

# **Тема 1. Методологические аспекты экономико-математического моделирования**

# ВВЕДЕНИЕ

## **ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ (ЭММ)**

[economic-mathematical methods] — обобщающее название комплекса экономических и математических научных дисциплин, объединенных для изучения экономики.

Введено академиком Василием Сергеевичем **Немчиновым** в начале 60-х гг. XX века.

- Причиной появления **экономико-математических методов** послужило усложнение экономики и управления хозяйством.
- Принимаемые в сфере хозяйственной деятельности решения уже не могут основываться исключительно на опыте и интуиции.
- Практика выявила многогранные возможности экономико-математических методов в разработке и выполнении планов на различных уровнях управления.

# К экономико-математическим методам

относятся:

- методы линейной алгебры;
- математического (линейного и нелинейного) программирования;
- теории вероятностей и математической статистики;
- методы экономической кибернетики;
- методы теории игр и принятия решений
- и др.

# Принципиальные основы экономико-математических методов

- теория экономико-математического моделирования, включая экономико-статистическое моделирование;
- теория оптимизации экономических процессов.

**• ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ** [economic-mathematical modelling, economic modelling] — описание экономических процессов и явлений в виде экономико-математических моделей.

Как и всякое моделирование, Э.-м. м. основывается на принципе аналогии, т. е. возможности изучения объекта (почему-либо трудно доступного для исследований) не непосредственно, а через рассмотрение другого, подобного ему и более доступного объекта, его модели.

В данном случае таким более доступным объектом является экономико-математическая модель.

- ❖ **Моделирование** – один из способов исследования систем.
- ❖ **Модель** – образ реальной системы (объекта, процесса) в материальной или теоретической форме. Этот образ отражает существенные свойства объекта, он замещает реальный объект в ходе исследования и управления.

Моделирование основывается на принципе аналогии, т.е. возможности изучения реального объекта (системы) не непосредственно, а опосредованно, через рассмотрение подобного ему и более доступного объекта (модели).

- Целью моделирования является **повышение эффективности управления экономикой на разных уровнях управления.**
- Экономическое управление осуществляется на макро- и микроэкономическом уровнях.
- **На макроуровне** объектами управления являются народное хозяйство в целом, отрасли и сектора экономики, **на микроуровне** – предприятия и рынки.



## **К основным функциям управления экономическими объектами (системами) относятся:**

- сбор и обработка информации об объекте управления;
- анализ и оценка информации об объекте управления;
- прогнозирование развития объекта;
- программирование развития объекта;
- планирование развития объекта;
- регулирование развития объекта.

# **Практическими задачами экономико-математического моделирования являются:**

- анализ экономических объектов и процессов;
- прогнозирование экономических процессов;
- выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной деятельности.

**Математической моделью объекта управления** называется одно либо несколько математических уравнений, которые задают связи между наиболее существенными для управления показателями объекта.

По содержанию различают **экономико-математические** и **экономико-статистические** методы и модели.

Различие между ними состоит в решаемых с их помощью задачах и применяемых методах.

- Экономико-математические модели включают в себя целевые критерии, уравнения, неравенства и ограничения, описывающие функционирование объекта, а также соотношения между показателями, обусловленные существующими экономическими зависимостями между ними.
- Для разработки экономико-математических моделей используют аппарат математического программирования, теории планирования и управления и др.

Экономико-статистические модели связаны с анализом статистических данных об объекте управления.

Эти модели устанавливают статистические связи, существующие между показателями объекта.

Для разработки экономико-статистических моделей используют аппарат математической статистики и теории вероятностей.

# Этапы экономико-математического моделирования

## 1. Постановка экономической проблемы, ее качественный анализ

На данном этапе формулируется сущность проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответы.

Этот этап включает выделение важнейших свойств моделируемого объекта, изучение структуры объекта и основных зависимостей, связывающих его элементы, формулирование гипотез, объясняющих поведение и развитие объекта.

## 2. Построение математической модели

Это этап формализации экономической проблемы, выражение ее в виде конкретных математических зависимостей, то есть функций, уравнений, неравенств.

Для построения модели необходимо указать список параметров и переменных модели, т.е. нефиксированных заранее величин, описывающих ту или иную сторону моделируемого явления.

Переменные могут быть экзогенными и эндогенными.

Экзогенные - это переменные, которые задаются вне модели, то есть известны заранее.

