Случайные величины

Виды случайных величин

- **Определение 3.1.** *Случайной величиной* называется величина, которая в результате опыта принимает то или иное случайное значение.
- Обычно случайная величина обозначается большой буквой, а её возможные значения – такой же маленькой (может быть, с индексом) или числами. Вот некоторые примеры.

  • Число на верхней грани кости при её бросании X. Возможные значения X: 1, 2, ..., 6. Эти числа можно обозначить $x_1, x_2, \ldots, x_6$. Всего у данной величины 6 возможных значений.

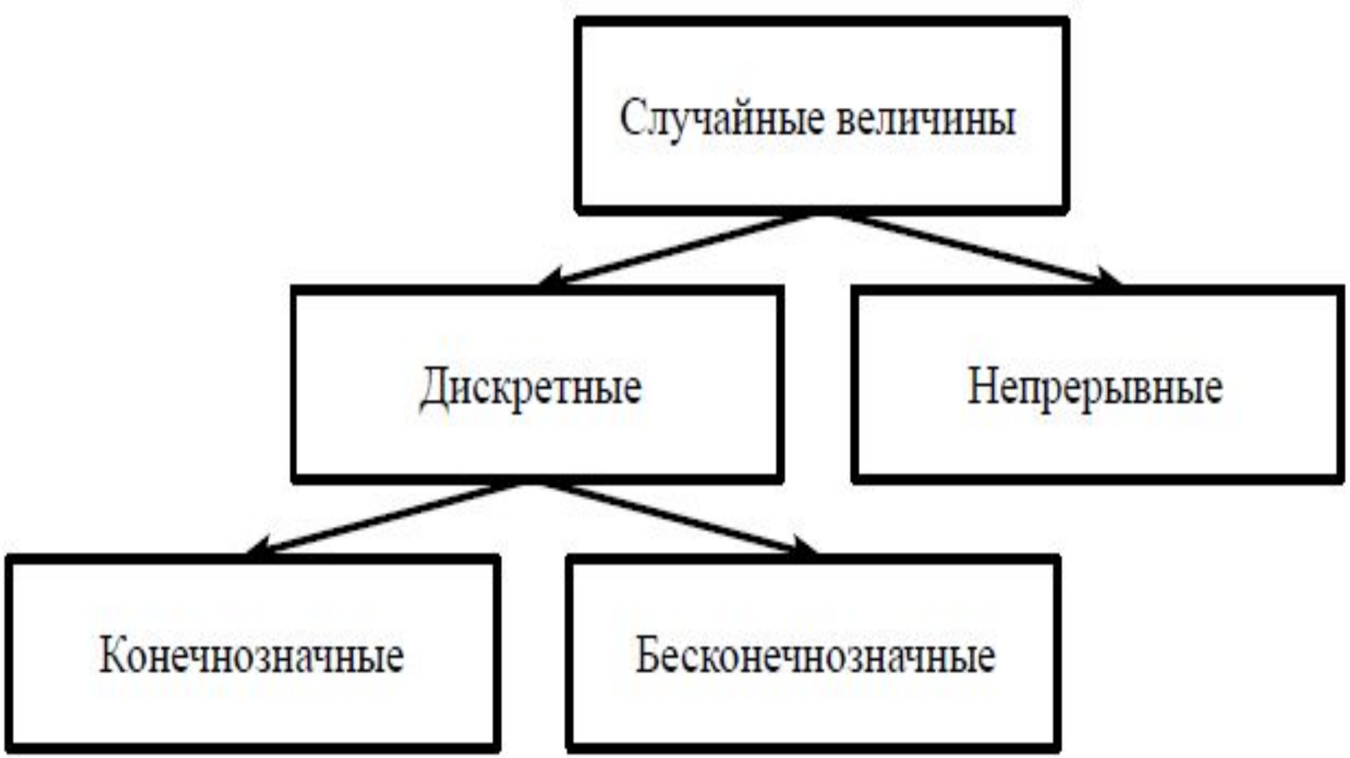
  • Число покупателей в магазине в течение дня X. Возможные значения этой величины: 0, 1, 2, ... Здесь верхний предел неизвестен. В теоретических исследованиях удобно считать, что возможные значения X – все целые неотрицательные числа (бесконечное множество значений $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$).

  • Время работы изделия до отказа T. Здесь возможные значения – неотрицательные действительные числа. Мы не знаем максимального значения, поэтому также считаем, что $t \in [0; \infty)$.

Виды случайных величин

- **Определение 3.2.** Случайная величина называется *дискретной*, если множество её возможных значений конечно или является бесконечным счётным множеством.
- **Определение 3.3.** Случайная величина называется *непрерывной*, если множество её возможных значений целиком заполняет некоторый промежуток или систему промежутков.
- **Определение 3.4.** Дискретная случайная величина называется *конечнозначной*, если множество её возможных значений конечно.
- **Определение 3.5.** Дискретная случайная величина называется *бесконечнозначной*, если множество её возможных значений является бесконечным счётным множеством.

