1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛАЗЕРОВ

1.1. Принцип действия лазера

1.1.1. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом

В основе работы лазера лежат три фундаментальных явления, происходящих при взаимодействии электромагнитных волн с веществом: процессы спонтанного и вынужденного излучений и вынужденного поглощения. В этих явлениях равноправно участвует электромагнитное поле, которое может описываться как классически (по теории Максвелла), так и с помощью квантовой электродинамики, и вещество, которое должно описываться в терминах квантовой механики, поскольку дискретная структура его энергетических уровней носит здесь фундаментальный характер.

В 1905 г. А. Эйнштейн опубликовал научную работу, посвященную явлению фотоэффекта. В ней он доказал квантовый характер порций энергии электромагнитного поля при поглощении его веществом с сопутствующим выбиванием электрона с поверхности тела. Таким образом он ввел понятие фотона – частицы с энергией $E = \hbar\omega = h\nu$ (где $\hbar = h/2\pi$; h – постоянная Планка; ν – циклическая, а ω – круговая частоты электромагнитного поля) и импульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, $|\mathbf{k}| = \omega/c$, где $\mathbf{k}$ – волновой вектор; c – скорость света в вакууме. Эта работа явилась одним из толчков к созданию квантовой механики. В настоящее время квантовая механика рассматривает вещество и поле как объекты, обладающие и корпускулярными, и волновыми свойствами одновременно. Это свойство материи называется корпускулярно-волновым дуализмом. Особенно сильно оно проявляется для микрообъектов, обладающих малыми массой и энергией (таких, как электроны, атомы и молекулы) и для взаимодействующих с ними полей. В ряде случаев удобно рассматривать электромагнитное поле с корпускулярной точки зрения – как поток фотонов, особенно при анализе энергетических характеристик поля.

При анализе оптических явлений, таких как интерференция, дифракция и др., при которых проявляются волновые свойства электромагнитного поля, поле удобнее представлять в виде совокупности плоских или сферических волн. Рассматривая вопрос о статистике электромагнитного излучения, Эйнштейн попытался доказать формулу М. Планка для распределения плотности энергии излучения абсолютно черного тела:

$$\rho(\omega, T) = \frac{2\hbar\omega^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1},$$

где ω – круговая частота электромагнитного поля; T – абсолютная температура; k_B – постоянная Больцмана (обозначение k_B использовано для того, чтобы отличать эту величину от волнового числа k).

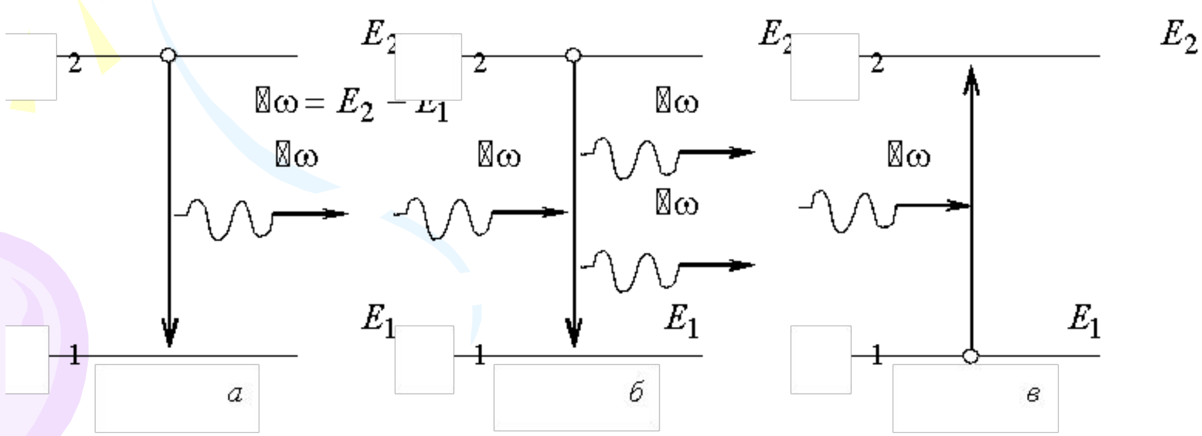
Из классической теории излучения электромагнитного поля следовала формула Релея–Джинса

$$\rho(\nu, T) = \frac{2k_B T\omega^2}{\pi c^3},$$

интегрирование которой по частотам давало бесконечно большое значение энергии электромагнитного поля (так называемая ультрафиолетовая катастрофа). Для устранения этого несоответствия Эйнштейну пришлось ввести три статистических постулата об элементарных процессах излучения и поглощения, исходя из корпускулярных представлений о природе света.

