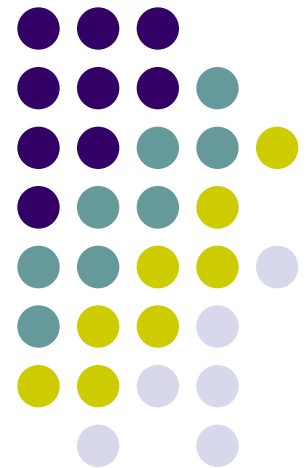
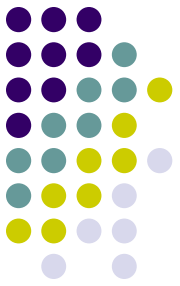


Логарифм и его свойства



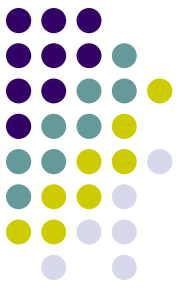


*Определение логарифмов и
таблицу их значений впервые
опубликовал в 1614 году
шотландский математик
Джон Непер.*

*Логарифмические таблицы,
расширенные и уточнённые
другими математиками,
повсеместно использовались
для научных и инженерных
расчётов более трёх веков.*



**Джон Непер,
изобретатель логарифмов**



Примеры использования неравномерности логарифмической зависимости

Акустика — интенсивность звука (децибелы).

Отношение сигнал/шум в радиотехнике и электросвязи.

Астрономия — шкала яркости звёзд.

Химия — активность водородных ионов (pH).

Сейсмология — шкала Рихтера.

Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.

История — логарифмическая шкала времени.

*Логарифмическая
спираль в природе*



Расположение семян на
подсолнечнике



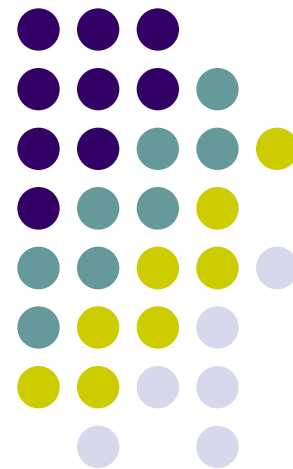
Раковина наutilusа

Определение логарифма числа

Логарифмом числа $b > 0$ по основанию a ($a \neq 1, a > 0$) называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b :

$$\log_a b = x, a^x = b$$

Вычислите:



Основное логарифмическое тождество



$$a^{\log_a b} = b, \text{ где } a \neq 1, a > 0, b > 0$$

Вычислите:

$$3^{\log_3 512}$$

При каких значениях x существует логарифм

$$\log_{\frac{1}{4}}(x-3) \quad \mathbf{X > 3}$$

$$\log_5(10-x) \quad \mathbf{X < 10}$$

$$\log_5(-3x^5) \quad \mathbf{X < 0}$$

$$\log_{0,2}(2+x^2) \quad \mathbf{X \in \mathbf{R}}$$

$$\log_{1,3}(-x^4) \quad \mathbf{\text{Не существует ни при каком } x}$$



Основные свойства логарифмов



При любом $a > 0$, $a \neq 1$ и любых $x > 0$ и $y > 0$ выполнены равенства:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x, \text{ для любого действительного } p.$$

1. Логарифм произведения
положительных чисел равен сумме
логарифмов множителей.

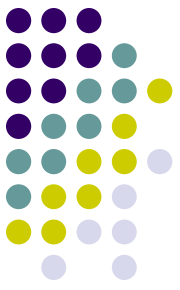


$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$
$$a > 0; a \neq 1; b > 0; c > 0.$$

пример:

$$\log_6 72 + \log_6 3 = \log_6 (72 \times 3) = \log_6 216 = 3$$

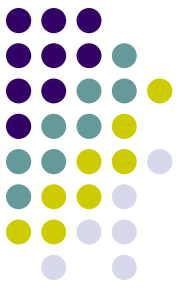
2. Логарифм частного двух положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя.