Виды случайных величин



Виды случайных величин

- Другая классификация, независимая от приведенной на рис. 3.1 – это разделение случайных величин на одномерные (скалярные) и многомерные (векторные).
- Все те величины, которые мы выше рассматривали – это одномерные, или скалярные случайные величины.
- **Определение 3.6.** *Многомерной случайной величиной*, или *системой случайных величин*, или *случайным вектором* называется совокупность нескольких рассматриваемых совместно случайных величин.

Дискретные случайные величины

- Обозначив $p_k = P(X = x_k)$, получим основное правило, которому подчиняются вероятности принятия дискретной случайной величиной её возможных значений:

$$\sum_{k=1}^{n} p_k = 1 \qquad (3.1)$$

- для конечнозначной величины и

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \qquad (3.2)$$

- для бесконечнозначной.

Дискретные случайные величины

- **Определение 3.7.** *Законом распределения* дискретной случайной величины называется любое правило, по которому всем возможным значениям x_k случайной величины X ставятся в соответствие вероятности их появления p_k.
- Фактически закон распределения – это функциональная зависимость p_k от x_k. Её можно задавать разными способами. Во-первых, это может быть таблица. Она называется *рядом распределения*.
- **Пример 3.1.** В таблице 3.1 показан ряд распределения случайной величины X – суммы чисел на верхних гранях двух костей при их бросании. Возможные значения этой величины – целые числа от 2 до 12.
- **Таблица 3.1. Пример ряда распределения дискретной случайной величины**

x_k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Дискретные случайные величины

- **Пример 3.2.** Построим с помощью MATLAB многоугольник распределения. Предполагаем, что ряд распределения (таблица вида 3.1) задан.
- Результат – на рисунке.

```
x=[0.2 1 2.1 3 3.7 4]; % задали x(i)
p=[0.08 0.15 0.3 0.2 0.15 0.12]; % задали p(i)
p=p/sum(p); % нормировали до единичной суммы
plot(x,p,'k-',x,p,'k.') % многоугольник распределения
ylim([0 0.4])
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfМногоугольник распределения') % заголовок
xlabel('\itx_k') % метка оси OX
ylabel('\itp_k') % метка оси OY
```

Дискретные случайные величины

Дискретные случайные величины

- Пример 3.3 аналитического закона распределения для конечнозначной величины: вероятность появления различного количества гербов при 3 бросаниях монеты:

$$p_k = \begin{cases} \frac{C_3^k}{8}; & k \in [0,1,2,3] \\ 0; & k \notin [0,1,2,3] \end{cases}$$

- В этом распределении участвуют биномиальные коэффициенты, и оно называется биномиальным.

Дискретные случайные величины

- Следующая характеристика случайной величины – это функция распределения. Её другие названия: интегральная функция распределения, интегральный закон распределения. В англоязычной литературе применяется термин *the cumulative distribution function*. Эта характеристика годится и для дискретных, и для непрерывных величин.
- **Определение 3.8.** *Функцией распределения* случайной величины X называется вероятность принятия ею значений, меньших конкретного числа x, рассматриваемая как функция x:

$$F(x)=P(X<x). \qquad (3.5)$$

- Функция распределения является вероятностью, поэтому она безразмерная.

Дискретные случайные величины

- **Свойство 3.1.** Функция распределения – это вероятность некоторого события, поэтому .
- **Свойство 3.2.** $F(-\infty) = P(X < -\infty) = 0$.
- **Свойство 3.3.** $F(\infty) = P(X < \infty) = 1$.
- **Свойство 3.4.** Функция распределения неубывающая: $x_2 > x_1$: $F(x_2) \geq F(x_1)$.
- **Свойство 3.5.** Вероятность попадания величины в полуинтервал равна разности значений функции распределения на его концах: $P(x_1 \;\; X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$.

Дискретные случайные величины

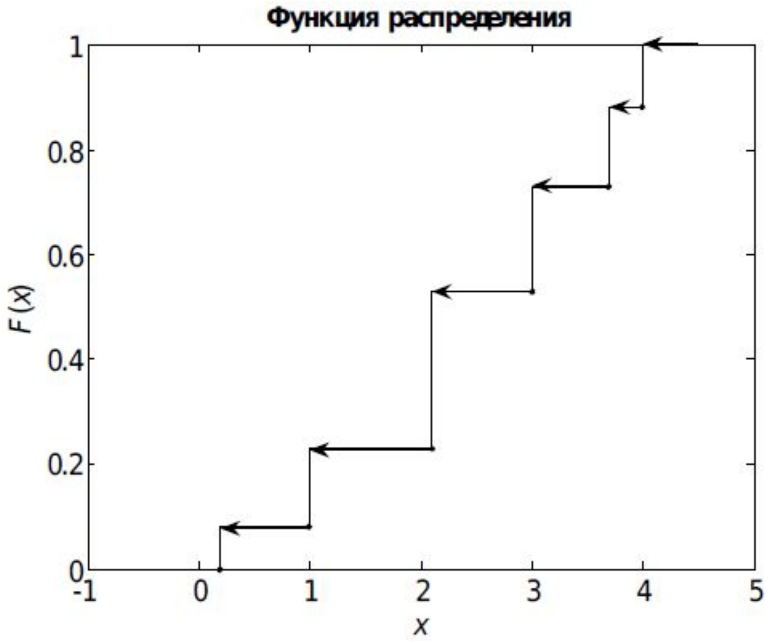
- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти функцию распределения случайной величины, многоугольник распределения которой мы построили.
- **Решение.** Для вычисления функции распределения применяем определение (3.5) и правило (3.6).
- График функции распределения дискретной величины представляет ступенчатую ломаную. Нарисуем её средствами MATLAB.

```
F=cumsum(p); % значения функции распределения
x1=[x(1)-0.5 x x(end)+0.5]; % добавки слева и справа
F1=[0 F 1];
figure; % новая фигура
stairs(x1,F1,'k-'); % ломаная
xl=xlim; % границы рисунка
yl=ylim;
hold on
```