Будем считать, что вещество описывается разрешенными состояниями (уровнями), в которых оно может находиться, со значениями энергии E_n, n = = 1, 2,…, т. е. рассмотрим так называемую квантовую систему.

Постулат 1. В отсутствие внешнего электромагнитного поля существует определенная вероятность самопроизвольного перехода квантовой системы с более высокого уровня на более низкий. Она называется вероятностью спонтанного перехода A_{mn}, $m > n$. Это явление носит статистический характер: для ансамбля одинаковых квантовых систем число переходов за единицу времени в единице объема вещества составляет $A_{mn}N_m$, где N_m – число квантовых систем на уровне *m* в единице объема. Величина N_m называется населенностью уровня *m*. При этом не определено, произойдет ли переход в заданной конкретной системе или нет. Будем для определенности рассматривать процессы (рис. 1.1, *а*) в двухуровневой квантовой системе (m = 2, n = 1).



Скорость изменения населенности уровня 2 составляет

$$dN_2/dt = -A_{21}N_2.$$

При каждом переходе испускается квант с энергией $\hbar\omega = E_2 - E_1$. Величину

$$\tau_{21} = 1/A_{21}$$

называют временем жизни уровня 2 по отношению к спонтанному излучнию на уровень 1.

В случае, когда рассматривается многоуровневая система, определим полную вероятность спонтанного испускания фотона при переходе на любой из нижележащих уровней согласно закону сложения вероятностей

$$A_m = \sum_n A_{mn},$$

где суммирование ведется по всем уровням, лежащим ниже уровня m, и вместо (1.3) получим полное время жизни верхнего уровня

$$\tau_m = (A_m)^{-1}.$$

Эта величина называется естественным временем жизни уровня. Решение уравнения (1.2)

$$N_2(t) = N_2^0 \exp(-t/\tau_2)$$

показывает, что зависимость населенности верхнего уровня от времени соответствует экспоненциальному закону радиоактивного распада. Направления, в которых излучаются фотоны, равномерно распределены во всем пространстве, а моменты переходов случайно распределены по времени. Такое излучение является полностью некогерентным.

Постулат 2. Пусть квантовая система находится на верхнем уровне и на нее воздействует резонансное внешнее электромагнитное поле с частотой $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$. Поскольку энергия падающего фотона совпадает с энергией перехода, имеется конечная вероятность перехода системы с уровня 2 на уровень 1 с излучением дополнительного фотона с энергией $\hbar\omega = E_2 - E_1$ (рис. 1.1, *б*). Вероятность перехода системы в единицу времени равна $B_{21}\rho(\omega)$, она пропорциональна плотности энергии внешнего электромагнитного поля $\rho(\omega)$ и так называемому коэффициенту вынужденного (индуцированного) излучения B_{21}.

