

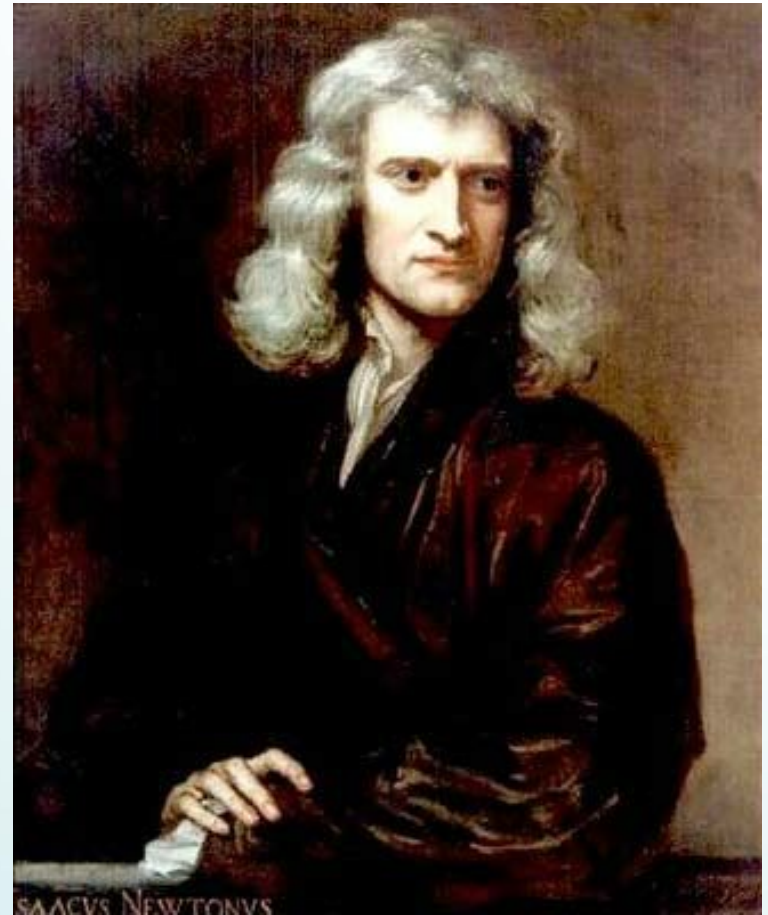
*Степеневі функції, їх
власності та графіки*

План

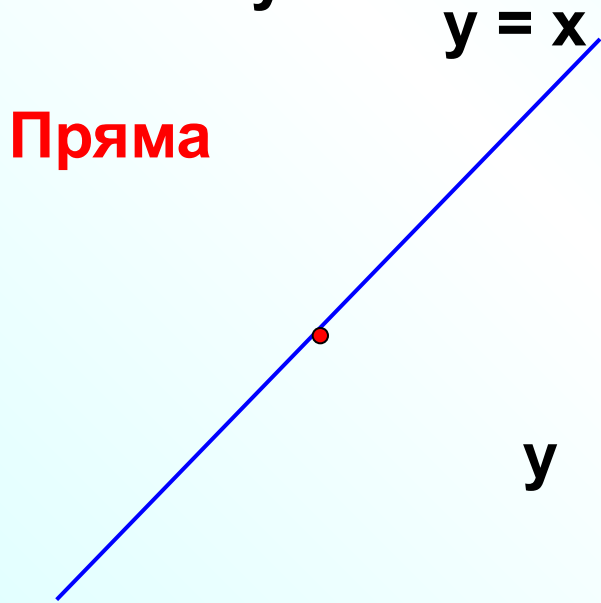
1. Означення степеневої функції.
2. Властивості та графік функції $y = x^p$, де $p \in N$
3. Властивості та графік функції $y = x^p$, де
$$p = \frac{1}{k}, k = 2; 3; 4; \dots$$
4. Властивості та графік функції $y = x^p$, де
$$p - \text{ціле від'ємне число.}$$

Як алгебраїсти замість AA , AAA , ... пишуть A^2 , A^3 ,
...
так я замість $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a^3}$ пишу a^{-1} , a^{-2} , a^{-3} , ...

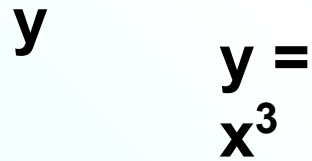
Ньютон І.



