

气动理论小结

1. 理想气体状态方程:

$$pV = \frac{M}{M_{mol}} RT$$

$$P = nkT$$

$$PV = \nu RT = \nu \cdot kN_A \cdot T = NkT$$

2. 压强、温度公式

$$p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{\omega}_t$$

$$\overline{\omega}_t = \frac{3}{2} kT$$

气体分子平均平动动能

方均根速率:

$$\overline{\omega}_t = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}}$$

3. 气体分子的平均动能

刚性分子

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2} kT \quad i = \begin{cases} 3 & (\square \square \square \square) \\ 5 & (\square \square \square \square \square) \\ 6 & (\square \square \square \square \square \square) \end{cases}$$

4. 理想气体的内能

内能：气体中所有分子的动能和分子间相互作用势能的总和

理想气体内能：气体中所有分子的动能。

——看作刚性分子

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (t + r) kT = \frac{i}{2} kT$$

一摩尔理想气体内能：

$$E_{mol} = N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT$$

质量为M理想气体内能：

$$E = \frac{M}{M_{mol}} E_{mol} = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} RT$$

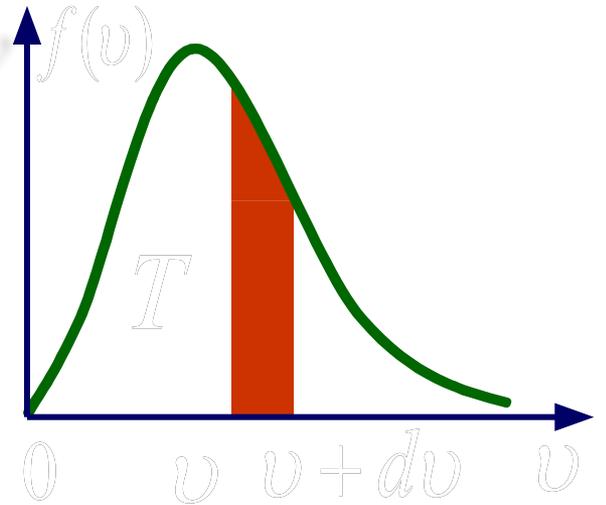
系统内所有分子热运动能量的和： $E = \nu \frac{i}{2} RT = N \frac{i}{2} kT$

5. 速率分布函数

连续: $v \sim v + dv: dN \frac{dN}{N} = f(v)dv$

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} \text{ --- 分布函数}$$

$$\Delta N = \int_{v_1}^{v_2} N f(v) dv$$



$f(v)$ 满足归一化条件: $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$

麦克斯韦速率分布 $f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$$

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

6. 三个统计速率

1. v_p $\frac{df}{dv} = 0 \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_{mol}}}$

2. \bar{v}

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}}$$

3. $\sqrt{v^2}$

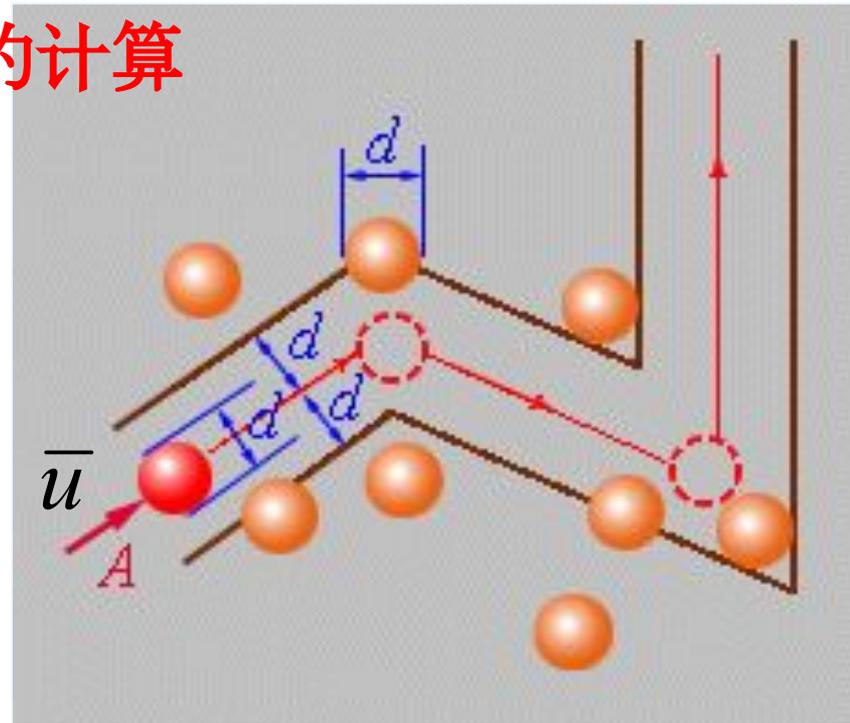
$$\sqrt{v^2} = \left[\int_0^{\infty} v^2 f(v) dv \right]^{1/2} \Rightarrow \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}}$$