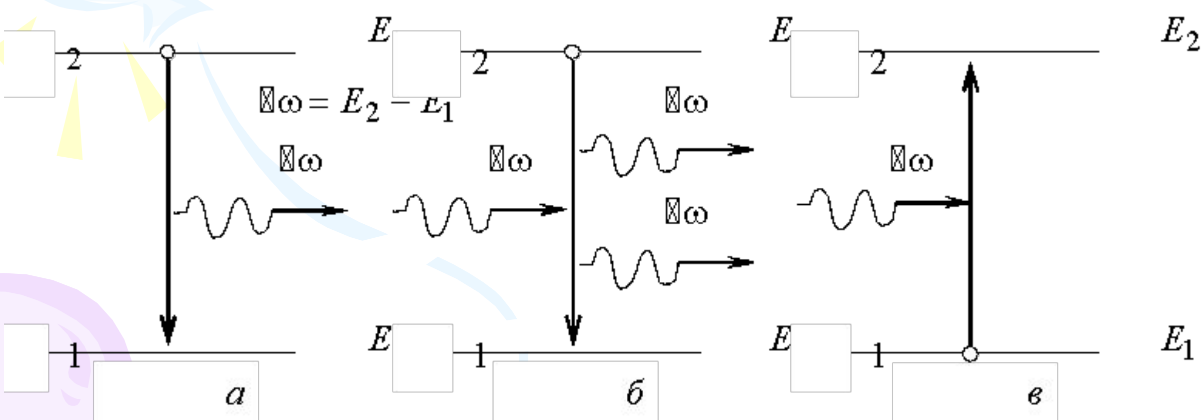


Рис. 1.1

Для ансамбля одинаковых квантовых систем число индуцированных переходов в единице объема в единицу времени равно $B_{21}\rho(\omega)N_2$, а скорость изменения населенности N_2 уровня 2 составит

$$dN_2/dt = -B_{21}\rho(\omega)N_2 .$$

В результате излучается фотон, характеристики которого – энергия, импульс (в том числе направление распространения) и состояние поляризации – полностью совпадают с характеристиками фотона внешнего поля. Если рассматривать поток с большим числом фотонов, то фаза электромагнитной волны в потоке индуцированного излучения совпадает с фазой поля падающего излучения. Таким образом, индуцированное излучение полностью когерентно падающему.

Объединив два первых эффекта, можно найти полную вероятность испускания фотона квантовой системой: $W_{21} = A_{21} + B_{21}\rho(\omega)$ и полную скорость изменения населенности N_2:

$$dN_2/dt = -[A_{21} + B_{21}\rho(\omega)]N_2 .$$

Постулат 3. Пусть система находится на нижнем энергетическом уровне 1 и на нее падает излучение с частотой $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$, резонансное данному переходу. Тогда существует конечная вероятность B_{12} поглощения падающего фотона, при этом система переходит на верхний уровень 2 (рис. 1.1, *в*). Скорость переходов определяется выражением

$$dN_1/dt = -B_{12}\rho(\omega)N_1.$$

Вероятность поглощения фотона $W_{12} = B_{12}\rho(\omega)$ пропорциональна плотности электромагнитного поля и коэффициенту поглощения B_{12}. Уравнения типа (1.7) и (1.8) называются скоростными уравнениями, т. е. уравнениями для скоростей процессов. Они принципиально не могут учитывать фазовых соотношений, характерных для волновых полей.

Применение принципа детального равновесия для установившегося процесса взаимодействия электромагнитного поля с веществом дает следующее соотношение между коэффициентами вынужденного излучения и поглощения:

$$B_{12} = B_{21}.$$

Если рассматриваемые уровни кратные, т. е. наблюдается вырождение с факторами g_1 и g_2, это соотношение принимает вид

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}.$$

Из справедливости закона распределения излучения Планка с необходимостью следует соотношение между коэффициентами спонтанного и вынужденного излучений

$$A_{21} = \frac{2\hbar\omega^3}{\pi c^3} B_{21}.$$

В строгой теории квантовой электродинамики коэффициент спонтанного излучения вычисляется через параметры, определяемые свойствами квантовой системы (молекулы или атома):

$$A_{21} = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3}\left|r_{21}\right|^2,$$

где r_{21} – матричный элемент дипольного момента квантовой системы, вычисляемый в квантовой механике с помощью волновых функций. Это выражение показывает, что при переходе из радиодиапазона в оптический и далее в рентгеновский резко возрастает интенсивность спонтанного излучения (как куб частоты излучения), обычно проявляющегося в виде примеси шума к монохроматическому лазерному излучению. Последние четыре выражения полностью определяют значения коэффициентов Эйнштейна. В результате введения в статистическую теорию этих эффектов закон распределения энергии электромагнитного поля соответствует формуле Планка, определяющей квантовую статистику электромагнитного поля. Существование индуцированного излучения и его замечательные свойства и определили возможность создания лазеров.

