

# 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛАЗЕРОВ

## 1.1. Принцип действия лазера

### *1.1.1. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом*

В основе работы лазера лежат три фундаментальных явления, происходящих при взаимодействии электромагнитных волн с веществом: процессы спонтанного и вынужденного излучений и вынужденного поглощения. В этих явлениях равноправно участвует электромагнитное поле, которое может описываться как классически (по теории Максвелла), так и с помощью квантовой электродинамики, и вещество, которое должно описываться в терминах квантовой механики, поскольку дискретная структура его энергетических уровней носит здесь фундаментальный характер.

В 1905 г. А. Эйнштейн опубликовал научную работу, посвященную явлению фотоэффекта. В ней он доказал квантовый характер порций энергии электромагнитного поля при поглощении его веществом с сопутствующим выбиванием электрона с поверхности тела. Таким образом он ввел понятие фотона – частицы с энергией  $E = \hbar\omega = h\nu$  (где  $\omega = h/2\pi$ ;  $h$  – постоянная Планка;  $\nu$  – циклическая, а  $\Omega$  – круговая частоты электромагнитного поля) и импульсом  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ ,  $|\mathbf{k}| = \omega/c$ , где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор;  $c$  – скорость света в вакууме. Эта работа явилась одним из толчков к созданию квантовой механики. В настоящее время квантовая механика рассматривает вещество и поле как объекты, обладающие и корпускулярными, и волновыми свойствами одновременно. Это свойство материи называется корпускулярно-волновым дуализмом. Особенно сильно оно проявляется для микрообъектов, обладающих малыми массой и энергией (таких, как электроны, атомы и молекулы) и для взаимодействующих с ними полей. В ряде случаев удобно рассматривать электромагнитное поле с корпускулярной точки зрения – как поток фотонов, особенно при анализе энергетических характеристик поля.

При анализе оптических явлений, таких как интерференция, дифракция и др., при которых проявляются волновые свойства электромагнитного поля, поле удобнее представлять в виде совокупности плоских или сферических волн. Рассматривая вопрос о статистике электромагнитного излучения, Эйнштейн попытался доказать формулу М. Планка для распределения плотности энергии излучения абсолютно черного тела:

$$\rho(\omega, T) = \frac{2\pi\omega^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1},$$

где  $\omega$  – круговая частота электромагнитного поля;  $T$  – абсолютная температура;  $k_B$  – постоянная Больцмана (обозначение  $k_B$  использовано для того, чтобы отличать эту величину от волнового числа  $k$ ).

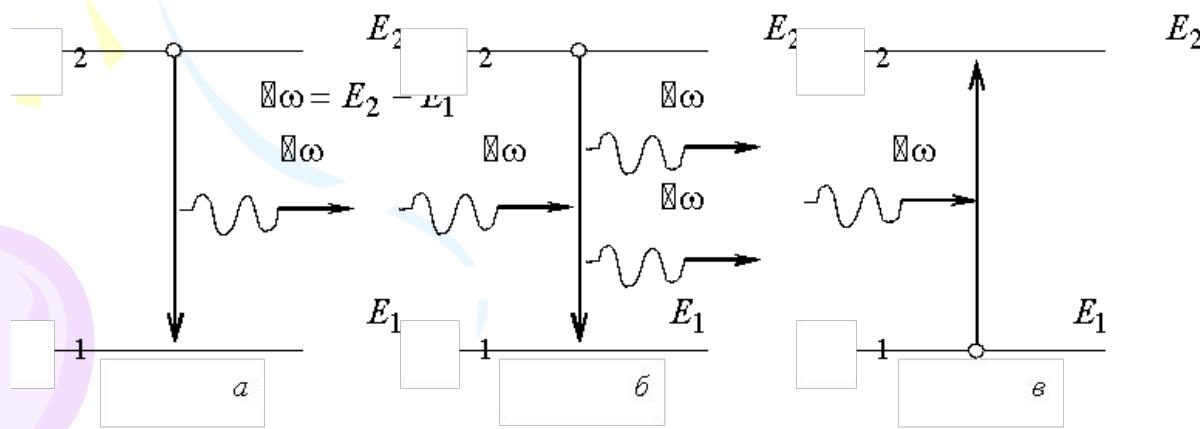
Из классической теории излучения электромагнитного поля следовала формула Релея–Джинса

$$\rho(v, T) = \frac{2k_B T \omega^2}{\pi c^3},$$

интегрирование которой по частотам давало бесконечно большое значение энергии электромагнитного поля (так называемая ультрафиолетовая катастрофа). Для устранения этого несоответствия Эйнштейну пришлось ввести три статистических постулата об элементарных процессах излучения и поглощения, исходя из корпускулярных представлений о природе света.

