Обратные тригонометрические функции

«Функция, как правило, определяется для тех значений аргумента, какие для данной задачи представляют реальное значение»

Хинчин А.Я.

,

При каких значениях t верно равенство?

$sin t = 0{,}5$

$sin t = 0{,}3$

$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

t=?

Обратные тригонометрические функции

y=y=arc si

графи к

y=y=arc cos

графи к

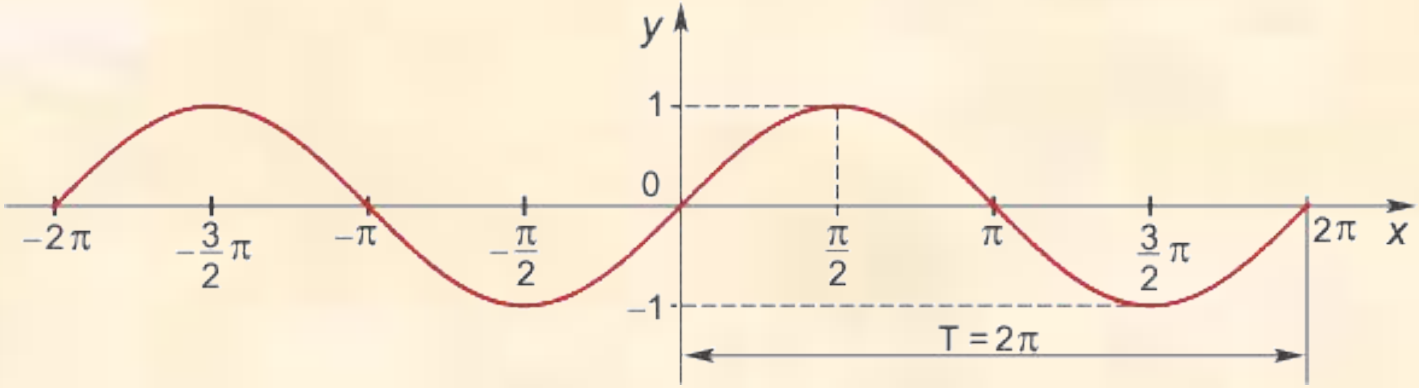
y=y=ar ct

графи к

y=y=arc ctg

графи к

Функция y = sinx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

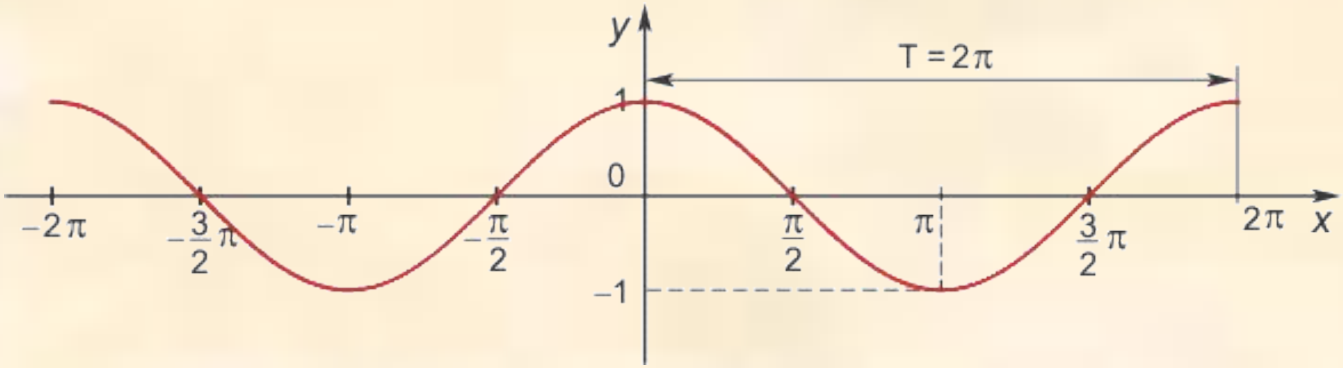
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.

Функция нечетная: sin(−x)=−sin x для всех x ∈ **R**.

График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2*π*:

Функция y = cosx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.

Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x ∈ **R**.