$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,$$
$$a > 0; a \neq 1; b > 0; c > 0.$$

пример:

$$\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} \frac{48}{4} = \log_{12} 12 = 1$$



3. Логарифм степени с положительным основанием равен показателю степени, умноженному на логарифм основания

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$a > 0; a \neq 1$$

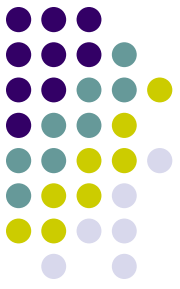
$$b > 0;$$

$$r \in \mathbf{R}$$

пример:

$$\log_5 \sqrt{125} = \log_5 (125)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5 125 = 1,5$$

Исправьте ошибки:



$$\log_3 22 + \log_3 2 = \log_3 24$$

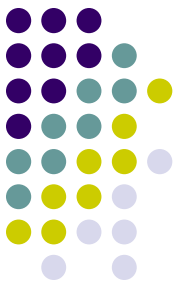
$$\log_2 15 - \log_2 5 = \log_2 10$$

$$\log_7 21 - \log_7 3 = \log_7 7 = 1$$

$$2 \log_2 8 = \log_2 16$$



Формула перехода от одного основания логарифма к другому



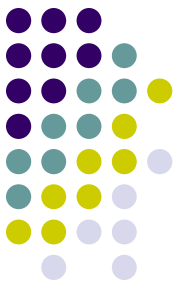
$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

Десятичные логарифмы



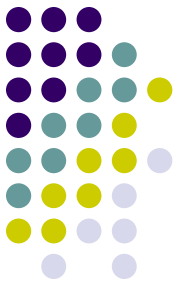
Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10

$$\log_{10} a = \lg a$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = \lg 10^2 = 2$$

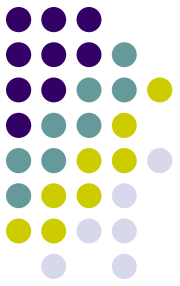
Натуральный логарифм



Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию **e**, где **e** - иррациональное число, приближенно равное 2,7

$$\log_e a = \ln a$$

$$\ln e = 1$$



Вычислить:

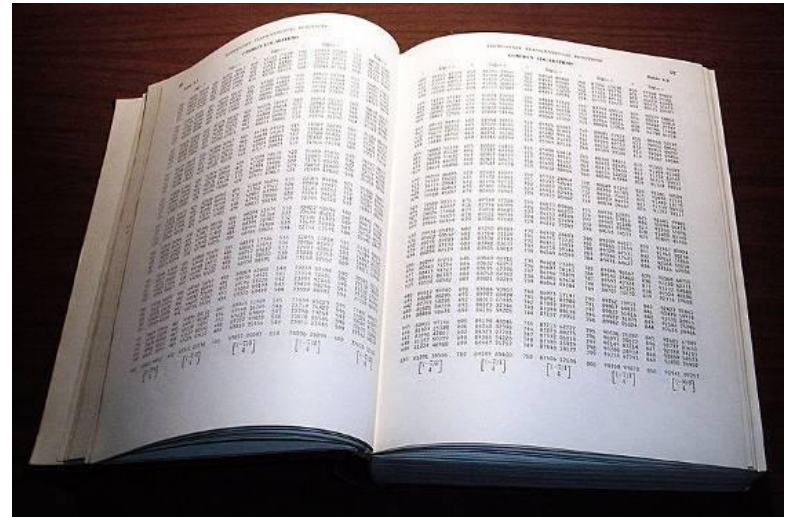
$$\log_7 49; \log_3 1/81; \log_{1/2} 8; \log_4 1;$$

$$\lg 10000; \lg 0,001;$$

$$\log_6 3 + \log_6 2;$$

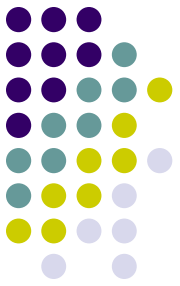
$$\log_5 100 - \log_5 4;$$

$$\lg 0,18 - \lg 180$$



ДОМА!

Найдите значение выражения



$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$$

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25$$

$$(1 - \log_2 12) \cdot (1 - \log_6 12)$$

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$$

$$\log_{49} 13$$

$$9^{\log_5 50}$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$$