Будем считать, что вещество описывается разрешенными состояниями (уровнями), в которых оно может находиться, со значениями энергии  $E_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , т. е. рассмотрим так называемую квантовую систему.

**Постулат 1.** В отсутствие внешнего электромагнитного поля существует определенная вероятность самопроизвольного перехода квантовой системы с более высокого уровня на более низкий. Она называется вероятностью спонтанного перехода  $A_{mn}$ ,  $m > n$ . Это явление носит статистический характер: для ансамбля одинаковых квантовых систем число переходов за единицу времени в единице объема вещества составляет  $A_{mn}N_m$ , где  $N_m$  – число квантовых систем на уровне  $m$  в единице объема. Величина  $N_m$  называется населенностью уровня  $m$ . При этом не определено, произойдет ли переход в заданной конкретной системе или нет. Будем для определенности рассматривать процессы (рис. 1.1, *a*) в двухуровневой квантовой системе ( $m = 2$ ,  $n = 1$ ).



Скорость изменения населенности уровня 2 составляет

$$dN_2/dt = -A_{21}N_2.$$

При каждом переходе испускается квант с энергией  $\hbar\omega = E_2 - E_1$ . Величину

$$\tau_{21} = 1/A_{21}$$

называют временем жизни уровня 2 по отношению к спонтанному излучению на уровень 1.

В случае, когда рассматривается многоуровневая система, определим полную вероятность спонтанного испускания фотона при переходе на любой из нижележащих уровней согласно закону сложения вероятностей

$$A_m = \sum_n A_{mn},$$

где суммирование ведется по всем уровням, лежащим ниже уровня  $m$ , и вместо (1.3) получим полное время жизни верхнего уровня

$$\tau_m = (A_m)^{-1}.$$

Эта величина называется естественным временем жизни уровня. Решение уравнения (1.2)

$$N_2(t) = N_2^0 \exp(-t/\tau_2)$$

показывает, что зависимость населения верхнего уровня от времени соответствует экспоненциальному закону радиоактивного распада. Направления, в которых излучаются фотоны, равномерно распределены во всем пространстве, а моменты переходов случайно распределены по времени. Такое излучение является полностью некогерентным.

**Постулат 2.** Пусть квантовая система находится на верхнем уровне и на нее воздействует резонансное внешнее электромагнитное поле с частотой  $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ . Поскольку энергия падающего фотона совпадает с энергией перехода, имеется конечная вероятность перехода системы с уровня 2 на уровень 1 с излучением дополнительного фотона с энергией  $\hbar\omega = E_2 - E_1$  (рис. 1.1, б). Вероятность перехода системы в единицу времени равна  $B_{21}\rho(\omega)$ , она пропорциональна плотности энергии внешнего электромагнитного поля  $\rho(\omega)$  и так называемому коэффициенту вынужденного (индуцированного) излучения  $B_{21}$ .