График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

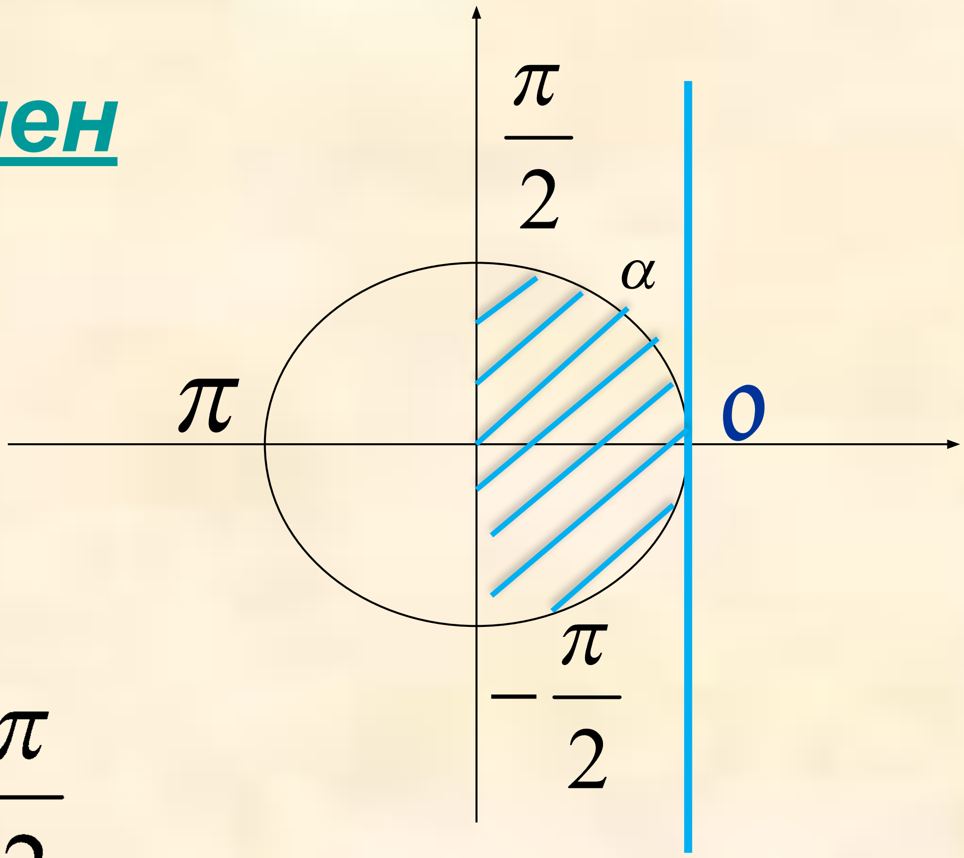
Определение

arcsin t = α

$$1)\ -\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$$

$$2)\ \sin\alpha = t$$

$$3)\ -1 \le t \le 1$$



arcsin(-x) = - arcsinx

[Содержание]