7. 平均碰撞频率和平均自由程的计算

$$\bar{z} = \frac{\pi d^2 \bar{u} \Delta t \cdot n}{\Delta t} = \pi d^2 n \bar{u}$$

$$\bar{u} = \sqrt{2} \bar{v}$$

$$\sigma = \pi d^2 \quad \sigma = \pi d^2$$



(1) 平均碰撞频率

$$\bar{z} = \sqrt{2} \sigma n \bar{v}$$

(2) 平均自由程的计算

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}$$

热一定律小结1

$$Q = \Delta E + A$$

$$dQ = dE + dA$$

1. 热力学第一定律应用

等体过程

等体过程系统做功：

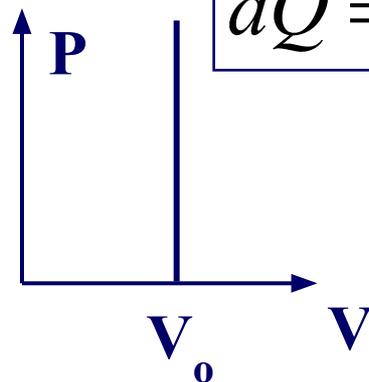
$$A = 0$$

等体过程系统内能的变化：

$$\Delta E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$$

等体过程系统的吸收的热量：

$$Q_V = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$$



$$dQ = dE + PdV$$

$$Q = \frac{M}{M_{mol}} \cdot C_{mol} \cdot \Delta T$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

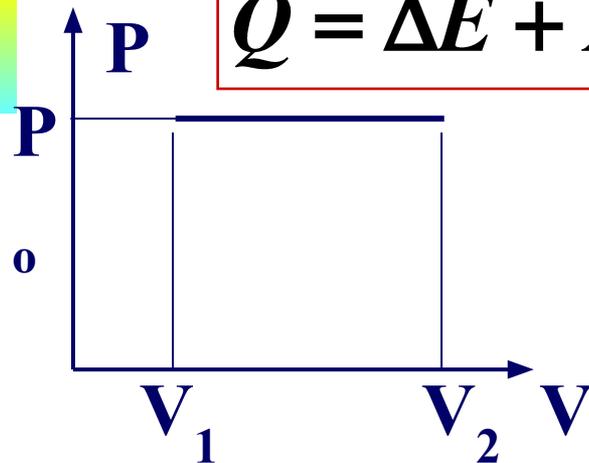
等压过程系统的吸热：

等压过程

$$Q = \Delta E + A$$

$$Q_p = \frac{M}{M_{mol}} C_p (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{M}{M_{mol}} \frac{i+2}{2} R (T_2 - T_1)$$



$$C_p = C_v + R = \frac{i}{2} R + R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$$

等压过程系统内能的增量：

$$\Delta E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$$

等压过程系统做功：

$$A = P(V_2 - V_1) = \frac{M}{M_{mol}} R (T_2 - T_1)$$

等温过程

$$Q = \Delta E + A$$

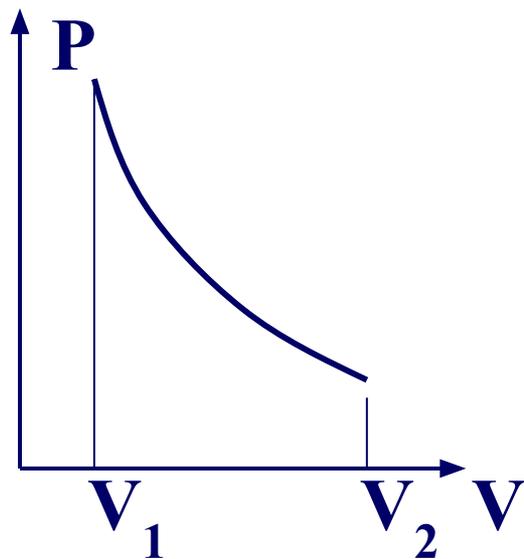
$$pV = \frac{M}{M_{mol}} RT$$

等温过程系统内能的增量： $\Delta E = 0$

等温过程系统做功和吸热：

$$Q = A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$= \frac{M}{M_{mol}} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{M_{mol}} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$



