Логарифм и его свойства

Определение логарифмов и таблицу их значений впервые опубликовал в 1614 году шотландский математик Джон Непер.

Логарифмические таблицы, расширенные и уточнённые другими математиками, повсеместно использовались для научных и инженерных расчётов более трёх веков.

Джон Непер,
изобретатель логарифмов

Примеры использования неравномерности логарифмической зависимости

Акустика — интенсивность звука (децибелы).
Отношение сигнал/шум в радиотехнике и электросвязи.
Астрономия — шкала яркости звёзд.
Химия — активность водородных ионов (pH).
Сейсмология — шкала Рихтера.
Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.
История — логарифмическая шкала времени.

Логарифмическая спираль в природе

Расположение семян на подсолнечнике

Раковина наутилуса

Определение логарифма числа

Логарифмом числа ***b>0*** по основанию ***a*** ***(a≠1, a>0)*** называется показатель степени, в которую нужно возвести основание ***a***, чтобы получить число ***b***:

$$\log_a b = x, a^x = b$$

Вычислите:

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b, \text{ где } a \neq 1,\ a > 0,\ b > 0$$

Вычислите:

$$3^{\log_3 5}$$

$$7^{\log_7 12}$$

При каких значениях x существует логарифм

$$\log_{\frac{1}{4}}(x-3)$$ **$X > 3$**

$$\log_5(10-x)$$ **$X < 10$**

$$\log_5(-3x^5)$$ **$X < 0$**

$$\log_{0,2}(2+x^2)$$ **$X \in R$**

$$\log_{1,3}(-x^4)$$ **Не существует ни при каком x**

Основные свойства логарифмов

При любом $a>0$, $a\neq 1$ и любых $x>0$ и $y>0$ выполнены равенства:

$\log_a 1 = 0$

$\log_a a = 1$

$\log_a x\cdot y = \log_a x + \log_a y$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$\log_a x^p = p\cdot\log_a x$, для любого действительного p.

1. Логарифм произведения положительных чисел равен сумме логарифмов множителей.

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$a > 0;\ a \neq 1;\ b > 0;\ c > 0.$$

пример:

$$\log_6 72 + \log_6 3 = \log_6 (72 \times 3) = \log_6 216 = \mathbf{3}$$

2. Логарифм частного двух положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя.

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,$$

$$a > 0;\ \ a \neq 1;\ b > 0;\ c > 0.$$

пример:

$$\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} \frac{48}{4} = \log_{12} 12 = 1$$

3. Логарифм степени с положительным основанием равен показателю степени, умноженному на логарифм основания

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$a > 0;\ a \neq 1$

$b > 0;$

$r \in R$

пример:

$$\log_5 \sqrt{125} = \log_5 (125)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5 125 = 1,5$$

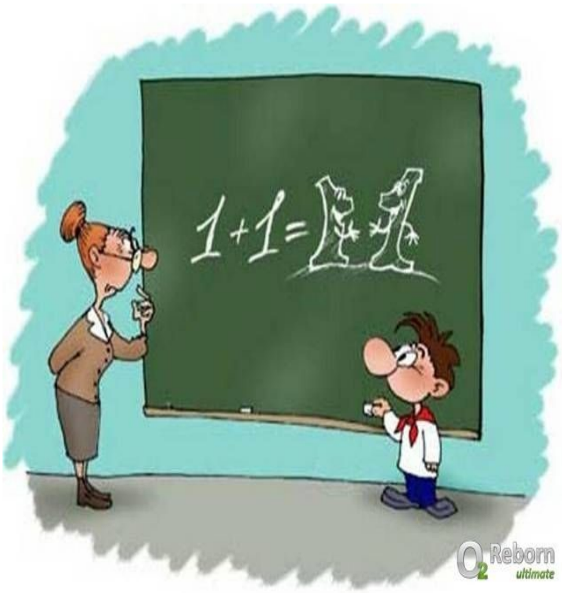
Исправьте ошибки:

$$\log_3 22 + \log_3 2 = \log_3 24$$

$$\log_2 15 - \log_2 5 = \log_2 10$$

$$\log_7 21 - \log_7 3 = \log_7 7 = 1$$

$$2\log_2 8 = \log_2 16$$



Формула перехода от одного основания логарифма к другому

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

Десятичные логарифмы

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10

$$\log_{10} a = \lg a$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = \lg 10^2 = 2$$

Натуральный логарифм

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию **е**, где **е** - иррациональное число, приближенно равное 2,7

$$\log_e a = \ln a$$

$$\ln e = 1$$

Вычислить:

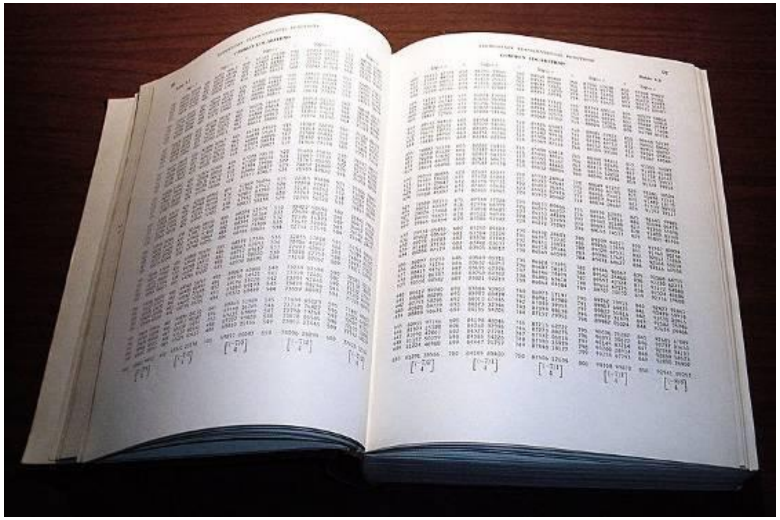
$\log_7 49$; $\log_3 1/81$; $\log_{1/2} 8$; $\log_4 1$;

$\lg 10000$; $\lg 0{,}001$;

$\log_6 3 + \log_6 2$;

$\log_5 100 - \log_5 4$;

$\lg 0{,}18 - \lg 180$



ДОМА!
Найдите значение выражения

$$\log_5 0{,}2 + \log_{0,5} 4$$

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25$$

$$(1 - \log_2 12) \cdot (1 - \log_6 12)$$

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$$