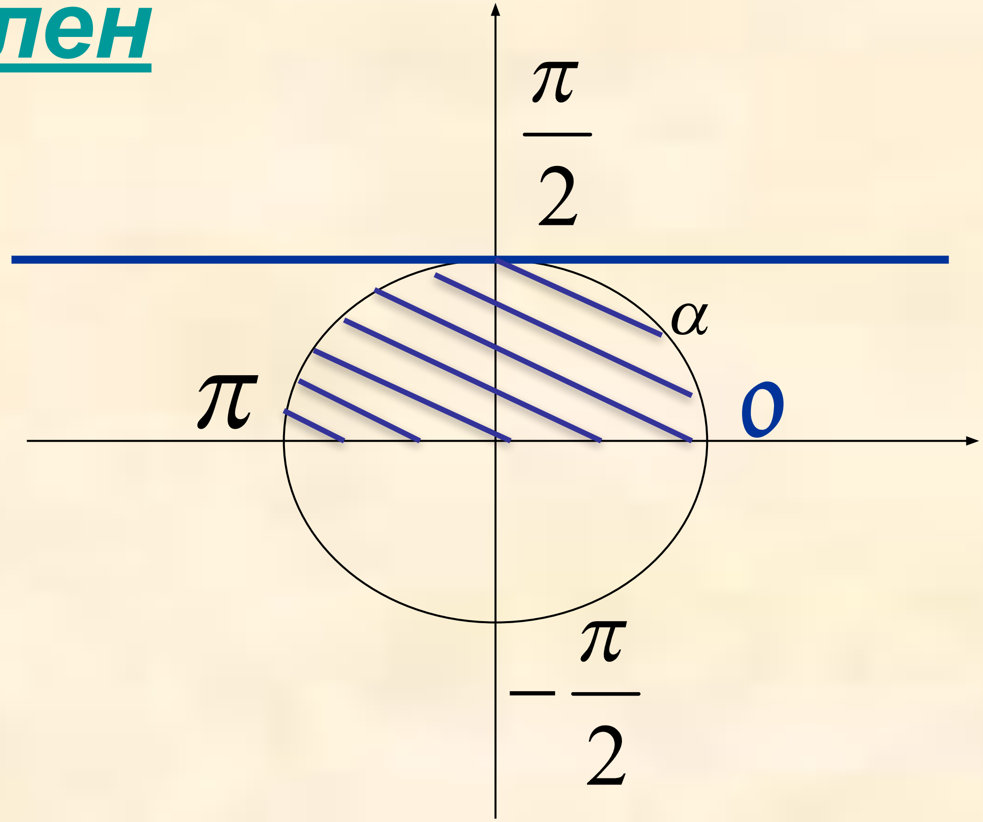
Определение

arccos t = ***a***

$$1)\ 0 \le a \le \pi$$

$$2)\ \cos a = t$$

$$3)\ -1 \le t \le 1$$

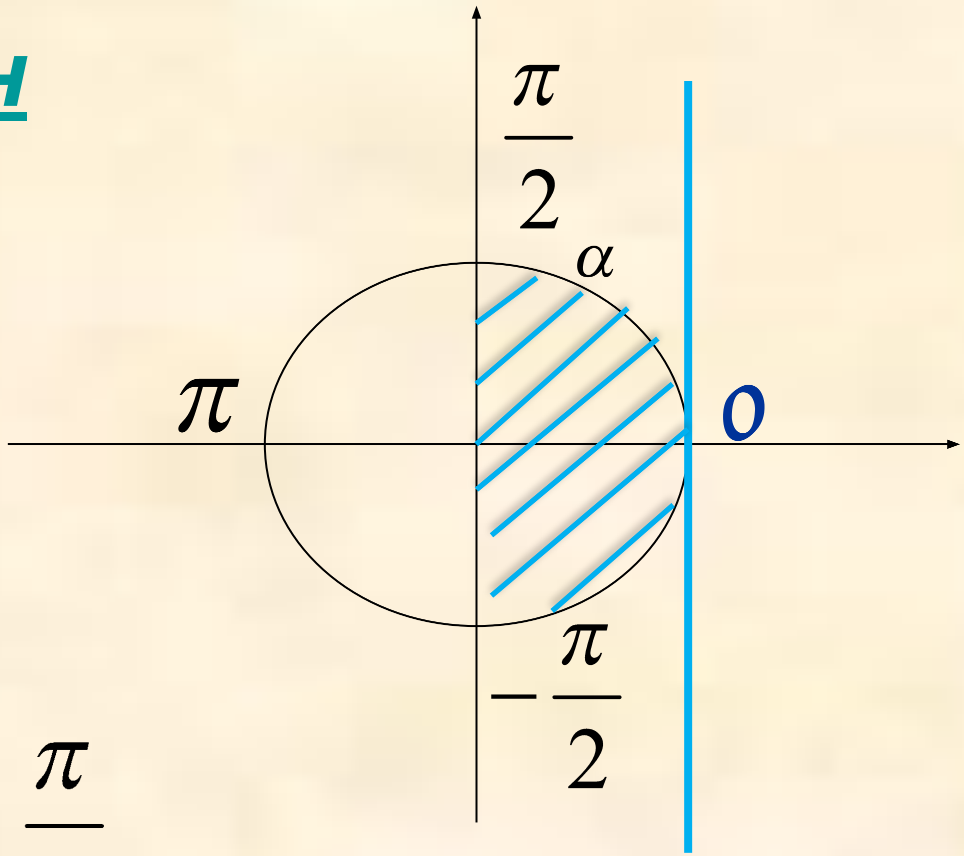


arccos(-x) = π - arccosx

Содержание

Определение