Повторимо все про
знайомі нам функції



Кубічна
парабола



Гіпербола

$$y = x^2$$

Парабола



x

y

$$y = \frac{1}{x}$$

x



$$y = x,$$

$$y = x^2,$$

$$y = x^3,$$

$$y = \frac{1}{x}$$

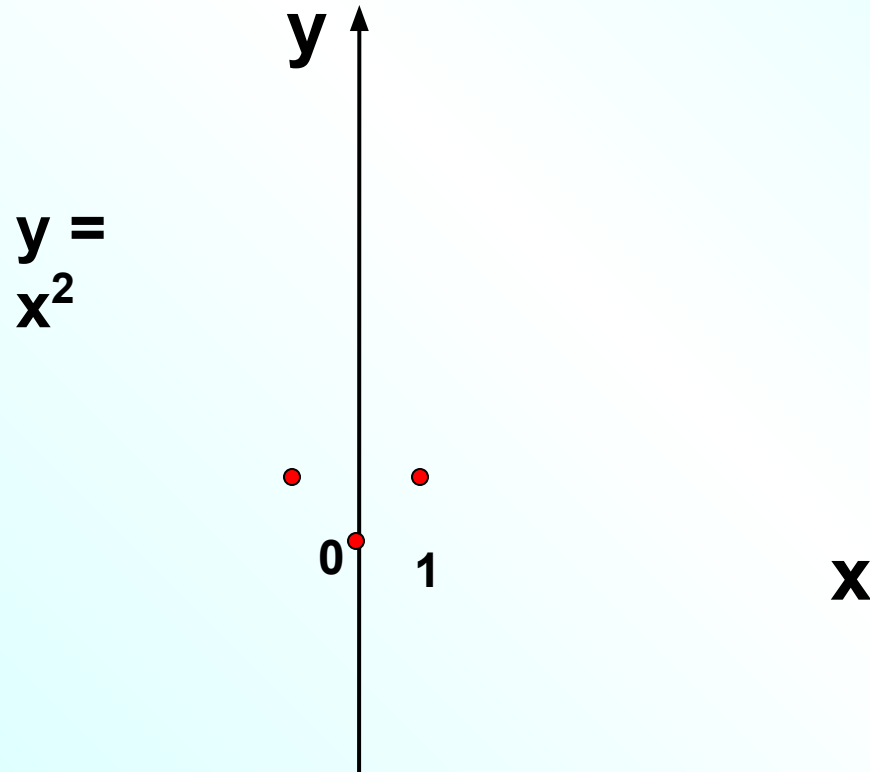
Всі ці функції є
частковими випадками
степеневі функції

Означення. Функція виду $y = x^\alpha$, де α — будь-яке дійсне число, називається *степеневі функцією*.

Властивості і графік степеневі функції залежать від властивостей степенів з дійсним показником, а саме від того, при яких значеннях x і p має зміст степінь x^p .

Показник $p = 2n$ – парне натуральне число

$$y = x^2, \quad y = x^4, \quad y = x^6, \quad y = x^8, \quad \dots$$



$$D(y) : x \in R$$

$$E(y) : y \geq 0$$

Функція $y = x^{2n}$ парна,
так як $(-x)^{2n} = x^{2n}$

Функція спадає на
проміжку $(-\infty; 0]$

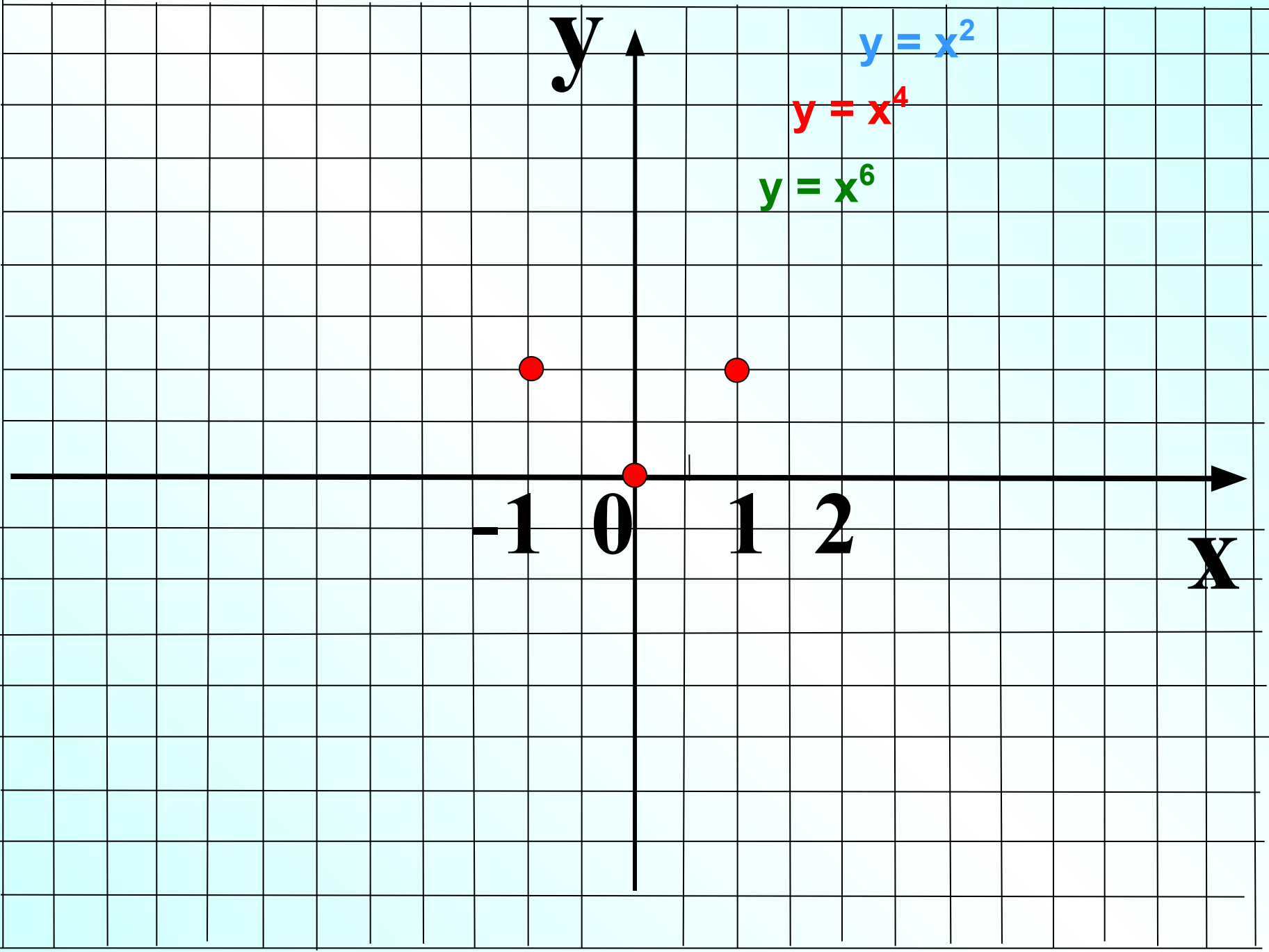
Функція зростає
на проміжку $[0; +\infty)$