Дискретные случайные величины

```
plot(x,F1(1:end-2),'k.') % добавили точки
hh=get(gca);
hp=hh.Position; % положение осей на фигуре
for i=1:length(F),
xi=x1(2+i:-1:1+i); % координаты стрелок
Fi=[F(i) F(i)];
xi=(xi-xl(1))/(xl(2)-xl(1))*hp(3)+hp(1); % нормализуем
Fi=(Fi-yl(1))/(yl(2)-yl(1))*hp(4)+hp(2); % стрелки
annotation('arrow',xi,Fi); % добавляем стрелки
end
hold off
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfФункция распределения') % заголовок
xlabel('\itx') % метка оси OX
ylabel('\itF\rm(\itx\rm)') % метка оси OY
```

Дискретные случайные величины



Непрерывные случайные величины

- **Определение 3.9.** Случайная величина X называется *непрерывной*, если её функция распределения $F(x)$ непрерывна.
- Все остальные свойства $F(x)$ остаются в силе: это функция неубывающая, меняется от 0 при $x \to -$ до 1 при $x \to +$. Но при вычислении вероятности попадания в промежуток мы можем свободно добавлять или отбрасывать концы промежутка, т. к. в непрерывной величине учёт или неучёт конечного (или даже счётного) числа точек не влияет на вероятность:

$$P(x_1 \leqslant X \leqslant x_2) = P(x_1 < X \leqslant x_2) = P(x_1 \leqslant X < x_2) =$$
$$= P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1). \qquad (3.8)$$

- **Определение 3.10.** *Плотностью распределения* непрерывной случайной величины X называется предел отношения вероятности её попадания в малый интервал шириной Δx вблизи точки x к ширине интервала Δx при $\Delta x \to 0$:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x \leq X, x + \Delta x)}{\Delta x}. \qquad (3.9)$$

Непрерывные случайные величины

- Другие названия: плотность вероятностей, дифференциальная функция распределения, дифференциальный закон распределения. Английское название: *the partial distribution function*.
- **Свойство 3.6.** Плотность распределения есть производная от функции распределения:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (3.10)$$

- **Свойство 3.7.** Так как $F(x)$ неубывающая, то $f(x) \geq 0$.
- **Свойство 3.8** – обратное к свойству 3.6:

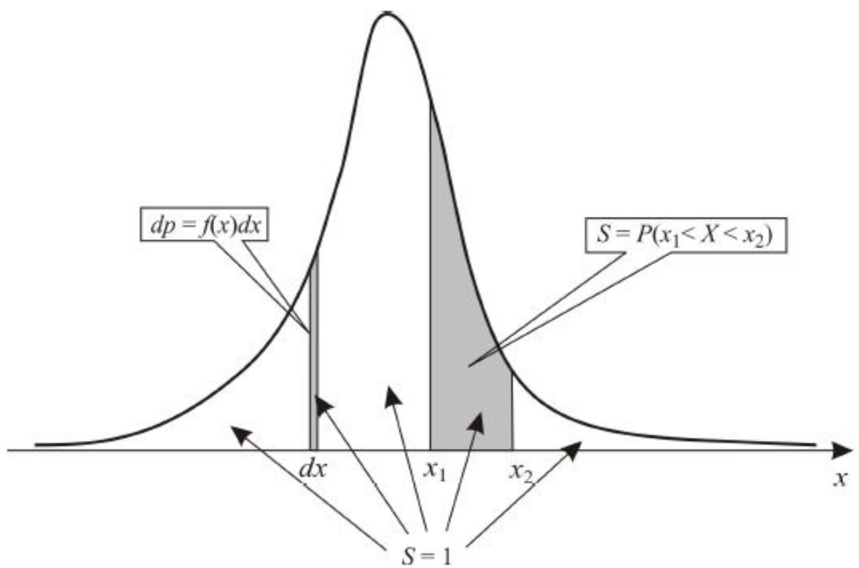
$$F_x(x) = \int_{-\infty}^{x} f_x(t)dt \quad (3.11)$$

- Здесь аргумент плотности распределения обозначен через t, т. к. x – верхний предел интегрирования.
- **Свойство 3.9.** Из предыдущего свойства имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

Это условие называется условием нормировки плотности распределения.