arctg t = a



$$1)\ -\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$$

$$2)\ tga = t$$

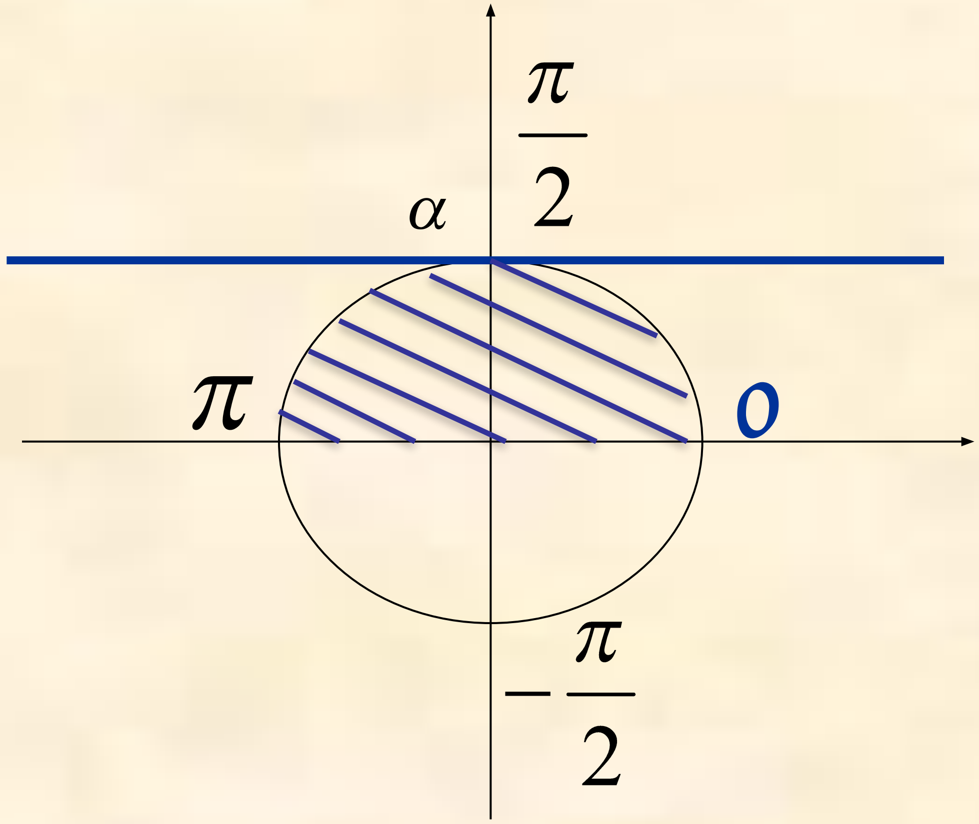
Содержание

Определение

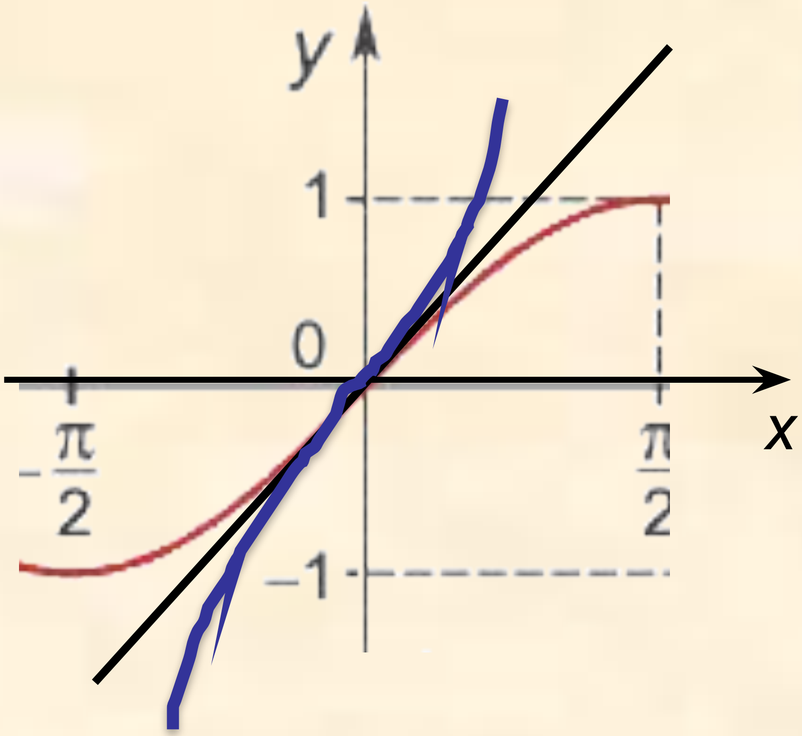
arcctg t = a

$1)\ 0 < a < \pi$