Эндогенные - это переменные, которые определяются в ходе расчетов по модели. Параметры - это коэффициенты уравнений модели. После формулировки списка переменных модели необходимо указать, какие значения переменных могут реализоваться, т.е. указать множество допустимых значений переменных. Это множество часто представляется с помощью системы ограничений на значения переменных. Эти ограничения выделяют среди всевозможных значений переменных допустимые значения. В некоторых случаях переменные могут принимать только целые неотрицательные значения. В экономико-математических исследованиях часто встречаются переменные, являющиеся функциями других переменных.

### **3. Математический анализ модели**

Целью данного этапа является выяснение общих свойств модели. Здесь применяются чисто математические приемы исследования. Наиболее важный момент - доказательство существования решения построенной модели.

Аналитическое исследование модели по сравнению с эмпирическим, то есть численным, имеет то преимущество, что получаемые выводы сохраняют свою силу при различных конкретных значениях внешних и внутренних параметров модели.



#### **4. Подготовка исходной информации.**

Моделирование предъявляет жесткие требования к системе информации. В то же время реальные возможности получения информации ограничивают выбор моделей, предназначенных для практического использования. В процессе подготовки информации широко используются методы теории вероятности и математической статистики.

#### **5. Численное решение.**

Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составление программ для ЭВМ и непосредственное проведение расчетов. Трудности этого этапа обусловлены прежде всего большой размерностью экономических задач и необходимостью обработки значительных массивов информации.

## **6. Анализ численных результатов и их применение**

На заключительном этапе рассматривается вопрос о правильности и полноте результатов моделирования и степени практической применимости. Анализ теоретических выводов и численных результатов, получаемых посредством модели, сопоставление их с имеющимися знаниями и фактами действительности позволяет обнаруживать недостатки постановки экономической задачи, математической формализации и использованной информации.

# Классификацию методов экономико-математического моделирования можно провести по различным признакам:

- ✓ по классификации дисциплин,
- ✓ целевому назначению,
- ✓ степени агрегированности объектов моделирования,
- ✓ конкретному предназначению,
- ✓ типу информации,
- ✓ учету фактора времени,
- ✓ фактору определенности,
- ✓ типу математического аппарата, положенного в основу модели

## **другие классификации моделей:**

### **по целевому назначению:**

- теоретико-аналитические (используемые в исследовании общих свойств и закономерностей экономических процессов) и прикладные модели (используемые для решения конкретных экономических задач (модели экономического анализа, прогнозирование, управление));

### **по степени агрегированности объектов моделирования:**

- макроэкономические и микроэкономические модели;

### **по конкретному предназначению:**

- балансовые модели (выражают требования соответствия наличия ресурсов и их использования);
- трендовые модели (выражают развитие моделируемой экономической системы через тренд ее основных показателей);
- оптимизационные модели (предназначены для выбора наилучшего варианта из определенного числа вариантов решений);
- имитационные модели (изучают экономические явления с помощью машинных экспериментов);

### **по типу информации:**

- аналитические (построенные на априорной информации) и идентифицируемые модели (построенные на апостериорной информации);

### **по учету фактора времени:**

- статические (все зависимости отнесены к одному моменту времени) и динамические модели (описывают эволюцию процесса во времени);

### **по фактору определенности:**

- детерминированные и вероятностные модели;

### **по типу математического аппарата, положенного в основу модели:**

- матричные модели, модели линейного и нелинейного программирования,
- регрессионные модели,
- модели теории игр,
- модели теории графов,
- сетевые модели,
- модели массового обслуживания,
- модели управления запасами.

# 1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования

**Цель** — получение объективной экономической информации и выработка имеющих важное практическое значение рекомендаций.

Формально экономико-математическое моделирование можно отнести как к экономической, так и к математической наукам.

**В первом случае** ее следует понимать как тот раздел экономики, который изучает количественные и качественные категории, а также поведенческие аспекты экономических субъектов.

Считая же математическую экономику **одним из направлений математики**, можно отнести ее к тем разделам прикладной математики, которые занимаются оптимизационными задачами и задачами принятия решения.

# **1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования**

**Экономика** — это общественная наука об использовании ограниченных ресурсов с целью максимального удовлетворения неограниченных материальных потребностей населения.

**Центральные проблемы экономической науки** — рациональное ведение хозяйства, оптимальное распределение ограниченных ресурсов, изучение экономических механизмов управления, разработка методов экономических расчетов — по существу являются задачами, решаемыми в рамках математических наук.

