или наилучшим образом подходят для решения задач, возникающих на практике (т.е. вне математики).

Такое деление математической науки на две части является условным.

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

К числу наиболее крупных разделов прикладной математики, применяемых в экономических исследованиях, следует отнести такой предмет как *исследование операций*.

Исследование операций — это наука, которая занимается построением математических моделей реальных задач и процессов, происходящих в различных сферах жизни (экономических, социальных, технических, военных и др.), их анализом и применениями.

Большинство этих моделей связано с выработкой рекомендаций по принятию оптимальных (в том или ином смысле решений).

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Основными разделами исследования операций являются:

- игровые модели принятия решений (теория игр);
- системы массового обслуживания (теория массового обслуживания);
- задачи многокритериальной оптимизации;
- задачи исследования операции на графах;
- сетевое и календарное планирование (теория расписаний);
- модели управления запасами (теория запасов);
- имитационное моделирование.

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Весьма близким к исследованию операций разделом прикладной математики является предмет **методы оптимизации**. Эта наука сформировалась раньше исследования операций и занимается так называемыми экстремальными задачами, суть которых состоит в отыскании максимального или минимального значения заданной функции (целевой функции) на заданном множестве значений ее аргументов (множества допустимых решений).

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Если множество допустимых решений задается (описывается) с помощью некоторых уравнений или неравенств, называемых ограничениями задачи, то экстремальные задачи называются задачами математического программирования. В зависимости от характера этих ограничений и целевой функции возникают задачи линейного программирования, нелинейного программирования, динамического программирования и некоторые их разновидности.

3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

- Здесь термин "программирование" имеет смысл "планирования", "сравнения вариантов", "оптимизации". Поэтому его не надо путать с термином программирования на языках ЭВМ. Экстремальные задачи еще называют оптимизационными задачами или задачами оптимизации. Не будет преувеличением сказать, что многие из перечисленных теорий возникли благодаря и для решения экономических задач. Ярким примером в этом смысле является теория игр — раздел исследования операций, изучающий конфликтные задачи принятия решений. Свидетельство тому — название первой фундаментальной монографии по теории игр: "Теория игр и экономической поведение", написанная создателями этой науки Дж. фон Нейманом и О.Моргенштерном в 1953 г.