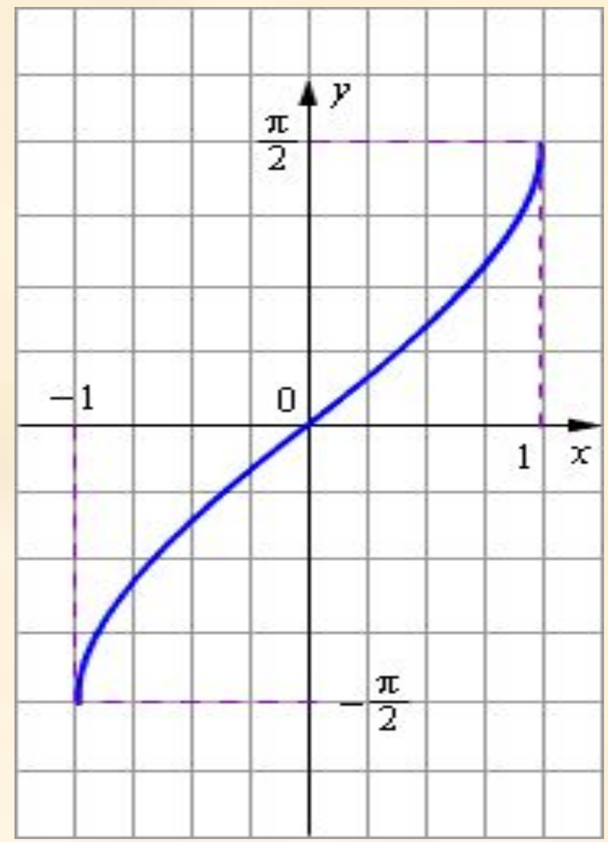
$2)\ ctga = t$



Содержание



y = arcsinx



1)Область определения: отрезок [-1; 1];

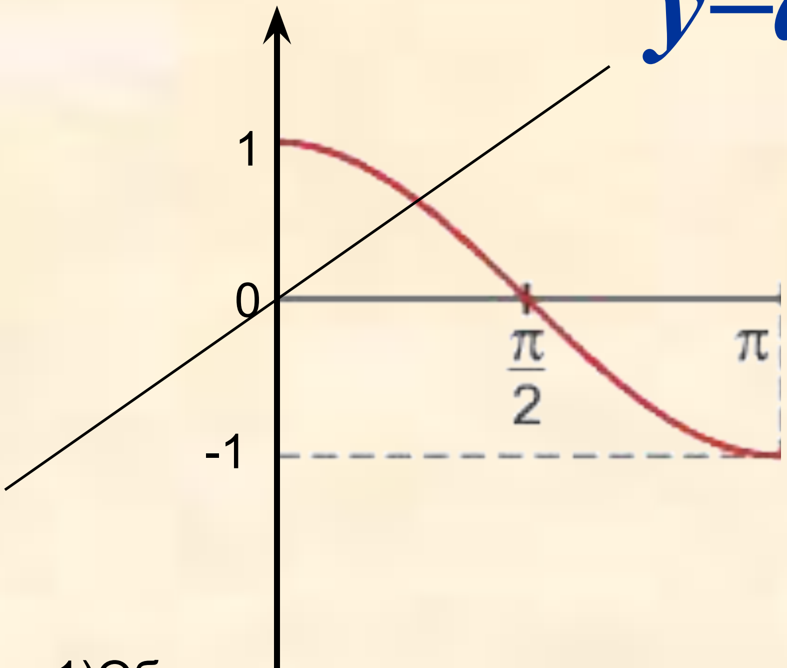
2)Область значений: отрезок $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