И, наконец, необходимо остановиться на вопросе о физических причинах поглощения и излучения фотонов. Очевидной причиной явления вынужденного излучения и поглощения фотонов является наличие внешнего электромагнитного поля, резонансного по отношению к квантовой системе ($h\nu = E_2 - E_1$). Со спонтанным излучением вопрос сложнее. Расчет энергии электромагнитного поля E в некотором замкнутом объеме для вакуума, проведенный П. Дираком в рамках квантовой электродинамики, дал следующий результат:

$$E = \sum_k \hbar\omega_k \left(n + 1/2\right),$$

где n – число фотонов, а суммирование ведется по всем собственным состояниям поля заданного объема пространства. Это означает, что энергия электромагнитного поля в замкнутом объеме пространства может принимать только некоторые определенные значения, определяемые целым квантовым числом n, представляющим собой число фотонов когерентного электромагнитного поля с заданной частотой ω_k и энергией каждого $\hbar\omega_k$, существующих в этом объеме.

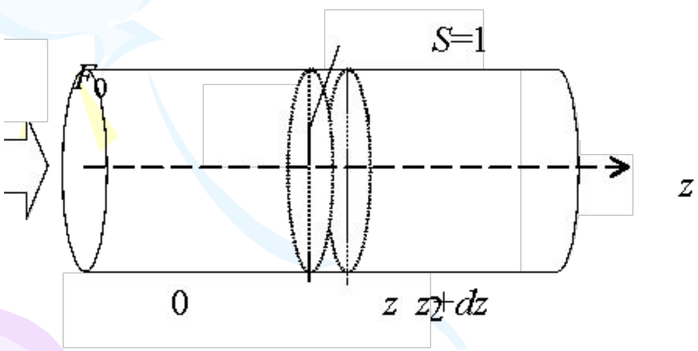
Для случая отсутствия классического электромагнитного поля число когерентных фотонов $n = 0$. Однако полная энергия электромагнитного поля в этом объеме

$$E_0 = \frac{1}{2}\sum_k \hbar\omega_k$$

не равна нулю, а определяется так называемыми квантовыми флуктуациями вакуума. Эта энергия является суммой энергий всех спонтанных фотонов в данном объеме. Согласно этой формуле, в каждом состоянии электромагнитного поля с заданным значением энергии $(\hbar\omega_k)/2$ в среднем находится $1/2$ фотона спонтанного излучения с частотой ω_k и энергией каждого фотона $\hbar\omega_k$. Таким образом, причина существования спонтанного излучения – электромагнитное поле вакуума, являющееся результатом квантовых свойств электромагнитного поля.

1.1.2. Усиление света в среде

Рассмотрим процесс усиления или поглощения света в среде, состояще из двухуровневых квантовых систем. Пусть на среду в направлении оси падает поле в виде плоской электромагнитной волны с энергией, проходяще через единицу площади в единицу времени (интенсивность электромагнитного поля) I_0 (рис. 1.2). Предположим, что поперечное сечени активной среды равно единице площади. Выделим тонкий слой толщиной *dz*, которым интенсивность света можно считать постоянной.



Для анализа энергетических характеристик потока излучения введем плотность потока фотонов F. Эта величина равна числу фотонов в равномерном потоке излучения, падающего на единицу площади сечения, перпендикулярного направлению распространения, в единицу времени. Она связана с интенсивностью I поля электромагнитной волны как $I = \hbar\omega F$. Тогда вероятность вынужденного излучения будет пропорциональна величине F:

$$W_{21} = B_{21}\rho(\omega) = \sigma F\,,$$

где коэффициент пропорциональности σ имеет размерность площади и носит название сечения вынужденного излучения (поглощения) данной квантовой системы.

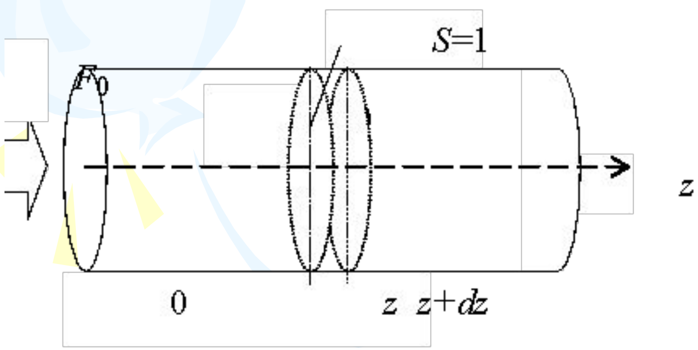


Рис. 1.2

В единице объеме слоя среды произойдут вынужденное излучение $W_{21}N_2$ и поглощение $W_{12}N_1$ фотонов. Приращение плотности потока фотонов после прохождения слоя толщиной dz составит

$$dF(z) = \left[W_{21}N_2(z) - W_{12}N_1(z)\right]dz = \sigma F\left[N_2(z) - N_1(z)\right]dz.$$