# 1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического моделирования

Количественные и качественные методы математики являются наилучшим вспомогательным аппаратом для получения ответов на **основные вопросы экономики:**

— что должно производиться (т. е. какие товары и услуги и в каком количестве надо производить)?

— как будут производиться товары (т. е. кем и с помощью каких ресурсов и какой технологии)?

— для кого предназначены эти товары (т. е. кем и как будут потребляться эти товары)?

Задача экономической теории, связанная с приведением в систему, истолкованием и обобщением поведения участников экономики в процессе производства, обмена и потребления, восходит к математическим проблемам оптимизации и принятия решения.



# 1. Предмет, основные цели и задачи экономико-математического

## моделирования

**Основные задачи, стоящие перед ЭММ:**

- разработка математических моделей экономических объектов, систем и явлений (общих и частных задач экономики при различных условиях, предпосылках и на различных уровнях);
- изучение поведения участников экономики (условий существования оптимальных решений и их признаков, а также методов их вычисления в моделях потребления, фирмы, совершенной и несовершенной конкуренции и др.);
- изучение описательных моделей экономики (модели планирования, "затраты-выпуск", расширяющейся экономики, экономики благосостояния и роста и др.);
- анализ экономических величин и статистических данных (эластичности, средних и предельных величин, регрессионный и корреляционный анализ и прогнозирование экономических факторов и показателей).

## **2. Математическое моделирование экономических систем и явлений**

**Важным фактором, определяющим роль математики в различных приложениях, является возможность описания наиболее существенных черт и свойств изучаемого объекта на языке математических символов и соотношений.**

Такое описание принято называть **математическим моделированием** или **формализацией**. В этой связи кратко охарактеризуем

## **2. Математическое моделирование экономических систем и явлений**

**Основные элементы экономики в целом, как объекта моделирования:**

Первичными элементами экономики являются **товары и участники**.

Говорят, что имеются **экономические товары и участники экономики**, если установлено, что эти товары обмениваются один на другой в результате соглашений, в которых заинтересованными сторонами выступают участники.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

**Экономический товар** — это именно то, что является предметом сделок в данном обществе — труд, капитал, ресурсы, продукты потребления, услуги, информация, ценные бумаги и т.д.

*Например, общественные посты, при продажности официальных учреждений, являются экономическими товарами. Становясь наследственными или замещаемыми по конкурсу, они перестают быть экономическими товарами.*

Следовательно, экономический товар определяется способностью к обмену.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Имеется один особый товар, являющийся эквивалентом при обмене — **деньги**. Деньги служат средством обращения, мерой стоимости, средством сбережения.

Денежный эквивалент единицы товара называется его **ценой**.

## **2. Математическое моделирование экономических систем и явлений**

Основными участниками экономики являются:

- ❖ **домашние хозяйства;**
- ❖ **фирмы;**
- ❖ **государство.**

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Домашние хозяйства, с одной стороны, являются *потребителями* конечного продукта, с другой - владельцами ресурсов (земельных, трудовых и др.). Продавая свои ресурсы домашние хозяйства получают доход, а также участвуют в распределении прибыли производственных предприятий (например, посредством ценных бумаг).

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Фирмы, с одной стороны, являются *производителями* товаров и услуг, с другой — потребителями ресурсов. Фирмы получают доход от продажи своих товаров и услуг и являются владельцами производственных мощностей.



## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

- **Государство** выполняет важные законодательные, управленческие и регулирующие функции. С точки зрения движения товаров в экономике государство является как **продавцом** (государственных предприятий, природных ресурсов, ценных бумаг и др.), так и **покупателем** (государственных закупок продовольствия, вооружения, сырья и др.).

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Большинство участников экономики действует одновременно *как покупатель и продавец.*

Взаимодействуя между собой, покупатели и продавцы образуют **рынок.**

Основными рыночными понятиями являются:

- ✓ спрос;
- ✓ предложение;
- ✓ конкуренция и цена.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

**Спрос** можно определить как платежеспособную потребность в том или ином товаре. Спрос на товар зависит от его цены (т.е. спрос является функцией от цены).

Как правило, при высокой цене приобретается меньшее количество товара (обратная связь (см. рис.1)).

В экономике этот факт называется ***законом спроса***.