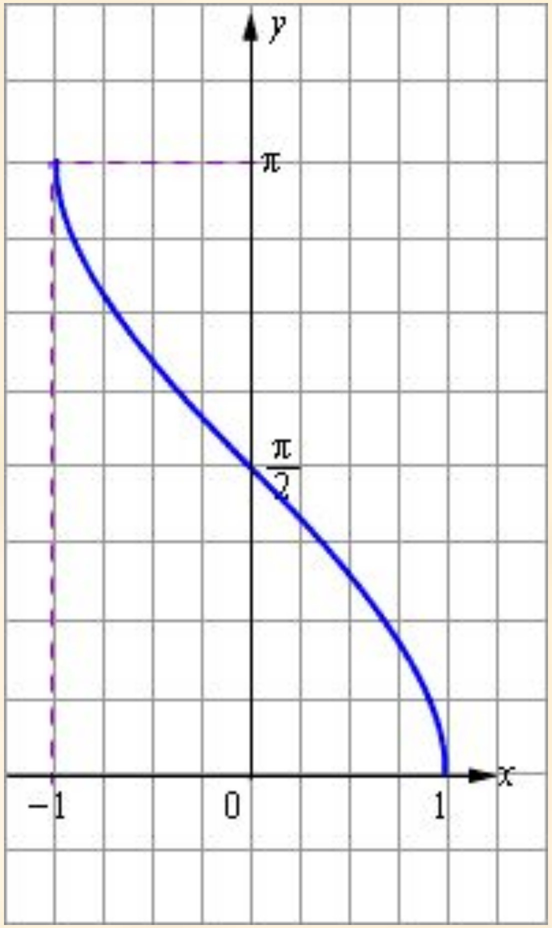
3)Функция y = arcsin x нечетная:
arcsin (-x) = - arcsin x;

4)Функция y = arcsin x монотонно возрастающая;

Содержание

y=arccos x





1)Область определения: отрезок [-1; 1];

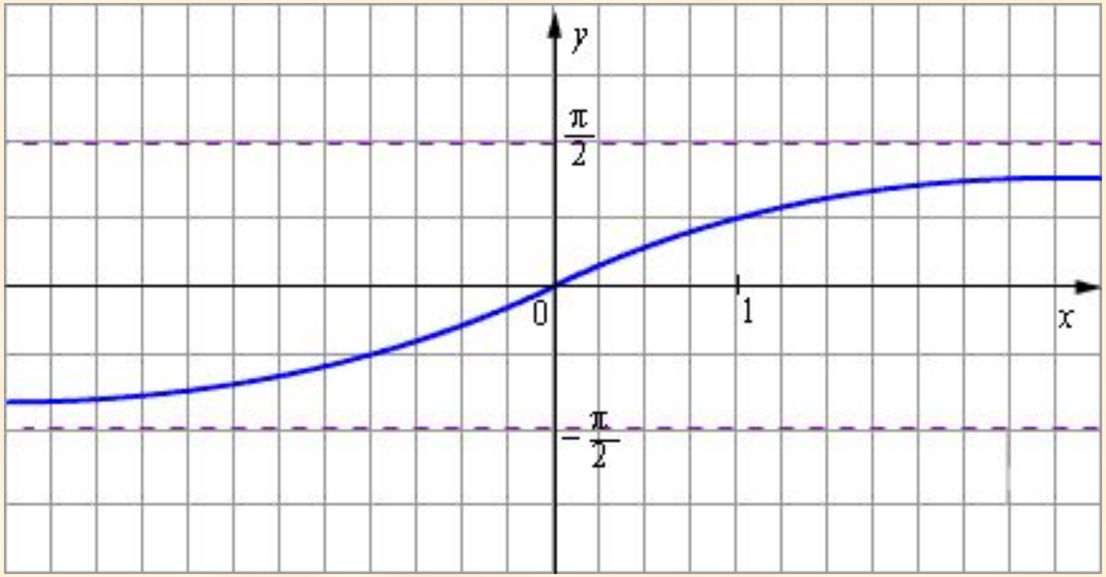
2)Область значений: отрезок $[0, \pi]$

3)Функция y = arccos x четная:
arcscos (-x) = $\pi - \arccos x$

4)Функция y = arccosx монотонно убывающая;