Непрерывные случайные величины



Непрерывные случайные величины

- **Свойство 3.10.** Вероятность попадания непрерывной величины в интервал (или отрезок, или полуинтервал) равна интегралу от плотности распределения по этому интервалу:

(3.13)

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx.$$

- **Пример 3.5.** Плотность распределения случайной величины задана с точностью до неизвестного множителя k:

$$f(x)=\begin{cases} k(x-1); & x \in [1;\ 3] \\ 0; & k \notin [1;\ 3] \end{cases} \qquad (3.14)$$

Требуется вычислить этот множитель k, найти функцию распределения и построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

Непрерывные случайные величины

- **Решение** выполняем с помощью MATLAB. Множитель k находим из условия нормировки (3.12). Вычисляем интеграл от $f(x)$ в заданных пределах, приравниваем его 1, и из этого уравнения находим k:

```
syms x k % описали символические переменные
x1=1; % границы интервала
x2=3;
f=k*(x-1); % плотность распределения
fprintf('f(x)=%s\n',char(f))
I1=int(f,x,x1,x2); % считаем интеграл
ks=solve(I1-1,k); % решаем уравнение I1=1
fprintf('Множитель k=%s\n',char(ks))
```

f(x)=k*(x-1)

Множитель k=1/2

Непрерывные случайные величины

- Подставляем полученное значение *k* в выражение для *f*(*x*) и строим её график. Он показан на рисунке.

```
fs=subs(f,k,ks); % подставили решение
disp('Плотность распределения:')
120
fprintf(['f(x)=%s; %d<=x<=%d;\nf(x)=0 '...
'вне этого отрезка.\n'],char(fs),x1,x2)
xp1=x1-0.25*(x2-x1); % границы рисунка
xp2=x2+0.25*(x2-x1);
xp=linspace(xp1,xp2,1000); % абсциссы для графика
fp=subs(fs,x,xp).*(xp>=x1).*(xp<=x2); % ординаты
```

Непрерывные случайные величины

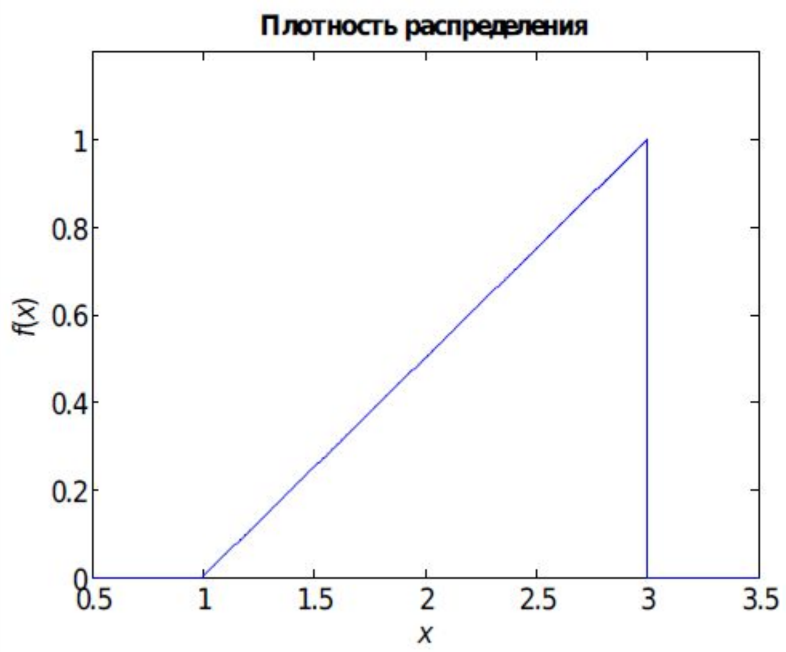
```
plot(xp,fp) % рисуем график
ylim([0 1.2*max(fp)]); % границы по вертикали
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfПлотность распределения') % заголовок
xlabel('\itx') % метка оси OX
ylabel('\itf\rm(\itx\rm)') % метка оси OY
```

Плотность распределения:

f(x)=1/2*x-1/2; 1<=x<=3;

f(x)=0 вне этого отрезка.

Непрерывные случайные величины



Непрерывные случайные величины

- Для вычисления функции распределения используем свойство 3.8.
- Как видим, на 1-м и 3-м участках функция распределения равна соответственно 0 и 1, и требуется вычислить её лишь на 2-м. Вычисляем и строим график (рисунок).

```
F=int(fs,x,x1,x); % ф-ция распределения на среднем участке
disp('Функция распределения:')
fprintf(['F(x)=0; x<%d;\nF(x)=%s; %d<=x<=%d;\n'...
'F(x)=1; x>%d.\n'],x1,char(F),x1,x2,x2)
Fp=subs(F,x,xp).*(xp>=x1).*(xp<=x2)+...
ones(size(xp)).*(xp>x2); % ординаты
figure; % новая фигура
plot(xp,Fp) % рисуем график
```

Непрерывные случайные величины

ylim([0 1.2]); % границы по вертикали
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfФункция распределения') % заголовок
xlabel('\itx') % метка оси OX
ylabel('\itF\rm(\itx\rm)') % метка оси OY
ylabel('\itf\rm(\itx\rm)') % метка оси OY