**Предложение** — это то количество товара, которое производители могут и хотят произвести. Предложение также зависит от цены товара (прямая связь (см. рис.1) В экономике этот факт называется ***законом предложения***.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

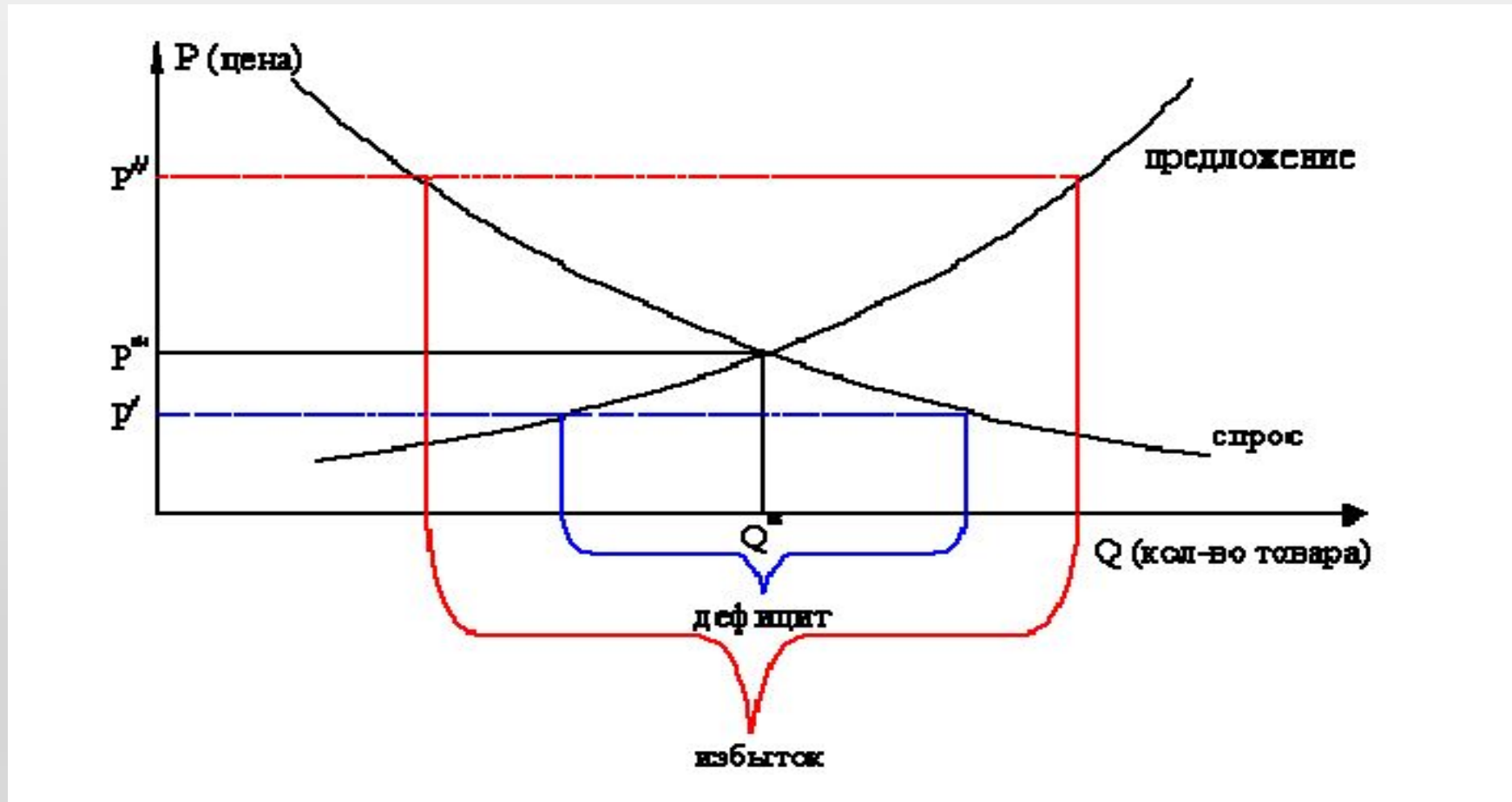


Рис.1 Кривая спроса и предложения и точка равновесия

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Если вся масса товара, произведенная в расчете на данную цену, может быть по этой цене продана полностью, то говорят, что по данному виду товара в экономике существует **равновесие**.

Иными словами, существует такая цена, для которой спрос на данный товар равен предложению. Такая **цена** называется **равновесной**.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Если существует равновесие по всем товарам (и услугам), то говорят о **экономическом равновесии**.