Графік парної функції

симетричний відносно осі Oy .

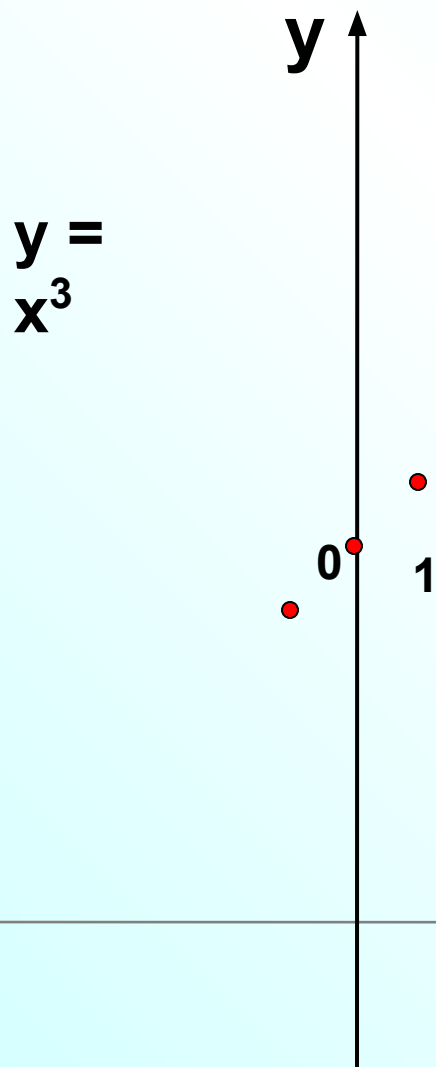
Графік непарної функції

симетричний відносно початку
координат – точки O .