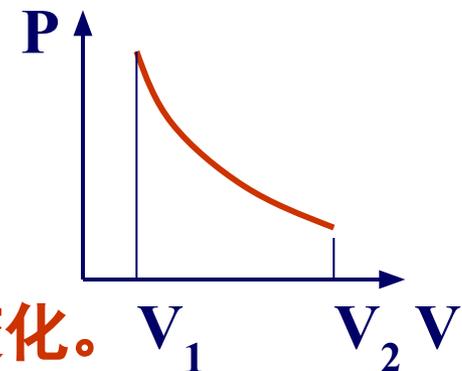
$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C}{V} dV$$

理想气体的绝热过程

$$Q = \Delta E + A$$

$$dQ = 0$$

$$dA = pdV = -dE$$



绝热过程中系统所作的功完全来自内能的变化。

绝热过程内能增量：

$$\Delta E_Q = \frac{M}{M_{mol}} C_V (T_2 - T_1)$$

绝热过程的功：

$$A = -\frac{M}{M_{mol}} C_V (T_2 - T_1)$$

绝热方程：

$$PV^\gamma = C_1$$

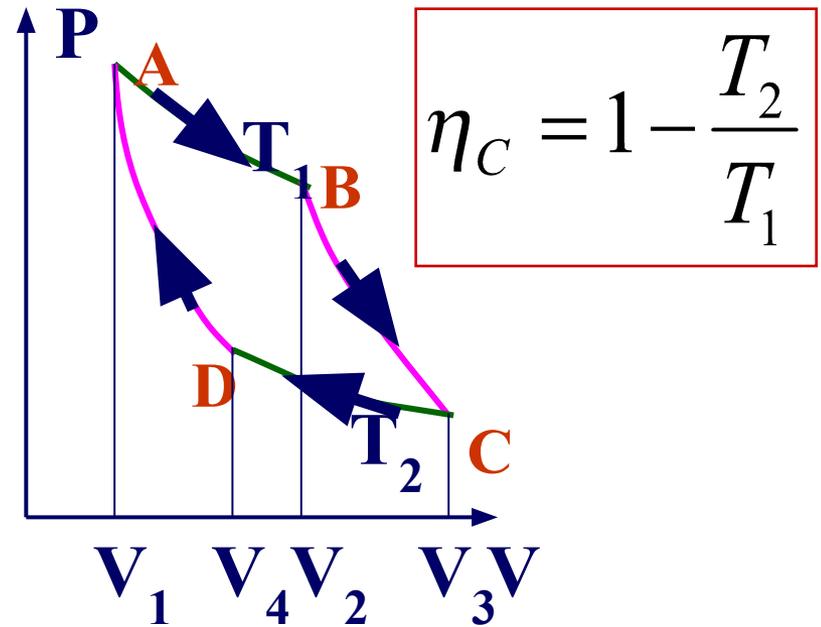
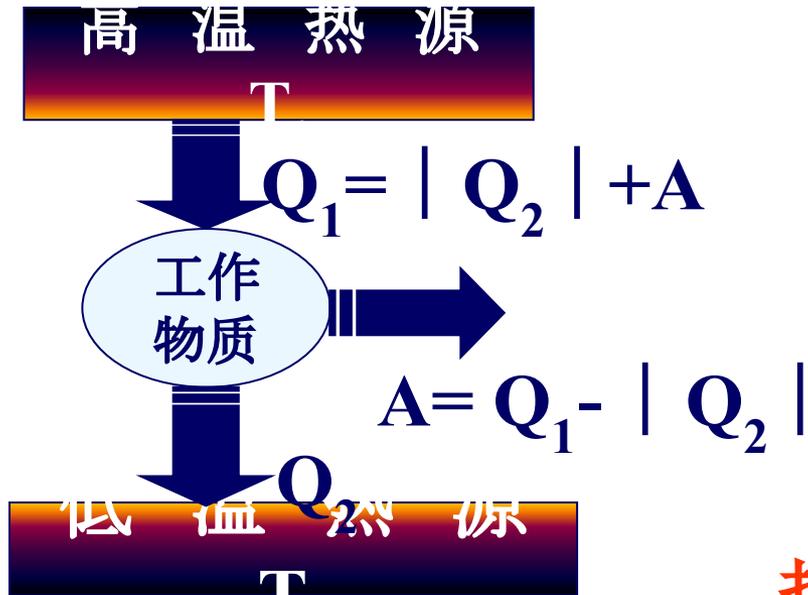
$$TV^{\gamma-1} = C_2$$