**Равновесие** — это то состояние к которому стремится экономика, так как в этом случае нет ни дефицита, ни избытка, т. е. удовлетворены интересы всех участников экономики.

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

Возможность существования экономического равновесия находится в обратной зависимости от многообразия (видов) товаров.

*Чем больше видов, тем сложнее взаимосвязи между ними (например, очевидно, что спрос на чай зависит от наличия кофе, соков, молока и т. д.).*

*Поэтому для получения реальных результатов в математических моделях рассматриваются только основные виды товаров (например, товары, составляющие потребительскую корзину).*

## 2. Математическое моделирование экономических систем и явлений

*Рынки можно классифицировать по различным признакам.*

*В математических моделях часто применяется классификация по числу участников (рис.2).*

<b>покупатели</b> <b>продавцы</b>	<b>Один</b>	<b>Несколько</b>	<b>Много</b>
<b>Один</b>	<b>сделка</b>	<b>олигополия</b>	<b>монополия</b>
<b>Несколько</b>	<b>о л и г о п о л и я</b>		
<b>Много</b>	<b>монополия</b>	<b>олигополия</b>	<b>совершенная конкуренция</b>

**Рис. 2 Виды рынков (по числу участников)**

*В настоящее время можно говорить о том, что для каждого из перечисленных рынков существует своя математическая теория*



### **3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях**

В любой науке по тем или иным признакам (в зависимости от целей исследования или по характеру рассматриваемого круга вопросов) можно выделить отдельные направления, разделы и части.

Математика, возможно как никакая другая наука, объединяет в себе большое количество предметов.

Процесс развития новых направлений продолжается.

### **3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях**

Наиболее укрупненной классификацией математической науки является ее деление на теоретическую (или "чистую") и прикладную математику.

"Чистая" математика занимается теми вопросами, которые развивают саму математику как науку (т. е. она занимается внутренними вопросами).

К прикладной математике относятся те разделы и методы, которые специально созданы или наилучшим образом подходят для решения задач, возникающих на практике (т.е. вне математики).

*Такое деление математической науки на две части является условным.*

### 3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

К числу наиболее крупных разделов прикладной математики, применяемых в экономических исследованиях, следует отнести такой предмет как *исследование операций*.

**Исследование операций** — это наука, которая занимается построением математических моделей реальных задач и процессов, происходящих в различных сферах жизни (экономических, социальных, технических, военных и др.), их анализом и применениями.

Большинство этих моделей связано с выработкой рекомендаций по принятию оптимальных (в том или ином смысле решений).

# 3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Основными разделами исследования операций являются:

- игровые модели принятия решений (теория игр);
- системы массового обслуживания (теория массового обслуживания);
- задачи многокритериальной оптимизации;
- задачи исследования операции на графах;
- сетевое и календарное планирование (теория расписаний);
- модели управления запасами (теория запасов);
- имитационное моделирование.

### 3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

Весьма близким к исследованию операций разделом прикладной математики является предмет **методы оптимизации**. Эта наука сформировалась раньше исследования операций и занимается так называемыми экстремальными задачами, суть которых состоит в отыскании максимального или минимального значения заданной функции (целевой функции) на заданном множестве значений ее аргументов (множества допустимых решений).

### **3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях**

Если множество допустимых решений задается (описывается) с помощью некоторых уравнений или неравенств, называемых ограничениями задачи, то экстремальные задачи называются задачами математического программирования. В зависимости от характера этих ограничений и целевой функции возникают задачи линейного программирования, нелинейного программирования, динамического программирования и некоторые их разновидности.

### 3. Основные разделы прикладной математики применяемые в экономических исследованиях

- Здесь термин "программирование" имеет смысл "планирования", "сравнения вариантов", "оптимизации". Поэтому его не надо путать с термином программирования на языках ЭВМ. Экстремальные задачи еще называют оптимизационными задачами или задачами оптимизации. Не будет преувеличением сказать, что многие из перечисленных теорий возникли благодаря и для решения экономических задач. Ярким примером в этом смысле является теория игр — раздел исследования операций, изучающий конфликтные задачи принятия решений. Свидетельство тому — название первой фундаментальной монографии по теории игр: "Теория игр и экономической поведение", написанная создателями этой науки Дж. фон Нейманом и О.Моргенштерном в 1953 г.