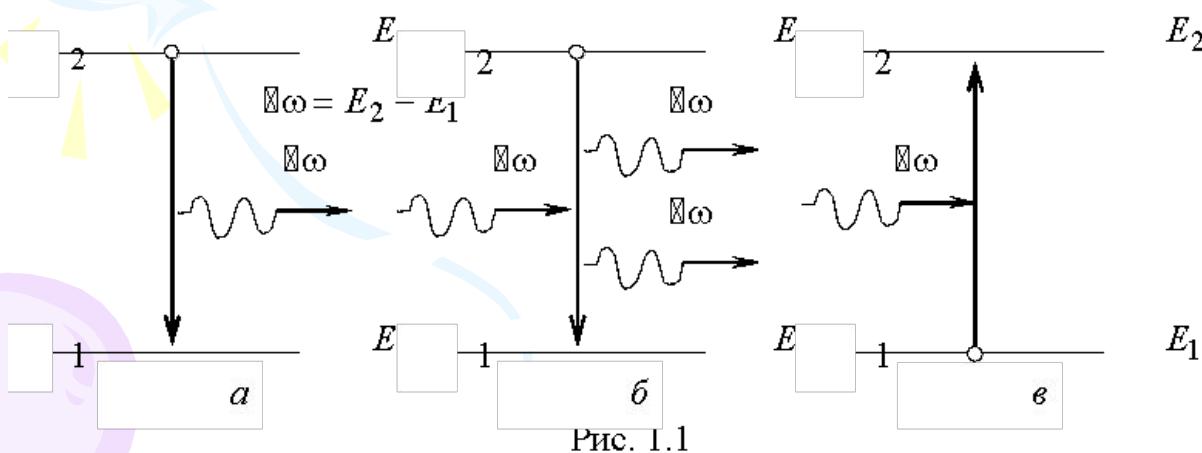


Рис. 1.1

Для ансамбля одинаковых квантовых систем число индуцированных переходов в единице объема в единицу времени равно  $B_{21}\rho(\omega)N_2$ , а скорость изменения населенности  $N_2$  уровня 2 составит

$$dN_2/dt = -B_{21}\rho(\omega)N_2.$$

В результате излучается фотон, характеристики которого – энергия, импульс (в том числе направление распространения) и состояние поляризации – полностью совпадают с характеристиками фотона внешнего поля. Если рассматривать поток с большим числом фотонов, то фаза электромагнитной волны в потоке индуцированного излучения совпадает с фазой поля падающего излучения. Таким образом, индуцированное излучение полностью когерентно падающему.

Объединив два первых эффекта, можно найти полную вероятность испускания фотона квантовой системой:  $W_{21} = A_{21} + B_{21}\rho(\omega)$  и полную скорость изменения населенности  $N_2$ :

$$dN_2/dt = -[A_{21} + B_{21}\rho(\omega)]N_2.$$

**Постулат 3.** Пусть система находится на нижнем энергетическом уровне 1 и на нее падает излучение с частотой  $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ , резонансное данному переходу. Тогда существует конечная вероятность  $B_{12}$  поглощения падающего фотона, при этом система переходит на верхний уровень 2 (рис. 1.1, в). Скорость переходов определяется выражением

$$dN_1/dt = -B_{12}\rho(\omega)N_1.$$

Вероятность поглощения фотона  $W_{12} = B_{12}\rho(\omega)$  пропорциональна плотности электромагнитного поля и коэффициенту поглощения  $B_{12}$ . Уравнения типа (1.7) и (1.8) называются скоростными уравнениями, т. е. уравнениями для скоростей процессов. Они принципиально не могут учитывать фазовых соотношений, характерных для волновых полей.

Применение принципа детального равновесия для установившегося процесса взаимодействия электромагнитного поля с веществом дает следующее соотношение между коэффициентами вынужденного излучения и поглощения:

$$B_{12} = B_{21}.$$

Если рассматриваемые уровни кратные, т. е. наблюдается вырождение с факторами  $g_1$  и  $g_2$ , это соотношение принимает вид

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}.$$

Из справедливости закона распределения излучения Планка с необходимостью следует соотношение между коэффициентами спонтанного и вынужденного излучений

$$A_{21} = \frac{2\pi\omega^3}{\pi c^3} B_{21}.$$

В строгой теории квантовой электродинамики коэффициент спонтанного излучения вычисляется через параметры, определяемые свойствами квантовой системы (молекулы или атома):

$$A_{21} = \frac{4\omega^3}{3\pi c^3} |r_{21}|^2,$$

где  $r_{21}$  — матричный элемент дипольного момента квантовой системы, вычисляемый в квантовой механике с помощью волновых функций. Это выражение показывает, что при переходе из радиодиапазона в оптический и далее в рентгеновский резко возрастает интенсивность спонтанного излучения (как куб частоты излучения), обычно проявляющегося в виде примеси шума к монохроматическому лазерному излучению. Последние четыре выражения полностью определяют значения коэффициентов Эйнштейна. В результате введения в статистическую теорию этих эффектов закон распределения энергии электромагнитного поля соответствует формуле Планка, определяющей квантовую статистику электромагнитного поля. Существование индуцированного излучения и его замечательные свойства и определили возможность создания лазеров.