$$P^{\gamma-1}T^{-\gamma} = C_3$$

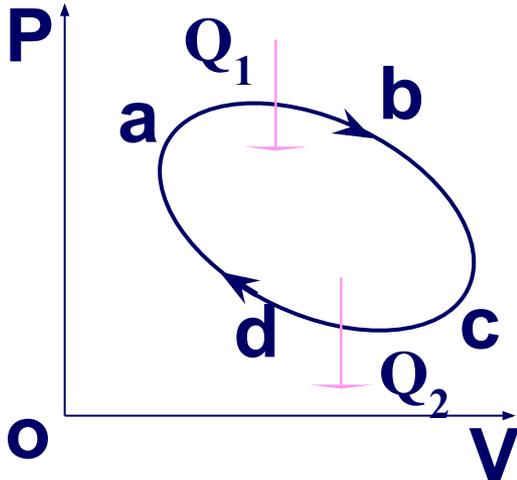
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

2. 热机与制冷机

热机:



热机效率:



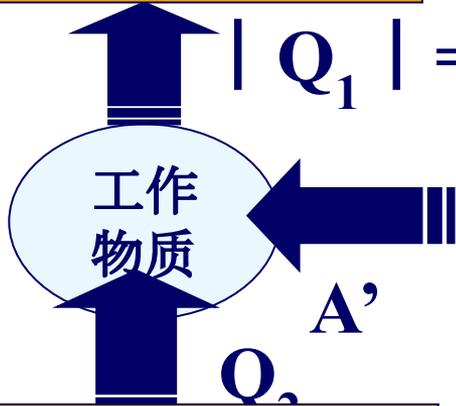
$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$= 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

致冷机:

致冷系数:

高温热源 T_1



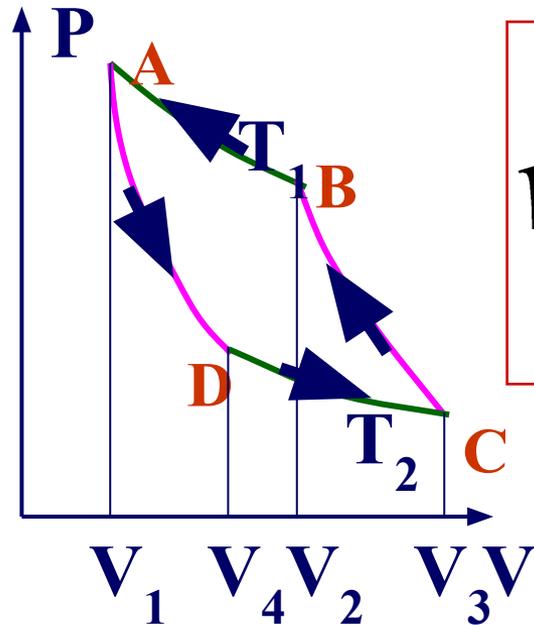
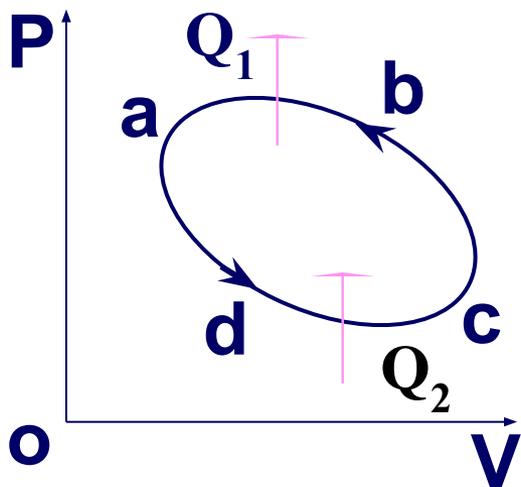
$$|Q_1| = A' + Q_2$$

$$w = \frac{Q_2}{|A|}$$

$$= \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

低温热源 T_2

卡诺致冷机:



$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

热力学第二定律小结

一、热力学第二定律的两种典型表述

1. 开尔文表述

不可能从单一热源吸取热量使之完全变为有用功而不产生其它影响。

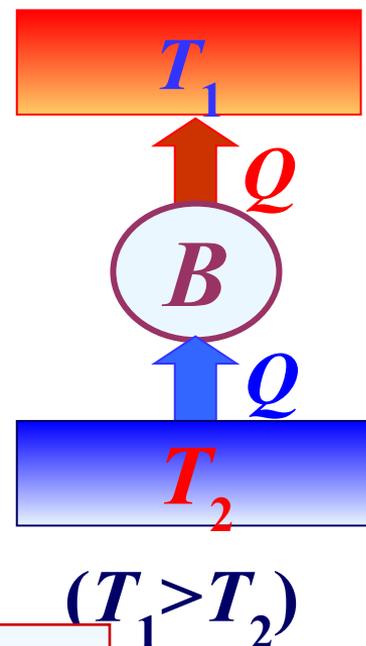
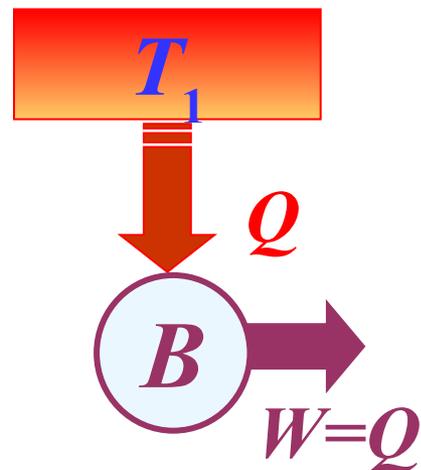
2. 克劳修斯表述

热量不可能从低温物体传给高温物体而不引起其它变化。

二、可逆过程和不可逆过程

自然过程的不可逆性

无摩擦力的准静态过程才是可逆过程。



三、卡诺定理

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

四、态函数熵 S

1、熵变

$$S_2 - S_1 = \int_{1R}^2 \frac{dQ}{T}$$

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

2、几率熵

$$S = k \ln W$$

玻耳兹曼熵公式

3、熵增加原理

当热力学系统从一平衡态经绝热过程到达另一平衡态，它的熵永不减少；如果过程是可逆的，则熵的数值不变；如果过程是不可逆的，则熵的数值增加。叫做熵增加原理。

熵增加原理也常表述为：一个孤立系统的熵永不减少。

一、选择题

热学习题课

1. 一容器内装有 N_1 个单原子理想气体分子和 N_2 个刚性双原子理想气体分子, 当该系统处在温度为 T 的平衡态时, 其内能为

(A) $(N_1+N_2) \left(\frac{3}{2} kT + \frac{5}{2} kT \right).$

(B) $\frac{1}{2} (N_1+N_2) \left(\frac{3}{2} kT + \frac{5}{2} kT \right).$

(C) $N_1 \frac{3}{2} kT + N_2 \frac{5}{2} kT.$

(D) $N_1 \frac{5}{2} kT + N_2 \frac{3}{2} kT.$

[C]

2. 温度、压强相同的氦气和氧气, 它们分子的平均动能 $\bar{\varepsilon}$ 和平均平动动能 \bar{w} 有如下关系:

(A) $\bar{\varepsilon}$ 和 \bar{w} 都相等.

(B) $\bar{\varepsilon}$ 相等, 而 \bar{w} 不相等.

(C) \bar{w} 相等, 而 $\bar{\varepsilon}$ 不相等.

(D) $\bar{\varepsilon}$ 和 \bar{w} 都不相等.

[C]

3. 一定量的理想气体贮于某一容器中, 温度为 T , 气体分子的质量为 m . 根据理想气体的分子模型和统计假设, 分子速度在 x 方向的分量平方的平均值

(A) $\overline{v_x^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$

(B) $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$

(C) $\overline{v_x^2} = 3kT/m.$

(D) $\overline{v_x^2} = kT/m.$

[D]

4. 在一容积不变的封闭容器内理想气体分子的平均速率若提高为原来的 2 倍, 则

- (A) 温度和压强都提高为原来的 2 倍.
- (B) 温度为原来的 2 倍, 压强为原来的 4 倍.
- (C) 温度为原来的 4 倍, 压强为原来的 2 倍.
- (D) 温度和压强都为原来的 4 倍.

[D]

5. 一定量的理想气体, 在温度不变的条件下, 当压强降低时, 分子的平均碰撞频率 \bar{Z} 和平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的变化情况是:

- (A) \bar{Z} 和 $\bar{\lambda}$ 都增大.
- (B) \bar{Z} 和 $\bar{\lambda}$ 都减小.
- (C) \bar{Z} 增大而 $\bar{\lambda}$ 减小.
- (D) \bar{Z} 减小而 $\bar{\lambda}$ 增大.