Показник $p = 2n-1$ – непарне натуральне число

$$y = x^3, \quad y = x^5, \quad y = x^7, \quad y = x^9, \quad \dots$$

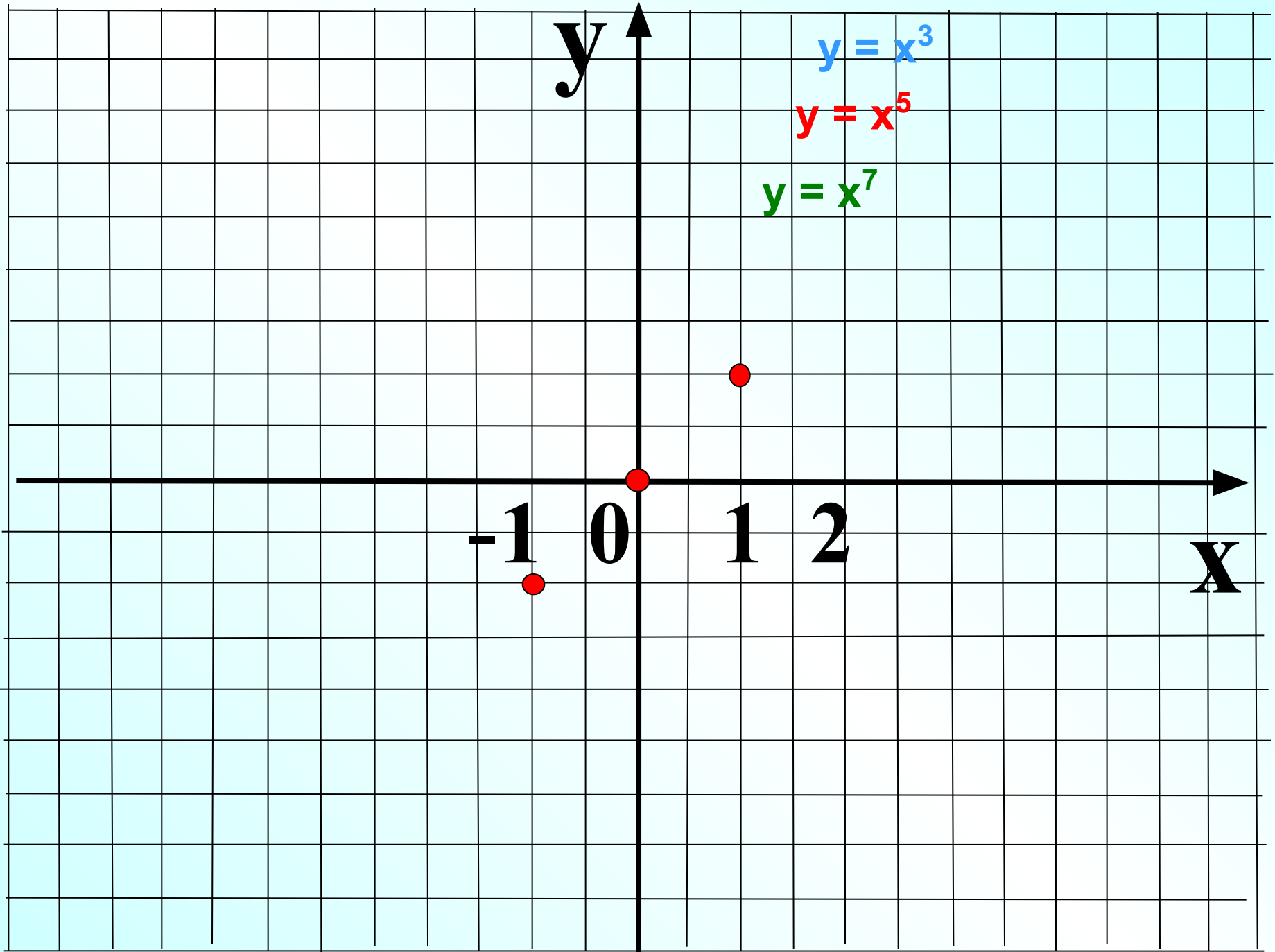


$$D(y) : x \in R$$

$$E(y) : y \in R$$

Функція $y = x^{2n-1}$ непарна,
так як $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$

x Функція зростає на
проміжку $(-\infty; +\infty)$



Показник $p = -2n$, де n – натуральне число

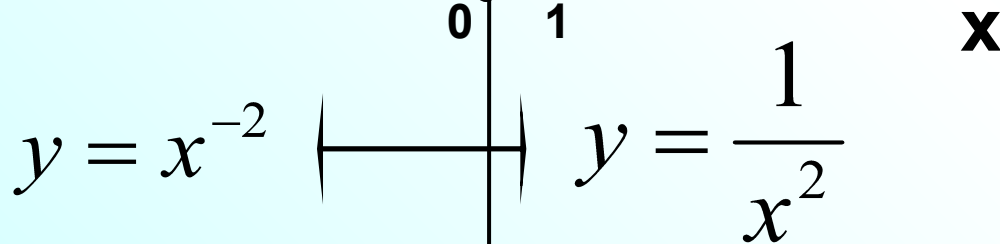
$$y = x^{-2}, \quad y = x^{-4}, \quad y = x^{-6}, \quad y = x^{-8}, \quad \dots$$