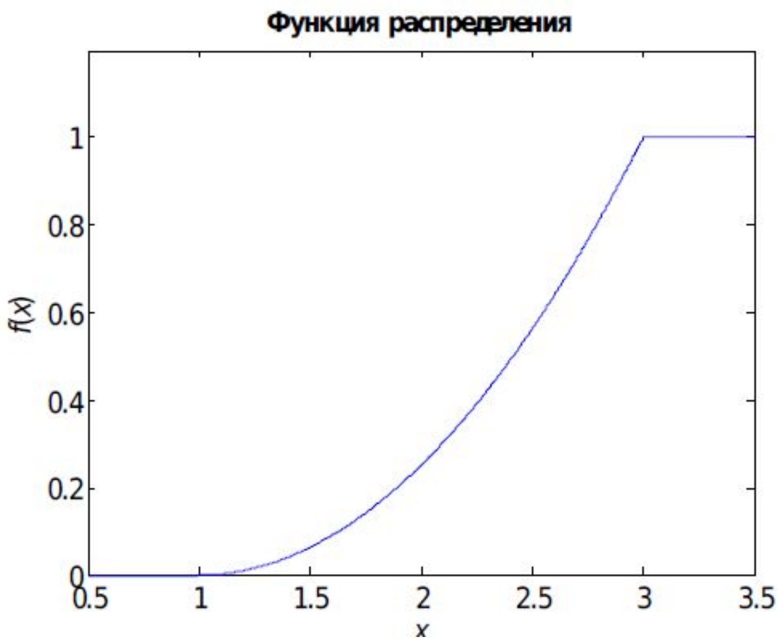
Функция распределения:

F(x)=0; x<1;

F(x)=1/4*x^2+1/4-1/2*x; 1<=x<=3;

F(x)=1; x>3.

Непрерывные случайные величины



Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.11.** *Математическим ожиданием* или *средним* случайной величины *X* называется сумма произведений всех возможных значений величины *X* на вероятности их появления. При этом слово "сумма" должно пониматься обобщённо: для дискретной конечнозначной величины – это обычная сумма:

$$m_x = \sum_{k=1}^{n} x_k p_k; \qquad (3.15)$$

- …
- а для непрерывной – интеграл:

$$m_x = \sum_{k=1}^{n} x_k p_k; \qquad (3.15)$$

Числовые характеристики случайных величин

- **Свойство 3.11.** МО детерминированной величины *C* (константы) равно ей самой.
- **Пример 3.6.** Рассмотрим непрерывную величину с плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)}. \quad (3.18)$$

- Функция распределения вычисляется по формуле (3.11):

$$F(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dt}{t^2+1} = \frac{1}{\pi}\left(arctg\, x + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Но попытка вычислить МО по формуле (3.17) приводит к интегралу:

$$m_x = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{t\,dt}{t^2+1},$$

который расходится. Поэтому у этой величины математического ожидания нет.

Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти МО дискретной конечнозначной величины, для которой мы уже построили многоугольник и функцию распределения.
- **Решение.** Вычисляем по формуле (3.15).

*mx=sum(x.*p); % считаем МО*
fprintf('Математическое ожидание Mx=%8.5f.\n',mx);
Математическое ожидание Mx= 2.43100.

- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти МО непрерывной величины, для которой мы построили ранее плотность и функцию распределения.
- **Решение.** Вычисляем по формуле (3.17).

*mx=int(x*fs,x,x1,x2); % вычисляем МО*
fprintf('Математическое ожидание Mx=%s=%8.5f.\n',...
char(mx),eval(mx))
Математическое ожидание Mx=7/3= 2.33333.

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.12.** *Мода* случайной величины – это наиболее вероятное её значение (т. е. которое чаще всего встречается).
- В общем случае они не совпадают с математическими ожиданиями. В зависимости от вида многоугольника распределения или графика $f(x)$ распределения бывают унимодальными (один максимум – одна мода) и полимодальными (несколько мод). Бывают также распределения, у которых все возможные значения являются модами. Они называются равномерными.
- Например, случайная величина X – число на верхней грани игральной кости при её бросании имеет 6 возможных значений (1, 2, 3, 4, 5 и 6) с одинаковыми вероятностями 1/6. Все они являются модами.

Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти моду дискретной конечнозначной величины.
- **Решение.** Определяем то значение x_k, для которого p_k максимальна.

[pmax,ipmax]=max(p); % pmax и номер точки
modx=x(ipmax); % мода распределения
fprintf('Мода =%5.2f.\n',modx);
***Мода = 2.10**.*

- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти моду непрерывной величины.

Решение. Определяем то значение x, для которого $f(x)$ максимальна.