[D]

6. 气缸内盛有一定量的氢气(可视作理想气体), 当温度不变而压强增大一倍时, 氢气分子的平均碰撞频率 \bar{Z} 和平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的变化情况是:

- (A) \bar{Z} 和 $\bar{\lambda}$ 都增大一倍.
- (B) \bar{Z} 和 $\bar{\lambda}$ 都减为原来的一半.
- (C) \bar{Z} 增大一倍而 $\bar{\lambda}$ 减为原来的一半.
- (D) \bar{Z} 减为原来的一半而 $\bar{\lambda}$ 增大一倍.

[C]

7. 在容积 $V=4\times 10^{-3}\text{ m}^3$ 的容器中, 装有压强 $P=5\times 10^2\text{ Pa}$ 的理想气体, 则容器中气体分子的平均动能总和为

- (A) 2 J. (B) 3 J.
(C) 5 J. (D) 9 J.

[B]

8. 质量一定的理想气体, 从相同状态出发, 分别经历等温过程、等压过程和绝热过程, 使其体积增加一倍. 那么气体温度的改变(绝对值)在

- (A) 绝热过程中最大, 等压过程中最小.
(B) 绝热过程中最大, 等温过程中最小.
(C) 等压过程中最大, 绝热过程中最小.
(D) 等压过程中最大, 等温过程中最小.

[D]

9. 对于理想气体系统来说, 在下列过程中, 哪个过程系统所吸收的热量、内能的增量和对外作的功三者均为负值?

- (A) 等体降压过程. (B) 等温膨胀过程.
(C) 绝热膨胀过程. (D) 等压压缩过程.

[D]

10. 一绝热容器被隔板分成两半, 一半是真空, 另一半是理想气体. 若把隔板抽出, 气体将进行自由膨胀, 达到平衡后

- (A) 温度不变, 熵增加. (B) 温度升高, 熵增加.
(C) 温度降低, 熵增加. (D) 温度不变, 熵不变.

[A]

二、填空题

1. 压强、体积和温度都相同的氢气和氦气(均视为刚性分子的理想气体), 它们的质量之比为 $m_1:m_2=$ _____, 它们的内能之比为 $E_1:E_2=$ _____, 如果它们分别在等压过程中吸收了相同的热量, 则它们对外做功之比为 $W_1:W_2=$ _____.

(各量下角标 1 表示氢气, 2 表示氦气)

1: 2

1 分

5: 3

2 分

5: 7

2 分

2. 根据能量按自由度均分原理, 设气体分子为刚性分子, 分子自由度数为 i , 则当温度为 T 时,

(1) 一个分子的平均动能为_____.

(2) 一摩尔氧气分子的转动动能总和为_____.

$\frac{1}{2}ikT$
 RT

2 分

2 分

3. 由绝热材料包围的容器被隔板隔为两半，左边是理想气体，右边真空。如果把隔板撤去，气体将进行自由膨胀过程，达到平衡后气体的温度_____ (升高、降低或不变)，气体的熵_____ (增加、减小或不变)。

1分
2分

不变
增加

4. 一定量的理想气体，从 $p-V$ 图上状态 A 出发，分别经历等压、等温、绝热三种过程由体积 V_1 膨胀到体积 V_2 ，试画出这三种过程的 $p-V$ 图曲线。在上述三种过程中：

- (1) 气体对外作功最大的是_____过程；
(2) 气体吸热最多的是_____过程。

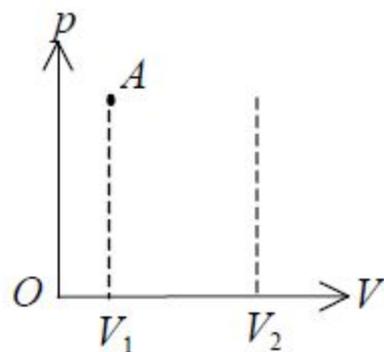
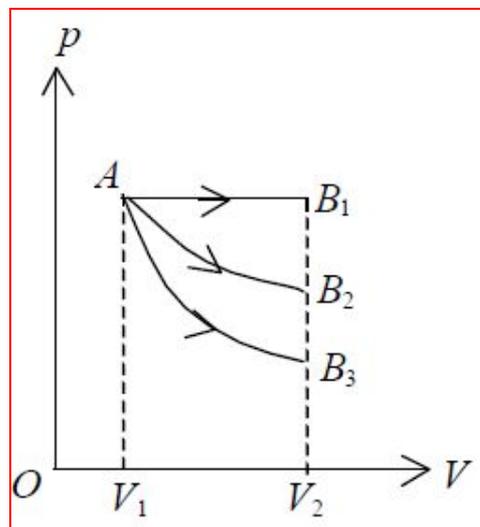


图3分
1分
1分

等压
等压

$A \rightarrow B_1$ 等压过程
 $A \rightarrow B_2$ 等温过程
 $A \rightarrow B_3$ 绝热过程



三、计算题

1. 有 $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ 刚性双原子分子理想气体，其内能为 $6.75 \times 10^2 \text{ J}$.