y

$$D(y) : x \neq 0$$

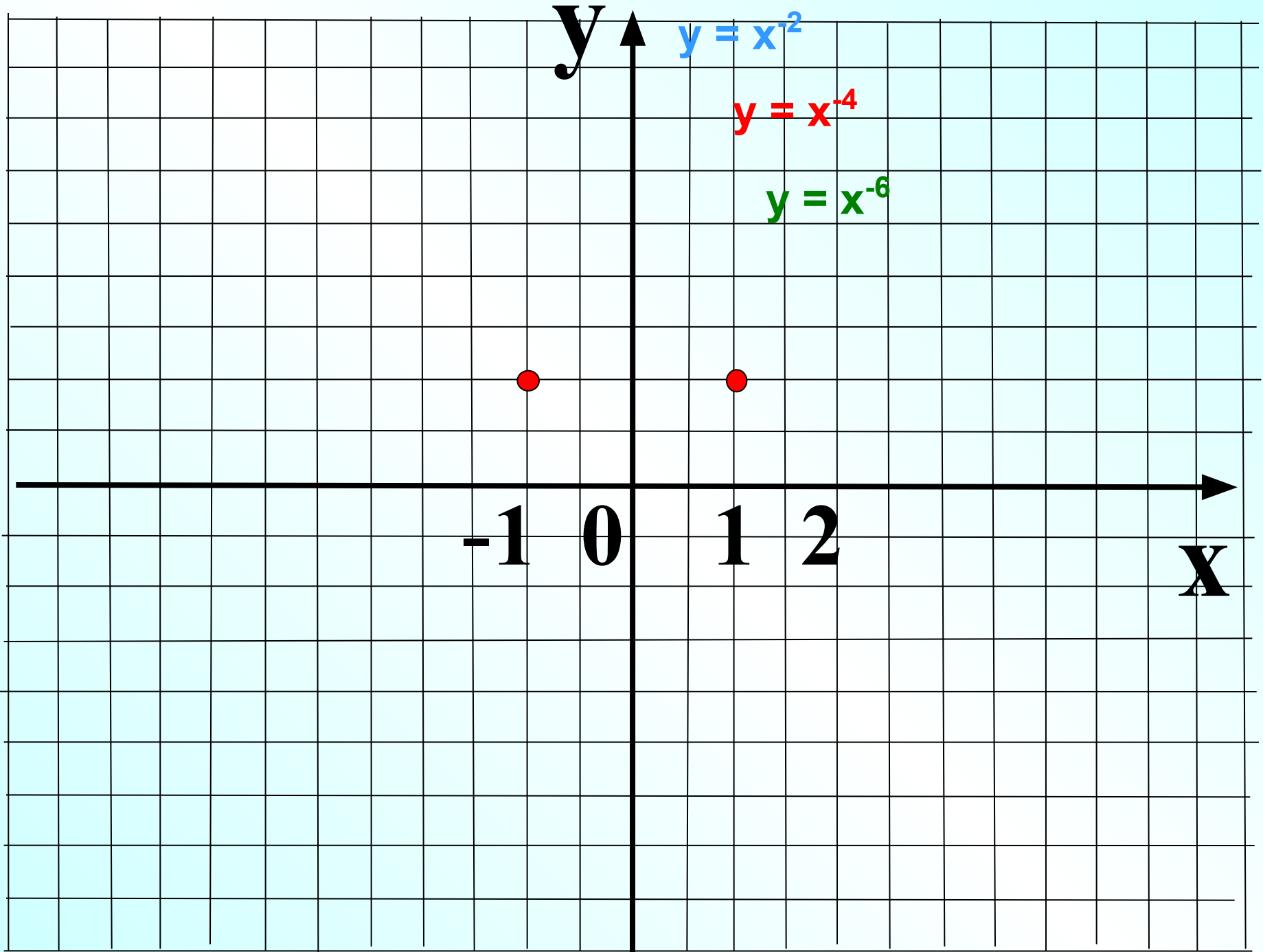
$$E(y) : y > 0$$

**Функція $y = x^{2n}$ парна,
так як $(-x)^{-2n} = x^{-2n}$**



**Функція зростає на
проміжку $(-\infty; 0)$**

**Функція спадає
на проміжку $(0; +\infty)$**



Показник $p = -(2n-1)$, де n – натуральне число

$$y = x^{-3}, \quad y = x^{-5}, \quad y = x^{-7}, \quad y = x^{-9}, \quad \dots$$