[fmax,ifmax]=max(fp); % максимальная f(x)
modx=xp(ifmax); % мода распределения
fprintf('Мода =%5.2f.\n',modx);
***Мода = 3.00**.*

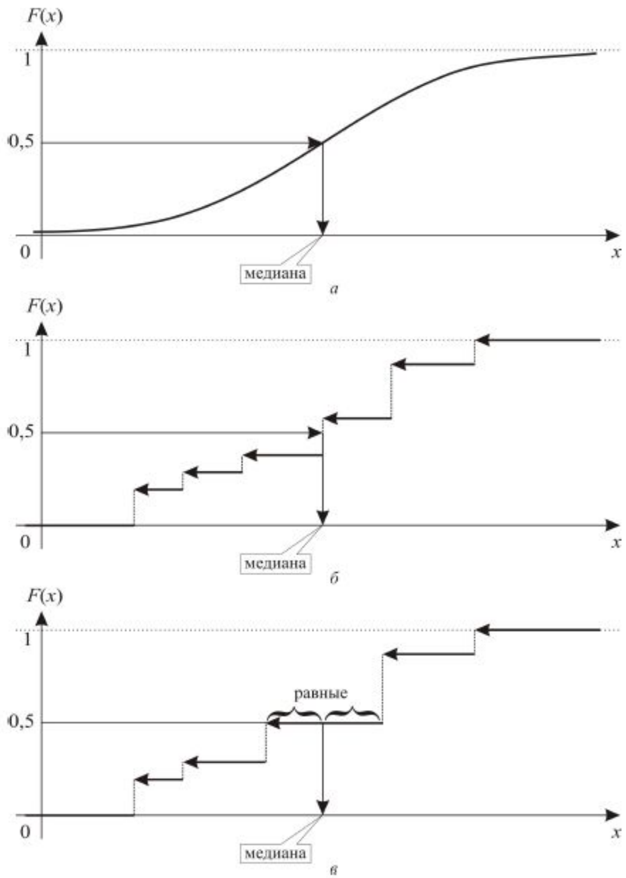
Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.13.** *Медиана* случайной величины – это такое значение x_m, при котором функция распределения $F(x_m) = 0{,}5$.
- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти медиану дискретной конечнозначной величины.
- **Решение.** Для дискретной величины медиана может приходиться на горизонтальный участок графика $F(x)$ или на точку разрыва. Проверяем: если $F(x) = 0{,}5$ приходится на точку разрыва, то это и есть медиана. Если же $F(x) = 0{,}5$ достигается в двух точках, берём середину соединяющего их отрезка.

```
imed=find(F==0.5); % есть ли точки, где F(x)=0.5
if isempty(imed), % нет таких точек
imed=min(find(F>0.5)); % номер точки разрыва через 0.5
medx=x(imed); % медиана
else % есть такие точки
medx=mean(x(imed:imed+1)); % середина отрезка с F(x)=0.5
end
fprintf('Медиана =%5.2f.\n',medx);
```

***Медиана = 2.10*.**

Числовые характеристики случайных величин



Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти медиану непрерывной величины.
- **Решение.** У нас есть аналитическое выражение для $F(x)$. Приравниваем его 0,5 и решаем полученное уравнение.

```
medx=eval(solve(F-0.5)); % ищем медиану
medx=medx(find((medx>=x1)&(medx<=x2))); % нужное решение
fprintf('Медиана =%8.5f.\n',medx);
```

Медиана = 2.41421.

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.14.** *Моментом (начальным моментом) m-го порядка* случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений величины X в m-й степени на вероятности их появления.
- Момент величины X обозначается $M(X^m)$ или a_m.

- Вычислим несколько первых начальных моментов для **примеров 3.2 и 3.5 (продолжение).**

```
disp('Начальные моменты:');
for i=1:5,
   alpha=sum(x.^i.*p); % момент i-го порядка
   fprintf('Alpha(%d)=%12.5f\n',i,alpha);
end
```

Начальные моменты:
Alpha(1)= 2.43100
Alpha(2)= 7.24970
Alpha(3)= 23.60689
Alpha(4)= 81.01697
Alpha(5)= 287.89826

Числовые характеристики случайных величин

```
disp('Начальные моменты:');
for i=1:5,
    alpha=int(x^i*fs,x,x1,x2); % момент i-го порядка
    fprintf('Alpha(%d)=%s=%12.5f\n',i,...
        char(alpha),eval(alpha));
end
```

Начальные моменты:

Alpha(1)=7/3= 2.33333

Alpha(2)=17/3= 5.66667

Alpha(3)=71/5= 14.20000

Alpha(4)=547/15= 36.46667

Alpha(5)=2005/21= 95.47619

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.15.** *Центральным моментом m-го порядка* случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений величины X, из которых вычтено её МО, в m-й степени на вероятности их появления.
- Формулы для вычисления центральных моментов отличаются от формул (3.21)-(3.23) для начальных моментов только тем, что из значений X вычитается МО.
- **Свойство 3.12.** Первый центральный момент всегда равен 0.