Содержание

y=arctgx



1)Область определения: R – множество действительных чисел

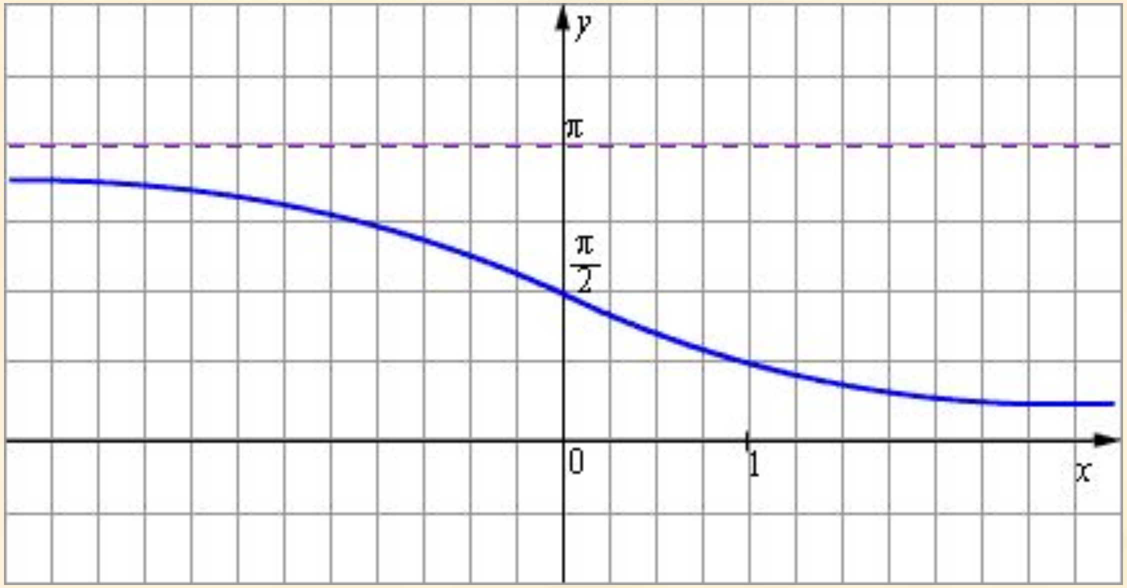
2)Область значений: $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

3)Функция y = arcsin x нечетная: arctg (-x) = - arctg x;

4)Функция y = arctg x монотонно возрастающая;

Содержание

$y = arcctgx$



1)Область определения: R -

2)Область значений: $(0, \pi)$

3)Функция y = arcctgx ни четная ни нечетная

$$arcctg(-x) = \pi - arcctgx$$

4)Функция y = arcctgx монотонно убывающая;

Содержание

Обратные тригонометрические функции

«Функция, как правило, определяется для тех значений аргумента, какие для данной задачи представляют реальное значение»

Хинчин А.Я.

- учащиеся должны знать определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса, графики этих функций, свойства аркфункций, связь с тригонометрическими функциями уметь находить значения обратных тригонометрических функций, решать простейшие уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции графическим и функционально-графическим методом
- воспитывать ответственность, аккуратность при построении графиков
- развивать логическое мышление, математическую речь, умение работать в нужном темпе, внимание

Работаем устно

$\arcsin 1 \qquad \arcsin 0 \qquad \arcsin\frac{1}{2} \qquad \arcsin(-\frac{1}{2})$

$\arccos 1 \qquad \arccos 0 \qquad \arccos\frac{1}{2} \qquad \arccos(-\frac{1}{2})$

$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \arccos\frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) \qquad \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

arcsin(-x) = - arcsinx **arccos(-x) = π - arccosx**

Содержание

Работаем устно

Имеет ли смысл выражение?