y

0

1

x

$$y = x^{-1} \quad \left| \quad \right| \quad y = \frac{1}{x}$$

$$D(y) : x \neq 0$$

$$E(y) : y \neq 0$$

Функція $y = x^{-(2n-1)}$

непарна, так як

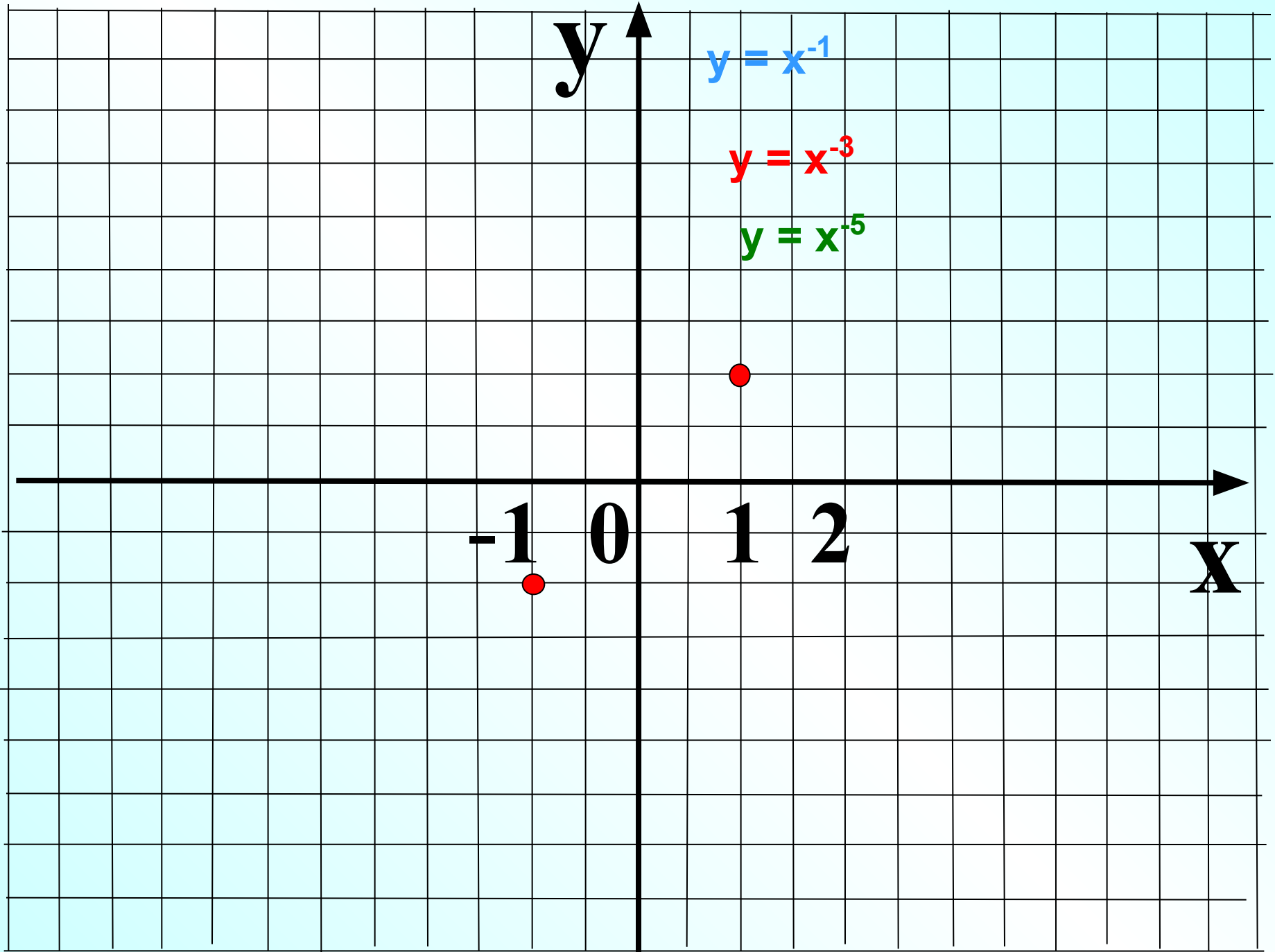
$$(-x)^{-(2n-1)} = -x^{-(2n-1)}$$

Функція спадає на

проміжку $(-\infty; 0)$

Функція спадає

на проміжку $(0; +\infty)$



Показник p – додатне дійсне неціле число

$$y = x^{1,3}, \quad y = x^{0,7}, \quad y = x^{2,12}, \quad y = x^{\frac{1}{3}} \dots$$