Числовые характеристики случайных величин

- Формулы вида (3.24) имеют место и здесь. Вот несколько первых центральных моментов для **примеров 3.2 и 3.5 (продолжения).**

```
disp('Центральные моменты:');
for i=1:5,
   mu=sum((x-mx).^i.*p); % момент i-го порядка
   fprintf('Mu(%d)=%12.5f\n',i,mu);
end
```

Центральные моменты:

Mu(1)= 0.00000

Mu(2)= 1.33994

Mu(3)= -0.53191

Mu(4)= 3.75172

Mu(5)= -3.67639

Числовые характеристики случайных величин

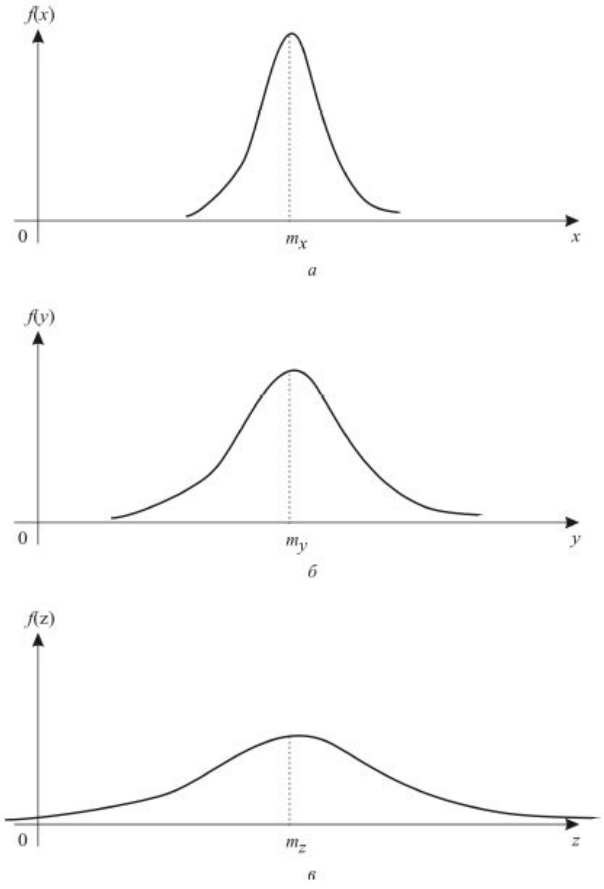
```
disp('Центральные моменты:');
for i=1:5,
    mu=int((x-mx)^i*fs,x,x1,x2); % момент i-го порядка
    fprintf('Mu(%d)=%s=%12.5f\n',i,char(mu),eval(mu));
end
```

Центральные моменты:
Mu(1)=0= 0.00000
Mu(2)=2/9= 0.22222
Mu(3)=-8/135= -0.05926
Mu(4)=16/135= 0.11852
Mu(5)=-128/1701= -0.07525

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.16.** *Дисперсией* случайной величины называется её 2-й центральный момент.
- Обозначения дисперсии: $D(X)$, D_x, . Английский термин – *the variance*. Размерность дисперсии равна квадрату размерности X.
- **Свойство 3.13.** Для детерминированной величины C (константы) дисперсия равна 0.
- **Свойство 3.14.** Дисперсия случайной величины положительна.
- **Свойство 3.15.** Дисперсия равна второму начальному моменту минус квадрат первого начального момента. Или: дисперсия равна МО квадрата случайной величины минус квадрат её МО.
- **Определение 3.17.** *Среднеквадратичным отклонением (СКО)* случайной величины называется квадратный корень из её дисперсии.
- Другие названия: стандартное отклонение, стандарт. Англоязычные термины: *standard deviation, standard*. Обозначение: s_x.

Числовые характеристики случайных величин

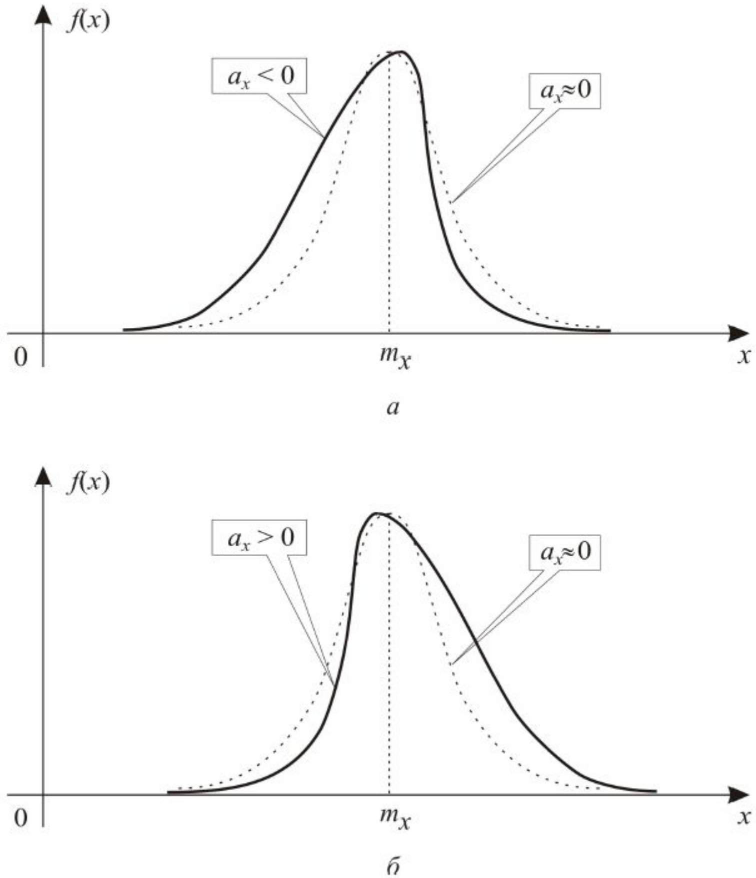


Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.18.** *Асимметрией* случайной величины называется отношение 3-го центрального момента к кубу СКО.
- Английский термин: *the skewness*. Обозначения: $A(X)$ или a_x. Асимметрия является безразмерной величиной (она специально так введена).
- Формула для её вычисления:

(3.3 $a_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}$.