Предположим в первом приближении, что $N_2 - N_1$ не зависит от z. Тогда решение уравнения (1.14) дает известный нам закон Бугера

$$F(z) = F_0 \exp[\sigma(N_2 - N_1)]z = F_0 \exp gz,$$

причем при $g > 0$ наблюдается усиление, а при $g < 0$ – поглощение излучения. Величина

$$g = \sigma(N_2 - N_1)$$

называется линейным коэффициентом усиления (поглощения) среды. Если среда усиливает излучение, ее обычно называют активной. Очевидно, что наличие усиления или поглощения в среде определяется знаком разности населенностей уровней $N_2 - N_1$.

Рассмотрим состояние среды при термодинамическом равновесии. В этом случае заселение уровней определяется статистикой Больцмана

$$N_n = N_0 \exp\left(-E_n / k_B T\right).$$

При этом всегда $N_2 - N_1 < 0$ и среда оказывается поглощающей. Получить состояние $N_2 - N_1 > 0$ можно только в неравновесной системе, такое состояние называется инверсией населенностей.

Экспоненциальная зависимость усиления (поглощения) справедлива только в приближении достаточно малой интенсивности поля. Рассмотрим скоростные уравнения для стационарного режима, т. е. примем, что $dN_2/dt = dN_1/dt = 0$, и будем увеличивать длину среды. При этом будет увеличиваться интенсивность (и, соответственно, плотность потока) излучения. Поскольку коэффициенты Эйнштейна B_{21} и B_{12} равны, согласно (1.9), друг другу, а вероятность спонтанного излучения не зависит от плотности энергии электромагнитного поля, при некотором значении интенсивности $I = I_s$ населенности почти сравняются, $N_2(z) \approx N_1(z)$ и среда перестает поглощать либо усиливать свет. Такое состояние называется состоянием просветления среды, поскольку монохроматическое электромагнитное поле с частотой, равной резонансной частоте перехода, проходит через нее без изменения. Значение интенсивности I_s называется параметром насыщения среды. Физически явление насыщения исследовалось в экспериментах А. Судзуки и др. при увеличении длины среды до 3 м.

Для He-Ne усиливающей (активной) среды были получены значения $I_s \approx (1-4)\cdot 10^5$ Вт/м². Точное решение уравнения выглядит следующим образом: $F(z) = F_0 \exp G(z) = F_0 \exp \sigma \int\limits_0^z [N_2(x) - N_1(x)] dx.$

Характерный вид этой зависимости приведен на рис. 1.3. Величина

$$G(z) = \sigma \int\limits_0^z [N_2(x) - N_1(x)] dx$$

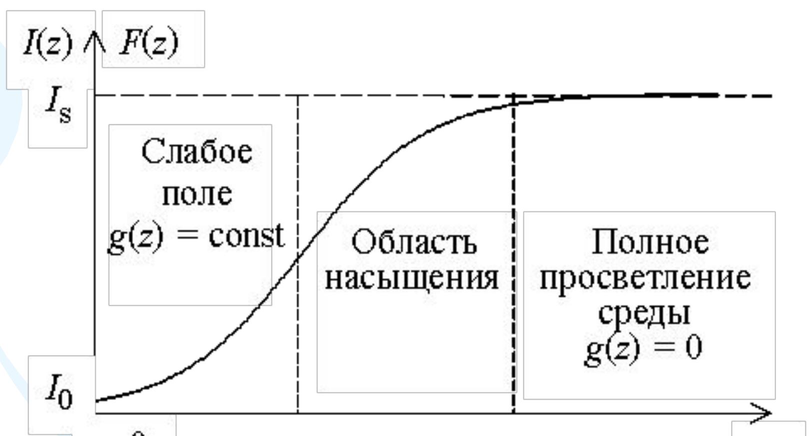


Рис. 1.3

называется полным коэффициентом усиления активной среды. В случае слабого электромагнитного поля, когда $N_2 - N_1$ не зависит от z, полный коэффициент усиления пропорционален длине l активной среды: $G = \sigma(N_2 - N_1)l$.