y

$$y = x^{\frac{4}{3}}$$

$$D(y) : x \geq 0$$

$$y = x^{\frac{1}{3}}$$

$$E(y) : y \geq 0$$

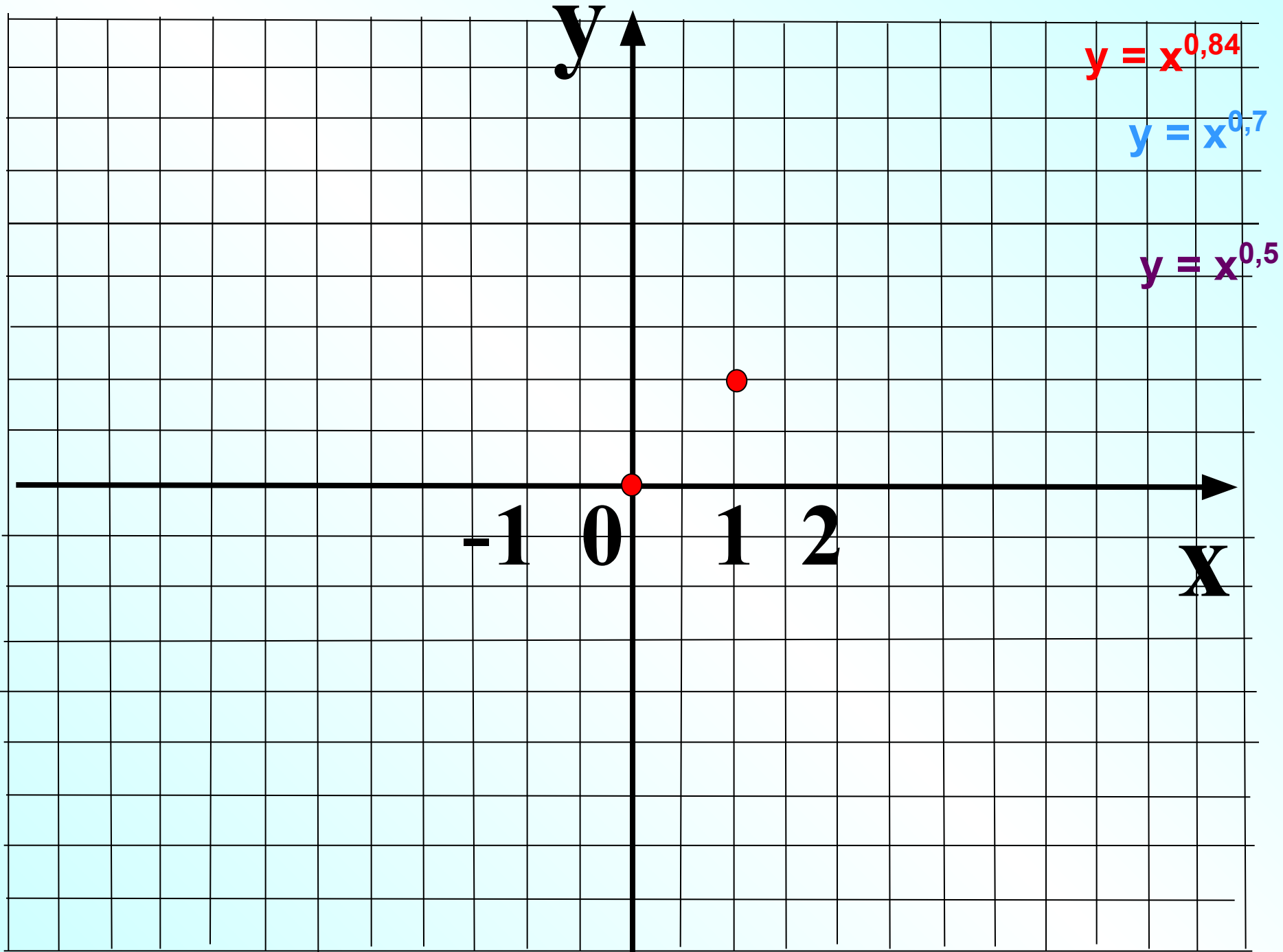
Функція зростає на

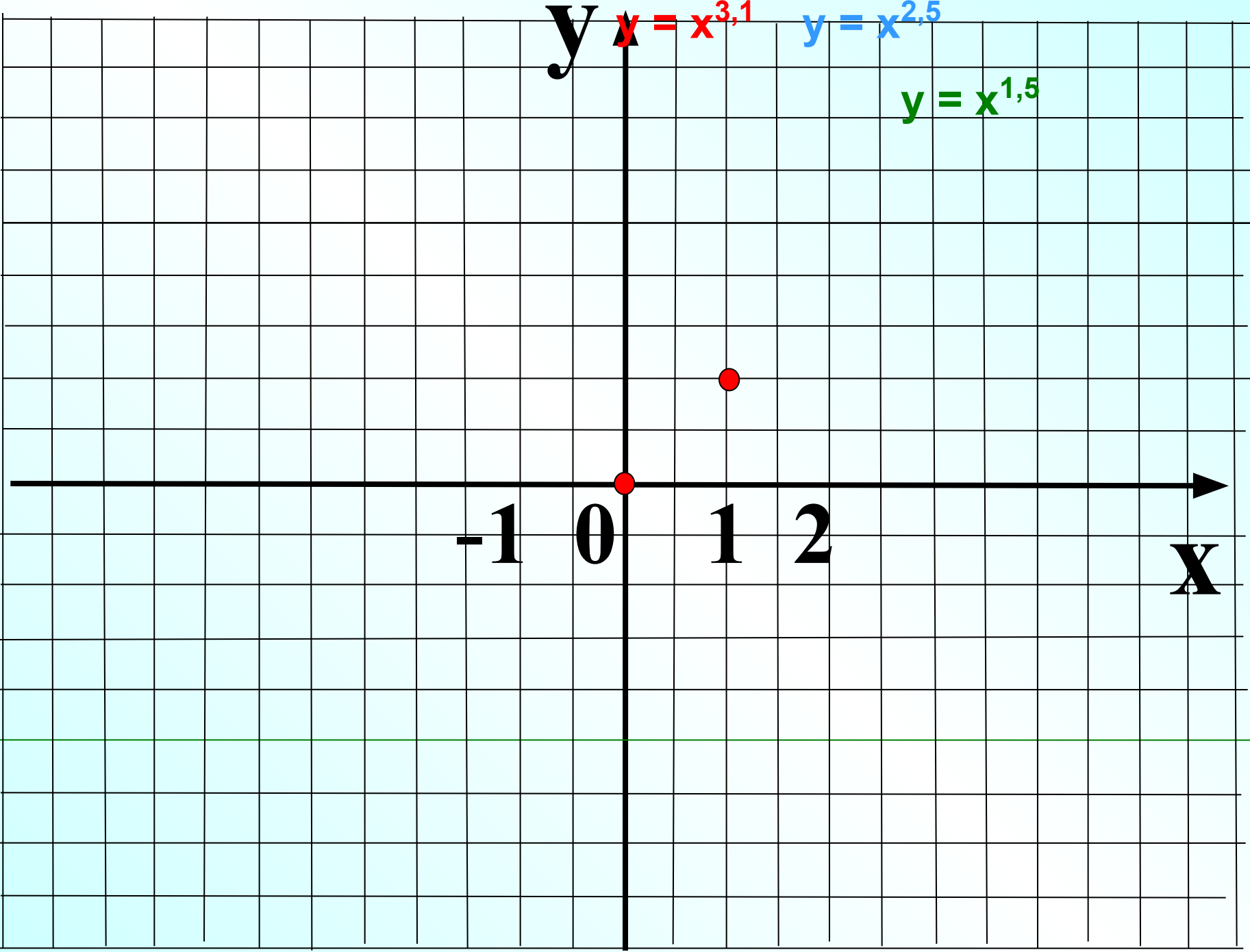
x проміжку $[0; +\infty)$

0

1







y

$y = x^{3,1}$

$y = x^{2,5}$

$y = x^{1,5}$

-1

0

1

2

x

Показник p – від'ємне дійсне неціле число

$$y = x^{-1,3}, \quad y = x^{-0,7}, \quad y = x^{-2,12}, \quad y = x^{-\frac{1}{3}} \dots$$