Числовые характеристики случайных величин

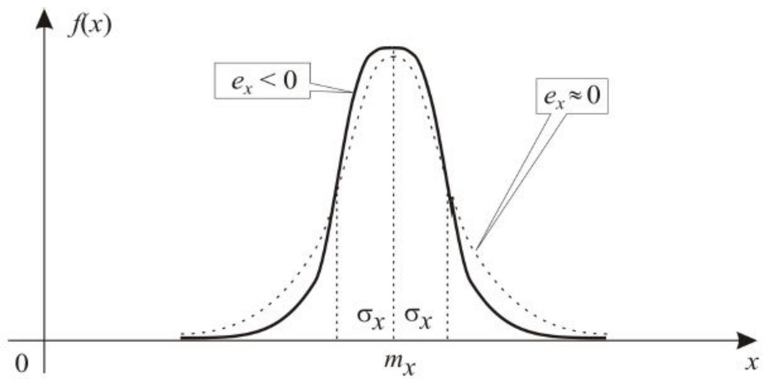


Числовые характеристики случайных величин

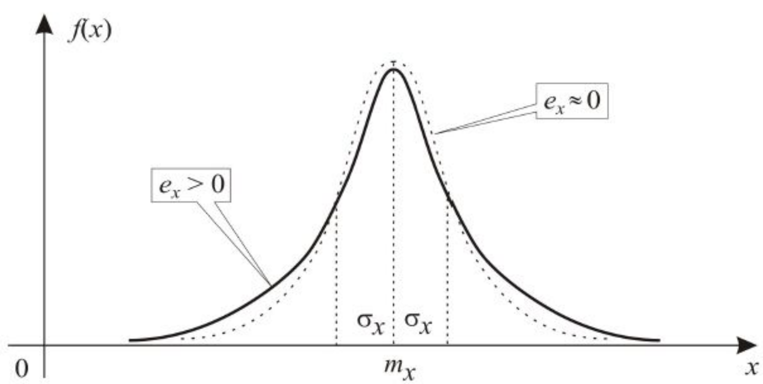
- **Определение 3.19.** *Эксцессом* случайной величины называется отношение 4-го центрального момента к 4-й степени СКО (квадрату дисперсии), из которого вычтено число 3.
- В англоязычной литературе используется термин *the kurtosis*. Обозначается эксцесс: $E(X)$ или e_x. Он является безразмерной величиной и вычисляется по формуле:

$$e_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3.$$

Числовые характеристики случайных величин



а



б

Числовые характеристики случайных величин

- Закончим **примеры 3.2 и 3.5**: посчитаем дисперсию, СКО, асимметрию и эксцесс.

```
Dx=sum((x-mx).^2.*p); % дисперсия
Sx=Dx^0.5; % СКО
Ax=sum((x-mx).^3.*p)/Sx^3; % асимметрия
Ex=sum((x-mx).^4.*p)/Dx^2-3; % эксцесс
fprintf('Дисперсия Dx=%8.5f;\n',Dx);
```

$e_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$

```
fprintf('Среднеквадратичное отклонение Sx=%8.5f;\n',Sx);
fprintf('Асимметрия Ax=%8.5f;\n',Ax);
fprintf('Эксцесс Ex=%8.5f.\n',Ex);
```

Дисперсия Dx= 1.33994;

Среднеквадратичное отклонение Sx= 1.15756;

Асимметрия Ax=-0.34294;

Эксцесс Ex=-0.91042.

Числовые характеристики случайных величин

```
Dx=simple(int((x-mx)^2*fs,x,x1,x2)); % дисперсия
Sx=simple(Dx^0.5); % СКО
Ax=simple(int((x-mx)^3*fs,x,x1,x2)/Sx^3); % асимметрия
Ex=simple(int((x-mx)^4*fs,x,x1,x2)/Dx^2-3); % эксцесс
fprintf('Дисперсия Dx=%s=%8.5f;\n',char(Dx),eval(Dx));
fprintf('Среднеквадратичное отклонение Sx=%s=%8.5f;\n',...
char(Sx),eval(Sx));
```

$$e_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3,$$

```
fprintf('Асимметрия Ax=%s=%8.5f;\n',char(Ax),eval(Ax));
fprintf('Эксцесс Ex=%s=%8.5f.\n',char(Ex),eval(Ex));
```

Дисперсия Dx=2/9= 0.22222;

Среднеквадратичное отклонение Sx=1/3*2^(1/2)= 0.47140;

Асимметрия Ax=-2/5*2^(1/2)=-0.56569;

Эксцесс Ex=-3/5=-0.60000.