(1) 试求气体的压强；

(2) 设分子总数为 5.4×10^{22} 个，求分子的平均平动动能及气体的温度.

(玻尔兹曼常量 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$)

解：(1) 设分子数为 N .

据
得

$$E = N(i/2)kT \text{ 及 } p = (N/V)kT$$

$$p = 2E / (iV) = 1.35 \times 10^5 \text{ Pa}$$

4 分

(2) 由

$$\frac{\bar{w}}{\bar{E}} = \frac{\frac{3}{2}kT}{N \frac{5}{2}kT}$$

得

$$\bar{w} = 3E / (5N) = 7.5 \times 10^{-21} \text{ J}$$

3 分

又

$$E = N \frac{5}{2}kT$$

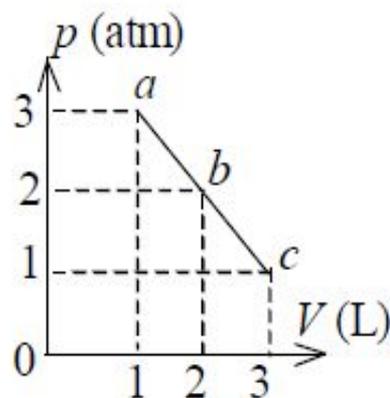
得

$$T = 2E / (5Nk) = 362 \text{ K}$$

3 分

2. 一定量的理想气体，由状态 a 经 b 到达 c . (如图， abc 为一直线)求此过程中

- (1) 气体对外作的功；
- (2) 气体内能的增量；
- (3) 气体吸收的热量. ($1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)



解：(1) 气体对外作的功等于线段 \overline{ac} 下所围的面积

$$W = (1/2) \times (1+3) \times 1.013 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} \text{ J} = 405.2 \text{ J} \quad 3 \text{ 分}$$

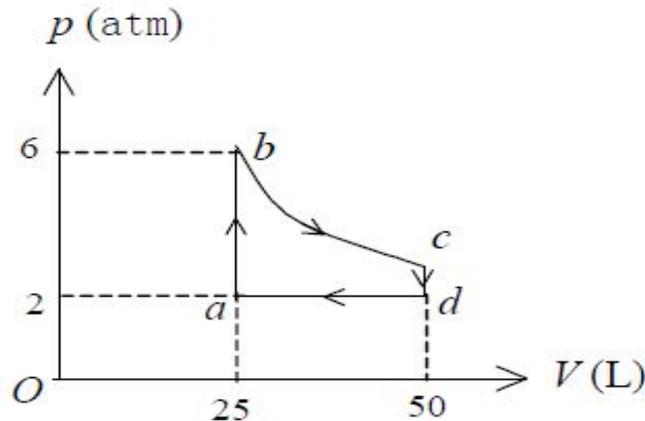
(2) 由图看出 $P_a V_a = P_c V_c \quad \therefore T_a = T_c \quad 2 \text{ 分}$

内能增量 $\Delta E = 0. \quad 2 \text{ 分}$

(3) 由热力学第一定律得

$$Q = \Delta E + W = 405.2 \text{ J}. \quad 3 \text{ 分}$$

3. 气缸内贮有 36 g 水蒸汽(视为刚性分子理想气体), 经 $abcd$ 循环过程如图所示. 其中 $a-b$ 、 $c-d$ 为等体过程, $b-c$ 为等温过程, $d-a$ 为等压过程. 试求:



- (1) $d-a$ 过程中水蒸气作的功 W_{da}
- (2) $a-b$ 过程中水蒸气内能的增量 ΔE_{ab}
- (3) 循环过程水蒸气作的净功 W
- (4) 循环效率 η

(注: 循环效率 $\eta = W/Q_1$, W 为循环过程水蒸汽对外作的净功, Q_1 为循环过程水蒸汽吸收的热量, $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)