И, наконец, необходимо остановиться на вопросе о физических причинах поглощения и излучения фотонов. Очевидной причиной явления вынужденного излучения и поглощения фотонов является наличие внешнего электромагнитного поля, резонансного по отношению к квантовой системе ( $h\nu = E_2 - E_1$ ). Со спонтанным излучением вопрос сложнее. Расчет энергии электромагнитного поля  $E$  в некотором замкнутом объеме для вакуума, проведенный П. Дираком в рамках квантовой электродинамики, дал следующий результат:

$$E = \sum_k \hbar\omega_k (n + 1/2),$$

где  $n$  – число фотонов, а суммирование ведется по всем собственным состояниям поля заданного объема пространства. Это означает, что энергия электромагнитного поля в замкнутом объеме пространства может принимать только некоторые определенные значения, определяемые целым квантовым числом  $n$ , представляющим собой число фотонов когерентного электромагнитного поля с заданной частотой  $\omega_k$  и энергией каждого  $\hbar\omega_k$ , существующих в этом объеме.

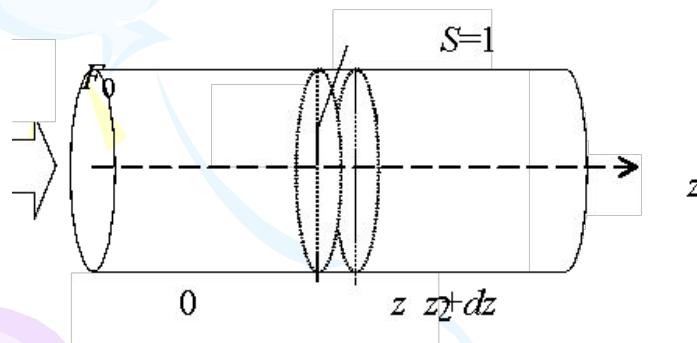
Для случая отсутствия классического электромагнитного поля число когерентных фотонов  $n = 0$ . Однако полная энергия электромагнитного поля в этом объеме

$$E_0 = \frac{1}{2} \sum_k \hbar \omega_k$$

не равна нулю, а определяется так называемыми квантовыми флуктуациями вакуума. Эта энергия является суммой энергий всех спонтанных фотонов в данном объеме. Согласно этой формуле, в каждом состоянии электромагнитного поля с заданным значением энергии  $(\hbar \omega_k)/2$  в среднем находится  $1/2$  фотона спонтанного излучения с частотой  $\omega_k$  и энергией каждого фотона  $\hbar \omega_k$ . Таким образом, причина существования спонтанного излучения — электромагнитное поле вакуума, являющееся результатом квантовых свойств электромагнитного поля.

### 1.1.2. Усиление света в среде

Рассмотрим процесс усиления или поглощения света в среде, состоящей из двухуровневых квантовых систем. Пусть на среду в направлении оси  $z$  падает поле в виде плоской электромагнитной волны с энергией, проходящей через единицу площади в единицу времени (интенсивность электромагнитного поля)  $I_0$  (рис. 1.2). Предположим, что поперечное сечение активной среды равно единице площади. Выделим тонкий слой толщиной  $dz$ , в котором интенсивность света можно считать постоянной.



Для анализа энергетических характеристик потока излучения введем плотность потока фотонов  $F$ . Эта величина равна числу фотонов в равномерном потоке излучения, падающего на единицу площади сечения, перпендикулярного направлению распространения, в единицу времени. Она связана с интенсивностью  $I$  поля электромагнитной волны как  $I = \Phi\omega F$ . Тогда вероятность вынужденного излучения будет пропорциональна величине  $F$ :

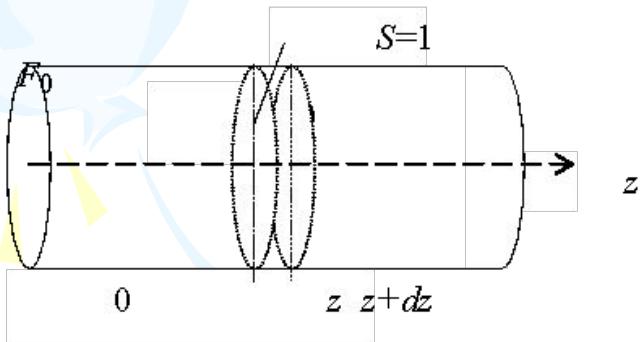
$$W_{21} = B_{21}\rho(\omega) = \sigma F,$$

где коэффициент пропорциональности  $\sigma$  имеет размерность площади и носит название сечения вынужденного излучения (поглощения) данной квантовой системы.