$$\arcsin 2 \qquad \arccos 3\pi \qquad arctg100$$

Может ли arcsint и arccost принимать значение равное

$$5, \quad -\frac{5}{9}, \quad \pi, \quad -10, \quad \frac{3}{7}, ?$$

Содержание

Работаем устно

Найдите значения выражений:

$$\arccos(\cos\frac{\pi}{3}) \qquad ctg(arcctg(-\frac{7}{8})) \qquad \sin(\arcsin\frac{5}{13})$$

$$\arcsin(\sin\frac{5\pi}{2}) \qquad tg(arctg15) \qquad \cos(\arcsin\frac{3\pi}{2})$$

Содержание

Работаем устно

$arctg1 \qquad arctg\sqrt{3} \qquad arctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$

$arcctg1 \qquad arcctg\sqrt{3} \qquad arcctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$

arctg(-x) = - arctgx

arcctg(-x) = π - arcctgx

Содержание

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$tg(arctgx) = x$$

$$arctg(tgx) = x,$$

$$ctg(arcctgx) = x$$

$$arcctg(ctgx) = x.$$

Тригонометрические тождества

$$\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$ctg(\arcsin x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$ctg(\arccos x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sin(arctg x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sin(arcctg x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos(arctg x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos(arcctg x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$tg(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$tg(\arccos x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

Формулы связывающие обратные тригонометрические функции

$$\arcsin \alpha = -\arcsin(-\alpha) = \frac{\pi}{2} - \arccos \alpha = arctg \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

$$\arccos \alpha = \pi - \arccos(-\alpha) = \frac{\pi}{2} - \arcsin \alpha = acrctg \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

$$arctg \alpha = -arctg(-\alpha) = \frac{\pi}{2} - arcctg \alpha = \arcsin \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$

$$arcctg \alpha = \pi - arcctg(-\alpha) = \frac{\pi}{2} - arctg \alpha = \arccos \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$

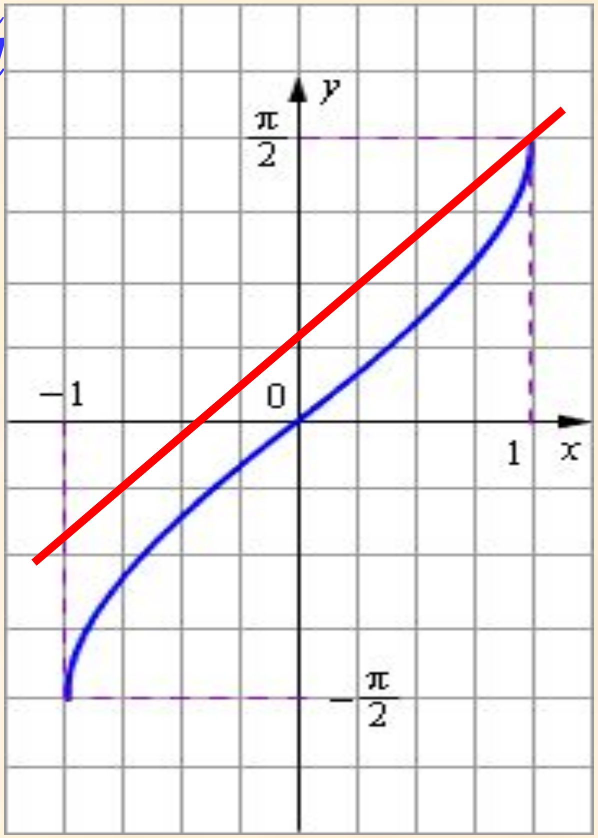
• Решите уравнение $\arcsin x = x + \frac{\pi}{2} - 1$

Графический метод решения уравнений

1) Строим график $y = \arcsin x$

2) Строим график $y = x + \frac{\pi}{2} - 1$

в той же системе координат.



3) Находим абсциссы точек пересечения графиков

(значения берутся приближенно).

4)Записываем ответ.

Ответ.1.

Функционально-графический **метод** *решения уравнений*

Пример: решите равнение $\arccos x = \frac{\pi}{2} + x$

Решение.

1) y =arccosx *убывает* на области определения

$2)\ g(x) = \frac{\pi}{2} + x,$ *возрастает на D,*

3) Уравнение f(x)=g(x) имеет не более одного корня.

4) Подбором находим, что x=0.

Ответ. 0.

Содержание

Спасибо за урок!

Успехов в дальнейшем изучении тригонометрии!

Содержание