y

$$D(y) : x > 0$$

$$E(y) : y > 0$$

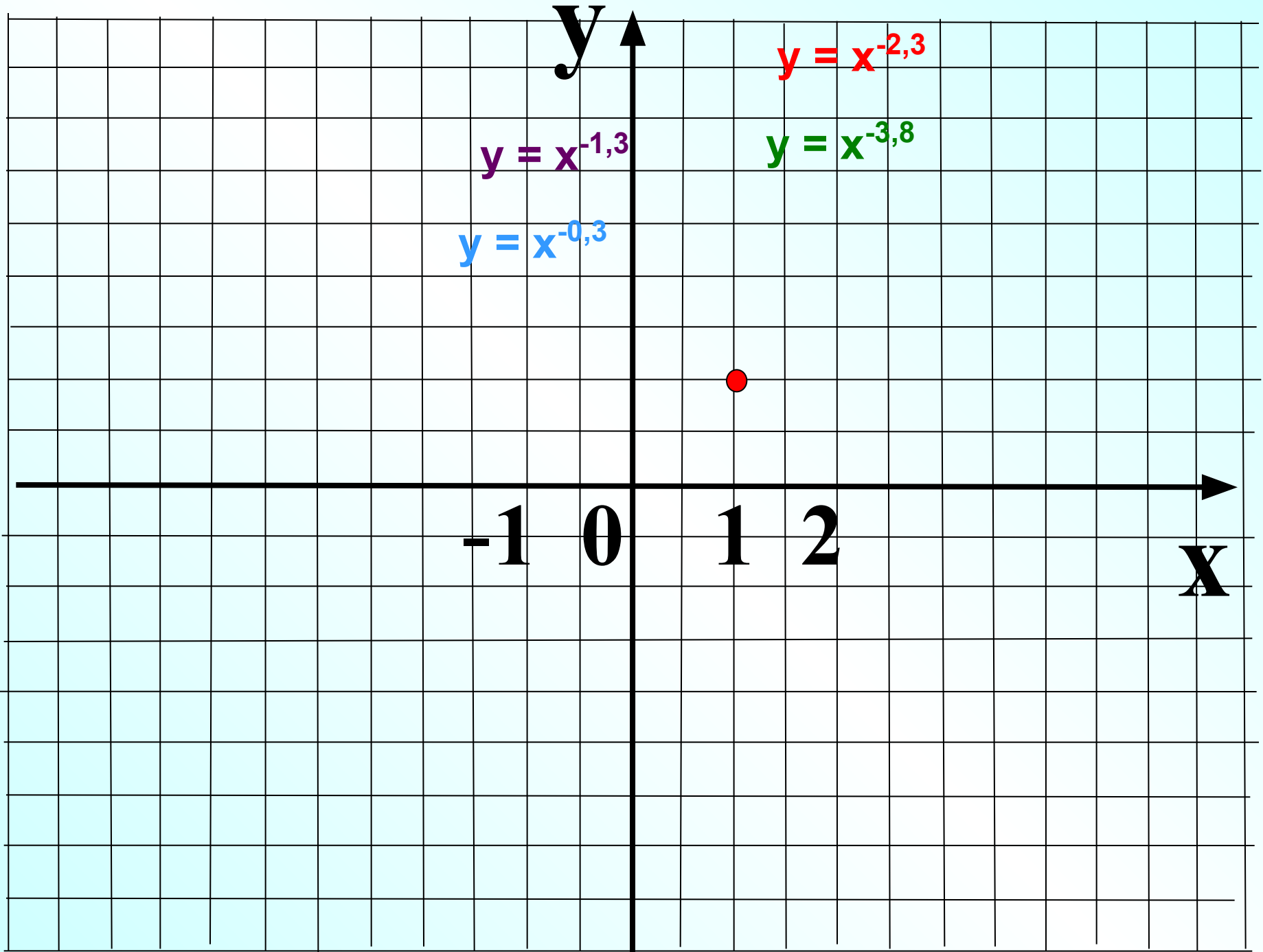
Функція спадає на

x проміжку $(0; +\infty)$

0

1





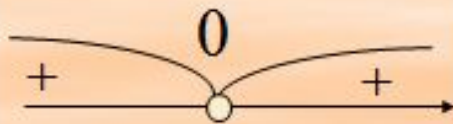
ЗАВДАННЯ

ДОСЛІДИТИ ДАНУ ФУНКЦІЮ ЗА СХЕМОЮ:

1	Область визначення функції (множина всіх значень аргументу x при яких функція існує і набуває дійсних значень);
2	Область значень функції (множина значень функції y , яких вона набуває при всіх значеннях аргументу з її області визначення);
3	Парність ($f(-x) = f(x)$, вісь Oy є віссю симетрії) та непарність функції ($f(-x) = -f(x)$, початок координат є центром симетрії);
4	Характерні точки графіка – нулі функції ($f(x) = 0$ знайти x);
5	Знаки функції (розбити на інтервали знакосталості та визначити знак функції в довільній точці інтервалу);
6	Побудувати ескіз графіка функції.

Розв'язок завдання

$$y = x^{-4}$$

Область визначення функції	$x \in (-\infty; \infty)$
Область значення функції	$y \in (0; \infty)$
Парність та непарність Графік симетричний відносно осі Oy	$f(-1) = (-1)^{-4} = \frac{1}{(-1)^4} = \frac{1}{1} = 1$ $f(1) = 1^{-4} = \frac{1}{1^4} = \frac{1}{1} = 1$
Нулі функції	$x \neq 0$ $y \neq 0$
Монотонність $(-\infty; 0)$ – зростає $(0; \infty)$ – спадає	

Графік функції $y = x^{-4}$