解: 水蒸汽的质量 $M = 36 \times 10^{-3} \text{ kg}$

水蒸汽的摩尔质量 $M_{mol} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $i = 6$

$$(1) \quad W_{da} = p_a(V_a - V_d) = -5.065 \times 10^3 \text{ J} \quad 2 \text{ 分}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} \Delta E_{ab} &= (M/M_{mol})(i/2)R(T_b - T_a) \\ &= (i/2)V_a(p_b - p_a) \\ &= 3.039 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned} \quad 2 \text{ 分}$$

$$(3) \quad T_b = \frac{p_b V_a}{(M/M_{mol})R} = 914 \text{ K}$$

$$W_{bc} = (M/M_{mol})RT_b \ln(V_c/V_b) = 1.05 \times 10^4 \text{ J}$$

$$\text{净功 } W = W_{bc} + W_{da} = 5.47 \times 10^3 \text{ J} \quad 3 \text{ 分}$$

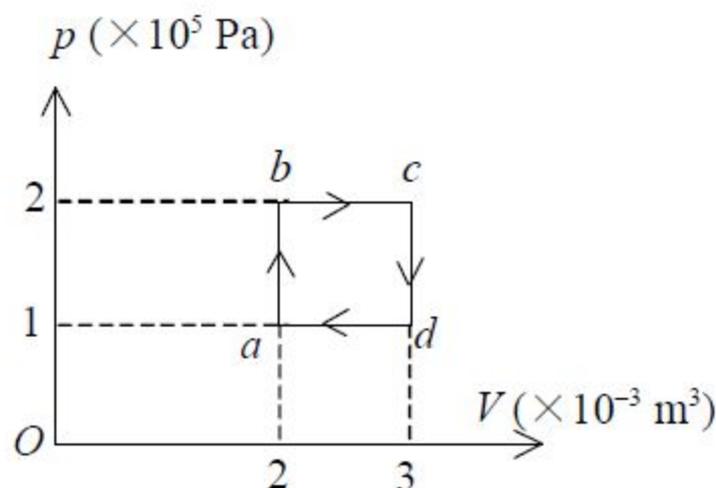
$$(4) \quad \begin{aligned} Q_1 &= Q_{ab} + Q_{bc} = \Delta E_{ab} + W_{bc} = 4.09 \times 10^4 \text{ J} \\ \eta &= W/Q_1 = 13\% \end{aligned} \quad 3 \text{ 分}$$

4. 如图所示, $abcd$ 为 1 mol 单原子分子理想气体的循环过程, 求:

(1) 气体循环一次, 在吸热过程中从外界共吸收的热量;

(2) 气体循环一次对外做的净功;

(3) 证明 在 $abcd$ 四态, 气体的温度有 $T_a T_c = T_b T_d$.



解: (1) 过程 ab 与 bc 为吸热过程,

吸热总和为

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_V(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b) \\ &= \frac{3}{2}(p_b V_b - p_a V_a) + \frac{5}{2}(p_c V_c - p_b V_b) \\ &= 800 \text{ J} \end{aligned}$$

4 分

(2) 循环过程对外所作总功为图中矩形面积

$$W = p_b(V_c - V_b) - p_d(V_d - V_a) = 100 \text{ J}$$

2 分

(3) $T_a = p_a V_a / R$, $T_c = p_c V_c / R$, $T_b = p_b V_b / R$, $T_d = p_d V_d / R$,

$$T_a T_c = (p_a V_a p_c V_c) / R^2 = (12 \times 10^4) / R^2$$

$$T_b T_d = (p_b V_b p_d V_d) / R^2 = (12 \times 10^4) / R^2$$

\therefore

$$T_a T_c = T_b T_d$$

4 分

5. 1 mol 理想气体在 $T_1 = 400 \text{ K}$ 的高温热源与 $T_2 = 300 \text{ K}$ 的低温热源间作卡诺循环(可逆的), 在 400 K 的等温线上起始体积为 $V_1 = 0.001 \text{ m}^3$, 终止体积为 $V_2 = 0.005 \text{ m}^3$, 试求此气体在每一循环中

- (1) 从高温热源吸收的热量 Q_1
- (2) 气体所作的净功 W
- (3) 气体传给低温热源的热量 Q_2

解: (1) $Q_1 = RT_1 \ln(V_2 / V_1) = 5.35 \times 10^3 \text{ J}$ 3 分

(2) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0.25.$

$W = \eta Q_1 = 1.34 \times 10^3 \text{ J}$ 4 分

(3) $Q_2 = Q_1 - W = 4.01 \times 10^3 \text{ J}$ 3 分