В единице объеме слоя среды произойдут вынужденное излучение  $W_{21}N_2$  и поглощение  $W_{12}N_1$  фотонов. Приращение плотности потока фотонов после прохождения слоя толщиной  $dz$  составит

$$dF(z) = [W_{21}N_2(z) - W_{12}N_1(z)]dz = \sigma F[N_2(z) - N_1(z)]dz.$$

Рис. 1.2



Предположим в первом приближении, что  $N_2 - N_1$  не зависит от  $z$ . Тогда решение уравнения (1.14) дает известный нам закон Бугера

$$F(z) = F_0 \exp[\sigma(N_2 - N_1)]z = F_0 \exp g z,$$

причем при  $g > 0$  наблюдается усиление, а при  $g < 0$  – поглощение излучения. Величина

$$g = \sigma(N_2 - N_1)$$

называется линейным коэффициентом усиления (поглощения) среды. Если среда усиливает излучение, ее обычно называют активной. Очевидно, что наличие усиления или поглощения в среде определяется знаком разности населенностей уровней  $N_2 - N_1$ .

Рассмотрим состояние среды при термодинамическом равновесии. В этом случае заселение уровней определяется статистикой Больцмана

$$N_n = N_0 \exp(-E_n/k_B T).$$

При этом всегда  $N_2 - N_1 < 0$  и среда оказывается поглощающей. Получить состояние  $N_2 - N_1 > 0$  можно только в неравновесной системе, такое состояние называется инверсией населенностей.

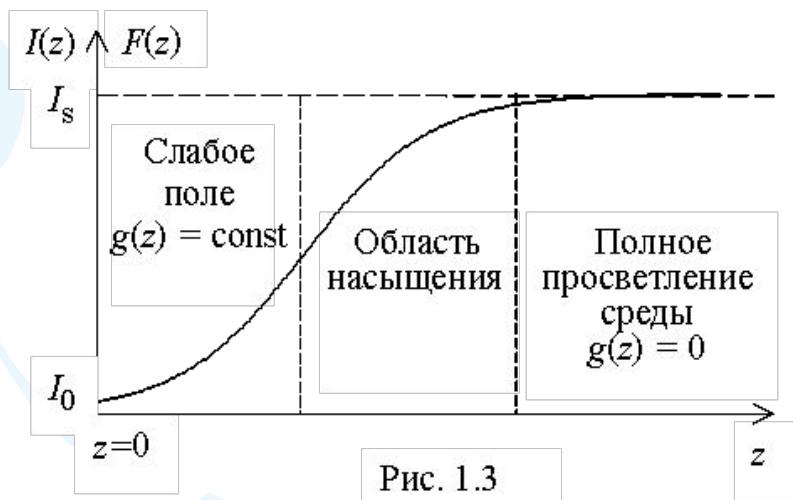
Экспоненциальная зависимость усиления (поглощения) справедлива только в приближении достаточно малой интенсивности поля. Рассмотрим скоростные уравнения для стационарного режима, т. е. примем, что  $dN_2/dt = dN_1/dt = 0$ , и будем увеличивать длину среды. При этом будет увеличиваться интенсивность (и, соответственно, плотность потока) излучения. Поскольку коэффициенты Эйнштейна  $B_{21}$  и  $B_{12}$  равны, согласно (1.9), друг другу, а вероятность спонтанного излучения не зависит от плотности энергии электромагнитного поля, при некотором значении интенсивности  $I = I_s$  населенности почти сравняются,  $N_2(z) \approx N_1(z)$  и среда перестает поглощать либо усиливать свет. Такое состояние называется состоянием просветления среды, поскольку монохроматическое электромагнитное поле с частотой, равной резонансной частоте перехода, проходит через нее без изменения. Значение интенсивности  $I_s$  называется параметром насыщения среды. Физически явление насыщения исследовалось в экспериментах А. Судзуки и др. при увеличении длины среды до 3 м.

Для Не-Не усиливающей (активной) среды были получены значения  $I_s \approx (1-4) \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup>. Точное решение уравнения выглядит следующим

образом:  $F(z) = F_0 \exp G(z) = F_0 \exp \sigma \int_0^z [N_2(x) - N_1(x)] dx.$

Характерный вид этой зависимости приведен на рис. 1.3. Величина

$$G(z) = \sigma \int_0^z [N_2(x) - N_1(x)] dx$$



называется полным коэффициентом усиления активной среды. В случае слабого электромагнитного поля, когда  $N_2 - N_1$  не зависит от  $z$ , полный коэффициент усиления пропорционален длине  $l$  активной среды:  $G = \sigma(N_2 - N_1)l$ .